

IMMANUEL KANT

PENSAMIENTOS SOBRE
LA VERDADERA ESTIMACION DE
LAS FUERZAS VIVAS

Traducción y Comentario
de
Juan Arana Cañedo-Argüelles



PETER LANG
Bern · Frankfurt am Main · New York · Paris

CIP-Titelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Kant, Immanuel :

**Pensamientos sobre la verdadera estimación de las fuerzas vivas
/ Immanuel Kant. Trad. y comentario de Juan Arana Cañedo-
Argüelles. - Bern ; Frankfurt am Main ; New York ; Pris :**

Lang, 1988

**Einheitssacht.: Gedanken von der wahren Schätzung der lebendigen
Kräfte und Beurteilung der Beweise, derer sich Herr von Leibnitz und
andere Mechaniker in dieser Streitsache bedient haben <span.>**

ISBN 3-261-03544-7

NE: Arana Cañedo-Argüelles, Juan [Hrsg.]

Editorial Peter Lang SA, Berna 1988

Sucesor de la Editorial Herbert Lang & Cia. SA, Berna

Todos los derechos reservados

**Reimpresión o multiplicación también por trozos in cualquier forma come
Microfilm, Xerographia, Microficha, Offset prohibido.**

Composición e impresion: Lang-Druck SA, Liebefeld/Berna

Dedico este trabajo a mi madre

El traductor

INDICE GENERAL

TEXTO	11
Advertencias sobre el texto	13
Pensamientos sobre la verdadera estimación de las fuerzas vivas	15
<i>Prólogo</i>	21
<i>Capítulo Primero: De la fuerza de los cuerpos en general</i>	29
<i>Capítulo Segundo: Examen de las tesis del partido leibniciano sobre las fuerzas vivas</i>	43
<i>Capítulo Tercero: Que expone una nueva estimación de las fuerzas vivas, como verdadera medida de las fuerzas de la naturaleza</i>	147
Indices del texto	189
Índice de nombres	189
Índice de conceptos y materias	190
COMENTARIO	195
Reconocimientos	197
Advertencias sobre el comentario	198
<i>Estudio introductorio</i>	199
<i>I. Historia del libro y sus interpretaciones</i>	200
1. Un libro olvidado	200
2. Presupuestos hermenéuticos	200
3. Circunstancias de la aparición del escrito	201
4. Carta a un desconocido	202
5. Carta a Euler	203
6. Prolongaciones del escrito	204
7. Desarrollo de la problemática en obras posteriores	205
8. La recensión de los <i>Franckfurtische Gelehrte Zeitungen</i>	206
9. La recensión de los <i>Göttingischen Zeitungen von gelehrten Sachen</i>	206
10. La recensión de las <i>Nova acta eruditorum</i>	207
11. Escasez de repercusiones	208
12. El problema de las fuerzas vivas en los manuales de física empleados por Kant	209
13. Intensificación del interés por el libro a fines del XVIII	210
14. Los historiadores de la ciencia del XIX: Fischer y Zwerger	210
15. Kuno Fischer	212
16. El «antihistoricismo» de Hermann Cohen	213
17. Decaimiento del interés por el libro a fines del XIX. Drews	214
18. Ernst Cassirer	215

19. Benno Erdmann	216
20. Erich Adickes	217
21. Mariano Campo	218
22. Jules Vuillemin	220
23. Giorgio Tonelli	221
24. Direcciones de la historiografía en el siglo XX	222
25. Irving Polonoff	223
26. István Szabó	223
27. Trabajos en español	224
<i>II. El problema de los conceptos y modelos en la evolución de la mecánica clásica</i>	225
28. Los historiadores de la ciencia y la polémica de las fuerzas vivas	225
29. Nacimiento de la mecánica moderna	226
30. La mecánica postnewtoniana	227
31. La matematización de la física	228
32. Cuantificación y definición de los conceptos físicos	229
33. El concepto de fuerza y sus connotaciones	230
34. La matematización de la idea de fuerza	231
35. El movimiento y la explicación física	231
36. Modelos y teorías físicas	232
37. Presupuestos de la teoría física desde el punto de vista lógico	233
38. Los presupuestos epistemológicos	235
39. Los racionalistas y los conceptos de la teoría física	235
40. Límites de las aportaciones del siglo XVII a la mecánica	236
41. Significado epistemológico de la polémica de las fuerzas vivas	237
<i>III. El desarrollo del concepto de fuerza de Descartes a Euler</i>	239
<i>a) La concepción cartesiana de la fuerza y su medida</i>	239
42. Los <i>Principes de philosophie</i> (1647)	239
43. La cantidad de movimiento y su conservación	239
44. Estimación cartesiana de las fuerzas	241
45. Dificultades internas de la física extensional	241
46. Formas de la acción dinámica	242
47. Las reglas de la comunicación del movimiento	243
48. Alcance de la idea cartesiana de fuerza	243
49. Incongruencia de la dinámica de Descartes con la física posterior	244
<i>b) Huygens y el problema del choque</i>	245
50. Huygens frente a Descartes	245
51. El acuerdo con la experiencia y la buena demostración	245
52. Postulados del <i>De motu Corporum</i>	246
53. Refutación de las reglas cartesianas del choque	247
54. Aportaciones de Huygens a la mecánica	248
55. La doctrina del choque de Huygens, Wren y Wallis. Sus límites	249
<i>c) El concepto de fuerza en los Principia newtonianos</i>	249
56. Los <i>Principia</i> y la mecánica	249
57. La idea de fuerza	250

58. La fuerza ínsita	251
59. La fuerza impresa	252
60. La noción de acción física	253
61. Medida de la fuerza	255
62. La fuerza motriz impresa	256
63. Acción y reacción	256
64. Los principios activos	257
<i>d) Leibniz, las fuerzas vivas y los principios de la dinámica</i>	<i>258</i>
65. El <i>Essay de dynamique</i> (1692)	258
66. Lo absoluto en dinámica	259
67. Velocidades verdaderas y fuerzas absolutas	260
68. El efecto violento	261
69. Fuerza viva y fuerza muerta	261
70. Agente y paciente de la acción dinámica	262
71. Encrucijadas de la dinámica leibniziana	263
<i>e) La síntesis de las concepciones newtoniana y leibniziana en la nueva teoría del choque de 'sGravesande</i>	<i>264</i>
72. Newtonismo y leibnizianismo	264
73. Una nueva teoría de la fuerza	265
74. Fuerza, esfuerzo, presión	265
75. Coordenadas epistemológicas de la dinámica	266
76. Experiencias y mediciones	267
<i>f) La teoría de las fuerzas vivas en la evolución del partido leibniziano: Johann Bernoulli</i>	<i>269</i>
77. Los cuerpos duros y el principio de continuidad	269
78. Cuerpos elásticos y modelos de comprensión	270
79. El mecanicismo de Bernoulli	271
80. La teoría del choque	272
81. Conceptuación de los dos tipos de fuerza	273
82. Los leibnizianos y la dinámica	274
<i>g) La defensa de la estimación «cartesiana» por Dortous de Mairan y su disputa con la Marquesa de Châtelet</i>	<i>275</i>
83. Los defensores de la opinión común	275
84. La física cartesiana	275
85. Perfil intelectual de Mairan	276
86. Actitud de los cartesianos hacia las fuerzas vivas	277
87. ¿Contra la metafísica?	277
88. Ambigüedades de los argumentos empíricos	278
89. Respuesta a las objeciones de los leibnizianos	279
90. Tradición y progreso científico	280
<i>h) D'Alembert y la polémica de las fuerzas vivas</i>	<i>281</i>
91. D'Alembert y la resolución de la controversia	281
92. Texto del <i>Traité de dynamique</i> sobre las fuerzas vivas	281
93. Metafísica y positivismo	283
94. El cartesianismo de d'Alembert	284

95. La necesidad o contingencia de las leyes naturales	285
96. Concepto de fuerza y sistematización de la mecánica	286
<i>i) Euler y la medida de las fuerzas</i>	287
97. Intervención de Euler en la polémica	287
98. Fuerza y estado de los cuerpos	288
99. Inercia e impenetrabilidad. Presión y percusión	289
100. La teoría física y el valor de las conceptualizaciones	290
<i>j) Implicaciones filosóficas del desarrollo del concepto de fuerza en mecánica</i> ...	292
101. Los filósofos y la polémica de las fuerzas vivas	292
102. Consecuencias finales de la controversia	293
<i>IV. La formación científica de Kant</i>	295
103. Orígenes del interés kantiano por la ciencia natural	295
104. Kant en la Universidad. Sus maestros	295
<i>Bibliografía</i>	299
I. Ediciones	299
II. Recensiones	300
III. Traducciones	300
IV. Fuentes	300
V. Estudios sobre la polémica de las fuerzas vivas	303
VI. Estudios sobre la primera obra kantiana	303
VII. Otros estudios	305
VIII. Obras de referencia	307
COMENTARIO	309
<i>Índice analítico del comentario</i>	475

TEXTO

ADVERTENCIAS SOBRE EL TEXTO

Los *Pensamientos sobre la estimación de las fuerzas vivas* es una obra que apenas plantea problemas de crítica textual: como no se ha conservado el manuscrito, ni existen apuntes, notas, etc. referentes a su elaboración, todas las ediciones reproducen la primera, y no presentan otras variantes que las ortográficas o las que obedecen a errores del impresor. Nada, en definitiva, que pueda afectar al texto de una traducción. Para realizarla, me he basado en la edición de Kurd Lasswitz, incluida en el tomo I de los *Kant's gesammelte Schriften*, publicados por la Real Academia Prusiana de Ciencias (1910, 2ª ed.). La dos únicas diferencias significativas son que las indicaciones del contenido de los párrafos aparecen fuera de la columna principal, como en la edición original, y que las figuras se incluyen en el texto, para facilitar su cotejo. La numeración al margen corresponde también a esta edición: se señalan en negritas las páginas, mientras que los números en tipografía normal remiten a los de las líneas en que se inician las frases del escrito. Con arreglo a estas referencias han sido confeccionados los índices del texto y se ha dispuesto el comentario. Los asteriscos (*) remiten a las notas redactadas por Kant en el original, o a algún apunte hecho por él en el ejemplar que fue de su propiedad.

PENSAMIENTOS

1,1

sobre la

VERDADERA ESTIMACION DE LAS FUERZAS VIVAS y CRITICA DE LAS DEMOSTRACIONES

de las que
LEIBNIZ Y OTROS MECANICOS
se han servido
en este litigio,
junto con algunas consideraciones previas
que conciernen a

LAS FUERZAS DE LOS CUERPOS EN GENERAL,

por

IMMANUEL KANT.

Al

3,1

muy noble, doctor y experto Señor

JOHANN CHRISTOPH BOHLIUS,

**Doctor en medicina y segundo profesor ordinario de la
Academia de Königsberg,**

así como

Médico real,

especialmente, mi muy honorable protector.

MUY NOBLE SEÑOR, 5,1
 MUY DOCTO Y EXPERTO DOCTOR,
 EN ESPECIAL, MUY HONORABLE PROTECTOR

¿A quién mejor que a vos puedo dirigirme, para sacar todo el provecho posible de algo tan mediocre como el presente escrito? Tras las pruebas de benevolencia que me habeis ofrecido, me atrevo a esperar que también esta libertad será recibida por vos como una prueba de mi agradecimiento. La índole de este opúsculo no tiene nada en sí que me permita confiar en ello, porque el honor de adornarlo con *vuestro* nombre, es algo con lo que mal se podría hacer un regalo. Todo lo que tengo en mi poder para ofreceros es un cúmulo de pensamientos imperfectos, que tal vez son en sí mismos incorrectos, o pierden valor por la insignificancia de su autor; y que, por último, me hacen estar seguro de que no son dignos de ser dedicados a vos. A pesar de ello, abrigo la esperanza, gracias al acabado concepto que me he formado de *vuestra* benevolencia, de que me rendirán el servicio, que aprecio en grado sumo, de daros a conocer mi gratitud por *la misma*. En el futuro tendré más oportunidades de recordar el compromiso con que estoy obligado a vos; pero la presente siempre será una de las mejores para reconocer públicamente mi perpetua consideración.

Muy noble Señor, 6,5
 Muy docto y experto Doctor,
 Especialmente, muy honorable protector,

vuestro más obligado servidor

Königsberg,
 22 de Abril de 1747

IMMANUEL KANT

PROLOGO

7,1

*Nihil magis praestandum est, quam ne pecorum
ritu sequamur antecedentium gregem, pergentes,
non qua eundum est, sed qua itur.*

Seneca, *de vita beata. Cap. I.*

I

Creo tener motivo para obtener del juicio del público al cual ofrezco estas 6
páginas, una opinión tan favorable, que no será interpretada como un cri-
men la libertad que me permito de contradecir a algunos grandes hombres.
Hubo un tiempo en que había mucho que temer en semejante empresa; 9
pero me figuro que ese tiempo ha pasado ya, y que el entendimiento hu-
mano se ha librado por fortuna de las trabas que antaño le imponían la
ignorancia y la admiración servil. En adelante se puede uno atrever audaz- 14
mente a desatender el prestigio de *Newton* y *Leibniz*, si tuviera que opo-
nerse al descubrimiento de la verdad, y a no obedecer otras sugerencias que
el impulso del entendimiento.

II

Si yo rechazo las ideas de un *Leibniz*, *Wolff*, *Hermann*, *Bernoulli*, *Bilfinger* 19
y otros, y doy preferencia a las mías, no quisiera tener jueces más severos
que ellos mismos, pues sé que su juicio, aun cuando rechazase mis opinio-
nes, no condenaría el propósito de las mismas. No se puede hacer mejor 24
alabanza de estos hombres que decir que se podía criticar libremente en su
presencia todas las opiniones, sin exceptuar las suyas. Fue muy digna de 26
alabanza una moderación de este tipo, aunque en una ocasión diferente, en
un hombre de la Antigüedad. Una vez llevaron a *Timoleón* ante los tribuna- 8,2
les, sin considerar los méritos que había contraído con respecto a la libertad
de Siracusa. Los jueces se indignaron por la temeridad de sus acusadores. 4
No obstante, *Timoleón* consideró el caso de un modo muy distinto. Una ini- 5, 6
ciativa así no podía desagradar a un hombre que ponía toda su complacen-
cia en ver a su patria en la más perfecta libertad. Protegió a los que se ser- 8
vían de su libertad incluso contra él mismo. Toda la Antigüedad ha elo- 9
giado este proceder.

21

Después de todos los esfuerzos que han empeñado los hombres más notables en pro de la libertad del entendimiento humano, ¿habría que tener motivo para temer que vaya a desagradarles el resultado de aquélla? 11

III

Voy a aprovechar en beneficio mío esta equidad y moderación. No obstante, sólo las encontraré donde brillen los atributos del mérito y de una ciencia superior. Por lo demás, hay aún una gran masa, sobre la que el prejuicio y la autoridad de las grandes figuras ejercen un dominio despótico. Estos hombres, que quisieran aparecer como árbitros del saber, parecen ser muy diestros en juzgar un libro, sin haberlo leído. Basta con mostrarles su título para que se den a la crítica. Si el autor es desconocido, sin renombre ni mérito, el libro carece de valor, de forma que se pierde el tiempo con él, y más todavía si emprende grandes cosas, como censurar hombres célebres, mejorar las ciencias y preconizar sus propias ideas ante el público. Si en el tribunal de las ciencias contara el número, mi causa sería desesperada. No obstante, el peligro no me inquieta. Estos son, por así decir, los que ocupan el último puesto en el Parnaso, no teniendo en él ni voz ni voto. 16
17
19
21
23
25
29
30

IV

El prejuicio es algo muy humano; fomenta la indolencia y el amor propio, dos cualidades que no desaparecerán más que con la humanidad. El que se encuentra mediatizado por los prejuicios eleva a determinados hombres, que por lo demás sería vano tratar de rebajar y empequeñecer, a una altura inalcanzable por encima de los demás. Esta preeminencia cubre todo lo demás con la apariencia de una perfecta igualdad, y no le permite percibir la diferencia que aún reina entre ellos y que, de otro modo, le expondría a la molesta constatación de ver cómo uno a menudo es superado incluso por los que se encuentran dentro de la medianía. 35
9,1
4

Así pues, en tanto sea poderosa la vanidad de los sentimientos humanos, se mantendrá el prejuicio, lo cual significa que nunca desaparecerá. 10

V

En el curso de este tratado no voy a tener ningún reparo en rechazar francamente la tesis de un hombre famoso, si a mi entender es falsa. Esta libertad me acarrearé consecuencias muy detestables. La gente es muy propensa a creer que quien opina que, en uno u otro punto, tiene un conocimiento más 14
16
17

justo que algún gran estudioso, se figura asimismo que está por encima de él. Me atrevo a decir que esta apariencia es muy engañosa, y que en este caso es realmente errónea. En la perfección del entendimiento humano no se da una proporción ni una similitud con la constitución del cuerpo humano. En éste es posible llegar, partiendo de las dimensiones de uno u otro miembro, a una conclusión sobre la dimensión del todo; pero el caso de la capacidad del entendimiento es muy diferente. La ciencia es un cuerpo desproporcionado, falto de simetría y uniformidad. Un estudioso insignificante supera con frecuencia, en este o aquel sector del conocimiento, a otro que le sobrepasa ampliamente en el volumen total de su ciencia. La vanidad de los hombres no llega, según todas las apariencias, tan lejos que no pueda reconocer esta diferencia y equipare la intelección de ésta o aquella verdad con el vasto conjunto de un conocimiento superior; por lo menos estoy seguro de que no se me haría justicia, si se me hiciera este reproche.

VI

La gente no es tan necia como para pensar que un estudioso de rango no esté sometido al peligro de equivocarse. Sin embargo, no es tan fácil digerir que un autor secundario y desconocido haya evitado el error del que, con toda su agudeza, no ha podido salvarse un gran hombre. Hay mucha osadía en estas palabras: *La verdad que en vano han buscado los más grandes maestros del conocimiento humano, la ha descubierto mi entendimiento por vez primera*. No me atrevo a atribuirme este pensamiento, pero tampoco quisiera renunciar a él.

VII

Tengo la presunción de que a veces no es inútil mantener cierta noble confianza en las propias fuerzas. Una seguridad de este tipo anima nuestros esfuerzos, y les comunica un impulso firme que es muy favorable para la investigación de la verdad. Cuando alguien es capaz de persuadirse de que puede confiar algo en su propio discernimiento, y que es posible coger en falta a un *Leibniz*, se aplica al máximo a verificar su conjetura. Aun después de haberse equivocado mil veces en una empresa, el beneficio obtenido de este modo en el conocimiento de la verdad es mucho más considerable que si se hubiera seguido siempre la senda principal.

En esto me baso yo. Me he trazado ya la ruta que quiero seguir. Voy a emprender mi carrera, y nada ha de impedirme proseguirla.

VIII

Hay aún una nueva objeción que se me hará y a la que, según parece, debo adelantarme. A veces se me escuchará con el tono de un hombre que está muy seguro de la corrección de sus tesis y que no teme ser refutado o que sus conclusiones puedan engañarle. No soy tan fatuo como para figurarme eso realmente, ni tampoco tengo motivo para eliminar con tanta diligencia toda apariencia de error en mis tesis, puesto que, después de todos los deslices a que ha estado sometido en todas las épocas el entendimiento humano, no es una deshonra haberse equivocado. Hay un propósito completamente distinto en mi modo de proceder. Antes de aplicarse a mi tratado, el lector de estas páginas sin duda está ya influido por las tesis que actualmente están en boga acerca de las fuerzas vivas. Sabe lo que se ha pensado al respecto, antes de que Leibniz anunciase al mundo su estimación de las fuerzas, y también tiene que serle ya conocido el pensamiento de este hombre. Inevitablemente se habrá dejado ganar por las conclusiones de uno de los dos partidos, previsiblemente por las del leibniciano, ya que toda Alemania las profesa en la actualidad. Con esta disposición leerá estas páginas. Los alegatos de las fuerzas vivas, bajo la forma de demostraciones geométricas, habrán conquistado todo su espíritu. En consecuencia, verá mis pensamientos sólo como algo dudoso o, si tengo mucha suerte, como algo aparentemente dudoso, cuya resolución dejará al tiempo, no pudiendo obstaculizar la verdad. A esto debo oponer todo mi ingenio, a fin de retener la atención del lector algo más. He de presentarme ante él con toda la fuerza de persuasión que me otorgan mis demostraciones, para llamarle la atención sobre las razones que me inspiran esta confianza.	29 30 33 11,3 4 6 9 12 13 14 17 19
Si expusiese mis pensamientos sólo bajo el signo de la duda, el público, que de todos modos estará inclinado a despreciarlos, los pasaría muy fácilmente por alto, pues una opinión que se cree haber demostrado en alguna ocasión, permanecerá vigente durante mucho tiempo, aun cuando las dudas con que sea impugnada sean ostensibles y difícilmente resolubles.	22
Un autor por lo común arrastra inadvertidamente a sus lectores a la misma disposición en que se encontraba durante la composición de su escrito. Yo quisiera transmitirles, si fuera posible, la certeza antes que la duda, porque aquella resultaría para mí, y acaso también para la verdad, más ventajosa que ésta. Estas son pequeñas artimañas que ahora no puedo descuidar, a fin de restablecer en alguna medida el equilibrio de la balanza, tan comprometido por el prestigio de los grandes hombres.	29 31 34 37

IX

La última dificultad que quiero solventar, es la que se me hará a propósito de la falta de cortesía. Parece que habría podido tratar a los hombres que he osado refutar con más respeto que el que he tenido. Hubiera debido enjuiciar sus tesis con un tono mucho más suave. No hubiera debido calificarlas como *errores, falsedades*, o incluso, *delirios*. La dureza de estas expresiones parece empequeñecer los grandes nombres a quienes se dirigen. En la época de las distinciones, que era también la época de la rudeza de costumbres, se habría respondido que hay que enjuiciar las afirmaciones independientemente de los méritos personales de sus autores. Pero la cortesía de este siglo me impone una ley completamente diferente. No tendría disculpa si la forma de mi expresión ofendiese el respeto que requiere de mí el merecimiento de los grandes hombres. Sin embargo, estoy seguro de que no ocurre esto. Si encontramos errores manifiestos, al lado de los mayores descubrimientos, esto no es tanto un fallo de los hombres, cuanto de la humanidad; y se sobreestimaría en exceso a ésta en la persona de los estudiosos, si se la quisiera preservar por completo del error. Un gran hombre que erige un edificio teórico, no puede prestar atención con la misma fuerza a todos lados. Se fija especialmente en una determinada consideración, y no es extraño que luego se le deslicen en alguno de los demás aspectos faltas que indefectiblemente habría evitado, si en lugar de aquella preocupación hubiera dirigido la atención a las mismas.

Voy a confesar la verdad sin rodeos. Estoy dispuesto a considerar como errores y falsedades las tesis que a mi entender aparezcan como tales; y además ¿por qué habría de contenerme y ocultar en mi escrito estos pensamientos tan medrosamente, para manifestar no lo que pienso, sino lo que a la gente le gustaría que pensase?

Y, hablando en general, tampoco me avendría fácilmente a la ceremonia de imprimir a todos los juicios que exprese sobre los grandes hombres un cierto aire de artificiosidad, de suavizar hábilmente las expresiones y hacer ver en todas partes la huella del respeto; este esfuerzo me pondría con frecuencia en apuros, a causa de la elección de los términos, y me llevaría a la precisión de desviarme del sendero de la consideración filosófica. *Por tanto, quiero aprovechar la ocasión de este preámbulo, para hacer una declaración pública del respeto y la estimación que guardaré siempre a los grandes maestros de nuestro conocimiento que voy a tener el honor de llamar mis adversarios, y a los que la libertad de mis juicios más desfavorables no puede producir el menor perjuicio.*

X

Después de los diferentes prejuicios que hasta ahora he tratado de eliminar, queda por último un prejuicio en cierto modo legítimo, al cual tendré que agradecer todo lo que pueda haber de convincente en mi escrito. Si muchos grandes hombres, de probada penetración y discernimiento, llegan a mantener una misma tesis, en parte por caminos diferentes, y en parte por el mismo, la suposición de que sus demostraciones son correctas es mucho más probable que admitir que el entendimiento de un autor irrelevante cualquiera haya afinado más en las mismas. Por ello éste tiene serios motivos para hacer especialmente clara y precisa la crítica de su propia consideración, y para analizarla y detallarla de modo que, en el caso de que cometa un sofisma, le salte a la vista; porque se presupone que, si las reflexiones están igualmente complicadas, descubrirá antes la verdad el que aventaje a los demás en penetración. Por consiguiente ha de hacer su investigación en lo posible fácil y simple, para que pueda suponer tanta luz y corrección en su reflexión, según la medida de su capacidad de juicio, como los otros, según la medida del suyo, en una investigación mucho más complicada.	13 17 22 28
En la ejecución de mi plan he convertido en ley esta observación, como se percibirá enseguida.	34 35

XI

Antes de finalizar este preámbulo, vamos a dar a conocer brevemente el estado actual de la controversia sobre las <i>fuerzas vivas</i> .	14,2
Según parece, <i>Leibniz</i> no reconoció por primera vez las fuerzas vivas en los casos que presentó inicialmente al público. Los comienzos de una opinión son por lo regular mucho más simples, especialmente tratándose de una opinión que conlleva algo tan extraordinario y audaz como la estimación por el cuadrado. Hay ciertas experiencias, muy comunes, por las que percibimos que un movimiento real, p. ej., un golpe o un choque, comporta siempre más potencia que una presión muerta, si es igualmente vigorosa. Acaso fue esta observación el germen de un pensamiento que, en manos de <i>Leibniz</i> , no podía permanecer infructuoso y que alcanzó las dimensiones de una de las teorías más célebres.	5 7 9 13

XII

Hablando en general, la cuestión de las fuerzas vivas parece haber sido expresamente hecha, por así decir, para que el entendimiento fuese seducido por ella en cualquier época. <i>Los obstáculos de la gravedad superados, los</i>	18 21
--	----------

cuerpos desplazados, los resortes comprimidos, las masas movidas, las velocidades que se originan en el movimiento compuesto, todo concuerda de un modo extraordinario en producir la apariencia de la *estimación por el cuadrado*. Hubo un tiempo en que la cantidad de demostraciones obtenía lo que en otros hubiera conseguido su agudeza y evidencia. Este tiempo subsiste hoy entre los defensores de las fuerzas vivas. Si en una u otra de sus demostraciones sienten poca convicción, la apariencia de verdad que por tantos otros lados se muestra en contrario refuerza su asentimiento y no le deja volverse vacilante.

XIII

Es más difícil decir hacia qué lado se han inclinado las perspectivas de victoria en la polémica de las fuerzas vivas. Los dos *Bernoulli, Leibniz y Hermann*, que estaban a la cabeza de los filósofos de su nación, no pudieron ser superados por la autoridad de los restantes estudiosos de Europa. Estos hombres, que tenían en su poder todas las armas de la geometría, eran los únicos capaces de sustentar una opinión que quizá no se hubiera podido dar a conocer, de haberse encontrado en manos de unos defensores menos célebres.

Tanto el partido de *Descartes* como el de *Leibniz* han sentido respecto a su parecer toda la convicción de que es capaz comúnmente el conocimiento humano. Ambas partes se han quejado del prejuicio de sus adversarios, y cada partido ha creído que no se habría podido poner en duda su parecer, si sus adversarios se hubieran querido tomar la molestia de considerarlo con el recto equilibrio de las inclinaciones anímicas.

Con todo, se da una diferencia notable entre el modo con que trata de sostenerse el partido de las fuerzas vivas, y aquél con que se defiende la estimación de *Descartes*. Esta se apoya sólo en casos sencillos, en los que la determinación de la verdad y el error es fácil y segura; aquél, por el contrario, hace sus demostraciones tan obscuras y complicadas como puede, y se salva, por así decir, gracias a la ayuda de la noche de un combate en el que a la luz del día llevaría quizá la peor parte.

Los leibniciansos tienen además casi todas las experiencias de su lado; esto es quizá lo único en que aventajan a los cartesianos. *Poleni, 'sGravesande y van Musschenbroek* les han prestado este servicio, cuyas consecuencias tal vez habrían sido excelentes, si se hubiera utilizado adecuadamente.

No voy a relatar en este preámbulo lo que en el presente tratado me propongo realizar en la cuestión de las fuerzas vivas. Este libro cifra únicamente en su brevedad la esperanza de ser leído; por tanto le será fácil al lector familiarizarse por sí mismo con el contenido.

De confiar algo en mi propia presunción, diría que mis opiniones pudie- 36
ran prestar una ayuda oportuna a poner término a una de las mayores desa-
venencias que imperan actualmente entre los geómetras de Europa. Pero 16,2
esta persuasión es fútil: en ninguna parte vale menos el juicio de un hombre,
que en sus propios asuntos. No estoy tan prevenido en favor de los míos, 4
como para prestar oídos a un prejuicio del amor propio. Sin embargo, inde- 6
pendientemente de lo que resulte de ello, me atrevo a pronosticar con segu-
ridad que, o bien se resuelve pronto esta controversia, o no acabará jamás. 9

DE LA FUERZA DE LOS CUERPOS EN GENERAL

2

§ 1

Cada cuerpo
tiene una fuerza
esencial

Voy a comenzar estableciendo algunos conceptos metafísicos sobre la fuerza de los cuerpos en general, porque creo que es algo que puede contribuir al propósito que tengo de hacer segura y definitiva la doctrina de las fuerzas vivas. 4

Se dice que un cuerpo que está en movimiento posee una fuerza. Porque todo el mundo llama actuar a esto: vencer obstáculos, comprimir resortes, desplazar masas... De no verse más allá de lo que enseñan los sentidos, se consideraría esta fuerza como algo comunicado al cuerpo exclusivamente desde el exterior, y de lo que carece cuando está en reposo. Toda la muchedumbre de los filósofos anteriores a *Leibniz* era de esta opinión, exceptuando tan sólo a *Aristóteles*. Se cree que la obscura entelequia de este hombre constituiría el secreto de las acciones de los cuerpos. Ninguno de los escolásticos que siguieron a *Aristóteles* ha comprendido este enigma, y quizá tampoco ha sido hecho para que alguien pudiera comprenderlo. *Leibniz*, al que la razón humana tanto tiene que agradecer, fue el primero en enseñar que en los cuerpos reside una fuerza esencial, que les corresponde antes incluso que la extensión. Estas son sus palabras: *Est aliquid praeter extensionem imo extensione prius*. 9
10
11
14
16
17
20
22
23

§ 2

Leibniz denominó genéricamente a esta fuerza de los cuerpos, *fuerza activa*

Esta fuerza fue denominada por su descubridor con el nombre general de fuerza activa. Habría que haber seguido sus pasos en los sistemas metafísicos; pero se trató de determinar algo más esta fuerza. El cuerpo, se dice, 18,2
3
6

29

tiene una fuerza motriz, puesto que se ve que no hace otra cosa más que producir movimientos. Cuando presiona trata de moverse; pero sólo si el movimiento es real la fuerza está en ejercicio. No obstante yo sostengo que, cuando se atribuye a los cuerpos una fuerza motriz (*vim motricem*) esencial para disponer de una respuesta a la pregunta por la causa del movimiento, se pone en práctica de algún modo el artificio que empleaban los escolásticos al refugiarse en una *vi calorifica* o *frigifaciente* en la investigación de las razones del calor o el frío.

§ 3

La fuerza esencial debería llamarse en justicia *vim activam*

No se habla con propiedad cuando se convierte el movimiento en una forma de acción, y se le adjudica por esto una fuerza del mismo nombre. Un cuerpo al que se opone una resistencia infinitamente pequeña, y que por lo tanto no produce prácticamente efecto alguno, posee el máximo de movimiento. El movimiento es sólo el fenómeno externo del estado del cuerpo que no actúa, sino que se esfuerza por actuar; únicamente actúa cuando pierde repentinamente su movimiento a causa de un obstáculo, esto es, en el momento que recobra el reposo. En consecuencia, no se debería designar la fuerza de una sustancia por lo que de ningún modo es una acción, ni mucho menos decir de los cuerpos que actúan en reposo (p. ej., una bola que oprime con su peso la mesa sobre la que descansa) que tratan de moverse. Porque, como no actuarían si se moviesen, habría que decir que, mientras el cuerpo actúa, se esfuerza por alcanzar un estado en que no lo haga. Por tanto, habría que denominar en general la fuerza de un cuerpo mucho antes *vim activam*, que *vim motricem*.

§ 4

Cómo puede ser explicado en general el movimiento a partir de la fuerza activa

En cambio, nada hay más sencillo que derivar el origen de lo que llamamos movimiento a partir del concepto general de fuerza activa. La sustancia *A*, cuya fuerza está determinada a actuar fuera de sí (esto es, a modificar el estado interno de otras sustancias), o encuentra de inme-

diato en el primer momento de su esfuerzo un objeto que asimila toda su fuerza, o no lo encuentra. Si a todas las sustancias les sucediese lo primero, no conoceríamos ningún movimiento, ni tampoco denominaríamos por éste la fuerza de los cuerpos. Pero si la sustancia *A* no puede aplicar toda su fuerza en el primer momento de su esfuerzo, aplicará tan sólo una parte de ella. Sin embargo, no puede permanecer inactiva con la parte restante. Antes bien ha de actuar con toda su fuerza, porque dejaría de llamarse fuerza si no fuese aplicada por completo. Dado que no se pueden encontrar las consecuencias de esta aplicación en el estado coexistente del universo, tendrán que encontrarse en la segunda dimensión del mismo, a saber, en la serie sucesiva de las cosas. El cuerpo aplicará por tanto su fuerza no de una vez, sino poco a poco. Sin embargo, no puede actuar en los instantes sucesivos sobre las mismas sustancias que al principio, porque éstas sólo asimilan la primera parte de su fuerza, pero no son capaces de recibir la restante; por tanto, *A* actúa sucesivamente sobre otras sustancias. No obstante, la sustancia *C*, sobre la que actúa en el segundo momento, tiene que tener respecto de *A* una relación de lugar y posición completamente diferente de *B*, sobre la que actuó al principio, pues de otro modo no habría ninguna razón para que *A* no hubiese actuado desde el comienzo, de una vez, tanto sobre la sustancia *C*, como sobre *B*. De la misma manera, las sustancias sobre las que actúa en momentos sucesivos tienen cada una una posición diferente respecto al lugar primitivo del cuerpo *A*. Esto significa que *A* cambia de lugar al actuar sucesivamente.

§ 5

Dificultades que se presentan en la doctrina de la acción del cuerpo sobre el alma, si no se atribuye éste a otra fuerza que la *vim motricem*

Como no percibimos claramente qué hace un cuerpo cuando actúa en estado de reposo, nos remitimos siempre al movimiento que se seguiría si se eliminase la resistencia. Bastaría servirse del mismo como signo externo de lo que ocurre en el cuerpo y no podemos ver. Pero por lo regular se considera el movimiento como el producto y la consecuencia única de la fuerza, cuando se manifiesta adecuadamente. Dado que es tan fácil volver de este pequeño extravío a los conceptos correctos, no se debió pensar que tal

error tuviese consecuencias. No obstante de hecho es así, 10
aunque no en la mecánica ni en la física. Porque precisa- 11
mente por esto llega a ser tan difícil de concebir en la me-
tafísica, cómo es capaz la materia de suscitar representa-
ciones en el alma humana de un modo de hecho eficaz 15
(esto es, a través del influjo físico). ¿Qué otra cosa hace la 16
materia, se dice, que causar movimientos? De acuerdo
con esto, toda su fuerza servirá en todo caso para despla- 17
zar el alma. Sin embargo, ¿cómo es posible que la fuerza,
que sólo produce movimientos, engendre ideas y repre-
sentaciones? Estos son géneros tan diversos de cosas, que 19
no es concebible cómo puede una ser la fuente de las otras.

§ 6

Dificultad que se origina de aquí cuando se trata de la acción del alma sobre el cuerpo. Y cómo puede suprimirse mediante la denominación de una *vis activae* en general

Una dificultad idéntica se manifiesta cuando se pregunta 23
si el alma está también en condiciones de poner la materia
en movimiento. Sin embargo, ambas dificultades desapare- 25
cen, y el influjo físico recibe no poca luz, si se cifra la
fuerza de la materia no en el cálculo del movimiento, sino
en el de los efectos sobre otras sustancias que no son sus-
ceptibles de mayor determinación. Porque entonces la 30
pregunta de si el alma puede causar movimientos, esto es,
si tiene una fuerza motriz, se transforma en esta otra:
¿puede determinarse su fuerza esencial hacia una acción
externa?, esto es, ¿es capaz de actuar fuera de sí sobre
otros seres y producir cambios? Esta pregunta puede res- 35
ponderse decididamente así: el alma tiene que poder pro-
ducir efectos fuera de sí porque está en un lugar. Ya que, si 21,1
analizamos el concepto de lo que llamamos lugar, encon-
tramos que alude a las interacciones mutuas de las sustan-
cias. Sólo esta pequeña confusión conceptual ha impe- 3
dido a cierto sagaz autor redondear el triunfo del influjo
físico sobre la armonía preestablecida, confusión que se
evita fácilmente en cuanto se fija uno en ella.

Si se denomina fuerza activa a la fuerza de los cuerpos en general, se comprende fácilmente cómo puede determinar la materia ciertas representaciones en el alma

Es igual de fácil comprender este tipo de paradoja: ¿cómo 9
es posible que la materia, que no se concibe que pueda
causar más que movimientos, imprima en el alma ciertas
representaciones e imágenes? Porque la materia que se 13
pone en movimiento actúa sobre todo lo que está unida a
ella en el espacio, y por tanto sobre el alma también; esto
es, modifica el estado interno de la misma, en la medida

que se relaciona con el exterior. Ahora bien, el estado interno del alma no es más que el compendio de todas sus representaciones y conceptos, y en la medida en que este estado interno se relaciona con el exterior, se llama el *status repraesentativus universi*; por ello la materia modifica, a través de la fuerza que tiene al moverse, el estado del alma mediante el cual se representa el universo. De este modo se comprende cómo puede imprimir representaciones en el alma.

§ 7

Realmente pueden existir cosas sin que, sin embargo, estén presentes en ningún lugar del universo

Es difícil no desvariar en una materia de tan amplios contornos; no obstante, he de retornar únicamente a lo que he querido indicar acerca de la fuerza de los cuerpos. Como todo enlace y relación de las sustancias que existen unas fuera de otras procede de las variadas acciones que ejercen recíprocamente sus fuerzas, podemos ver las verdades que se pueden deducir de este concepto de fuerza. Una sustancia, o está enlazada y unida con otra exterior a ella, o no lo está. Como cada ser autónomo contiene dentro de sí la fuente completa de todas sus determinaciones, no es necesario a su existencia que esté enlazado con otras cosas. De aquí que puedan existir sustancias carentes de toda relación de exterioridad con respecto a otras, o sea, sin ningún enlace real con ellas. Ahora bien, como no puede haber ningún lugar sin conexiones externas, posiciones y relaciones, es bien posible que exista realmente una cosa, a pesar de no estar presente en ninguna parte del universo. Esta paradoja no había sido aún, que yo sepa, advertida por nadie, aunque es una consecuencia, y muy fácil por cierto, de las verdades más patentes. Pero aún se deducen de la misma fuente otras proposiciones no menos extraordinarias y que se imponen al entendimiento, por así decir, contra su voluntad.

§ 8

Es verdad, en un sentido metafísico correcto, que puede existir más de un universo

Como no se puede decir que algo sea una parte de un todo si no está enlazado de algún modo con las partes restantes (pues de otra forma no habría ninguna diferencia entre una unión real y otra imaginaria), y como el universo es un

ser realmente compuesto, una sustancia que no esté vinculada con ninguna cosa en todo el universo tampoco pertenecerá al universo, ya que es meramente imaginaria, es decir, no formará parte del mismo. De haber muchos seres semejantes, que no estén conectados con ninguna cosa del universo, pero que tengan entre sí una relación mutua, originarían un todo muy peculiar, integrarían un universo peculiar. Por eso, cuando se enseña en los auditorios filosóficos que en sentido metafísico no puede existir más que un sólo universo, no se habla con propiedad. Es posible en realidad, incluso en un sentido metafísico correcto, que Dios haya creado muchos millones de universos; de modo que queda por decidir si además existen realmente o no. El error que se ha cometido aquí se ha originado sin duda porque no se ha prestado atención precisa a la especificación de universo. Porque la definición sólo incluye en el universo lo que está realmente enlazado con las demás cosas,* mientras que el teorema olvida esta limitación y habla de todas las cosas existentes en general.

§ 9

Si las sustancias no tuviesen ninguna fuerza para actuar fuera de sí, no existiría la extensión, ni tampoco el espacio

Es fácil probar que no habría espacio ni extensión si las sustancias estuviesen desprovistas de fuerza para actuar fuera de sí. Porque sin esta fuerza no hay enlace alguno; sin éste, tampoco orden y, finalmente, sin éste, tampoco espacio. Sin embargo, es más difícil comprender cómo se origina la multiplicidad de dimensiones del espacio de la ley que rige la acción externa de esta fuerza de las sustancias.

No se conoce todavía la razón de la tridimensionalidad del espacio

Como he percibido un círculo vicioso en la demostración extraída por Leibniz en alguna parte de la Teodicea del número de rectas que se pueden trazar perpendicularmente por un punto, he pensado probar la tridimensionalidad del espacio a partir de lo que se percibe en las potencias de los números. Las tres primeras potencias de los mismos son completamente simples y no se dejan reducir a ninguna otra; pero la cuarta, en cuanto cuadrado del cua-

* *Mundus est rerum omnium contingentium simultanearum & successivarum inter se connexarum series.* 23,34
35

drado, no es más que una repetición de la segunda potencia. Pero, por buena que me pareciese esta propiedad de los números para explicar la tridimensionalidad del espacio, no resulta válida en la práctica. Porque la cuarta potencia es, en todo lo que nos podemos representar del espacio con la imaginación, un absurdo. No se puede multiplicar en la geometría un cuadrado por sí mismo, ni el cubo por su raíz; por tanto, la necesidad de la tridimensionalidad no descansa tanto en que, si se establecen más dimensiones, no es más que como si se repitiesen las anteriores (al igual que pasa con las potencias de los números), sino más bien en otro tipo de necesidad, que no estoy en situación de explicar.

§ 10

Es probable que la tridimensionalidad del espacio provenga de la ley según la cual actúan recíprocamente las fuerzas de las sustancias

Como todo lo que figura entre las propiedades de una cosa tiene que poder ser derivado de lo que contiene la razón completa de la cosa misma, también se fundarán las propiedades de la extensión, y por tanto su tridimensionalidad, en las propiedades de la fuerza que poseen las sustancias con respecto a las cosas con que están ligadas. La fuerza con que actúa una sustancia al asociarse a otras no puede concebirse sin una ley que se manifieste en la forma de su acción. Como la forma de la ley con arreglo a la cual interactúan las sustancias ha de determinar asimismo el modo de asociación y composición de muchas de ellas, la ley con arreglo a la cual se mide todo un conjunto de sustancias (esto es, un espacio), o las dimensiones de la extensión, provendrán de las leyes con que tratan de agruparse las sustancias, en virtud de sus fuerzas esenciales.

La tridimensionalidad parece estribar en que las sustancias interactúan en el universo existente de tal modo que la fuerza de la acción es inversamente proporcional al cuadrado de las distancias

Por ello infiero: primero, que las sustancias en el universo existente del cual formamos parte tienen fuerzas esenciales, de forma que sus acciones se propagan en asociación recíproca en proporción inversa al cuadrado de las distancias; segundo, que el todo resultante tiene en virtud de esta ley la propiedad de la tridimensionalidad; tercero, que esta ley es arbitraria y que Dios hubiera podido elegir otra, por ejemplo, la proporción inversa del cubo de las distancias; cuarto, por último, que de otra ley se habría derivado una extensión de otras propiedades y dimensiones. Una ciencia de todas estas posibles clases de espacios sería con

toda seguridad la más alta geometría abordable por un entendimiento finito. La imposibilidad que percibimos en nosotros mismos para figurarnos un espacio de más de tres dimensiones, me parece estribar en que nuestra alma recibe igualmente las impresiones externas según la ley de la doble relación inversa de las distancias, y en que su naturaleza misma está hecha de modo que no sólo sufre, sino que actúa fuera de sí de esta manera. 33

§ 11

Condición bajo la cual es probable que haya muchos universos

Si es posible que haya extensiones de otras dimensiones, también es muy probable que Dios las haya puesto en alguna parte, porque sus obras tienen toda la grandeza y diversidad que sólo ellas pueden abarcar. Espacios de esta clase no podrían en modo alguno estar relacionados con los que son de una naturaleza completamente diferente; por eso tales espacios no pertenecerían en absoluto a nuestro universo, sino que tendrían que constituir universos propios. Antes he mostrado que, en sentido metafísico, podrían coexistir varios universos; pero ésta es a la vez la única condición por la que, según me parece, sería también probable que existieran realmente muchos universos. Porque de ser posible solamente el espacio tridimensional, los otros universos situados fuera del que habitamos podrían relacionarse en el espacio con el nuestro, dado que son espacios de la misma clase. Entonces cabría preguntarse por qué Dios ha separado un universo de los demás, ya que por medio de su conexión habría comunicado a su obra mayor perfección; puesto que cuanto mayor unión, tanta más armonía y concordancia hay en el universo, mientras que, en cambio, los huecos y separaciones violan las leyes del orden y la perfección. Por tanto no es probable que existan muchos universos (si bien en sí mismo es posible), a no ser que sean posibles las diversas clases de espacio que he mencionado. 25,4 8 12 16 20 25

Estos pensamientos pueden ser el esbozo de una consideración que me reservo. Pero no puedo negar que los comunico tal como se me ocurren, sin asegurar su certeza mediante una investigación más detenida. Por tanto, estoy dispuesto a desecharlos tan pronto como un juicio más maduro me descubra su debilidad. 28 29 31

§ 12

Algunos profesores de metafísica afirman que los cuerpos, en virtud de su fuerza, tratan de moverse hacia todos lados	La filosofía más reciente estipula ciertos conceptos sobre la fuerza esencial de los cuerpos que en ningún caso pueden ser aprobados. Se les atribuye un esfuerzo perpetuo de movimiento. Aparte del defecto que, como he mostrado al principio, conlleva este concepto, hay además otro del que voy a hablar a continuación. Si la fuerza es un esfuerzo perpetuo por actuar, sería una contradicción manifiesta pretender que este conato de la fuerza es absolutamente indeterminado con respecto a las cosas exteriores. Porque, en virtud de su definición, trata de actuar fuera de sí sobre otras cosas, y de acuerdo con las tesis aceptadas por los metafísicos más recientes, actúa realmente sobre ellas. Por ello, parecen hablar con más propiedad los que dicen que está dirigida hacia todos lados y no que está absolutamente indeterminada con respecto a la dirección. El famoso <i>Hamberger</i> sostiene por ello que la fuerza sustancial de las mónadas trata de moverse hacia todos lados igualmente, y así se mantiene en reposo, como una balanza, mediante el equilibrio de las presiones contrapuestas.	35 26,1 2 5 8 11 14
---	--	---------------------------------------

§ 13

Primera objeción contra esta opinión	Según este sistema, el movimiento se origina cuando se ha perdido el equilibrio de las tendencias contrapuestas, y el cuerpo se mueve en la dirección de la tendencia mayor con el exceso de fuerza que ésta ha mantenido sobre la menor contrapuesta. Ciertamente esta explicación satisface a la imaginación en el caso de que el cuerpo motor vaya junto con el cuerpo movido. Porque este caso es semejante a cuando alguien sostiene con una mano uno de los platos en equilibrio de la balanza, y así provoca el movimiento del otro. Pero un cuerpo que ha sido puesto en movimiento mediante un choque lo prosigue indefinidamente, a pesar de que la potencia impulsora deje de actuar sobre él. Sin embargo, de acuerdo con la teoría referida no podría proseguir su movimiento, sino que tan pronto como el cuerpo impulsor dejase de actuar sobre él, quedaría repentinamente en reposo. Porque, dado que las tendencias dirigidas hacia todos lados de la fuerza del cuerpo son in-	19 23 25 28 30 33
--------------------------------------	---	----------------------------------

separables de su sustancia, tan pronto como la potencia externa que había contrarrestado una de las tendencias deje de actuar, se recuperará al momento el equilibrio entre estas inclinaciones.

§ 14

Segunda objeción contra esta opinión

Pero ésta no es la única dificultad. Como una cosa debe estar determinada en todos los casos, el esfuerzo de movimiento que ejercen las sustancias en todas direcciones, deberá tener un cierto grado de intensidad. Porque no puede ser infinito; pero un empeño por obrar finito sin una cantidad determinada de conato es imposible. Por lo tanto, como el grado de intensidad es finito y determinado, supóngase que un cuerpo *A*, de la misma masa, tropieza con él con una potencia que es tres veces mayor que todo el empeño de movimiento poseído por éste en la fuerza esencial de su sustancia; de este modo sólo podrá tomar del colisionante, a través de su *vim inertiae*, la tercera parte de su velocidad, aunque tampoco él alcanzará más velocidad que la equivalente a la tercera parte de la del cuerpo impulsor. Por tanto, después del choque el cuerpo colisionante *A* deberá moverse con dos grados de velocidad, mientras que *B* lo hará tan sólo con un grado en la misma dirección.



Ahora bien, como *B* está en la trayectoria del cuerpo *A*, y no adquiere toda la velocidad que precisa para no obstaculizar el movimiento del cuerpo *A*, y como independientemente de esto no es capaz de detener su movimiento, *A* se moverá realmente en la dirección *AC* (Fig. 1), con velocidad 2, mientras que *B*, que está en la trayectoria del cuerpo *A*, lo hará en la misma dirección con velocidad 1, y no obstante ambos movimientos se desarrollarán sin obstáculos. Mas esto es imposible, a no ser que se quisiera suponer que *B* fuera traspasado por *A*, lo cual es un absurdo metafísico.*

* Se comprende esto más claramente si se considera que el cuerpo *A*, después del choque, estará en *C* cuando *B* no ha pasado todavía del punto *D*, que divide el segmento *AC* por la mitad, pues de otro modo no podría haberle sacado ninguna ventaja.

§ 15

Doble división
del movimiento

Es hora de que termine este preámbulo metafísico. Sin embargo, no puedo menos que añadir una observación que considero indispensable para la comprensión de lo que sigue. Presupongo que el lector conoce los conceptos de presión muerta y su medida, que figuran en la mecánica, y en general no voy a desarrollar en estas páginas un tratado completo sobre todo lo relativo a las fuerzas vivas y muertas; sino que sólo voy a esbozar algunas ideas que me parecen novedosas y que son convenientes para mi propósito de mejorar la medida leibniziana de las fuerzas. Por eso divido los movimientos en dos clases principales. Una tiene la propiedad de que se conserva por sí misma en los cuerpos a los que ha sido comunicada, y perdura indefinidamente si no se interpone ningún obstáculo. La otra es un efecto perpetuo de una fuerza permanentemente impulsora que no precisa una resistencia para destruirlo, sino que descansa sólo en la fuerza externa, y desaparece tan pronto como ésta deja de mantenerse. Los proyectiles disparados y todos los cuerpos arrojados son ejemplo de la primera clase; de la segunda, el movimiento de una bola que es empujada poco a poco con la mano, o también todos los cuerpos que son llevados o arrastrados con una velocidad moderada.

5

12

12

15

19

§ 16

El movimiento de
la segunda clase
no es diferente de
la presión muerta

Se comprende fácilmente, sin aventurarse en una profunda consideración de la metafísica, que la fuerza que se manifiesta en el movimiento de la primera clase tiene algo de infinito en comparación con la fuerza del segundo género. Porque ésta se aniquila en parte ella misma y se desvanece de repente por sí misma tan pronto como se retira la fuerza impulsora; por lo cual puede considerársela como si desapareciese en cada instante, si bien es engendrada de nuevo con la misma frecuencia; mientras que en cambio aquélla es una fuente interna de una fuerza en sí misma imperecedera, que desarrolla su acción en un tiempo perpetuo. Por lo tanto guarda con aquélla la misma proporción que un instante en relación al tiempo, o un punto con respecto a una línea. Por ello, un movi-

24

28

34

35

39

miento de esta clase no es diferente de la presión muerta, como ha señalado Wolff en su cosmología.

§ 17

El movimiento de la primera clase presupone una fuerza proporcional al cuadrado de la velocidad	Como deseo hablar propiamente del movimiento que se conserva por sí mismo indefinidamente en un espacio vacío, voy a examinar brevemente la naturaleza del mismo de acuerdo con los conceptos de la metafísica. Si un cuerpo se mueve libremente en un espacio infinitamente sutil, su fuerza puede medirse por la suma de todos los efectos que produce a perpetuidad. Pues, si este agregado no fuese igual a toda su fuerza, para encontrar una suma que fuese igual a toda la intensidad de la fuerza no bastaría con tomar un tiempo infinito, lo cual es absurdo. Si se comparan entonces dos cuerpos <i>A</i> y <i>B</i> , que tienen velocidades iguales a 2 y 1, <i>A</i> comprime, desde el comienzo de su movimiento e indefinidamente, las masas infinitamente pequeñas del espacio que atraviesa con dos veces más velocidad que <i>B</i> ; pero además recorre en este tiempo infinito un espacio dos veces mayor que <i>B</i> ; por tanto, la cantidad total de efecto que <i>A</i> produce es proporcional al producto de la fuerza con que tropieza con las partículas del espacio por la cantidad de estas partes, y lo mismo ocurre con la fuerza de <i>B</i> . En ambos, sus efectos sobre las pequeñas moléculas del espacio son proporcionales a sus velocidades, y las cantidades de estas partes son igualmente proporcionales a las velocidades; por consiguiente, la razón de la magnitud total de efecto de un cuerpo con respecto a la del otro es como el cuadrado de sus velocidades, y por tanto también sus fuerzas están en esta proporción. *	29,4 7 11 14 23 28
---	---	-----------------------------------

§ 18

Segundo argumento al respecto	Puede recordarse, para tener una noción mejor de esta propiedad de las fuerzas vivas, lo que se ha dicho en el § 16. Las presiones muertas no pueden tener mayor me-	30 30,1
-------------------------------	--	------------

* Como en este escrito quiero oponer a la opinión de Leibniz ciertas objeciones, parece que yo mismo me contradigo, puesto que en este § ofrezco una prueba que ratifica su opinión. No obstante, en el último capítulo mostraré que la opinión de Leibniz, si se restringe en cierto modo, se verifica realmente.

dida que la simple velocidad; ya que, como la fuerza de los cuerpos que la ejercen no descansa en sí misma, sino que la ejerce una potencia externa, la resistencia que vence no requiere un esfuerzo especial en correspondencia al vigor con que esta fuerza tiende a conservarse en el cuerpo (puesto que la fuerza no radica en modo alguno en la sustancia actuante, ni se esfuerza por conservarse en ella), sino que únicamente precisa anular la velocidad que el cuerpo necesita para cambiar de lugar. Pero el caso de las fuerzas vivas es muy diferente. Como el estado en que se encuentra la sustancia al moverse libremente con una velocidad determinada está perfectamente fundado en las determinaciones internas, la misma sustancia se esfuerza a la vez por mantenerse en este estado. Por consiguiente, la resistencia externa debe tener, además de la fuerza que necesita para contrapesar la velocidad de este cuerpo, una potencia especial para vencer la tendencia con que la fuerza interna del cuerpo trata de conservar en sí ese estado de movimiento, y el vigor total de la resistencia que debe detener los cuerpos que se mueven libremente ha de estar por tanto en razón compuesta de la proporción de la velocidad y de la fuerza con que el cuerpo trata de conservar esta situación; esto es, dado que ambas proporciones son iguales, la fuerza que precisa la resistencia es proporcional al cuadrado de la velocidad del cuerpo colisionante.

§ 19

No puedo prometerme conseguir algo decisivo e irrefutable en una consideración que es meramente metafísica, por eso me remito al siguiente capítulo que, por medio de la aplicación de las matemáticas, tal vez pueda alcanzar mayor poder de persuasión. Nuestra metafísica, como muchas otras ciencias, sólo se encuentra de hecho en el umbral de un conocimiento cabalmente fundado; Dios sabe si se le verá transponerlo. No es difícil ver sus debilidades en mucho de lo que emprende. Muy a menudo se encuentra que la mayor fuerza de sus demostraciones es el prejuicio. Nada hay tan culpable de ello como la tendencia predominante de los que tratan de acrecentar el conocimiento humano. Gustosamente querrían tener una gran

filosofía, pero sería deseable que también fuese sólida. 5
Para un filósofo, casi la única compensación por su es- 5
fuerzo es poder sosegarse finalmente, tras una fatigosa in-
vestigación, con la posesión de una ciencia cabalmente 7
fundada. Por eso es mucho pedirle que sólo ocasional- 7
mente confíe en su propia aprobación, que no silencie en
sus descubrimientos las imperfecciones que no está en
condiciones de mejorar, y que nunca sea tan vanidoso
como para posponer el auténtico provecho del conoci-
miento al placer que da la ilusión de una ciencia profunda.
El entendimiento es muy propenso al aplauso, y es en ver- 13
dad muy difícil abstenerse de él mucho tiempo; pero de to-
dos modos debería uno contenerse, a fin de sacrificar a un
conocimiento fundado todo lo que, en sí mismo, tiene un
gran atractivo. 16

**EXAMEN DE LAS TESIS DEL PARTIDO
LEIBNICIANO SOBRE LAS
FUERZAS VIVAS** 2

§ 20

En la memoria que Bilfinger ha presentado a la Academia de San Petersburgo, encuentro una consideración que me ha servido siempre de regla en la investigación de la verdad. Cuando hombres inteligentes sostienen opiniones mutuamente encontradas, sin que quepa la sospecha de segundas intenciones en ninguna de las partes, es plausible en buena lógica centrar la atención preferentemente en una tesis intermedia que dé en parte la razón a ambos partidos. 5
7

§ 21

No sé si otras veces habré sido afortunado al pensar así, pero espero serlo en la controversia de las fuerzas vivas. Nunca se había dividido el mundo en ciertas opiniones como en las que conciernen a la medida de las fuerzas de los cuerpos en movimiento. Los partidos son, según todas las apariencias, igualmente fuertes y razonables. Es cierto que pueden mezclarse intenciones espurias, pero ¿qué partido puede decirse que esté completamente libre de ellas? Así pues, escojo el camino más seguro, siguiendo una opinión que haga justicia a los dos grandes partidos. 15
17
19
20
22
23

§ 22

Estimación de las fuerzas de Leibniz y Descartes

Antes de *Leibniz*, el mundo no había profesado otra tesis que la de *Descartes*, que daba la simple velocidad como medida de la fuerza de los cuerpos, incluso de los que se 33,2

mueven realmente. A nadie se le ocurrió que fuera posible ponerla en duda; pero Leibniz conmocionó repentinamente la razón humana con el anuncio de una nueva ley, que con el tiempo se ha convertido en una de las que han provocado mayor polémica entre los estudiosos. Descartes había estimado las fuerzas de los cuerpos en movimiento sencillamente por las velocidades; pero Leibniz estableció como medida el cuadrado de su velocidad. No propuso esta regla, como cabría pensar, bajo ciertas condiciones solamente, dejando algún lugar a la anterior, no; sino que rechazó, absolutamente y sin restricción, la ley de Descartes, y puso la suya en su lugar.

§ 23

Primer defecto de la medida <i>leibniziana</i> de las fuerzas	<p>Propiamente hay dos puntos que encuentro censurables en la regla de <i>Leibniz</i>. Uno, que trataré ahora, no comporta consecuencias de importancia en el tema de las fuerzas vivas; pero no puede dejar de observarse, para no omitir en una tesis de tanta importancia nada que puede excusarle de cualquier reproche que quiera hacersele.</p> <p>Se ha enunciado siempre la medida <i>leibniziana</i> de las fuerzas de esta forma: <i>Si se supone que un cuerpo tiene un movimiento real, su fuerza es proporcional al cuadrado de su velocidad</i>. Por tanto, según esta tesis, el único rasgo distintivo de esta medida de la fuerza es el movimiento real. Sin embargo, un cuerpo puede moverse <i>realmente</i>, aun cuando su fuerza no sea mayor que la que desarrollaría con esta velocidad inicial meramente por la presión. Ya he probado esto en el capítulo anterior, y lo repito de nuevo. Una bola que empujo con toda suavidad sobre una superficie lisa, cesa de moverse tan pronto como aparto la mano. En consecuencia, en un movimiento así la fuerza del cuerpo se disipa en cada instante, aunque con la misma frecuencia es restablecida por una nueva presión. Así pues, en el momento en que el cuerpo tropieza con un objeto, no le es inherente la fuerza del movimiento anterior, no, pues ésta ya ha desaparecido por completo; sólo posee la fuerza que la potencia impulsora le comunica justo en el momento en que toca al objeto. Por tanto, puede considerársele como si no se hubiese movido y presionase en reposo sobre el obstáculo. Por consiguiente, tal</p>	<p>6</p> <p>11</p> <p>13</p> <p>19</p> <p>20</p> <p>26</p> <p>29</p> <p>30</p> <p>33</p> <p>34</p> <p>36</p> <p>34,4</p> <p>7</p> <p>9</p>
---	---	--

cuerpo es semejante al que ejerce una *presión muerta*, y su fuerza no es proporcional al cuadrado de su velocidad, sino a la velocidad a secas. Esta es pues la primera restricción que pongo a la ley leibniana. No hubiera debido indicar como rasgo distintivo de la fuerza viva solamente el movimiento *real*, sino que era necesario añadir a la vez un movimiento *libre*. Porque, si el movimiento no es libre, el cuerpo no tiene nunca una fuerza viva. Tras esta puntualización la ley leibniana, *que por lo demás es correcta*, habrá de aparecer de esta forma: *un cuerpo que se mueve real y libremente, tiene una fuerza proporcional al cuadrado, etc. etc.*

§ 24

¿Qué es un movimiento *real*? Voy a hacer a continuación la segunda observación, que nos revelará las fuentes de la desdichada polémica y que tal vez nos ofrezca también el único medio para enderezarla otra vez.

Los defensores de la nueva estimación de las fuerzas vivas están de acuerdo con los cartesianos en que los cuerpos, al iniciar su movimiento, poseen una fuerza que es proporcional a la simple velocidad. Pero, en su opinión, tan pronto como el movimiento puede llamarse *real*, el cuerpo se mide por el cuadrado de la velocidad.

Vamos a indagar ahora qué sea propiamente un movimiento *real*. Pues esta palabra fue la causa del abandono de *Descartes*, pero también puede llegar a ser el motivo de la reconciliación.

Un movimiento se llama *real* no cuando se encuentra en el punto inicial, sino cuando ha pasado un tiempo en su transcurso. Este tiempo transcurrido, que se interpone entre el inicio del movimiento y el momento en que el cuerpo actúa, es lo que propiamente hace que pueda denominarse *real* al movimiento.

Nótese bien, sin embargo, que este tiempo* no tiene una magnitud fija y constante, sino que está completamente indeterminado y puede ser precisado a voluntad. Esto significa que puede suponerse tan pequeño como se quiera, si hace falta indicar un movimiento *real*. Porque no es esta

* En la fórmula de la medida leibniana de las fuerzas. 35,34

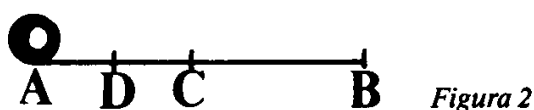
o aquella magnitud de tiempo la que propiamente hace *real* el movimiento, no; sino el tiempo en general, ya sea éste tan largo o corto como se quiera.

§ 25

Segundo defecto capital de la medida *leibniziana*

Según esto, el tiempo de movimiento transcurrido es la peculiaridad única y verdadera de la fuerza viva, y es lo único por lo que ésta no se mide como la fuerza muerta. 15

Representemos mediante la línea *AB*, cuyo comienzo está en *A* (Fig. 2), el tiempo que transcurre desde el principio del movimiento hasta que el cuerpo encuentra un ob- 19



jeto sobre el que actúa. Así pues, el cuerpo tiene en *B* una fuerza viva; pero en el punto inicial *A* no, ya que allí presionaría a una resistencia que se le opusiera solamente con un empeño de movimiento. Concluamos a continuación del siguiente modo: 22 25

En primer lugar, el tiempo *AB* es una determinación del cuerpo que se encuentra en *B* por la que se da en él una fuerza viva; y el punto inicial *A* (si coloco el cuerpo en el mismo) es una determinación que fundamenta la fuerza muerta. 26

Segundo. Si supongo más pequeña la determinación expresada por la línea *AB*, acerco el cuerpo al punto inicial, y se puede comprender fácilmente que, si continúo este proceso, el cuerpo se encontraría al final casi en *A* mismo; por consiguiente, su acortamiento pone a la determinación *AB* cada vez más cerca de la determinación en *A*, pues si no se aproximase, el cuerpo no podría alcanzar nunca el punto *A* acortando el tiempo, aunque prosiguiera haciéndolo indefinidamente, lo cual es absurdo. Así pues, la determinación del cuerpo se aproxima más en *C* que en *B* a las condiciones de la fuerza muerta; en *D*, más que en *C*, y así sucesivamente hasta tener en *A* mismo todas las condiciones de la fuerza muerta, habiendo desaparecido por completo las condiciones de las fuerzas vivas. 30 36,5

Pero si, en tercer lugar, ciertas determinaciones, que son la causa de una propiedad de un cuerpo, se transforman poco a poco en otras determinaciones que fundamentan una propiedad opuesta, la propiedad que era consecuencia de la primera condición debe cambiar simultáneamente y transformarse poco a poco en la propiedad que es consecuencia de la última.* Ahora bien, cuando supongo un acortamiento del tiempo AB (que condiciona la presencia de una fuerza viva en B), esta condición de la fuerza viva se acerca necesariamente más que en B a la condición de la fuerza muerta, y asimismo el cuerpo debe tener realmente en C una fuerza que se aproxima más a la muerta que la que tenía en B , y aún más si lo coloco en D . Según esto, un cuerpo que posea una fuerza viva bajo la condición del tiempo transcurrido, no la tiene en un tiempo que sea tan corto como se quiera, sino que ha de ser preciso y determinado, de modo que si fuese menor ya no tendría esta fuerza viva. Por tanto, la ley leibniziana de estimación de las fuerzas no puede verificarse, porque asigna sin discriminación una fuerza viva a los cuerpos que se han movido un cierto tiempo en general (lo que vale tanto como decir que *se mueven realmente*), pudiendo ser éste tan corto o largo como se quiera.**

§ 26

Demostración de lo mismo por el principio de continuidad

Lo que acabo de probar es una consecuencia muy precisa del principio de *continuidad*, cuya vasta utilidad quizá no se ha conocido todavía suficientemente. *Leibniz*, su descubridor, hizo de él la piedra de toque que la ley de *Descartes* no resistía. Considero que la mejor demostración de su excelencia es que ofrece casi el único medio para descubrir adecuadamente y mostrar en su verdadera forma la ley más importante de toda la mecánica.

* Por la regla: *posita ratione ponitur ratiatum*. 36,30

** El resumen de esta demostración es como sigue. El tiempo que hay entre el comienzo del movimiento y el momento en que el cuerpo choca puede suponerse tan corto como se quiera, sin que por ello se entienda que se pierde la condición de fuerza viva (§ 24); pero puede entenderse que, si se prosigue este acortamiento, el cuerpo estará finalmente en el punto inicial, donde la fuerza viva se pierde realmente y se presenta la condición de fuerza muerta; por tanto, el abreviar el tiempo no es una razón que quite nada a la condición de la fuerza viva y, sin embargo, al mismo tiempo sí es una razón. 36,31

Basta con fijarse en el modo y manera como ha utilizado Leibniz este principio contra Descartes, para percibir fácilmente cómo debe emplearse aquí. Demuestra que la regla que se cumple cuando un cuerpo choca con otro que está en movimiento, debe cumplirse también al colisionar con otro que está en reposo, pues el reposo no es diferente de un movimiento muy lento. Lo que vale cuando chocan entre sí cuerpos desiguales, también ha de valer si los cuerpos son iguales, ya que una desigualdad muy pequeña puede ser equiparada a la igualdad. 11 14 17

De este modo infiero yo asimismo que lo que vale en general cuando un cuerpo se ha movido durante un tiempo, debe valer también en el inicio mismo del movimiento, pues un lapso muy pequeño del movimiento no es diferente del mero comienzo del mismo, o bien puede confundirse con él. De lo cual colijo que si un cuerpo tiene una fuerza viva cuando se ha movido durante un cierto tiempo (tan corto como se quiera), también debe tenerla cuando tan sólo comienza a moverse. Porque es indiferente que justo empiece a moverse o que venga haciéndolo un tiempo sumamente pequeño. Y de este modo concluyo que, como de la estimación de las fuerzas por el principio leibniciano se sigue el absurdo de que incluso en el mismo punto inicial del movimiento la fuerza sería viva, no puede serle aprobada. 21 25 28 30 33

Fácilmente se percibe cómo se pone en contra el entendimiento cuando se le presenta este principio con la claridad conveniente. Es imposible persuadirse de que un cuerpo que tiene una fuerza muerta en el punto *A*, tenga que tener una viva, que es infinitamente mayor que la muerta, al alejarse de dicho punto un trecho insignificante. Este salto mental es demasiado brusco; no hay ningún camino que nos lleve de una determinación a otra. 38,1 3 6

§ 27

El tiempo de movimiento transcurrido, o sea, la *realidad* del movimiento, no es la verdadera condición por la que corresponde al

Préstese atención a lo que se sigue de esto. He probado antes que la fuerza viva no puede depender del tiempo transcurrido, si se considera indeterminado, pero ni siquiera considerándolo determinado y limitado a cierta magnitud puede constituir la condición privativa de la fuerza viva, y esto lo demuestro del siguiente modo. 10, 11

cuerpo una
fuerza viva

En el supuesto de que pudiera probarse que un cuerpo con una velocidad dada tendrá un fuerza viva al cabo de un minuto, y que este minuto es la condición por la que le corresponde esta fuerza; entonces, si la magnitud de este tiempo se doblase, se doblaría en el cuerpo todo lo que antes tomado sencillamente suponía ya una fuerza viva. Pero la magnitud del primer minuto añade a la fuerza del cuerpo una nueva dimensión (*per hypothesin*); por tanto, la magnitud de dos minutos, como comprende las condiciones de la primera multiplicadas por dos, añadirá a la fuerza del cuerpo otra dimensión más. En consecuencia, el cuerpo que prosigue su movimiento libremente tendrá en el momento inicial del mismo una fuerza de una dimensión y, después de un minuto, una fuerza de dos dimensiones; pero en el segundo minuto, su fuerza tendrá tres dimensiones; en el tercero, cuatro; en el cuarto, cinco, y así sucesivamente. Esto significa que su fuerza en un movimiento uniforme tan pronto tendrá como medida la simple velocidad, como el cuadrado de la misma, el cubo, la cuarta potencia, etc.; lo cual acarrea complicaciones tales, que nadie se va a poner a defenderlo.

No se puede dudar de la corrección de estos argumentos. Porque si se pretende que un tiempo de una magnitud delimitada, transcurrido desde el comienzo del movimiento de un cuerpo hasta un punto determinado, contiene todas las condiciones de la fuerza viva, no puede negarse tampoco que en un tiempo dos veces mayor se darían también dos veces las mismas condiciones, puesto que el tiempo no tiene otras determinaciones que su magnitud. Y si un tiempo simple es razón suficiente para introducir una nueva dimensión en la fuerza de un cuerpo, un tiempo doble establecerá dos dimensiones semejantes (de acuerdo con la regla: *rationata sunt in proportione rationum suarum*). Se puede agregar aún que el tiempo puede condicionar la fuerza viva únicamente porque el cuerpo se aparta en su transcurso de la condición de la fuerza muerta presente en el momento inicial; y este tiempo tiene que tener una magnitud delimitada porque en menos tiempo no se habría apartado de las determinaciones de la fuerza muerta tanto como requiere la magnitud de una fuerza viva. Ahora bien, como en un tiempo mayor continúa alejándose progresivamente del instante inicial, esto es, de la condición de la fuerza muerta, la

fuerza del cuerpo tendría que adquirir indefinidamente más y más dimensiones en tanto se mueva, aunque sea con velocidad uniforme; lo cual es absurdo.

Por tanto, en primer lugar, la ausencia de movimiento real no es la condición propia y verdadera que otorgue a la fuerza de un cuerpo la estimación por la simple velocidad. 26

Segundo: Ni la realidad del movimiento en general y la consideración générica e indeterminada del tiempo transcurrido asociada a ella, ni la magnitud determinada y delimitada del tiempo, es una razón suficiente de la fuerza viva y de su estimación por el cuadrado de la velocidad. 30 35

§ 28

Las matemáticas no pueden demostrar las fuerzas vivas

Vamos a sacar dos consecuencias importantes de esta consideración. 40,2

La primera es que la matemática no puede brindar nunca una demostración en favor de las fuerzas vivas, y que una fuerza estimada de este modo, en el caso de que se dé, está fuera al menos del ámbito de la consideración matemática. Todos saben que, si se quiere estimar en esta ciencia la fuerza de un cuerpo que se mueve con una determinada velocidad, no se está constreñido a ningún momento preciso del tiempo de movimiento transcurrido, sino que a este respecto todo es indiferente e indeterminado. Por consiguiente, la estimación de la fuerza de los cuerpos móviles ofrecida por la matemática es de tal índole, que se extiende a todos los movimientos en general, pudiendo ser el tiempo que ha transcurrido del mismo tan pequeño como se quiera, sin ponernos en esto absolutamente ninguna limitación. Pero una estimación de esta clase se extiende también al movimiento incipiente de los cuerpos (§§ 25–26), que es muerto y se mide por la simple velocidad. Y puesto que no pueden ser comprendidas las fuerzas vivas y muertas a la vez en la misma estimación, se ve fácilmente que las primeras están excluidas de la consideración matemática. 4 8 13 17 20

Además, la matemática no considera en el movimiento de un cuerpo nada más que la velocidad, la masa y, en el caso de que se quiera tenerlo en cuenta, el tiempo. La velocidad nunca es una razón de la fuerza viva, pues aunque el 24 26

cuerpo la poseyese después de todo, de acuerdo con la opinión de los leibnicianos, no la podría tener en todos los instantes de su movimiento, sino que habría un tiempo, tras el comienzo del mismo, en que no la tendría, aun cuando ya estuviese presente en él toda la velocidad (§§ 25–26). La masa lo es aún menos. Por último, hemos probado también lo mismo del tiempo. Por tanto, nada hay en el movimiento de un cuerpo cualquiera, tomado separadamente, que indique en una ponderación matemática la presencia de una fuerza viva. Ahora bien, como todos los argumentos sobre lo que hace un cuerpo en movimiento deben deducirse a partir de las nociones comprendidas en la consideración de la velocidad, la masa y el tiempo, los mismos no ofrecerán, si están formulados correctamente, ninguna conclusión que establezca las fuerzas vivas. Y si parecen prestar este servicio, desconfíese de esta apariencia, porque entonces habría más contenido en las conclusiones que el comprendido en los principios, esto es, lo *rationatum* sería más amplio que su *ratio*.

Después de los esfuerzos tan grandes y reiterados hechos por los géometras de estos dos siglos para resolver mediante las matemáticas la polémica de *Descartes* y *Leibniz*, parece muy raro que empiece yo ahora a negar su solución a esta ciencia. Se ha discutido de un tiempo acá sobre si esta ciencia favorece la ley de Descartes o si apoya el partido de Leibniz. Pero en esta discrepancia todos concuerdan en que hay que acudir al dictamen de las matemáticas para resolver correctamente la polémica sobre la estimación de las fuerzas. Es bastante extraño que tan grandes lógicos hubieran de incurrir en tales extravíos, sin percibir, o siquiera sin pensar, si es éste el camino que puede conducir a la consecución de la verdad perseguida. Pero me parece que tengo razones que me obligan a no hacer caso de todo lo extraordinario, y además ¿hacia dónde debería inclinarme de acuerdo con su dictamen?

La matemática confirma por naturaleza la ley de Descartes

La segunda consecuencia que extraigo de las consideraciones precedentes, es que *los principios de la matemática, en lugar de favorecer las fuerzas vivas, confirman más bien la ley de Descartes*. Esto tiene que estar claro ya por lo afirmado en este §, y todavía puedo añadir que las magnitudes matemáticas, las líneas, superficies, etc., tienen propiedades idénticas ya sean tan grandes o tan pe-

queñas como se quiera; y por ello se tienen que poder deducir las mismas propiedades y conclusiones de las magnitudes matemáticas más pequeñas, del paralelogramo más pequeño, de la caída de un cuerpo a través de la línea más pequeña, que de las mayores magnitudes de todos estos géneros. Ahora bien, si una línea que representa un movimiento tal como es inmediatamente después del comienzo, tiene las mismas determinaciones y propiedades, y también las mismas consecuencias, que la línea que representa un movimiento mucho después del comienzo, entonces la fuerza que se infiere al considerar matemáticamente el movimiento de un cuerpo, no tendrá nunca otras propiedades que las de la que está presente en el cuerpo en el tiempo mínimo, esto es, en un tiempo infinitamente pequeño desde el momento inicial. Dado que ésta es una fuerza muerta y se mide por la simple velocidad, todos y cada uno de los movimientos, considerados matemáticamente, evidenciarán única y exclusivamente la estimación basada en la mera velocidad.

§ 29

Sabemos según esto, aún antes de aventurarnos en una investigación más detallada del asunto, que los seguidores de *Leibniz*, como quieren defenderse con tales armas, que son extrañas a la naturaleza del tema, sucumbirán en la desdichada polémica contra *Descartes*. Después de esta consideración general, vamos a ponderar en especial las demostraciones principalmente utilizadas por el partido leibniciano en esta controversia.

Leibniz formó su opinión a través de lo que se percibe en la caída de los cuerpos por la gravedad. Pero un principio cartesiano incorrectamente aplicado fue lo que le condujo a un error, que con el tiempo ha llegado tal vez a ser el más llamativo que se ha introducido nunca en la razón humana. Estableció, en efecto, la siguiente tesis: hace falta la misma fuerza para subir un cuerpo de cuatro libras de peso a una altura de un pie, que para subir a cuatro pies otro de una libra.

§ 30

Tesis que sugirió inicialmente a *Leibniz* las fuerzas vivas

Dado que se remitió al consenso de todos los mecánicos de su tiempo, me parece que ha deducido esta tesis de una regla de *Descartes*, de la que éste se valió para explicar la naturaleza de la palanca. *Descartes* suponía que los pesos que penden de una palanca recorren los espacios infinitamente pequeños que pueden ser descritos en su alejamiento del punto de reposo. Ahora bien, dos cuerpos están en equilibrio cuando estos espacios son inversamente proporcionales a los pesos de los cuerpos; y así, concluyó *Leibniz*, no se requiere más fuerza para elevar un cuerpo de una libra a una altura cuádruple, que otro de masa cuatro a una altura simple. Se comprueba fácilmente que esta conclusión sólo se sigue del principio de *Descartes* cuando los movimientos se realizan en tiempos iguales. Porque en la balanza los pesos recorrerían sus espacios infinitesimales en tiempos mutuamente iguales. *Leibniz* no tuvo en cuenta esta condición, y lo aplicó también al movimiento realizado en tiempos que no son iguales entre sí.

§ 31

Demostración de *Hermann* de que las fuerzas son proporcionales a las alturas que por sí mismas pueden alcanzar

Los defensores de este hombre parecen haberse percatado de la objeción que podría hacerseles a propósito del tiempo. Por eso han tratado de disponer sus demostraciones de modo que no haya que tener en cuenta para nada la diferencia de tiempo en la fuerza que los cuerpos alcanzan al caer.

Sea el resorte infinito *AB* (Fig. 3.) que representa la gravedad que persigue al cuerpo durante la caída de *A* a *B*; de

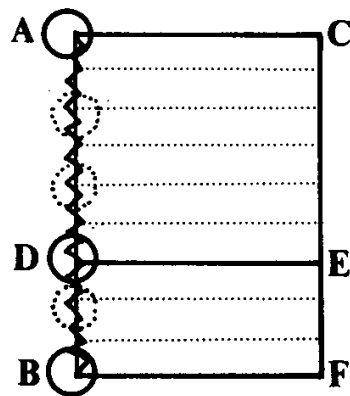


Figura 3

este modo, dice *Hermann*, la gravedad comunicará al cuerpo un presión igual en cada punto del espacio. Representa estas presiones mediante las líneas *AC, DE, BF*, etc., que en conjunto forman el *Rectangulum AF*. Así pues, en su opinión, el cuerpo, una vez alcanzado el punto *B*, tiene una fuerza igual a la suma de todas esas presiones, o sea, al *Rectangulo AF*. Por tanto, la fuerza en *D* es a la fuerza en *B*, como el *Rectangulum AE* al *Rectangulo AF*, esto es, como el espacio recorrido *AD* al espacio *AB*, y por consiguiente, como los cuadrados de las velocidades en *D* y *B*.

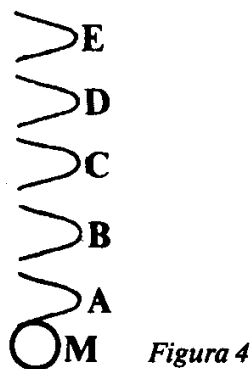
Hermann concluye afirmando que la acción que la gravedad ejerce en un cuerpo que cae libremente se rige por el espacio atravesado en la caída.

Los cartesianos afirman, por el contrario, que la acción de la gravedad no es proporcional a los espacios recorridos en el movimiento retardado, sino a los tiempos en que el cuerpo cae o se eleva. Voy a ofrecer a continuación una demostración que dejará fuera de dudas la opinión de los cartesianos y mostrará al mismo tiempo cuál es el fallo de la aparente demostración de *Hermann*.

§ 32

Demostración que refuta el caso de *Hermann*

Es necesaria la misma fuerza para comprimir durante un segundo sólo uno de los cinco resortes igualmente tirantes (Fig. 4.) *A, B, C, D, E*, que para comprimir paulatinamente los cinco durante el mismo tiempo. Porque, divi-



diendo en cinco partes iguales el segundo, o sea, el tiempo durante el cual *M* mantiene comprimido el resorte *A*, si se supone que *M*, en vez de presionar el resorte *A* durante estas cinco partes del segundo, lo presiona sólo durante la

primera parte del segundo, y en la segunda sustituye el resorte *A* por otro, el *B*, que tiene el mismo grado de tensión; con esta sustitución no se producirá ninguna diferencia en la fuerza que *M* precisa para presionar. Porque los resortes *B* y *A* son en todo perfectamente iguales, y por tanto es lo mismo que en la segunda parte del segundo sea presionado aún el mismo resorte *A*, o el *B*. Del mismo modo, es equivalente que *M* apriete en la tercera parte del segundo el tercer resorte *C*, o que presione todavía en ese lapso el anterior, *B*; ya que se puede poner un resorte en lugar del otro, porque no son diferentes. Por tanto, el cuerpo *M* emplea tanta fuerza para mantener comprimido durante todo un segundo un resorte único *A*, como la que necesita para apretar paulatinamente durante el mismo tiempo cinco resortes semejantes. Puede decirse lo propio, incluso aumentando indefinidamente la cantidad de resortes, sólo con tal de que sea idéntico el tiempo de presión. Así pues, la fuerza del cuerpo que los aprieta a todos no se mide por la cantidad de resortes oprimidos, sino que la medida cabal es el tiempo de la presión.

Si suponemos ahora la comparación que propone *Hermann* entre la acción del resorte y la presión de la gravedad, encontraremos que la acción global del cuerpo debe estimarse por el tiempo que la fuerza del cuerpo puede resistir la gravedad y no por el espacio recorrido.

Este es, según creo, el primer ensayo que confirma lo que he dicho antes, a saber, la superioridad de la opinión de *Descartes* sobre la ley de *Leibniz* en las demostraciones matemáticas.

§ 33

Fallo de los cartesianos en la afirmación de la misma cosa

En la polémica de los *cartesianos* contra los defensores de las fuerzas vivas, que la *Marquesa de Châtelet* ha expuesto con mucha elocuencia, encuentro que aquéllos se han servido también de la diferencia de tiempo para desvirtuar los argumentos de los *leibnicianos* de la caída de los cuerpos. Pero, por lo que se refiere al escrito del Sr. *Mairan* contra la nueva estimación de la fuerza, veo que le pasó desapercibida la verdadera ventaja que habría podido sacar de la diferencia de tiempo, y que creo haber mostrado en el § precedente, la cual, por cierto, es tan simple y evi-

dente que uno tiene que maravillarse de cómo le ha sido posible no percibirla con semejante ingenio.

Es ciertamente extraño cómo se han extraviado estos hombres mientras andaban detrás de una ley natural verdadera, a saber, que la fuerza que la gravedad resta a un cuerpo es proporcional al tiempo y no al espacio. Después de haber llegado tan lejos como para reconocer a los leibnicianos que un cuerpo puede desarrollar una acción cuádruple con una velocidad doble, después, digo, de haber perjudicado así su causa, necesitan salvarse con un subterfugio tan dudoso como decir que el cuerpo desarrolla ciertamente una acción cuádruple, pero sólo en un tiempo doble. Por ello insisten muy seriamente en que hay que estimar las fuerzas de dos cuerpos por las acciones que ejercen en tiempos iguales, y que no hay que fijarse en absoluto en lo que pueda ejecutar en tiempos desiguales. Se ha acudido con toda claridad a este subterfugio, y no comprendo cómo ha sido posible ir tan lejos contra toda evidencia.

Sin embargo, aquí vemos también que propiamente sólo los malos argumentos de los cartesianos son los que han hecho posible triunfar al partido leibniciano, y que no pierden en absoluto la disputa por debilidad de su causa. Siempre mantendrían la superioridad si quisieran empuñar las armas adecuadas que les brinda la naturaleza del tema.

§ 34

Resolución de una duda de *Lichtscheid*

He probado que los efectos que produce la gravedad y la resistencia que opone a la ascensión son proporcionales al tiempo que permanecen los cuerpos en movimiento. Pero recuerdo un caso que aparentemente tal vez baste para hacer dudosa a algunos esta tesis. *Lichtscheid* observa en las *Actis Erudit.* que si se deja caer un péndulo desde (Fig. 5.) *D* de tal modo que el hilo tropiece con el apoyo *E*, con lo que describe un círculo más pequeño al volver a subir de *B* a *C*; alcanza de nuevo, no obstante, gracias a la velocidad obtenida en *B*, la altura *CF*, que es igual a la altura *DG* de la que ha caído. Pero el tiempo empleado por el péndulo al caer a lo largo del arco *DB* es mayor que el tiempo en que vuelve a subir hasta *C*. Por tanto, la gravedad ha actuado

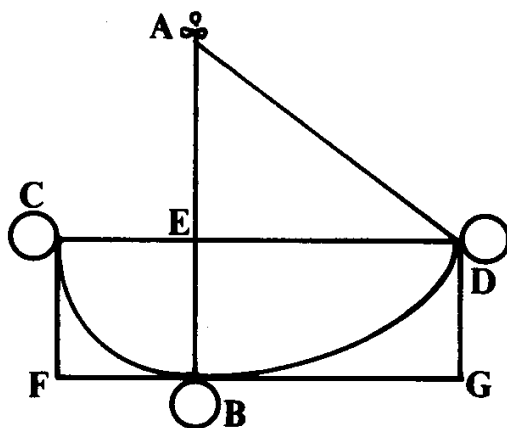


Figura 5

sobre el péndulo más tiempo allí que aquí. Si es cierto lo que antes he probado, que la gravedad produce un efecto mayor en más tiempo, habría que pensar ahora que el cuerpo ha tenido que alcanzar en *B* una velocidad mayor que la que la gravedad está en condiciones de sustraerle en el movimiento de *B* a *C*. En consecuencia, en virtud de esta velocidad, debería ser capaz de oscilar por encima del punto *C*, lo cual sin embargo es falso según las demostraciones de Lichtscheid. 22 26

Pero si se piensa que el hilo *AB* se opone con mayor intensidad al cuerpo y estorba más su caída gravitatoria al moverse de *D* a *B*, que el hilo *EB* o *EC* en la caída de *C* a *B*, puede comprenderse fácilmente que el elemento de fuerza que se suma y acumula en el cuerpo en todos los instantes de la bajada de *D* a *B*, será más pequeño que la fuerza elemental que la gravedad aporta en contrapartida al cuerpo *C* en cada instante cuando cae de *C* a *B*. Porque, como es lo mismo que un cuerpo pendiente de un hilo esté forzado por la sujección *A* a describir el arco de círculo *DB* o *CB*, o que ruede libremente sobre una superficie igualmente curvada *BD CB*, puede imaginarse como si ocurriese realmente la caída de que hablamos por dos superficies cóncavas y unidas entre sí. En este caso, la superficie *DB* está más inclinada respecto a la horizontal que la otra, *CB*, con lo que en aquélla el cuerpo está expuesto más tiempo al impulso de la gravedad que en ésta; pero también estorba la superficie una mayor parte de la gravedad que trata de atraer al cuerpo que la otra, *CB*. 30 47,3 8

Hubiera podido estar dispensado de solucionar esta objeción, porque los partidarios de Leibniz parecen haber percibido su debilidad, ya que no encuentro que la hayan 14

utilizado en parte alguna. Pero Leibniz, al que Lichteid había escogido como juez de su trabajo, le otorgó un elogioso aplauso, y es su parecer lo que pudo darle algún peso.

17

§ 35

Antes de abandonar la materia de la *caída de los cuerpos por su gravedad*, quiero proponer aún a los defensores de las fuerzas vivas un caso que me parece debe demostrar suficientemente que la consideración del tiempo no puede en modo alguno ser excluida de la estimación de la fuerza que origina la gravedad en un cuerpo, como Leibniz y sus defensores nos han querido persuadir hasta ahora.

22

§ 36

Nuevo caso que demuestra que hay que tener en cuenta necesariamente el tiempo en la estimación de la fuerza que origina la gravedad

El caso es el siguiente: represento con un número infinito de resortes (Fig. 6) *AB, CD, EF, GH, ...* las presiones gravitatorias comunicadas a un cuerpo desde la altura *ab* hasta la horizontal *bc*, según la forma usual en los *cartesianos* y *leibnicianos*. A continuación pongo un cuerpo *m* sobre el plano inclinado *ac*, y dejo caer libremente otro, *l*, desde *a* hasta *b*. ¿Cómo estimarán los leibnicianos la fuerza del cuerpo *m* que se precipita por el plano incli-

30

48,2

4

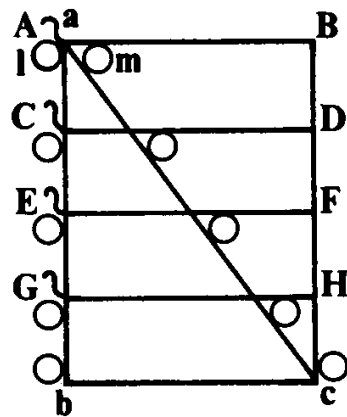


Figura 6

nado *ac* presionado por los resortes, al finalizar esta caída oblicua en *c*? No pueden dar otra medida que el producto del número de resortes que empujan al cuerpo desde *a* hasta *c*, por la fuerza que le imprime cada resorte en la dirección *ac*, ya que su teoría así lo requiere, como hemos

7

visto en el caso de *Hermann* (§ 31). Y del mismo modo se 12
 verán obligados a estimar también la fuerza que se en-
 cuentra en el otro cuerpo, *l*, que cae libremente de *a* a *b*, a
 través del *Factum* del número de resortes que le han impul-
 sado por la intensidad con que cada uno le ha impelido.
 Pero como el número de resortes es igual en ambos casos, 15
 tanto en el del plano inclinado *ac*, como en el de la altura
 vertical *ab*, sólo resta como verdadera medida de las fuer-
 zas alcanzadas por los cuerpos *l* y *m* en *b* y *c*, el vigor de la
 fuerza que cada resorte imprime en los cuerpos en ambos
 casos. Este vigor con que presiona cada resorte al cuerpo 20
m en la dirección del plano inclinado *ac* es a la intensidad
 de la presión de estos mismos resortes sobre el cuerpo *l* en
 la dirección de su movimiento *ab*, como *ab* a *ac*, tal como
 nos enseñan los principios fundamentales de la mecánica.
 Por tanto, la fuerza que el cuerpo *l* tiene al término de su 24
 caída perpendicular en *b* será a la fuerza que *m* tiene en *c*
 al final de su caída oblicua, como *ac* es a *ab*, lo cual es ab-
 surdo, ya que ambos cuerpos tienen en *b* y *c* velocidades
 iguales y, por tanto, fuerzas iguales también.

Los cartesianos escapan a esta objeción al introducir el 29
 tiempo. Porque, aunque cada resorte produce menos 30
 fuerza en el cuerpo *m* sobre el plano inclinado *ac* (debido
 a que una parte se consume por la resistencia del plano),
 no obstante estos resortes actúan sobre el cuerpo *m* mu-
 cho más tiempo que sobre el cuerpo *l*, que está expuesto
 un tiempo mucho más corto a su presión.

§ 37

Una vez que he probado que la consideración de los cuer- 36
 pos que caen por la gravedad no es en modo alguno venta-
 josa para las fuerzas vivas, es el momento de ponderar
 otro género de demostraciones hacia el que siempre han
 sido propensos los defensores de las fuerzas vivas. Es el 49,3
 que parece brindarles la teoría del movimiento de los
 cuerpos elásticos.

§ 38

En la discrepancia que ha ocasionado la estimación leibniana de las fuerzas se han producido entre los geómetras tantas obcecaciones y extravíos como apenas cabría sospechar en tan grandes lógicos. Las noticias que se conservan de todas las incidencias de esta desdichada polémica, ocuparán algún día un puesto muy aleccionador en la historia del entendimiento humano. No hay mejor consideración para vencer la presunción de los que tanto ensalzan la corrección de nuestros razonamientos que tales perversiones, a las que no han podido escapar los más agudos geómetras en una investigación que hubiera tenido que procurarles evidencia y convicción antes que a otros.

Hubiera sido imposible llegar a semejantes extravíos de haber querido los leibnianos tomarse la molestia de poner atención en la construcción de las demostraciones que ahora tienen por argumento irrefutable de las fuerzas vivas.

§ 39

Compendio de todas las demostraciones extraídas del movimiento de los cuerpos elásticos

Casi todas las demostraciones, o al menos las más llamativas, que se han tomado del *movimiento de los cuerpos elásticos al chocar* en favor de las fuerzas vivas, han surgido del modo que sigue. Se ha comparado la fuerza inherente a ellos una vez producido el choque con la fuerza antes del choque. Se ha encontrado mayor aquella que ésta cuando ha sido estimada por el producto de la masa por la velocidad; en cambio, sólo se dio una igualdad perfecta cuando se puso en lugar de la simple velocidad el cuadrado de la misma. De esto han deducido los leibnianos que un cuerpo elástico nunca sería capaz de producir en el que choca tanto movimiento como sucede realmente, si su fuerza sólo fuese proporcional a la velocidad, pues de acuerdo con esta medida la causa es siempre menor que el efecto producido.

§ 40

Los leibnicianos contradicen sus argumentos con sus propias teorías mecánicas	Las tesis de los mismos que han mantenido este argumento están en abierta contradicción con esta conclusión.	50,5
	No quiero mencionar los descubrimientos mecánicos de <i>Wren</i> , <i>Wallis</i> , <i>Huygens</i> y otros. Mi fiador será el barón y consejero <i>Wolff</i> . Véase su mecánica, que está en manos de todos, y allí se encontrarán demostraciones que no dejan ninguna duda de que los cuerpos elásticos comunican todos los movimientos a otros cuerpos, en completa conformidad con la ley de la <i>igualdad de causas y efectos</i> , sin que haya necesidad de suponer en ellos otra fuerza que la mera velocidad. Además, puedo añadir aún que es posible no conocer en absoluto ni de nombre las fuerzas vivas, sin que esto haya de ser en lo más mínimo impedimento para conocer que por la fuerza de un cuerpo elástico al chocar con otro igual resultan los mismos movimientos que afluyen. Después de una demostración geométrica en que se ha encontrado suficiente la fuerza estimada por la simple velocidad para traspasar cierta cantidad de movimiento a otro cuerpo, ¿no es extraño, tras una demostración semejante, llegar a pensar que aquella fuerza no es todavía suficientemente grande para ello? ¿No significa esto desmentir todo lo que antes ha sido probado con todo rigor, y sólo por una apariencia mínima en contra? Únicamente pido, a quienes lean estas páginas, confrontar la mecánica citada; no podrán menos que convencerse del todo de que no tienen absolutamente ninguna necesidad de la estimación por el cuadrado, para encontrar con todo rigor las consecuencias y movimientos que se suele asignar a los cuerpos elásticos. No vamos a apartarnos de esta senda por ninguna seducción. Porque siempre será verdad lo que se ha demostrado geoméricamente.	7 8 10 16 20 26 28 33 35 36

§ 41

El caso de <i>Hermann</i> sobre el choque de tres cuerpos elásticos	Vamos a probar en un caso especial lo que hemos demostrado en general. <i>Hermann</i> , en la memoria que ha elaborado en defensa de las fuerzas vivas, hace chocar sobre una superficie perfectamente lisa un cuerpo (Fig. 7.) <i>A</i> , de masa 1 y velocidad 2, con una bola <i>B</i> , en reposo y de masa 3; pero luego, al rebotar <i>A</i> en la bola <i>B</i> y retornar con un	51,2 3
---	--	-----------

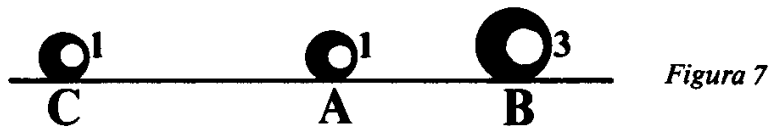


Figura 7

determinado grado de velocidad, con la bola *C*, de masa 1. La bola *A* comunicará a la *B* un grado de velocidad y otro al cuerpo *C*, y luego se quedará en reposo. Hermann deduce de ello que si las fuerzas fuesen solamente como las velocidades, *A* tendría antes del choque una fuerza como 2, pero tras el choque se encontraría una fuerza cuádruple en el conjunto de los cuerpos *B* y *C*. Lo cual parece absurdo.

10
12

Vamos a examinar cómo puede producir el cuerpo *A*, con una fuerza igual a 2, una fuerza cuádruple en los cuerpos *B* y *C*, no pudiéndose dar un milagro y sin que sea necesario pedir socorro a las fuerzas vivas. Representétese con el resorte (Fig. 8.) *AD* la fuerza elástica del cuerpo *A* que se activa en el choque, y con el resorte *DB* la elasticidad de la bola *B*. Por los principios fundamentales de la mecá-

17
20
22

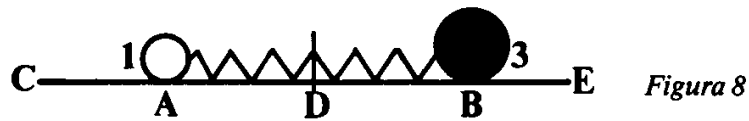


Figura 8

nica sabemos que el cuerpo *A*, por medio del resorte, transmite constantemente nuevas presiones y fuerzas a la bola *B*, hasta que *B* y *A* se mueven con las mismas velocidades, cosa que ocurre cuando la velocidad de estos cuerpos es a la velocidad de la bola *A* antes de la colisión, como la masa de *A* a la suma de las masas *A* y *B*; o sea, en este caso, cuando se mueve con velocidad $\frac{1}{2}$ en dirección *BE*. Nadie niega que todavía aquí la acción es proporcional a la fuerza estimada por la simple velocidad. Pero examinemos qué sucede luego con los resortes *AD* y *DB*, al actuar *A* a través de ellos sobre la bola *B*. Como el resorte *AD* tiene que ejercer en el punto *D* sobre el resorte *DB* la misma fuerza que éste imprime en el cuerpo *B*, mientras que la bola *B* reacciona con la misma intensidad contra la acción que en ella se produce, está claro que el resorte *DB* será comprimido por el esfuerzo del otro resorte con el mismo grado de fuerza que transmite a la bola *B*. Igualmente la bola *A* apretará su resorte *AD* en el mismo grado

30
32
34
52,6

con que éste actúa en el punto *D* sobre el resorte *DB*, porque este resorte oprime el resorte *AD* tan vigorosamente como éste actúa contra aquél, por tanto, también tan vigorosamente como la bola *A* trata de apretar su resorte. Ahora bien, la fuerza con que es apretado el resorte *DB* es igual a la resistencia de la bola *B*, por consiguiente, también a la fuerza que recibe esta bola; pero la fuerza de compresión del resorte *AD* también es igual a aquélla; por tanto, ambas son tan grandes como la fuerza que ha adquirido con ello el cuerpo *B*, o sea, con la que se mueve con una masa 3 y $\frac{1}{2}$ grado de velocidad. Cuando los dos resortes se recuperan, el resorte *DB* da a la bola *B* una velocidad igual a la que tenía antes de la recuperación, o sea $\frac{1}{2}$; y el resorte *AD* comunica al cuerpo *B* una velocidad tres veces mayor, a saber, $1 + \frac{1}{2}$ grados, porque tiene tres veces menos masa que *B*; pues, si las fuerzas son iguales, las velocidades están en proporción inversa de las masas *per hypothesin*. Por lo tanto, la bola *B* tiene en total, por la colisión del cuerpo *A* y luego también por la recuperación de su resorte, un grado de velocidad en la dirección *BE*. Pero la bola *A*, como la velocidad $\frac{1}{2}$ que le quedaba en la dirección *AE* tras el choque tiene que ser deducida de la que la recuperación del resorte le imprime en la dirección *AC*, recibe también un grado de velocidad, con el que avanza en la dirección *AC*,* lo cual es precisamente el caso que Hermann ha considerado imposible de explicar según la ley *cartesiana*.

Infiero de esto que el cuerpo *A*, con 2 grados de velocidad y también con 2 grados de fuerza, puede ejecutar perfectamente el efecto que Hermann le ha querido negar; y se viola el principio de la *igualdad de causas y efectos*, si se afirma que ha tenido 4 grados de fuerza, y sin embargo sólo ha ejecutado lo que puede ejecutar con 2.

§ 42

Motivo del error del razonamiento de *Hermann* Vamos a buscar aún el punto flaco del razonamiento de *Hermann*, que además se da casi siempre que se ha querido utilizar los cuerpos elásticos a propósito de las fuerzas vivas. Se ha argumentado así: las fuerzas de los cuer- 53,6
10

* No incluyo al cuerpo *C*, porque, como su velocidad y masa no se diferencian en nada de la masa y velocidad de la bola *B*, Hermann lo pone sin necesidad en lugar del cuerpo *B*. 52,34
37

pos tienen que ser iguales antes y después del choque, ya que los efectos son tan grandes como las causas que se han consumido en su producción. De ello infiero que han considerado que el estado y la magnitud de la fuerza, una vez producido el choque, única y exclusivamente son efecto de la fuerza que se encontraba antes de la colisión en el cuerpo sobreviniente. Este es el paso en falso, cuyas consecuencias hemos visto. Porque los movimientos que propiamente y de un modo completo resultan de la fuerza del cuerpo sobreviniente *A*, sólo sirven para que *A* y *B*, cuando el resorte estaba comprimido, avanzasen ambos con velocidad $\frac{1}{2}$; la compresión del resorte no era tanto un efecto especial de la fuerza con que *A* empujaba a *B*, como una consecuencia de la fuerza de inercia de ambos cuerpos. Porque *B* no podría obtener la fuerza $1 + \frac{1}{2}$ sin reaccionar con el mismo vigor contra el resorte comprimente *DB*, y el resorte *AD* no podría transmitir fuerza alguna a *B*, sin que el equilibrio de presión y contrapresión no hubiera tensado a la vez el resorte *BD*. Más aún, el cuerpo *A* no podría presionar el resorte *DB* por medio de su resorte *AD* sin resultar éste mismo apretado con un grado igual de intensidad. No puede uno maravillarse de que de este modo surjan dos fuerzas completamente nuevas en la naturaleza que antes no estaban presentes en *A*. Realmente esto sucede siempre, incluso cuando un cuerpo inelástico actúa sobre otro; sólo que en este caso las consecuencias de esta nueva fuerza no se conservan como en los cuerpos elásticos, sino que se pierden. Porque, en el momento en que *A* actúa con fuerza *x* sobre *B*, *B* no sólo recibe esta fuerza en la dirección *BE*, sino que al mismo tiempo reacciona con intensidad *x* contra *A*. Por tanto, hay en la naturaleza, en primer lugar, $2x$, a saber, *x* por la presión de la bola *A* sobre *B*, e igualmente *x* por la contrapresión de la bola *B*; en segundo lugar, otra *x* por la fuerza que pasa de *A* a *B* en la dirección *BE*. Las dos primeras potencias se aplican en el choque de los cuerpos elásticos a apretar dos resortes que luego, cuando se recuperan, comunican sus fuerzas a los cuerpos. Por ello los cuerpos elásticos son las máquinas de la naturaleza que se aplican a conservar toda la magnitud de la fuerza presente en la naturaleza en el momento del choque; ya que de otra forma se perdería una parte de las fuerzas que ha producido en el universo el *Conflictus* de los cuerpos.

En el momento en que chocan cuerpos inelásticos, hay en ejercicio más fuerza que la que había antes del choque

§ 43

En la solución del caso de *Hermann* no he dicho nada que este filósofo hubiera podido ignorar como base de la demostración, o que los mantenedores más representativos de las fuerzas vivas intentaran negar en caso de tener que explicarse por este motivo. Hermann tenía que saber necesariamente que se puede deducir de la simple velocidad los movimientos que se originan en el choque de los cuerpos elásticos, pues sin ello le hubiera sido imposible conocer *a priori* que una bola de masa simple al chocar con otra triple produce cuatro grados de fuerza con dos grados de velocidad. Digo que sin el tipo de solución que hemos dado no habría podido conocer él mismo este caso; ya que todos saben que en una investigación mecánica, los movimientos producidos por un cuerpo elástico al chocar se encuentran buscando primero en particular lo que hace sin su fuerza elástica, y agregando después la acción de la elasticidad; pero determinando ambas cosas por lo que puede hacer en proporción a su masa y su simple velocidad. No se puede aducir, en el tipo de argumento llamado *ad hominem*, nada de más peso contra Hermann y los leibnicianos en general. Pues, o bien tienen que reconocer que son falsas todas las demostraciones en que hasta ahora habían estado de acuerdo para fundamentar los movimientos que se producen en el choque de los cuerpos elásticos, o bien tienen que confesar que un cuerpo de esta clase, con una fuerza proporcional a la masa y a la simple velocidad, ha producido los movimientos para los que ellos creyeron que era preciso el cuadrado de la velocidad.

§ 44

La Señora de *Châtelet* no conoció esta solución

Estoy convencido, por la polémica de la *Marquesa de Châtelet* con *Mairan*, de que no ha sido superfluo haber dado ahora un desarrollo detallado del modo y manera en que los cuerpos elásticos introducen en el universo, a través del choque, una cantidad de movimiento mayor que la que había antes del choque. Pues cuando *Mairan* dice: *la fuerza elástica es una verdadera máquina de la naturaleza, etc. etc., de modo que, si se quiere considerar en especial todos los efectos del choque de cuerpos elásticos, su-*

mando como positivo lo que dan en las dos direcciones opuestas, no se debe imputar en modo alguno la nueva fuerza que parece originarse por ello en la naturaleza, y que se revela a través del choque, a la actividad del cuerpo colisionante, como si solamente éste la introdujese en el colisionado, sino a una fuente externa de fuerza, etc. etc., en una palabra, a una determinada causa física de la elasticidad, aquella cuya actividad solamente es desencadenada por el choque y, por así decir, ha disparado los resortes, etc. etc. – Si Mairan dice esto, digo, la Marquesa de Châtelet le responde así: *es inútil investigar, hasta que el autor de esta opinión se haya tomado el trabajo de basar en alguna demostración lo que ha querido sostener aquí.* He tenido el honor de encargarme de este trabajo en lugar de Mairan, y ésta es la justificación con que disculpo mi prolijidad en esta materia.

§ 45

Objeción de *Jurin* sobre el choque de dos cuerpos inelásticos y desiguales

Todavía se ha hecho a los leibnicianos, a través de *Jurin* y otros esta objeción: que dos cuerpos inelásticos que se encuentran recíprocamente con velocidades que son inversamente proporcionales a sus masas, se quedan en reposo después del choque. Aquí hay, según la teoría de las fuerzas vivas, dos fuerzas que pueden hacerse tan distintas como se quiera, y que no obstante se mantienen en equilibrio.

Refutación de esta objeción de *Bernoulli*, a través de una comparación con la compresión de los resortes

En la física de la Señora *de Châtelet* encuentro una respuesta a esta objeción cuyo autor, por lo que infiero de la referencia, es el célebre *Bernoulli*. *Bernoulli* no ha tenido la suerte de encontrar una defensa de su opinión que fuese digna de su nombre. Dice que los cuerpos inelásticos producen recíprocamente, por la compresión de sus partes, el mismo efecto que si apretasen un resorte interpuesto entre ellos. Por ello supone un resorte *R* (Fig. 9.) que se distiende al mismo tiempo a ambos lados, empujando por ambos lados cuerpos de masa desigual. Demuestra que las velocidades comunicadas por este resorte a los cuerpos es-



Figura 9

tán en proporción inversa a sus masas y que, por tanto, si las bolas *A* y *B* retornasen con estas velocidades, pondrían de nuevo el resorte en el estado de compresión primitivo. Hasta aquí todo es correcto y perfectamente conforme con las tesis de los cartesianos. Pero veamos cómo prosigue su razonamiento. Las partes del resorte, al distenderse mutuamente, se mueven en parte en dirección a *A*, y en parte en dirección a *B*, pero el punto de separación está en *R*, que divide el resorte en proporción inversa a las masas *A* y *B*. Por tanto la parte *RB* del resorte *R* actúa sobre el cuerpo *B*, cuya masa es 3; en cambio, la otra parte *RA* comunica su fuerza a la bola *A*, cuya masa es 1. Pero las fuerzas que se dan a estos cuerpos son proporcionales al número de resortes que han aplicado su presión en ellos; luego las fuerzas de las bolas *A* y *B* son distintas, aun cuando sus velocidades sean inversamente proporcionales a sus masas. Ahora bien, cuando el resorte *R* se haya estirado por completo y los cuerpos vuelvan contra él con las mismas velocidades que les ha transmitido al distenderse, se ve fácilmente que uno detendrá al otro por medio de la compresión del resorte. Pero sus fuerzas son diferentes; en consecuencia, se conoce así cómo es posible que dos cuerpos con fuerzas desiguales pueden ponerse recíprocamente en reposo. El autor aplica esto al choque de los cuerpos inelásticos.

§ 46

Refutación de las ideas de *Bernoulli*

No reconozco en este razonamiento a *Bernoulli*, quien solía construir sus demostraciones con mucho mayor rigor. Es indiscutiblemente cierto que el resorte que se expande entre ellos tiene que transmitir la misma fuerza a cada uno de los dos cuerpos *A* y *B*. Porque da a la bola *A* una fuerza equivalente a la intensidad con que se endereza contra la otra bola *B*. Si no se enderezase contra ningún apoyo, no comunicaría fuerza alguna a la bola *A*, porque entonces saltaría sin efecto alguno. Por ello este resorte no puede endosar a *A* ninguna fuerza, sin imprimir por el otro lado a la bola móvil *B* el mismo grado de potencia. Así pues, las fuerzas de las bolas *A* y *B* son recíprocamente iguales y no, como ha creído erróneamente *Bernoulli*, proporcionales a las longitudes *AR* y *RB*.

Se ve fácilmente cómo ha surgido el error en el argumento de Bernoulli. Su fuente es la tesis, en la que tanto insiste el partido de Leibniz, de que la fuerza de un cuerpo es proporcional al número de resortes que han actuado sobre él.* Ya la hemos refutado antes, y el caso de Bernoulli confirma nuestras ideas.

§ 47

El pensamiento de *Bernoulli* confirma nuestra opinión

Puede percibirse, no sin satisfacción, qué admirablemente esta explicación, de la que se han querido servir en defensa de las fuerzas vivas, más bien nos provee de armas para abatirlas por completo. Pues si es cierto que el resorte *R* comunica a los cuerpos de masas 1 y 3 fuerzas iguales (§ 46) y luego que la velocidad de la bola de masa 1 es triple que la otra, como los leibnicianos mismos declaran, entonces se derivan dos consecuencias que se oponen ambas diametralmente a las fuerzas vivas. Primero, que la fuerza adquirida por un cuerpo por la presión de los resortes no es proporcional al número de los resortes que le han empujado, sino más bien al tiempo que actúan; segundo, que un cuerpo que tiene una masa simple y una velocidad triple, no tiene más fuerza que otro que posee una masa tres veces mayor, pero sólo una velocidad simple.

§ 48

Defensa de las fuerzas vivas por la conservación constante de una misma cantidad de fuerza en el universo

Hasta ahora hemos visto cómo han utilizado los discípulos de Leibniz el choque de los cuerpos elásticos para defender las fuerzas vivas. Sólo que la aplicación de las mismas era meramente matemática. No obstante, han creído hallar también en esta parte de la foronomía un fundamento metafísico en pro de su opinión. Su autor es el propio *Leibniz*, y su prestigio le ha otorgado un peso nada despreciable.

Este aceptó gustosamente el principio *cartesiano* de que en el universo se conserva siempre la misma cantidad

* Por tanto, los cuerpos *A* y *B* tienen la misma fuerza, porque los resortes *RA* y *RB* han actuado sobre ellos el mismo tiempo, y porque las partes de estos resortes estaban igualmente apretadas.

de fuerza, pero únicamente una fuerza cuya cantidad se estime por el cuadrado de la velocidad. Mostró que la antigua medida de la fuerza no cumplía esta bella regla. Porque, de aceptarla, la fuerza aumentaría o disminuiría incessantemente en la naturaleza en cuanto variase la posición recíproca de los cuerpos. Leibniz creía que sería indigno del poder y sabiduría de Dios que hubiese necesidad de renovar sin descanso el movimiento que comunica a su obra, como *Newton* se figuraba, y esto le movió a buscar una ley con que pudiera remediarse esta dificultad.

§ 49

Primera solución de esta objeción

Como hemos probado anteriormente que no puede haber lugar para las fuerzas vivas tal como sus defensores las han utilizado, es decir, en sentido matemático, aquí se salvan el poder y la sabiduría divinos, ya incluso considerando la completa imposibilidad del asunto. Siempre podremos protegernos tras esta trinchera, en caso de no tener éxito con ningún otro tipo de respuesta a esta objeción. Pues aun cuando fuese necesario, de acuerdo con la ley del movimiento que hemos mantenido, que el universo llegase por fin a un caos completo, después de un agotamiento progresivo de sus fuerzas, ni siquiera este cataclismo puede afectar al poder y sabiduría de Dios. Porque nunca puede reprochársele que no haya establecido en el universo una ley que nos haga saber que esto es absolutamente imposible, y por tanto no puede tener lugar de ningún modo.

§ 50

Segunda respuesta a la objeción mentada

Pero hay que tranquilizarse. Todavía no estamos obligados a acudir a un subterfugio tan desesperado. Esto significaría cortar el nudo, pero nosotros preferimos desatarlo. Si los leibnicianos consideran indispensablemente necesario, para la conservación de la maquinaria del universo, que la fuerza de los cuerpos se someta a la estimación por el cuadrado, podemos concederles esta pequeña exigencia. Todo lo que hasta ahora he probado y pienso todavía probar hasta la conclusión de este capítulo, sólo

	trata de persuadirles de que ni en la naturaleza, ni en una consideración abstracta, se dará una estimación de la fuerza de los cuerpos por el cuadrado tal como hacen los leibnicianos, a saber, matemáticamente considerada. Sin embargo, no por eso he rechazado aún completamente las fuerzas vivas. En el tercer capítulo de este tratado demostraré que realmente hay en la naturaleza fuerzas cuya medida es el cuadrado de la velocidad; pero con la limitación de que nunca se descubrirán del modo ensayado hasta ahora, de que siempre se ocultarán a este género de consideración (a saber, al matemático), y de que nada puede dárnoslas a conocer más que alguna investigación metafísica o un tipo especial de experiencias. Por tanto, no discutimos aquí propiamente la cosa misma, sino el <i>modum cognoscendi</i> .	32 33 60,6
	Según eso, estamos de acuerdo con los leibnicianos en lo principal, así que tal vez podríamos llegar también a estarlo en sus consecuencias.	8
§ 51		
Origen del argumento leibniano de la conservación de la misma cantidad de fuerza	Pero la objeción de <i>Leibniz</i> se basa en una presuposición falsa, que de largo tiempo atrás ha transtornado la filosofía. Se ha convertido en un principio de la física que todos los movimientos en la naturaleza se originan por medio de una materia que también posee un movimiento real, y que, por lo tanto, el movimiento que se ha perdido en alguna parte del universo, no puede restablecerse más que por medio de otro movimiento real, o bien de la acción inmediata de Dios. Esta tesis ha causado siempre muchas molestias a quienes la han aceptado. Se han visto forzados a fatigar su imaginación con torbellinos ideados artificialmente, a construir una hipótesis tras otra, y en lugar de conducirnos finalmente a un plan del universo que sea lo suficientemente simple y comprensible como para derivar de él los complejos fenómenos de la naturaleza, nos confunden con infinitos movimientos extraños, que son mucho más extraordinarios e incomprensibles que todo lo que tenía que ser explicado por ellos.	11 14 20 22
Cómo se puede subsanar esta dificultad	Hasta donde yo sé, <i>Hamberger</i> ha ofrecido el primer medio para subsanar este mal. Su idea es bella, porque es simple y por tanto conforme a la naturaleza. Muestra	30 31 33

(aunque todavía de una forma muy imperfecta) cómo puede recibir un cuerpo un movimiento real a través de una materia que sin embargo está en reposo. Esto evita los incontables extravíos y a menudo los portentos incluso, que se asocian a la opinión opuesta. Es cierto que el fundamento de esta idea es metafísico, y en consecuencia tampoco es del gusto de los físicos actuales; pero al mismo tiempo salta a la vista que la fuente originaria de las acciones de la naturaleza tiene que ser un asunto de la metafísica. Hamberger no ha conseguido su propósito de mostrar al mundo un nuevo camino que sea más corto y cómodo para conducirnos al conocimiento de la naturaleza. Este terreno ha quedado baldío; aún no ha sido posible abandonar la senda antigua, para aventurarse por la nueva. ¿No es admirable que se confíe en un mar insondable de extravagancias e invenciones arbitrarias de la imaginación, y que en cambio se desatiendan los medios simples y comprensibles, que por eso mismo son también los naturales? Pero ésta es la plaga endémica del entendimiento humano. La gente será arrastrada mucho tiempo por esta corriente. Se distraerá con las consideraciones artificiosas y enmarañadas, en las que el entendimiento percibe su propio vigor. Se tendrá una física llena de pruebas excelentes de agudeza e ingenio; pero ningún plan de la naturaleza misma y sus efectos. Sin embargo, al final prevalecerá la opinión que describa la naturaleza como es, o sea, sencillamente y sin rodeos infinitos. La naturaleza sigue un camino único. Por eso, antes de que pueda llegarse al auténtico hay que haber probado primero innumerables caminos desviados.

Los leibnicianos deberían adoptar antes que otros la opinión de Hamberger. Pues son ellos los que sostienen que una presión muerta que se mantiene en el cuerpo al que ha sido comunicada sin ser aniquilada de nuevo por un obstáculo insuperable, origina un movimiento real. Por tanto, tampoco podrán negar que un cuerpo, que en las partes de un líquido que lo rodea propende más hacia una dirección que las demás, adquiere un movimiento real, si el líquido es de tal naturaleza que no anula su fuerza de nuevo mediante su resistencia. Esto tiene que convencerles de lo que sostengo ahora, a saber, que un cuerpo puede recibir un movimiento real de una materia que está ella misma en reposo.

35

61,1

5

7

9

13

14

15

17

20

22

23

25

26

29

34

37

71

Resolución de la
objeción hecha
por *Leibniz*

¿Cómo evitaremos, pues, el golpe que *Leibniz* quiere in- 62,1
fligir a la ley cartesiana mediante la consideración de la sa-
biduría divina? Todo depende de que un cuerpo pueda ad- 4
quirir un movimiento real, incluso por la acción de una
materia en reposo. En esto me baso. Los primeros movi- 6
mientos en este universo no han sido producidos por la
fuerza de la materia en movimiento, ya que entonces no
habrían sido los primeros. Pero, en la medida que sea posi- 9
ble que hayan podido originarse por la acción de una
materia en estado de reposo, tampoco han sido causados
por el poder inmediato de Dios, o de alguna otra intelligen-
cia; porque Dios se ahorra todas las acciones que puede
eludir sin perjuicio de la máquina del universo, mientras
que hace a la naturaleza tan activa y eficaz como es posi- 15
ble. Ahora bien, si el movimiento ha sido introducido por
primera vez en el universo por medio de la fuerza de una
materia en sí misma muerta e inmóvil, también podrá con-
servarse por medio de ella, y restablecerse cuando se haya
perdido. Por tanto, habría que tener un gran afán de duda 18
para tener aún mayores escrúpulos en creer que el uni-
verso no sufriría ningún menoscabo, aun cuando en el
choque de los cuerpos se perdiesen ciertas fuerzas que an-
tes existían.

§ 52

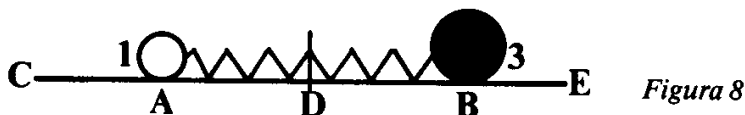
Según la ley *leib-
niziana*, la fuerza
es igual antes y
después del cho-
que de un cuerpo
elástico pequeño
con uno mayor

Abandono esta digresión que me ha alejado algo del tema 24
principal que me ocupa. Ya he señalado que los mantene- 26
dores de las fuerzas vivas hacen mucho hincapié en la ob-
servación que les ha llevado a que, si se estima la fuerza de
los cuerpos de acuerdo con la ley de *Leibniz*, en la colisión
de los cuerpos elásticos se encuentra siempre la misma
cantidad de fuerza antes y después del choque. Este pen- 32
samiento, que parece favorecer tan extraordinariamente a
las fuerzas vivas, nos va a ayudar más bien a rechazarlas.
Argumentaremos de la siguiente forma: *la ley por la cual 35
en la colisión de un cuerpo elástico pequeño con uno
mayor, no se da tras el choque más fuerza que antes del
mismo es falsa. Ahora bien, la ley leibniziana es de esta 63,3
clase, ergo, etc. etc.*

§ 53

La mencionada observación de los leibnicianos es completamente contraria a las fuerzas vivas

Únicamente es necesario probar la premisa *Mayor* de este razonamiento. Vamos al llevarlo a cabo del modo que sigue. Al colisionar la bola *A* (Fig. 8.) con otra mayor, *B*, el cuerpo *B* no recibe en el momento en que *A* le choca y comprime el resorte que representa la elasticidad, más



fuerza que la que extingue en *A* por su fuerza de inercia, y el cuerpo *A*, por el contrario, no pierde más fuerza que la que imprime a la bola *B* a través de la resistencia de su masa, la cual se transmite en virtud de la intensidad del resorte que aprieta. Si se negara esto, tampoco sería cierto que la acción endosada a un cuerpo sea igual a su reacción. Por tanto, el resorte está apretado, y en el conjunto de los dos cuerpos hay la misma fuerza que antes se encontraba en la bola *A* sola. Si ahora se distienden estos resortes de la elasticidad, se enderezarán con el mismo vigor contra las dos bolas. Ahora bien, está claro que si, una vez comprimidos los resortes, *A* posee todavía una fuerza en la dirección *AE* tan grande como la fuerza de distensión del resorte correspondiente, la distensión del mismo podría quitar a la bola *A* tanta fuerza como aporte por el otro lado el resorte *DB* a *B*; y por tanto, una vez efectuado todo, no habría más fuerza en los cuerpos *A* y *B*, tanto por el choque como por la elasticidad, que la que antes había en *A* solo. Pero es inútil suponer esto. Si el choque ha tenido lugar y el resorte está comprimido, *A* tiene la misma velocidad que *B* en la dirección *AE*, pero menos masa, y por consiguiente menos fuerza que la que ejerce el resorte en su distensión; porque éste tiene una fuerza de tensión que es igual a la fuerza de la bola *B*. De aquí se sigue que la elasticidad no puede tomar de la que hay en *A* tanta fuerza como la que comunica al cuerpo *B*. Pues *A* no tiene tanta fuerza, y por consiguiente tampoco puede quitársela. Según esto, en *B* tiene que aparecer, por obra de la elasticidad, un nuevo grado de fuerza, sin que por ello se pierda en el otro lado, e incluso en *A* se produce además igualmente una nueva fuerza. Ya que, como la elasticidad no

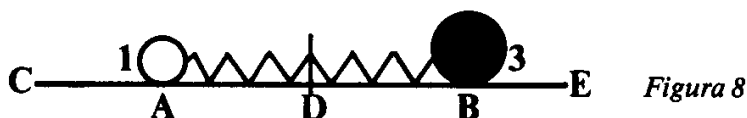
encontró más fuerza que la que pudo disipar en *A*, la bola sólo se le opuso con la fuerza de su inercia, y recibió para volver hacia *C* el grado de potencia que el resorte tenía en sí todavía por encima de la fuerza de la bola *A*.

Por lo tanto, está claro que en el caso de que un cuerpo elástico pequeño colisione con otro mayor, tiene que haber más fuerza después del choque que antes del mismo. Ahora bien, si la medida leibniziana de las fuerzas fuese verdadera, habría que suponer lo contrario, a saber, que tras el choque sólo hay la misma cantidad de fuerza que antes del mismo. En consecuencia, o rechazamos esta ley, o negamos toda la persuasión que nos ha ofrecido este §.

§ 54

Lo anterior queda aún más claro, considerando el caso de que un cuerpo elástico choca con otro más pequeño

Quedaremos perfectamente convencidos de la corrección de lo dicho, si invertimos el caso anterior y suponemos que la bola *B* (Fig. 8.), de mayor masa, colisiona con la más pequeña, *A*. Porque aquí la bola *B* no pierde en primera instancia, al chocar con *A*, ni más ni menos fuerza que la que origina en *A* (si sólo tenemos en cuenta lo que ocurre antes de que se manifieste la elasticidad). Por



tanto, antes de que actúe la elasticidad, la fuerza no ha sido aumentada ni disminuida en estos cuerpos. Ahora bien, el grado de tensión de la elasticidad es el mismo con que el cuerpo *A* se aparta hacia *C*; por consiguiente, su intensidad es menor que la que queda en *B* en dirección *BC*; por tanto, nunca la agotará al distenderse, aunque aplique toda su potencia. Y cuando el resorte que ha sido apretado en el choque se distienda, introducirá ciertamente una nueva fuerza en el cuerpo *A*; pero también disipará en *B* tanta como comunica a aquella bola. Por tanto, la fuerza total no será aumentada por la elasticidad, porque siempre se quita por una parte lo mismo que se ingresa por otra.

Por esto vemos que única y exclusivamente en el caso de que un cuerpo choque con otro de masa menor se conser-

vará el mismo grado de fuerza en el choque; en los demás casos, al no encontrar disponible la elasticidad tanta fuerza para anular como produce en el otro, la fuerza será siempre menor antes que después del choque, lo cual viola la ley leibniziana. Porque en ésta se conserva en todos los casos posibles la misma cantidad de fuerza en la naturaleza, sin pérdidas ni incrementos. 12

§ 55

El cálculo confirma que, en el caso de que un cuerpo choque con otro más pequeño, se mantiene la misma cantidad de fuerza, de acuerdo con la ley cartesiana

Los *leibnizianos* deberían presentarnos, si pudieran, un caso de choque de un cuerpo elástico con otro más pequeño que contraviniese la estimación de *Descartes*; de este modo nadie podría replicarles. Pues única y exclusivamente un caso así sería decisivo y exento de excepciones, porque en el mismo se encuentra siempre después del choque toda la cantidad de fuerza que había antes. Pero ningún defensor de las fuerzas vivas se ha arriesgado nunca a atacar el principio cartesiano en este tipo de choque, ya que necesariamente habría percibido sin dificultad que las reglas mecánicas concuerdan aquí perfectamente con la estimación cartesiana. Supóngase, p. ej., que la masa del cuerpo *B* es triple que la del *A*, y que *B* colisiona con *A* con 4 grados de velocidad. Argumentando entonces de acuerdo con la conocida regla foronómica, la velocidad de la bola *B* tras el choque es a la velocidad que tenía antes, como la diferencia de las masas *A* y *B* a su suma. Por tanto, tiene 2 grados. Además, la velocidad de la bola *A* después del choque es a la velocidad que tenía *B* antes del mismo, como $2B:A + B$. Por tanto, *A* obtiene 6 grados de velocidad. Con lo que la fuerza, según la estimación cartesiana, es 12 en el conjunto de ambos cuerpos después del *Conflictu*; pero antes del mismo también era 12. Y esto es lo que se ha pedido. 16 20 23 28 30 34 34 36 66,1 3

§ 56

La fuerza con que rebota un cuerpo en otro mayor, tiene el signo *Minus*

Si se quiere medir la cantidad de una fuerza, hay que determinarla por sus efectos. Pero antes hay que prescindir de los fenómenos que están asociados a los efectos, pero que no son una consecuencia propia de la fuerza que debe ser estimada. 5 6

Entonces, si un cuerpo elástico choca con otro de mayor masa, sabemos por las leyes del movimiento que el más pequeño retrocede tras el golpe con un cierto grado de fuerza. También hemos aprendido en el último *Paragra-*
phis que la fuerza con que el cuerpo pequeño rebota en el mayor es igual al excedente de fuerza que tiene el esfuerzo de la elasticidad desencadenada sobre la fuerza con que el cuerpo *A* se movía junto con la bola *B* en la dirección *AE*, antes de activarse la elasticidad de ambas bolas. Ahora bien (según lo antes probado), como mientras la elasticidad encontraba en el cuerpo *A* una fuerza dirigida hacia *AD* que podía anular en la misma medida en que la transfería a la bola *B*, el conjunto de los dos cuerpos conservaba la misma cantidad de fuerza que antes estaba presente en *A*, como en la causa solamente; por consiguiente, había que considerar entre tanto el estado de ambos cuerpos como un efecto equitativo de la fuerza poseída por *A* antes del choque. Porque el efecto no es ni mayor, ni menor, que la causa. Sabemos además que cuando la elasticidad ha anulado ya toda la fuerza que quedaba en *A* en la dirección *AE*, transmite a los cuerpos *A* y *B* nuevas fuerzas que, por tanto, se suman a las que integraban la acción genuina y completa de la bola *A*. Por lo tanto, podremos deducir ésta del movimiento de las dos bolas de este modo: tomando del cuerpo *A* la fuerza con que retrocede después del golpe, y restando otro tanto de la fuerza que ha obtenido la bola *B*. Es fácil ver que la fuerza con que rebota una bola elástica al chocar con otra mayor es negativa y lleva el signo *Minus*. Si, p. ej., una bola *A* colisiona con dos grados de velocidad con otra de masa triple, *B*; tras el choque rebota con un grado de velocidad y da a la bola *B* asimismo un grado. Ahora bien, no se puede sumar la fuerza con que *A* retrocede tras el choque a la fuerza de la bola *B*, si se quiere tener la cantidad total de efecto que ha desarrollado *A*. No, tiene que restarse al cuerpo *A*, como también sustraerse de la fuerza que hay en *B*. El resto, que es 2, será todo el efecto completo producido por la fuerza de la bola *A*. Por tanto, una bola que tiene una masa 2 y una velocidad 1, tiene la misma fuerza que otra que posea una masa simple y una velocidad doble.

§ 57

La Señora de
Châtelet bromeó
inoportunamente
al respecto

Así pues, a la ilustrada *Marquesa de Châtelet* se le ha ocurrido inoportunamente chancearse de *Mairan*. Le contesta a la observación que hemos mencionado ahora, que *creía que no querría hacer fácilmente la prueba de colocarse en la trayectoria de un cuerpo que, marcado con el signo minus, retrocediese con 500 ó 1000 grados de fuerza*. También lo creo yo, y me equivocaría mucho si me preocupase de que *Mairan* fuese a aventurarse a extraer la verdad de esta forma. Pero el asunto no estriba en que la fuerza señalada con el signo *Minus* no sea una fuerza real, como parece deducir de ello la *Marquesa*. No hay duda de que *Mairan* no ha querido decir esto. De hecho es una fuerza real, y también produciría efectos reales si se quisiera ponerlo a prueba. Sólo se indica por este medio que tanto esta fuerza, como una parte equivalente a ella de la fuerza de la bola *B*, no puede ser computada en la acción total de la bola *A*, sino que más bien ha de considerarse como si no estuviese presente en *A* y en cambio fuese sustraída de *B*; y que la fuerza restante tras la colisión representa propiamente el efecto total de la fuerza que había antes de ésta. Pero una magnitud considerada así, vale al sumar menos que nada, y requiere el signo negativo. 68,3

§ 58

Los leibnicianos
rehuyen la inves-
tigación de las
fuerzas vivas a
través del choque
de los cuerpos
inelásticos

Mis lectores esperarán ahora encontrar aducidas, a partir de la teoría *del movimiento de los cuerpos inelásticos al chocar*, ciertas demostraciones que hayan servido a los partidarios de la estimación leibnicianiana para defender las fuerzas vivas. Pero se engañan. Estos señores no encuentran del todo ventajoso para su opinión este tipo de movimiento; por tanto, tratan de excluirlo completamente de esta investigación. Esta es una enfermedad a la que ordinariamente sucumben los que acometen empresas en el conocimiento de la verdad. Cierran los ojos, por así decir, ante lo que parece ir en contra de la tesis que se les ha metido en la cabeza. Un pequeño subterfugio, una excusa fría y lánguida, es capaz de bastarles si de ello depende el alejar una dificultad que es embarazosa para la opinión hacia la que se inclinan. Se habrían podido ahorrar mu- 11, 12 15 17 19 22

chos errores en la filosofía de haber habido alguna contención a este respecto. Cuando se está tratando de aportar todas las razones que brinda el entendimiento para confirmar la opinión que uno se ha propuesto, habría que esforzarse con la misma atención y cuidado en establecer lo contrario con todo tipo de demostraciones, del mismo modo que puede hacerse con una opinión que se estima. No habría que menospreciar nada que parezca ser mínimamente favorable a la tesis contraria, sino desarrollarlo al máximo en su defensa. Con un equilibrio intelectual semejante, se desecharían a menudo opiniones que de otro modo se habrían aceptado indefectiblemente, y cuando finalmente se manifestase la verdad, se presentaría con tanta mayor claridad. 24
29
32
35

§ 59

El choque de los cuerpos inelásticos es más decisivo con respecto a las fuerzas vivas, que el choque de los cuerpos elásticos

Ya se ha advertido con frecuencia a los defensores de las fuerzas vivas, que los movimientos de los cuerpos inelásticos en el choque son mucho más aptos para comprobar si se dan o no las fuerzas vivas que el movimiento de los elásticos. Porque en éstos se interpone siempre la elasticidad y produce infinitas confusiones, mientras que en aquéllos no determinan su movimiento nada más que la acción y la reacción. No hay ninguna duda de que los leibnicianos se habrían dejado convencer por la evidencia de esta idea, si no subvertiese todo el edificio de las fuerzas vivas. 69,2
6
10

§ 60

Subterfugio de los leibnicianos a propósito de la objeción que se les hace sobre el choque de los cuerpos inelásticos

Por eso se han visto obligados a buscar amparo en una restricción, acaso la peor que se haya utilizado nunca. Afirman, en efecto, que siempre se pierde en el choque de cuerpos inelásticos una parte de la fuerza, empleándose en comprimir las partes de los cuerpos. Por eso se pierde la mitad de la fuerza que tiene un cuerpo inelástico cuando choca con otro de igual masa que está en reposo, y se consume en la compresión de las partes. 14
16
19

§ 61

Origen de este
erróneo pensa-
miento

Este pensamiento tiene varios aspectos deficientes. Va- 25, 26
mos a considerar algunos de ellos.

Incluso a primera vista podemos percibir sin dificultad 27
el origen de este error. Se sabe, en parte por la experiencia, 28
y en parte por los principios de la filosofía natural, que un
cuerpo duro, cuya figura poco o nada se modifica en el
choque, siempre es elástico, y que, por el contrario, las
partes de los cuerpos no elásticos están ensambladas de
tal modo, que se deforman y comprimen al chocar. La na- 33
turaleza generalmente reúne estas propiedades; pero en
una consideración matemática no estamos obligados a
agruparlas. 35

Los partidarios de las fuerzas vivas se han confundido 70,1
con esto. Se figuran que, como en la naturaleza un cuerpo 2
inelástico tiene comúnmente una estructura tal que sus
partes se deforman y comprimen al chocar, tampoco pue-
den sostenerse sin esta propiedad las reglas que propor-
ciona una consideración puramente matemática del mo-
vimiento de tales cuerpos. Este es el origen de la dificultad 6
que hemos visto en el § 60, y que carece de todo funda-
mento, como ahora veremos.

§ 62

Primera res-
puesta a la res-
tricción de los
leibnicianos

En la matemática se entiende que la elasticidad de un 10
cuerpo no es otra cosa que la propiedad mediante la que
repele a otro cuerpo que colisiona con él con el mismo
grado de fuerza con que le ha chocado. Un cuerpo inelás- 14
tico es, por tanto, el que no tiene esta propiedad.

La matemática no se preocupa de la forma y modo en 16
que se presenta esta propiedad en la naturaleza. En ella se 17
deja completamente indeterminado si la elasticidad pro-
cede de la modificación de la figura y de un repentino res-
tablecimiento de la misma, o si la fuente es una secreta en-
telequia, una *qualitas occulta*, o Dios sabe qué otra causa.
Si en la mecánica aparece descrita la elasticidad como ori- 21
ginada por la compresión y distensión de las partes de un
cuerpo, nótese que los matemáticos que emplean esta ex-
plicación se meten en lo que no les interesa, en lo que no
conciérne a su objeto, y en lo que propiamente es un ob-
jeto de la física.

Según esto, si la consideración de un cuerpo inelástico en la matemática sólo supone que no tiene en sí fuerza alguna para rechazar un cuerpo que choque con él, y si todo el capítulo del movimiento de los cuerpos inelásticos se basa en esta única determinación, es absurdo sostener que las reglas de estos movimientos están establecidas así, porque la compresión de las partes de los cuerpos en colisión permite única y exclusivamente esas leyes. Pues no se encuentra vestigio alguno de la compresión de las partes en los principios de los que emanan estas leyes. Todos los conceptos en que descansan las mismas son con respecto a esta limitación tan indiferentes, que puede contabilizarse sin poner ningún inconveniente entre los cuerpos inelásticos tanto los que no modifican su forma al chocar, como los que sufren una compresión de sus partes. Como no se ha prestado atención en absoluto a este aplastamiento en la construcción de estas leyes para establecer las reglas del movimiento conforme a la misma, ni tampoco se han basado nunca en los conceptos que conlleva este aplastamiento, es muy extraño echarle la culpa de que las leyes mentadas estén establecidas como realmente lo están.

§ 63

Segunda respuesta: porque un cuerpo puede denominarse inelástico, incluso si es perfectamente duro

Hemos dicho que, en la consideración que nos brinda la matemática del movimiento de los cuerpos inelásticos, éstos también pueden suponerse perfectamente duros, como si sus partes no se aplastaran al chocar. La naturaleza nos ofrece también ejemplos de que no siempre es inelástico el cuerpo cuyas partes se deforman más que las de algún otro, sino que con frecuencia un cuerpo cuyas partes no han sido aplastadas apenas al chocar, en comparación con algún otro, no obstante es menos elástico que otro cuyas partes se deforman más fácilmente. Porque, si se deja caer sobre el empedrado una bola de madera, ni de lejos rebotará tan alto como otra de estopa que, sin embargo, puede ser aplastada muy fácilmente, y en comparación con la cual aquélla puede ser considerada como sumamente dura. Vemos en consecuencia que en la naturaleza un cuerpo no es inelástico porque sus partes sean aplastadas, sino sólo porque no se recuperan con el mismo grado de fuerza con que han sido aplastadas. Por tanto,

podemos suponer asimismo cuerpos cuyas partes se deforman infinitamente poco al chocar, pero que al mismo tiempo están constituidos de forma que tampoco se recuperan de esta compresión infinitesimal o, de hacerlo, no lo hacen de todos modos con el grado de velocidad con que fueron aplastadas; como haría más o menos, valga la comparación, una bola de madera. Los cuerpos que comento serían perfectamente duros,* pero inelásticos. Por tanto no se podrían exceptuar de las leyes del choque de los cuerpos inelásticos, a pesar de no ser aplastadas sus partes. ¿Cómo se mantendría aquí la restricción de los leibnicianos?

§ 64

Tercera respuesta: el aplastamiento de las partes no es una razón por la que tuviera que perderse una parte de la fuerza en el choque de los cuerpos inelásticos

Aún podemos conceder a los *leibnicianos*, sin perjuicio nuestro, su suposición de que los cuerpos inelásticos sufren siempre un aplastamiento de sus partes. Un cuerpo produce en otro móvil, cuyas partes aplasta al chocar, el mismo efecto que produciría si se interpusiera entre ambos un resorte, al que comprimiéndose con la colisión. Puedo servirme libremente de esta idea, no sólo porque es sencilla y convincente, sino también porque un gran defensor de las fuerzas vivas, *Bernoulli*, ha hecho uso del mismo caso.

Ahora bien, si una bola *A* (Fig. 9.) se mueve hacia otra, *B*, y comprime al colisionar el resorte *R*, entonces, digo, todos los grados de fuerza que se emplean en comprimir el resorte pasan a la masa del cuerpo *B*, y se acumulan hasta que se ha transmitido a dicho cuerpo *B* toda la fuerza con



que se ha comprimido el resorte. Porque el cuerpo *A* no pierde ni un solo grado de fuerza, ni tampoco se oprime el resorte en la más mínima parte, más que en la medida en que éste se apoya en el cuerpo *B*. Pero se apoya con la

* Porque un cuerpo que sólo se deja aplastar infinitamente poco, puede sin error denominarse infinitamente duro.

misma potencia en esta bola, con la que se distendería hacia ese lado, si la bola retrocediese repentinamente, esto es, con la fuerza con que *A* lo comprime por el otro lado, y que este cuerpo emplea y consume en su compresión. Ahora bien, salta a la vista que el mismo grado de fuerza con que el resorte trata de enderezarse contra *B*, y al que se opone la fuerza de inercia de la bola *B*, tiene que repercutir en la misma bola. Por tanto, *B* recibe para moverse en la dirección *BE* toda la fuerza consumida por *A* en comprimir el resorte *R*.

La aplicación es fácil de hacer. Porque el resorte *R* simboliza las partes de las bolas inelásticas *A* y *B* que son aplastadas por el choque. Por tanto, el cuerpo *A*, al aplastar en su choque con *B* las partes por ambos lados, no consume en estos aplastamientos fuerza alguna que no reciba el cuerpo *B*, moviéndose con ella tras el choque. Por consiguiente, no se pierde ninguna porción, y menos una porción tan grande como erróneamente pretenden los leibnicianos.

§ 65

Me cansaría de exponer todas las inexactitudes y contradicciones que encierra esta dificultad que los *leibnicianos* nos han querido plantear en el tema del choque de los cuerpos inelásticos. La única que todavía voy a mencionar podría bastar por sí sola para desvirtuarla.

*Cuarta res-
puesta:* Por la
proporción de
dureza de los
cuerpos inelásticos,
y por el
grado de fuerza
de la colisión que
tiene que determinarse
con la
restricción de los
leibnicianos

Aun cuando se concediese a nuestros adversarios todo lo restante, no puede perdonárseles el atrevimiento que supone la exigencia de que, en el choque de los cuerpos inelásticos, no se tenga que perder por el aplastamiento de las partes ni más, ni menos fuerza, que la que encuentran necesario en cada caso de acuerdo con su estimación. Es una temeridad imposible de admitir que se nos quiera instar a creer sin ninguna demostración que un cuerpo ha de perder por aplastamiento de las partes al chocar con otro igual precisamente la mitad de la fuerza; al chocar con otro triple, $3/4$, etc. etc.; sin que se nos pueda dar una razón de que se gaste precisamente tanto y no más ni menos; pues aun suponiendo que el concepto de cuerpo inelástico requiera necesariamente alguna pérdida de fuerza por aplastamiento, no sé de dónde habría que concluir que

esta ausencia de elasticidad requiera que se tenga que consumir justo tanta y no menos fuerza. Los leibnicianos no pueden negar sin embargo que cuanto menor sea la solidez de la masa del cuerpo inelástico en comparación con la fuerza del colisionante, con tanto más vigor se perderá la fuerza por aplastamiento de las partes; pero cuanto más duros sean ambos cuerpos, tanto menos tiene que perderse; pues si fuesen perfectamente duros no se daría ninguna pérdida de fuerza. Por tanto, se requiere una proporción determinada de dureza en dos cuerpos iguales e inelásticos, si tiene que ser consumida y anulada en el choque justo la mitad de la fuerza del colisionante. Y sin esta proporción resultaría mayor o menor, según fuesen más blandos o más duros los cuerpos colisionantes. Ahora bien, en las reglas del movimiento de los cuerpos inelásticos, a las que tratan de poner una restricción los leibnicianos, el grado de solidez, y más todavía su proporción con respecto al vigor de la colisión, están completamente indeterminados; por consiguiente, las mismas no permiten comprender en absoluto si cuando se produce un aplastamiento de las partes, se consumirá una fuerza y cuánta se perderá; pero ni en lo más mínimo ofrecen alguna razón que permita comprender que en el choque de una bola con otra del mismo peso, se pierda precisamente la mitad de la fuerza. Porque esto no ocurre sin una proporción completamente definida entre la dureza de este cuerpo y la potencia de la colisión. Ahora bien, como no hay en los principios que fundamentan las leyes del choque de los cuerpos inelásticos ninguna determinación semejante que contenga razón alguna de una determinada pérdida de fuerza, la causa por la que estas reglas están hechas así y no de otra manera, no debe atribuirse al aplastamiento de las partes, que en cada caso hace perder precisamente la fuerza que los leibnicianos tienen a bien eliminar.

Una vez establecida de varios modos la invalidez del pretexto con el que los defensores de las fuerza vivas quieren esquivar el golpe que les infligen todas las leyes del choque de los cuerpos inelásticos, nada nos impide utilizar éstas en lo sucesivo para un servicio que nos van a prestar muy ventajosamente, a saber, para excluir las fuerzas vivas del campo de las matemáticas, donde se han introducido de modo ilegítimo.

Aplicación de
nuestras conclu-
siones

§ 66

El choque de los cuerpos inelásticos neutraliza por completo las fuerzas vivas	Pero es superfluo analizar aquí detalladamente la forma y modo en que el movimiento de los cuerpos inelásticos neutraliza las fuerzas vivas. Cualquier caso que se tome consigue esto sin la menor excepción o dificultad. P. ej., si un cuerpo inelástico <i>A</i> choca con otro de la misma clase e igual peso, <i>B</i> , que está en reposo, tras el choque ambos se mueven con $\frac{1}{2}$ de la velocidad que se daba antes del choque. Por tanto, según el tipo de estimación leibniana, una vez producido el choque hay en cada uno $\frac{1}{4}$ de fuerza, y en conjunto $\frac{1}{2}$ grado de fuerza, mientras que antes del mismo había habido en la naturaleza un grado entero. Así pues, se ha perdido la mitad sin haber producido un efecto equivalente, o también sin haber experimentado una sola resistencia por la que hubiera podido ser consumida, lo cual, de acuerdo con las declaraciones de nuestros adversarios, es uno de los mayores absurdos que pueden cometerse.	75,2
		4 6 9 12

§ 67

Demostración general de que el choque de los cuerpos tiene que estar siempre en contra de las fuerzas vivas	No quiero terminar esta sección, en la que hemos refutado las fuerzas vivas mediante el choque de los cuerpos, sin haber añadido antes una consideración general que comprende en sí todo lo que se puede decir de esta índole contra las fuerzas vivas. En la misma voy a demostrar que, aun cuando se admitiese a los leibnianos su estimación de las fuerzas, la naturaleza del tema es totalmente adversa a una demostración de la misma por el choque de los cuerpos; y que éste nunca ofrecería, ni tampoco podría, otra medida que la simple velocidad, aun cuando la estimación por el cuadrado fuese completamente cierta e indudable. Es imposible, digo, que tuviera que poder ser conocida por el choque de los cuerpos, aunque por lo demás pueda mostrarse en otros mil casos tan claramente como se quiera.	19
		24 31 33

§ 68

Desarrollo de
esta demostra-
ción

Mi demostración se apoya en lo siguiente.	76,2
Se acepta que no puede emplearse el movimiento de los cuerpos al chocar para el fin que hablamos de otro modo, que considerando la fuerza que un cuerpo en movimiento transmite a otro al chocar, como el efecto con que se puede medir la cantidad de causa que se ha agotado en producirlo. Esto es, hay que averiguar la cantidad de la causa por los efectos que se derivan de ella. Va de suyo que se ha cuidado especialmente de no tomar en los cuerpos que chocan más que la fuerza que realmente no es más que el efecto producido inmediatamente por la colisión del otro cuerpo; pues de otro modo toda la medida buscada es engañosa e inútil. Pero salta a la vista que, inmediatamente después del instante en que el cuerpo colisionante ha ejercido su acción en el colisionado, toda la fuerza que entonces se encuentra en éste es un efecto indudable del choque. Por esto, hay que servirse necesariamente del mismo y no de ningún otro, para medir la fuerza que el cuerpo colisionante ha empleado en la producción del mismo. Ahora bien, un cuerpo que ha recibido su movimiento del choque con otro, inmediatamente después del instante en que el choque le ha comunicado la fuerza y por tanto cuando aún no se ha podido alejar una distancia finita de la contigüidad del colisionante, ya tiene de todos modos toda la fuerza que éste le ha podido comunicar, pero aún no posee ningún movimiento real, porque no se le ha dado tiempo alguno para ello; sino sólo un puro conato de movimiento, por consiguiente, una fuerza muerta y cuya medida es la simple velocidad. Por tanto, la fuerza que se encontraba en el cuerpo colisionante se ha agotado en excitar en el otro una fuerza cuya estimación absolutamente precisa nunca puede ser otra que la mera velocidad, aun cuando se quisiera suponer mediante una hipótesis una fuerza en el colisionante que se midiese, no digo ya por el cuadrado, sino por el cubo, la cuarta o quién sabe qué otra potencia de la velocidad.	3 8 10 15 18 21 29
Ahora bien, sería absurdo subvertir completamente el principio <i>de la igualdad de causa y efecto</i> , estableciendo que una fuerza que requiere una estimación por el cuadrado se emplease en producir otra que sólo fuese estimada por la velocidad. Pues dado que aquélla es infinita-	37 77,4

mente mayor que ésta, sería tanto como decir que todo el contenido de un cuadrado hubiera sido empleado para producir una línea y además una línea finita. Por eso está claro que todas las leyes, tanto de los cuerpos elásticos como de los inelásticos, nunca ofrecerán una demostración de otra estimación que de la simple velocidad, y que por su naturaleza tiene que estar siempre en contra de las fuerzas vivas, aunque la gente quiera agotar toda su inventiva en imaginar casos que parezcan serles favorables.

8

§ 69

Como en el § anterior todo se deriva de que sólo se puede tomar como medida de la fuerza del cuerpo colisionante la fuerza que se encuentra en el colisionado inmediatamente después del instante de la acción que le ha sido comunicada, y justo cuando se despega del colisionante, aunque antes de que este movimiento haya ocurrido realmente; no dudo de que éste será el punto que más discutirán los hombres a los que tengo el honor de llamar adversarios. Quisiera tener la suerte de anticiparme a ellos con lo que sigue.

15

Continuación de la demostración de que en el choque de los cuerpos no hay que considerar la velocidad inicial del colisionado

La fuerza que tiene el cuerpo colisionado un instante antes de alejarse del colisionante, o es igual a la fuerza que tiene una vez que se mueve realmente y se ha apartado de aquél, o no es igual. En el primer caso no es necesaria mi limitación, sino que puede tomarse la fuerza del cuerpo colisionado en cualquier instante del movimiento, pues siempre se medirá por la simple velocidad,* porque es igual a la que tenía antes de que su movimiento fuese real. Si no es igual, esto quiere decir necesariamente que la fuerza inherente al cuerpo colisionado una vez que se ha alejado ya del colisionante, es mayor que la que había al estar en contacto. Pero de ser así, declaro que ésta es justo la causa por la que no puedo servirme de la misma para estimar por aquélla la fuerza de la colisión. Porque si hay en el cuerpo colisionado un grado más de fuerza cuando se ha alejado ya del colisionante tras el choque, que el que

22

24

28

78,2

5

7

* Porque, hasta que no ha llegado a hacerse real el movimiento del cuerpo colisionado (a saber, hasta que no se ha alejado aún del colisionante), su fuerza es todavía muerta, incluso según las declaraciones de los leibnicianos.

77,33

35

había cuando aún lo tocaba, entonces este nuevo grado de fuerza tampoco es un efecto del cuerpo colisionante, pues los cuerpos interactúan sólo mientras se tocan. Por lo tanto, se puede emplear aquélla con toda propiedad para medir la fuerza que se ha consumido en producirla. 13

§ 70

Hemos superado felizmente las dificultades que hubiera podido suponer el choque de los cuerpos para la vieja ley de *Descartes*. Me figuro que ahora puedo decir, atrevidamente, que el partido de *Leibniz* no le supera en nada por este lado. Vamos a procurar que también podamos preciarnos de esto en lo restante. 17
19
21

§ 71

Sobre la defensa de las fuerzas vivas mediante la composición del movimiento

Examinemos ahora los casos de *movimientos compuestos* que han tomado los defensores de las fuerzas vivas como fortalecimiento de su estimación. Del mismo modo que una mala causa siempre se caracteriza por ocultarse de buen grado bajo casos oscuros y enrevesados, el partido de las fuerzas vivas se ha querido también aprovechar de la confusión en que puede desembocarse fácilmente al considerar los movimientos compuestos. Vamos a tratar de quitarles la capa de oscuridad que hasta ahora ha favorecido única y exclusivamente a las fuerzas vivas. *Bilfinger* se ha servido al máximo de este tipo de demostraciones, y por ello sus pensamientos tienen que ser los primeros que pongamos a prueba. 24
27
32
35

Encontramos su trabajo en el primer tomo de los *Commentarii Petropolitani*. La tesis que sirve de base a todo su sistema es la siguiente (Fig. 10.). Un cuerpo *A*, que recibe 79,3
4
5

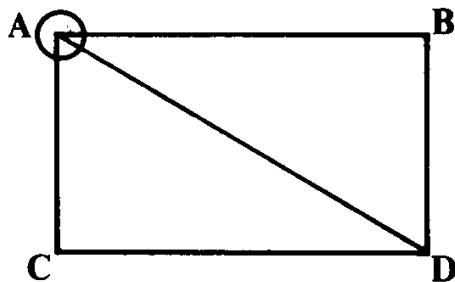


Figura 10

dos movimientos al mismo tiempo, uno en la dirección AB con la velocidad AB , y otro en una dirección que es perpendicular a la anterior, con la velocidad AC , se mueve a lo largo de la diagonal de ese rectángulo en el mismo tiempo en que recorrería separadamente cada uno de los dos lados en particular. Pero las fuerzas dirigidas hacia los lados del paralelogramo no se oponen recíprocamente, con lo que tampoco puede una sustraer nada a la otra, y por tanto la fuerza que tiene el cuerpo cuando cede a ambas, es decir, cuando se mueve por la diagonal, será igual a la suma de las fuerzas dirigidas hacia los lados. Ahora bien, esto no ocurriría según la estimación cartesiana. Pues la diagonal AD es siempre menor que la suma de los dos lados AB y AC ; pero la fuerza que tiene el cuerpo con la velocidad AD tampoco sería nunca igual a la suma de las fuerzas con las velocidades AB y AC en cualquier otra estimación posible, salvo en el caso de que las mismas se estimen por el cuadrado de las velocidades. De aquí concluye Bilfinger que la fuerza de un cuerpo que se mueve realmente no puede medirse más que por el cuadrado de su velocidad.

§ 72

Bilfinger no se ha equivocado del todo en su demostración. En el fondo del asunto sus conclusiones son perfectamente correctas; sólo la aplicación de las mismas es defectuosa y tiene el sello de un juicio precipitado.

En qué sentido es correcta la demostración de Bilfinger

Si se considera el movimiento que tiene el cuerpo hacia el lado AC (Fig. 10.) como es usual, a saber, como que el cuerpo trata por medio de él de chocar perpendicularmente con el plano CD , entonces es indudable que el otro movimiento lateral por la línea AB no se opone en absoluto, a este respecto, porque corre paralelo con el plano

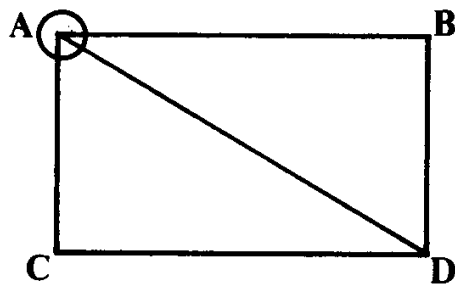


Figura 10

CD, y por consiguiente el cuerpo ni se acerca ni se aleja del mismo por él. De igual modo, el movimiento lateral *AC* no se opondrá en absoluto al movimiento hacia el otro lado *AB* con respecto al efecto que con él trata de producir el cuerpo en el plano *BD*, porque igualmente corre paralelo con este plano. Pero, ¿qué se deduce de aquí? Solamente que el cuerpo, cuando cede a estos dos movimientos laterales a la vez y recorre la diagonal, ejercerá de una vez sobre los planos *CD* y *BD* las acciones que habría producido mediante movimientos separados a lo largo de los lados. Por tanto, el cuerpo tiene, al moverse por la diagonal, una fuerza respecto a ambos planos *CD* y *BD*, que es igual a la suma de las dos fuerzas hacia los lados. Pero esta igualdad se da en él sólo bajo la condición que he dicho.

§ 73

Bilfinger no ha entrado en el sentido de la polémica

Bilfinger no se ciñó a esta condición, a pesar de que hubiera tenido que verse forzado a ello por la naturaleza de su demostración. Concluyó directamente: *Por tanto, el cuerpo tiene al moverse por la diagonal una fuerza que es igual a la suma de las dos fuerzas laterales.*

Esta tesis, formulada tan sin reservas, comporta fácilmente una significación que está muy alejada del sentido de la conclusión de la demostración de *Bilfinger*. Pues cuando se dice que un cuerpo que posee esta o aquella velocidad, tiene esta o aquella fuerza, se entiende por tal la fuerza que ejercería en la misma dirección de su movimiento y sobre un objeto con el que chocase perpendicularmente. Por tanto, si lo que se dice de la fuerza de un cuerpo tiene un carácter tan restringido, no hay que tratar de determinar su magnitud en ningún otro sentido que en éste; de otro modo parece que el cuerpo tiene en la dirección de su movimiento una fuerza determinada que, no obstante, sólo puede ejercer lateralmente en una determinada posición del objeto con el que choca. *Bilfinger*, que no ha tenido esto en cuenta, ha incurrido en el cargo de una *fallaciae ignorationis elenchi*. Porque ha dejado de lado el sentido de la cuestión, y en lugar de haber demostrado que el cuerpo, al moverse a lo largo de la diagonal chocará contra un objeto perpendicularmente interpuesto en la dirección de su movimiento con una fuerza

que es igual a la suma de las fuerzas con que chocaría mediante los movimientos laterales separados contra los planos subyacentes a él, demostró que ciertamente desarrolla el agregado de estas fuerzas, pero sólo con respecto a los dos planos laterales CD y BD , y no al plano opuesto perpendicularmente a su movimiento.

§ 74

La misma demostración es defectuosa en relación al punto que se discute

Por tanto, lo único que importa es que se demuestre que un cuerpo, al moverse por la diagonal AD , no tiene en la dirección AD la suma de las fuerzas laterales. Para ello no necesito más que considerar cada uno de los movimientos laterales como si fuese compuesto, tal como los matemáticos acostumbran a hacer (Fig. 11.). Según esto, el movi-

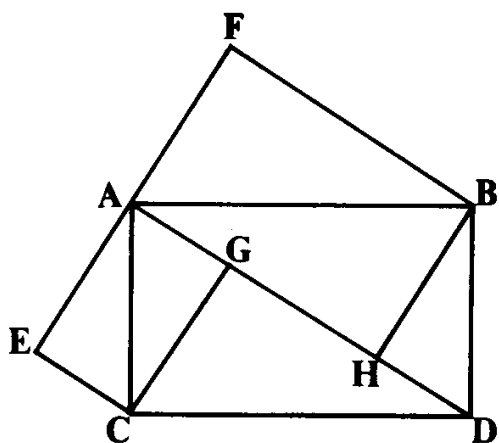


Figura 11

miento lateral AB está compuesto del movimiento AF y AH ; el movimiento lateral AC , en cambio, de los movimientos AE y AG . Ahora bien, como los movimientos AF y AE se oponen recíprocamente, con lo que, como son iguales, se anulan también, sólo quedan los movimientos con la velocidad AH y con la velocidad AG , con los que el cuerpo avanza en la dirección de la diagonal; y por tanto no subsiste en la dirección de la diagonal toda la fuerza de los movimientos laterales, sino que a este respecto sólo se encuentra una parte de la misma. Además, dado que los movimientos AF y AE de todos modos corren paralelos al plano BH , al que choca perpendicularmente el cuerpo en el movimiento diagonal, con lo que ninguno de los dos puede alcanzarlo, se ve tanto por esto, como por lo ante-

rior, que el cuerpo no chocará contra el objeto enfrenteado perpendicularmente a su movimiento a lo largo de AD con la suma de las fuerzas dirigidas hacia los lados AC y AB .

33

§ 75

Colofón

Ahora todo está resuelto. Porque desde ahora sabemos que un cuerpo, al moverse por la diagonal, no ejerce sobre un obstáculo enfrenteado perpendicularmente la suma íntegra de las dos fuerzas laterales que posee el cuerpo por sus movimientos laterales con respecto a los planos perpendicularmente enfrenteados a ellos. De aquí se sigue necesariamente que la fuerza, al moverse por la diagonal, es menor que ambas fuerzas laterales sumadas; por consiguiente, no puede ser estimada la fuerza de un cuerpo por el cuadrado de su velocidad; porque en este tipo de estimación tendría que ser encontrada necesariamente la mencionada igualdad, a pesar de que no se da de hecho.

82,1

7

§ 76

A partir del caso de *Bilfinger* se refutan las fuerzas vivas

No queremos contentarnos con esto. En vez de asustarnos ante los argumentos de *Bilfinger*, preferimos aprovecharlos de buen grado para demostrar la ley de *Descartes*. Una buena causa siempre posee esta cualidad de que incluso las armas de los adversarios tienen que servir para defenderla, y hemos visto varias veces que también la nuestra se puede preciar de esta ventaja (Fig. 11.). De acuerdo con lo

14, 14

17

21

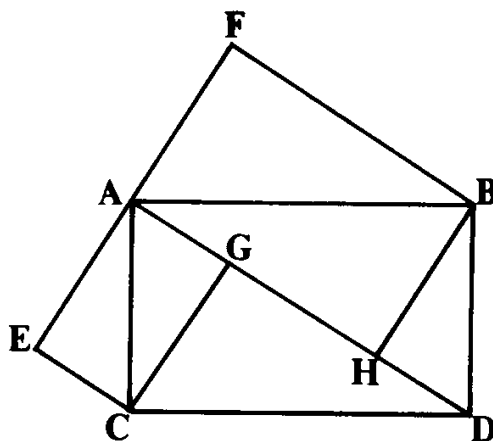


Figura 11

que se acaba de probar, el movimiento lateral AB no produce en la dirección de la diagonal otra velocidad que AH , con lo que el cuerpo, en un movimiento aislado, alcanzaría perpendicularmente el plano BH . Además, el otro movimiento lateral AC produce por sí solo en la dirección de la diagonal únicamente la velocidad AG , con la que el cuerpo chocaría perpendicularmente con el plano CG . Ahora bien, toda la fuerza de la diagonal está compuesta de las fuerzas que comportan estos dos movimientos AH y AG y, por tanto, lo que no se encuentra en aquellos dos tampoco estará presente en éste; pues de otro modo podría estar contenido en la suma algo más que en todos los *Summandis*. Por tanto, la fuerza con la velocidad AD debe ser igual a la fuerza con la velocidad AH plus la fuerza con la velocidad AG ; y se pregunta qué potencia de AH , AG y AD hay que tomar para que la suma de las dos primeras sea igual a la última. Está claro, por los principios más elementales de la aritmética que, de estimar las fuerzas mediante una potencia de las líneas AH , AG y AD mayor que uno, la fuerza del cuerpo con la velocidad AD estimada de este modo sería mayor que la suma de las fuerzas con las velocidades AH y AG ; pero si se quisiera tomar una *función* más pequeña (tal como se expresa *Bilfinger*) que la *función* de las simples velocidades, entonces el agregado de las fuerzas parciales sería mayor que toda la fuerza resultante que se caracteriza por la velocidad AD ; por el contrario, si todo se estima por la simple velocidad, resultarán iguales. De aquí se deduce que hay que, o bien suponer que las fuerzas son proporcionales a las velocidades AH , AG y AD , o bien admitir que el agregado puede ser mayor o menor que el conjunto de los *Aggregandi*.

§ 77

La misma refutación, de otra forma

También podemos demostrar lo mismo de otro modo. Supongamos como *Bilfinger* que el choque de dos bolas iguales con velocidades $ba = AB$ y $ca = AC$ comunica al cuerpo a las fuerzas laterales (Fig. 12.) AB y AC , y que estos dos impulsos, verificados simultáneamente, originan el movimiento y la fuerza a través de la diagonal. Pero, como es lo mismo, vamos a suponer que estas bolas salie-

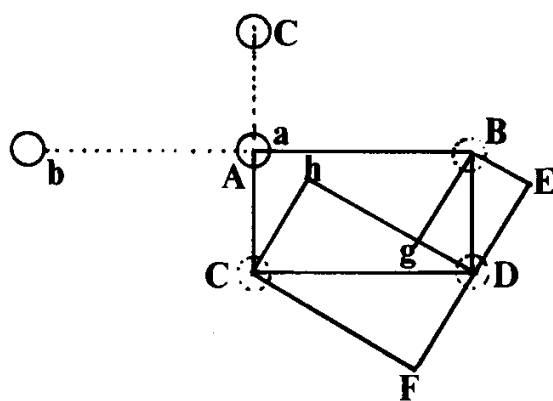


Figura 12

ron de C y B y chocaron contra el cuerpo a en el punto D con las velocidades $CD = ba$ y $BD = ca$. Es innegable que el cuerpo a en este lugar obtendrá de las mencionadas bolas la misma fuerza que pudo obtener en el punto A ; porque el lugar no cambia absolutamente nada, puesto que todo lo demás es igual. Así pues se pregunta: ¿qué fuerza obtendrá la bola a en el punto D contra el plano perpendicular FE , por estos dos choques BD y CD , verificados simultáneamente? Respondo: la bola B sólo comunicará propiamente al cuerpo a con el movimiento BD la velocidad BE en lo que respecta a la acción sobre este plano, y por la colisión de la bola C con la velocidad CD adquirirá el mismo cuerpo A solamente la velocidad CF , con las que puede actuar en el punto D sobre el plano FE . Porque los otros dos movimientos Bg y Ch , que a ha obtenido por este doble choque, van paralelamente al plano, y por consiguiente no lo alcanzan, sino que más bien se anulan mutuamente, porque son iguales y opuestos. Por tanto, las dos fuerzas laterales BD y CD , o, lo que es otro tanto, AC y AB , han comunicado al cuerpo con respecto al plano que alcanza perpendicularmente en el movimiento diagonal, únicamente una fuerza equivalente a la suma de las fuerzas correspondientes a las velocidades BE y CF ; por consiguiente, *en primer lugar*, no todas sus fuerzas y, *en segundo lugar*, una fuerza, por lo que se infiere aquí con tanta evidencia como en el § anterior, que tiene que ser a sus componentes como la velocidad AD a las velocidades CF y BE , y no como los cuadrados de las mismas.

§ 78

La fuerza exacta en la diagonal no es igual a la suma de las fuerzas hacia los lados	Vemos por la consideración precedente que, si se supone que la suma de las fuerzas ejercidas hacia los lados del paralelogramo en el movimiento diagonal es igual a la fuerza en la dirección de la diagonal, resulta que habría que estimar las fuerzas por los cuadrados de la velocidad. Pero a la vez hemos probado que esta suposición es falsa y que las acciones que ejerce un cuerpo al moverse oblicuamente hasta que ha agotado toda su fuerza, siempre son mayores que las que conseguiría mediante un choque perpendicular.	20 25
	Esta observación tiene la apariencia de una paradoja. Pues de aquí se deduce que un cuerpo puede ejercer respecto a determinado plano opuesto a él de un modo especial más fuerza que la que se supone que hay en él. Porque se dice que un cuerpo tiene la fuerza que aplica a un obstáculo insuperable por medio de un choque perpendicular.	31 32 34 36
	En todo caso podemos despreocuparnos de la resolución metafísica de esta dificultad, pues ocurra lo que ocurra con esto, las matemáticas dictan la sentencia definitiva, y tras su juicio no se puede seguir dudando.	85,1

§ 79

En la estimación leibniziana de las fuerzas, la suma de las fuerzas ejercidas en dirección oblicua es igual a la fuerza de la diagonal; pero en la cartesiana aquélla es con frecuencia infinitamente mayor que ésta	Está claro por el análisis del movimiento que si un cuerpo colisiona sucesivamente en dirección oblicua contra muchos planos, perderá su movimiento por completo cuando la suma de los cuadrados de todos los <i>Sinuum angulorum incidentiae</i> sea igual al cuadrado del <i>Sinus totius</i> que señala la velocidad primitiva de su movimiento. Hasta aquí están de acuerdo todos los mecánicos, sin exceptuar los cartesianos. Pero, para los leibnizianos, de aquí se sigue en particular que el cuerpo, si se adopta la estimación por el cuadrado, ha perdido todo su movimiento cuando la suma de todas las fuerzas ejercidas oblicuamente es igual a la fuerza que le es inherente en el movimiento rectilíneo. En cambio, de acuerdo con la estimación cartesiana, la proporción es muy diferente. La suma de las fuerzas que ejerce el cuerpo a través de muchos choques oblicuos sucesivos hasta que todo su movimiento desaparece es mucho mayor, según aquéllos, que la fuerza	6 12 13 19 20
--	---	---------------------------

única e indivisa que posee el movimiento rectilíneo. Por 24
tanto, el cuerpo no ha perdido todavía su movimiento
cuando la suma de las fuerzas ejercidas en movimientos
parciales ya es igual a toda su fuerza indivisa. Porque un 27
cuerpo puede conseguir mucho más con respecto a mu-
chos planos oblicuos que contra uno con el que choque
perpendicularmente, de tal forma que (si se supone que la
inclinación del choque se produce con el mismo ángulo
sobre todos los planos oblicuos), la cantidad de fuerza
que es necesaria para consumir la fuerza de un cuerpo me-
diante obstáculos interpuestos oblicuamente, es a la que la
anularía en dirección rectilínea, como el *Sinus totus* al *Si-
nui* del ángulo de incidencia.* Por tanto si, p. ej., el *Sinus* 34
totus es al *Sinui anguli incidentiae* como 2:1, es también
dos veces más grande que ésta; ocho veces, si es como 8:1;
y si éste es infinitamente pequeño, es infinitamente mayor
que la potencia del obstáculo que hubiera bastado para
anular todo su movimiento en una dirección directamente
enfrentada. Por tanto, según la estimación leibniziana, 86,3
agota por completo la fuerza de un cuerpo un determi-
nado obstáculo que, de acuerdo con la estimación carte-
siana, sólo puede consumir una cantidad infinitesimal al
mismo cuerpo y en la misma dirección; esto es, en la esti-
mación por el cuadrado el gasto de la fuerza del cuerpo en
movimiento es finita cuando toda la potencia de los obstá-
culos sumados que ha vencido es también finita, pu-
diendo el cuerpo haber vencido estos obstáculos con un
movimiento tan inclinado como se quiera; por el contra-
rio, en la estimación por las velocidades puede ser finita la
fuerza global de las acciones ejercidas por un cuerpo, y no
obstante infinitamente pequeño el gasto de la fuerza del
cuerpo, si es infinitamente pequeño el ángulo con que su-
pera todos estos obstáculos.

Esta diferencia es asombrosa. Tiene que mostrarse en la 16, 16
naturaleza en alguna parte un efecto de ella, sea el que sea,
y merece la pena buscarlo. Pues su resultado no será úni- 18
camente que se pueda decidir si la fuerza de un cuerpo en
la diagonal de un rectángulo es igual o no a la suma de las

* «*Haec sententia per cogitationes meas posteriores correcta est, sed salva nihilominus ma-
nent ea, quae inde derivantur.*» (Acotación que, según Schubert, hizo Kant en el ejemplar
usado por él con la letra típica de los años 1750–1770. Véase edición Schubert-Rosenkranz,
vol. V, p. 107. N. Tr.) 85,34

fuerzas laterales; sino también, si la estimación de Leibniz o la de Descartes es la verdadera; pues una pregunta está indisolublemente unida a la otra.

§ 80

Refutación de las fuerzas vivas mediante un nuevo caso	El caso que buscamos es el movimiento circular de un cuerpo alrededor de un punto central al que es atraído por su gravedad (los movimientos de los planetas son de este tipo).	26
	Supongamos un cuerpo que hubiese alcanzado un impulso suficiente para moverse circularmente alrededor de la Tierra. Prescindamos asimismo, salvo de la gravedad, de todos los obstáculos que pudieran aminorar su movimiento; es indudable entonces que: primero, la velocidad de su movimiento será finita; segundo, persistirá indefinidamente sin disminuir con el mismo grado y la misma trayectoria. Me baso en estas dos tesis complementarias, porque están aprobadas por los dos partidos: el leibniano tanto como el cartesiano. En tercer lugar, me baso además en que la gravedad aporta a un cuerpo que se mueve libremente una fuerza finita en un tiempo finito, o también la consume cuando ambas fuerzas, la que es inherente al cuerpo y aquélla con que presiona la gravedad, actúan contrapuestas. Ahora bien, el cuerpo postulado, al girar alrededor de un punto dado, está expuesto incesantemente a la atracción gravitatoria, y por tanto sufre mediante la suma de todas las presiones gravitatorias infinitesimales una fuerza finita en un tiempo finito, con lo que es impelido hacia el centro de su trayectoria, <i>per Lemma 3</i> . Mientras el cuerpo equilibra todas estas presiones producidas en él mediante su fuerza propia, se mantiene siempre igualmente alejado del centro. Por tanto, ha ejercido en cada tiempo finito una fuerza finita con respecto a los obstáculos gravitatorios superados. Ahora bien, está claro por lo que hemos inferido en el § 79 que, si un cuerpo ha superado un cierto número de obstáculos en dirección oblicua cuya suma asciende a una cantidad finita de fuerza, tendría que sufrir simultáneamente (si se admite la estimación leibniana) un gasto de unas dimensiones finitas en la fuerza que le es inherente. Por consiguiente, el cuerpo postulado pierde una fuerza finita en cada lapso	30 32 36 87,2 7 12 15 17 22

finito de su movimiento circular por las retenciones gravitatorias, y por tanto en un tiempo determinado perderá toda su fuerza y velocidad; porque la velocidad que posee en su movimiento circular sólo es finita. *Lemma 1.* 26

Por tanto, o no puede en absoluto moverse en círculo, a no ser que tenga una velocidad infinita, o hay que admitir que un cuerpo puede desarrollar una fuerza infinitamente mayor, mediante la suma de todas sus acciones oblicuas, que la que posee en una colisión frontal, y que la medida leibniziana de las fuerzas, que no admite esto, es falsa. 27

§ 81

Como la idea que hemos desarrollado aquí es muy fructífera en consecuencias, vamos a apartar de ella todas las pequeñas dificultades, y a aclararla y precisarla en la medida de lo posible. 34

Demostración de que un cuerpo que se mueve circularmente ejerce contra la gravedad la misma acción que si colisionase contra una superficie oblicua

En primer lugar hay que comprender claramente que la fuerza que aplica el móvil en el movimiento circular para equilibrar la gravedad, ejerce una acción sesgada y comparable al choque de un cuerpo contra un plano oblicuo, tal como realmente hemos hecho en el § anterior. 36

A este fin se representan los arcos infinitesimales que recorre el cuerpo en su movimiento circular como segmentos rectilíneos igualmente infinitesimales, del mismo modo que el círculo suele considerarse en matemáticas como un polígono de un número infinito de lados (Fig. 13.). El cuerpo, que ha recorrido el segmento infinitesimal 88,1

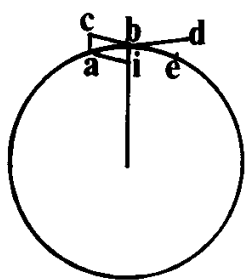


Figura 13

ab, proseguiría este movimiento en línea recta, si la gravedad no le opusiera ninguna resistencia, y en el segundo lapso infinitesimal de tiempo estaría en *d*. Pero por la resistencia de la gravedad se ve forzado a abandonar esta dirección y describir la línea infinitesimal *be*. Este obstáculo 15

de la gravedad le ha restado, *per resolutionem virium*, el movimiento lateral *ac*, que se expresa por la línea perpendicular *ac*, que ha sido trazada sobre la línea *bd* prolongada hasta *c*. Por tanto, el cuerpo experimenta en el punto *b*, por el obstáculo de la gravedad, la misma resistencia que habría experimentado por parte de una superficie *cd*, contra la que hubiese chocado con el ángulo *abc*; porque el obstáculo que esta superficie le opone se expresa, al igual que aquí, mediante la línea perpendicular *ac*. Por tanto, la fuerza que un cuerpo al moverse circularmente ejerce contra la gravedad, que le atrae hacia abajo, se puede comparar perfectamente con la colisión del mismo contra un plano oblicuo, y también se puede estimar del mismo modo que éste.

§ 82

En segundo lugar, parece que el tercer principio de nuestra demostración postulado en el § 80 necesita todavía alguna confirmación; al menos nunca se es suficientemente cuidadoso, incluso con respecto a las verdades más evidentes, cuando se tiene que tratar con semejantes adversarios; porque la polémica de las fuerzas vivas nos ha convencido suficientemente de hasta qué punto el partidismo con respecto a ciertas opiniones puede ser más poderoso y atractivo que la mera fuerza de la verdad, así como cuán lejos llega la libertad de pensamiento a la hora de dudar de las verdades más evidentes, o de diferir su juicio.

El cuerpo con movimiento circular realiza en cada intervalo finito la acción de una fuerza finita contra los obstáculos de la gravedad

A propósito de la tesis de que la gravedad imprime en un cuerpo que se mueve libremente una fuerza finita en cada tiempo finito dado, podría referirme al § 32; pero la misma ya tiene sus oponentes en los defensores de las fuerzas vivas, y es mejor vencerlos con sus propias armas. El cuerpo postulado, que ha recorrido con su movimiento circular el arco *af* en un tiempo finito, recibe las presiones de todos los resortes de la gravedad, a los que está expuesto permanentemente en todo el espacio finito *af*. Ahora bien, incluso según las declaraciones de los leibnicians, los resortes de la materia generadora de la gravedad presentes en un espacio finito determinado, que comunican su presión a un cuerpo que pasa, producen en el mismo una fuerza finita; *ergo etc.*

§ 83

Colofón	Según esto, la fuerza ejercida en un movimiento descompuesto, si se estima proporcional al cuadrado de los lados del rectángulo, es incompatible incluso con las leyes más conocidas por todos del movimiento circular de los cuerpos y con las fuerzas centrales que los producen. Por tanto, las fuerzas laterales no son, como lo requiere la estimación leibniziana, proporcionales en cualquier movimiento compuesto al cuadrado de sus velocidades, y por esto es también general la conclusión de que la estimación por el cuadrado es completamente errónea; porque cualquier movimiento puede considerarse compuesto, como es conocido por los primeros principios de la mecánica.	20 24
---------	---	----------

§ 84

Cómo subsana esta dificultad la estimación cartesiana	Es necesario indicar cuán ventajosamente subsana la estimación cartesiana de las fuerzas la dificultad a la que sucumbe la leibniziana, como ahora hemos visto.	32
	Sabido es por las matemáticas que la pequeña línea <i>ac</i> (Fig. 13.), que es igual y paralela al <i>Sinui verso bi</i> del arco	36

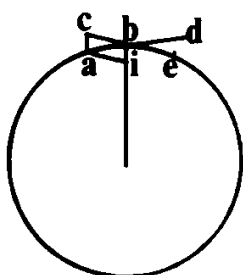


Figura 13

infinitesimal *ab*, es un infinitésimo de segundo orden, y por tanto infinitamente menor que el segmento infinitesimal *ab*. Ahora bien, *ac* es el *Sinus* del ángulo con que el cuerpo al moverse circularmente se opone por doquier a la presión gravitatoria, y *ab*, como parte infinitesimal del movimiento absoluto del cuerpo mismo, es el *Sinus totus* de éste. Pero se sabe, por el antes demostrado § 79, que si un movimiento actúa en un movimiento oblicuo contra un cierto obstáculo de tal manera que el *Sinus* del ángulo de incidencia es continuamente infinitesimal con respecto al *Sinus totius*, la fuerza perdida a través del obstáculo es

en la estimación cartesiana infinitamente pequeña en comparación con la potencia total de todos los obstáculos vencidos. Por tanto, el cuerpo en su movimiento circular no pierde por la presión de la gravedad una fuerza finita hasta que ha vencido en la suma global de todas las retenciones gravitatorias una fuerza que es infinitamente grande. Ahora bien, la suma de todas las presiones gravitatorias sólo asciende, a lo largo de un tiempo finito a una fuerza finita (§ 80, *Lemma 3*), y por consiguiente no llega a una fuerza infinita más que después de un tiempo infinito; por tanto, el cuerpo que se mueve circularmente alrededor de un centro hacia el que es arrastrado por su gravedad, sólo pierde por los obstáculos de la gravedad una fuerza finita en un tiempo infinito, y por consiguiente en cada tiempo finito, infinitamente poco. En cambio, con la estimación leibniziana, en las mismas circunstancias la pérdida ascendería a algo finito en cada tiempo finito (§ 80); por consiguiente la estimación cartesiana no está sometida en este caso a la dificultad que, como hemos visto, afecta siempre a la leibniziana.

§ 85

Otra nueva contradicción a la que están expuestas aquí las fuerzas vivas

La objeción que hemos hecho ahora a las fuerzas vivas descubre a la vez un tipo peculiar de contradicción en la estimación de las fuerzas por el cuadrado. Porque todos están de acuerdo en que la fuerza estimada por el *Rectángulo* de la velocidad multiplicada por sí misma tiene que tener infinitamente más potencia que la que se expresa sólo por la simple medida de la velocidad, y en que con respecto a ésta última, aquélla es lo que la superficie en comparación con la línea. Pero aquí parece justo lo contrario, o sea, que en el caso que hemos visto de que ambas clases de fuerza se ponen a actuar en idénticas circunstancias, la leibniziana puede infinitamente menos que la cartesiana, y es anulada por un obstáculo infinitamente más pequeño que ésta, lo cual es la mayor contradicción que cabe concebir.

§ 86

	La destrucción del principio general según el cual se encuentra la misma cantidad de fuerza en el movimiento compuesto y en el simple, desbarata simultáneamente muchos otros casos que los mantenedores de las fuerzas vivas han levantado sobre el mismo principio.	9
Refutación del caso de Bernoulli sobre la comprensión de cuatro resortes iguales	El caso de <i>Bernoulli</i> , que <i>Wolff</i> menciona en su mecánica, es uno de los más conspicuos entre ellos. Supone 4 resortes que necesitan la misma fuerza para ser apretados. A continuación hace colisionar un cuerpo con 2 grados de velocidad contra el primer resorte bajo un ángulo de 30 grados, cuyo <i>Sinus</i> es 1; luego, con el exceso de movimiento, contra el segundo, bajo un ángulo cuyo <i>Sinus</i> sea igualmente 1; y así también contra el tercero, y por último perpendicularmente contra el cuarto. Este cuerpo aprieta cada uno de estos resortes; por tanto, ejerce 4 grados de fuerza con dos grados de velocidad; por consiguiente los ha tenido, porque de otro modo no podría haberlos ejercido. De aquí que la fuerza de este cuerpo sea no como su velocidad, 2, sino como el cuadrado de la misma.	13 15 16
	Yo no pretendo afirmar que el cuerpo bajo ninguna circunstancia pueda ejercer 4 grados de fuerza con 2 grados de velocidad. Sin embargo, sólo puede ejercerla en una colisión oblicua, y basta que hayamos demostrado que su fuerza es siempre solamente como dos al colisionar frontalmente, y que siempre es mayor en el movimiento oblicuo que en el perpendicular. Pero todos estiman la fuerza de un cuerpo por la potencia que puede encontrarse en él en un choque directo. Por tanto, en el tipo de acción en que todos los adversarios concuerdan inequívocamente que radica la verdadera medida de la fuerza, la ventaja está del lado de Descartes frente al partido de las fuerzas vivas.	22 24 27 29 32 34

§ 87

	Por último, un caso todavía se basa en la composición del movimiento, el cual bien podría denominarse el talón de Aquiles de nuestros adversarios.	92,4
Objeción de Mairan contra el caso de Hermann	Consiste en esto: un cuerpo <i>A</i> , que tiene una masa 1 y una velocidad 2, choca a la vez con dos cuerpos <i>B</i> y <i>B</i> , que	7

tienen ambos una masa 2, bajo un ángulo de 60 grados. El cuerpo colisionante *A* queda en reposo después del choque, y los cuerpos *B* y *B* se mueven cada uno con un grado de velocidad, por consiguiente, con cuatro grados de fuerza ambos en total. 10

Mairan ha percibido muy atinadamente cuán extraño y paradójico resulta que un caso especial y limitado a ciertas circunstancias haya de demostrar una nueva estimación de las fuerzas, que sin embargo, si fuera verdadera, tendría que manifestarse indiferentemente en todas y cada una de las circunstancias. Los leibnicianos tienen la osadía de pretender que, si un cuerpo ejerce 4 grados de fuerza de cualquier modo que sea, cabe siempre decir con seguridad que también ejercerá dicha fuerza en dirección perpendicular; pero en el presente caso salta a la vista que todo depende de un cierto número de elementos que deben ser movidos, y de una determinada posición de los mismos con respecto al cuerpo colisionante, y que por consiguiente el asunto cambiaría por completo si fuesen modificadas estas determinaciones, y por tanto es un gran error concluir que, si el cuerpo ha ejercido en estas circunstancias esta o aquella fuerza, también ha de tener (hablando sin ninguna reserva) esta o aquella fuerza, librándola, si se quiere, en una acción directa. 14 18

Sólo he querido esforzarme aquí en exponer el sentido de la idea de *Mairan*, que opone al caso de *Hermann* en su respuesta a las objeciones que le había hecho la Marquesa de Châtelet en su física. Pero me parece que todo el asunto puede ser despachado mucho más fácil y convincentemente por medio de lo que hasta ahora hemos apuntado respecto al análisis y composición de las fuerzas, y en su mayor parte ya está despachado con ello; por lo cual creo que el lector de estas páginas me dispensará fácilmente de mayor prolijidad, mediante una referencia a lo que con esto he recordado. 31 34

§ 88

Mairan es el único entre los defensores de *Descartes* que ha formulado algunas consideraciones sobre la elección de los principios en los que quieren basar los leibnicianos una nueva estimación de las fuerzas; pero sólo lo ha hecho 93,6

	en el caso que hemos citado en el § anterior. Este tipo de investigación no parece tener mucha importancia, si se considera por encima, pero en realidad es extraordinariamente provechoso, tanto como sólo un método puede serlo en el arte de pensar.	10
Utilidad de este método de Mairan	Hay que tener un método mediante el cual se pueda comprobar en cada caso, por medio de una ponderación general de los principios que sostienen una opinión determinada, y de la comparación de la misma con las consecuencias que de ellas se sacan, si la naturaleza de las premisas encierra en sí todo lo que las teorías derivadas de ellas requieren. Esto ocurre cuando se observa con exactitud las determinaciones que dependen de la naturaleza del razonamiento, y se pone mucha atención en si también se ha elegido en la construcción de la demostración principios que se ciñan a las determinaciones especiales que se hallan en la conclusión. Si no se encuentra esto así, puede creerse con seguridad que estos razonamientos, siendo de tal modo defectuosos, nada demuestran, aunque no pueda descubrirse aún dónde radica propiamente la falta, y aun cuando ésta no se conozca jamás. Así, p. ej., he deducido de la ponderación general del movimiento de los cuerpos elásticos que es imposible que los fenómenos que se manifiestan en sus choques puedan demostrar una nueva estimación de las fuerzas distinta de la cartesiana. Porque recordé que los mecánicos resuelven todos estos fenómenos tomando como fuente única el producto de la masa por la velocidad, junto con la elasticidad; de lo que se puede mostrar a los leibnicianos cien pruebas compuestas por todos los grandes geómetras, y que innumerables veces han confirmado ellos mismos con su asentimiento. Por tanto, concluí, lo que es un mero producto de la fuerza estimada según la simple medida de la velocidad, no puede tampoco ofrecer una demostración de ninguna otra estimación más que la de por la velocidad. Entonces no sabía aún dónde había que buscar propiamente el defecto en los razonamientos de los leibnicianos sobre el choque de los cuerpos elásticos; pero una vez que me convencí del modo indicado de que tenía que darse en ellos algún sofisma en algún lado, por muy oculto que estuviese, apliqué toda mi atención a buscarlo, y me parece haberlo encontrado en más de un lugar.	14 20 25 29 33 94,3 7

Este método es la fuente principal de todo este trabajo

En una palabra: todo este tratado es única y exclusivamente un producto de este método de pensar. Confieso sinceramente que al principio he considerado todas las demostraciones en favor de las fuerzas vivas, cuya debilidad creo comprender ahora perfectamente, como otras tantas demostraciones geométricas, en las que no sospechaba el más mínimo fallo, y tal vez no hubiera encontrado nunca ni uno solo, si no hubiera dado un impulso completamente diferente a mi consideración el examen global de las condiciones bajo las que se establece la estimación de Leibniz. Vi que la condición de esta medida de las fuerzas es la realidad del movimiento, y que constituye la causa propia por la que la fuerza del cuerpo en movimiento no debe ser estimada como la fuerza del que trata de moverse. Pero cuando hube ponderado la naturaleza de esta condición, comprendí fácilmente que, como puede englobarse en un mismo género con la condición de la fuerza muerta, y sólo se diferencia de ésta cuantitativamente, es imposible que pueda tener una consecuencia *toto genere* diferente de la consecuencia de las condiciones de una fuerza muerta, y que continúa siendo infinitamente diferente, incluso cuando la condición que es causa de esta consecuencia se acerque tanto a la otra que ya casi se confunda con ella. Por tanto, comprendí con una certidumbre que no cede en absoluto a la geométrica, que la realidad del movimiento no puede ser un motivo suficiente para concluir que las fuerzas del cuerpo en ese estado tengan que ser como el cuadrado de su velocidad, dado que no se miden más que por la velocidad de un movimiento de una duración infinitesimal, o, lo que es lo mismo, en el caso de un mero conato del mismo. De aquí concluí que, si la matemática tiene como base de la estimación por el cuadrado la realidad del movimiento y nada más, sus conclusiones tienen que ser muy cojas. Provisto de esta fundada desconfianza respecto a todas las demostraciones leibnicianas, atacué los argumentos de los defensores de esta estimación, para, además de lo que ya sabía, que tenían que existir defectos en ellos, saber también dónde estaban. Creo no haber fracasado por completo en mi empeño.

14
16
24
27
35
95,5
8
12

§ 89

La falta de este método ha motivado que ciertos errores manifiestos hayan permanecido ocultos durante mucho tiempo

Si se hubiera aplicado siempre este modo de pensar, se habrían podido ahorrar en la filosofía muchos errores; al menos habría habido un medio para librarse de ellos mucho más temprano. Casi me atrevo a decir que la tiranía del error sobre el entendimiento humano, que a veces ha durado durante siglos enteros, ha provenido particularmente de la ausencia de este método o de otros emparentados con él, y que desde ahora hay que aplicarlo antes que los demás, a fin de prevenir en el futuro aquella calamidad. Vamos a demostrar esto.

Cuando se cree haber demostrado cierta opinión mediante determinados argumentos que ocultan en alguna parte un defecto muy manifiesto, y no se tiene otro medio para comprobar la invalidez de la demostración, salvo que primero se descubra el defecto que en ella se esconde, y que por tanto se tenga que saber previamente cuál es el defecto que desvirtúa la demostración, antes de que quepa decir que hay uno en la misma; cuando, digo, no se tiene otro método que éste, afirmo que el error permanecerá encubierto durante muchísimo tiempo, y que la demostración engañará innumerables veces antes de que se aclare el fraude. La causa de ello es lo siguiente. Supongo que si las tesis y conclusiones que figuran en una demostración son perfectamente manifiestas y tienen la apariencia de las verdades más notorias, el entendimiento la aprobará y no se pondrá a buscar en ella larga y penosamente un defecto, porque entonces la demostración, con respecto al convencimiento que se origina en el entendimiento, vale tanto como otra dotada de rigor y exactitud geométricas, y el defecto oculto bajo las conclusiones, al no ser percibido, disminuye tan poco el asentimiento como si no existiese en absoluto en la demostración. Por tanto, el entendimiento tendría que, o bien no aceptar nunca ninguna demostración, o bien hacerlo donde no divise nada que se parezca a un defecto, esto es, donde no sospeche ninguno, aun cuando estuviese oculto. Por tanto, en un caso así dedicará nunca un esfuerzo especial a la búsqueda de algún defecto, porque no tiene ningún motivo para ello; por consiguiente, el mismo no será detectado más que gracias a una casualidad afortunada; por tanto, generalmente permanecerá oculto mucho tiempo antes de ser descu-

Cómo debe disponerse el medio para evitar la persistencia del error

bierto, pues esta feliz casualidad puede no presentarse en muchos años, con frecuencia en siglos enteros. Este es poco más o menos el origen principal de los errores que han perdurado, para vergüenza del entendimiento humano, durante mucho tiempo, y que más tarde ha descubierto una sencillísima consideración. Porque el defecto encerrado en una demostración parece a primera vista una conocida verdad, por tanto la demostración es considerada como perfectamente rigurosa, por lo que no se sospecha ningún defecto en la misma; ni en consecuencia tampoco se busca y, por ello, no se encuentra más que de forma casual. De aquí se desprende fácilmente dónde hay que buscar el secreto que evite esta dificultad, y que nos facilite el descubrimiento de los errores que se hayan cometido. Tenemos que poseer el arte de adivinar y conjeturar a partir de las premisas, si una demostración estructurada de un modo determinado va a contener, de cara a la conclusión, los principios necesarios y suficientes. De este modo comprobaremos si tiene que haber en él un defecto, aunque no lo divisemos por ningún lado; pero entonces estaremos dispuestos a buscarlo, porque tendremos un motivo suficiente para sospecharlo. Por tanto, esto será una defensa contra la peligrosa propensión al asentimiento, que sin este estímulo apartaría toda la actividad intelectual de la investigación de un objeto en el que no encuentra ningún motivo para dudar y desconfiar. Este método nos ha ayudado en los *Paragraphis* 25, 40, 62, 65 y 68, y todavía nos prestará buenos servicios más adelante.

§ 90

Sería una consideración muy provechosa exponer este método algo más claramente y mostrar las reglas de su aplicación; pero este tipo de investigación no pertenece a la jurisdicción de las matemáticas, a las que propiamente debería corresponder por completo este tratado. De todos modos vamos a exponer una prueba de su utilidad refutando los argumentos que se han extraído de la composición de movimientos en favor de las fuerzas vivas.

En la composición de las presiones muertas, p. ej., de los pesos que tiran de un nudo en direcciones oblicuas, si estas direcciones determinan un ángulo recto, las veloci-

dades iniciales del mismo se expresan también mediante
 líneas que son lados de un rectángulo, y la presión resul-
 tante se representa mediante la diagonal. Aunque aquí el 22
 cuadrado de la diagonal sea igual a la suma de los cuadra-
 dos de los lados, no se sigue de ningún modo de ello que la
 fuerza compuesta vaya a ser a una de las componentes,
 como el cuadrado de las líneas que expresan las velocida-
 des iniciales; sino que todo el mundo está de acuerdo en
 que, a despecho de ello, las fuerzas están en este caso sólo
 en proporción simple de las velocidades. Tómese ahora la 29
 composición de los movimientos reales, tal como se repre-
 senta mediante la matemática, y compárese con esto. Las 31
 líneas que integran los lados y la diagonal del paralelo-
 gramo no son otra cosa que las velocidades en esas direc-
 ciones, del mismo modo que ha sucedido en el caso de la
 composición de presiones muertas. La diagonal guarda 34
 con respecto a los lados la misma proporción que tiene
 allí, y el ángulo también es el mismo. Por tanto, en nada se 36
 diferencian las determinaciones que forman la represen-
 tación matemática de los movimientos reales compuestos
 de las que representan en esta misma ciencia la composi-
 ción de las presiones muertas. Como de ésta no se deriva 98,4
 ninguna estimación de las fuerzas por el cuadrado de la
 velocidad, tampoco podrá ser deducida de aquéllas; ya
 que los conceptos primitivos son los mismos, y por tanto
 también tienen consecuencias iguales. Todavía se objetará 8
 que puede encontrarse una clara diferencia entre ellas,
 porque se supone que una de ellas es una composición de
 movimientos *reales*, mientras que la otra es sólo una com- 11
 posición de fuerzas *muertas*. Pero esta suposición es vana 12
 e inútil. No forma parte del plan de los conceptos funda-
 mentales que integran el teorema; ya que las matemáticas
 no expresan la realidad del movimiento. Las líneas que 14
 son objeto de la consideración, sólo son representaciones
 de la proporción de las velocidades. Así pues, la limitación 16
 de la *realidad* del movimiento únicamente es aquí un con-
 cepto muerto y ocioso, que sólo se menciona marginal-
 mente y del que nada se deduce en la consideración mate-
 mática. De esto resulta que no puede concluirse nada fa- 19
 vorable a las fuerzas vivas a partir de este tipo de investiga-
 ción de los movimientos compuestos; sino que tiene que
 haber entremezclados razonamientos *filosóficos*, que
 ahora no son pertinentes. De este modo, mediante la 23

ayuda de nuestro preciado método hemos comprendido ahora que las demostraciones matemáticas de las fuerzas vivas a partir de la composición de los movimientos son falsas y completamente defectuosas, aunque aún no sabemos cuáles son los defectos, pero sin embargo tenemos una fundada presunción, o mejor, una firme convicción de que indefectiblemente los habrá. Por tanto, no podemos cejar en el empeño de buscarlos con seriedad. He librado de este trabajo a mis lectores, porque me parece que he encontrado estos defectos y los he mostrado en el *Paragraphis* precedente.

§ 91

Por último, nuestro método es también una espada contra todos los nudos de sutilezas y distinciones con que *Bilfinger* ha querido proteger sus conclusiones, que hasta aquí hemos refutado, contra una objeción que pueden hacerle sus adversarios. Para nosotros es una gran ventaja poder cortarlos, pues de otro modo sería muy penoso desatarlos.

Las distinciones de *Bilfinger*, con que quiere escapar a la objeción de *Mairan*, son suprimidas en virtud de este método

Bilfinger ha notado muy bien que se le objetaría que sus demostraciones, si fuesen correctas, tendrían que probar lo mismo respecto a la composición de las fuerzas muertas. Pero se ha asegurado por este lado como sólo él sabe hacerlo, por medio de un bastión de enmarañadas distinciones metafísicas. Observa que la acción de la fuerza muerta tiene que estimarse mediante el producto de la intensidad por el camino que sigue; pero esto es expresado por el cuadrado de esta línea; por tanto, se puede conceder a los cartesianos que las acciones sean iguales en la composición de presiones muertas; pero de aquí tampoco se sigue que por eso tuvieran que ser también iguales las fuerzas. Añade: *in motibus isochronis solum actiones sunt ut vires, non in nisu mortuo*. Una investigación metafísica produce un efecto singular en una controversia matemática. El matemático piensa que no entiende de estas sutilezas y, aunque no sea capaz de resolverlas, está muy lejos de desconcertarse por ellas. Sigue el hilo conductor de la geometría, y para él todos los demás caminos son sospechosos. Justamente así se han conducido los geómetras con respecto a los subterfugios de *Bilfinger*. Todavía

	no ha aceptado nadie estas armas, que yo sepa. Se han	26
	ahorrado previsoramente este trabajo; porque una investi-	
	gación metafísica, especialmente si es tan enmarañada y	
	complicada, abre siempre innumerables escondrijos por	
	todas partes, por donde uno puede escaparse del adversa-	
	rio, sin que el otro esté en situación de seguirle o sacarle.	
	Hemos hecho muy bien en haber atacado desde el princi-	31
	pio los argumentos de Bilfinger por el lado en que, según	
	su propia confesión, únicamente la matemática tiene la	
	palabra. Pero gracias a nuestro método, como ya he dicho,	34
	dominamos también estas distinciones, aunque se hayan	
	ocultado bajo un velo de obscuridad tan impenetrable.	37
Nuestro método previene las dis- tinciones de Bil- finger	Aquí la pregunta es, ante todo, si las distinciones de Bil-	100,1
	finger pueden dar validez a la demostración matemática	
	que él ha tomado de la proporción de la diagonal con res-	
	pecto a los lados en la composición de los movimientos	
	reales, o si a pesar de todo esta demostración matemática	
	no puede ofrecer ninguna defensa de la nueva estimación.	
	Este es propiamente el punto que se discute; porque si el	8
	sistema de Bilfinger descansa tan sólo en principios meta-	
	físicos y no se apoya en los conceptos matemáticos de la	
	composición de los movimientos, el propósito de este capí-	
	tulo nos disculpa si no nos aventuramos en la investiga-	
	ción de los mismos. Pero la proporción de la velocidad	13
	diagonal con respecto a las velocidades laterales en la	
	composición de <i>movimientos reales</i> se prueba por el	
	mismo principio del que se deriva igualmente esta propor-	
	ción en la composición de presiones muertas. Por tanto, es	17
	cierta, aun cuando no se den en los movimientos reales	
	compuestos otras propiedades y determinaciones que las	
	que se encuentran en las presiones muertas, porque puede	
	demonstrarse suficientemente, sin que sea necesaria otra	
	cosa que lo que hay que postular también en el caso de las	
	presiones muertas compuestas. Así pues, a partir de la	23
	proporción de la velocidad diagonal en los movimientos	
	reales, no puede concluirse que las fuerzas compuestas	
	hayan de tener otra naturaleza y tipo de estimación que las	
	presiones muertas; porque se da la misma proporción,	
	aun cuando la naturaleza de las fuerzas compuestas no se	
	diferencia en absoluto de las presiones muertas; porque	
	no se necesitan otros principios para demostrarlo que los	
	que también serían precisos aquí. Por consiguiente, es	30
	inútil que Bilfinger se quiera servir de las mismas para	

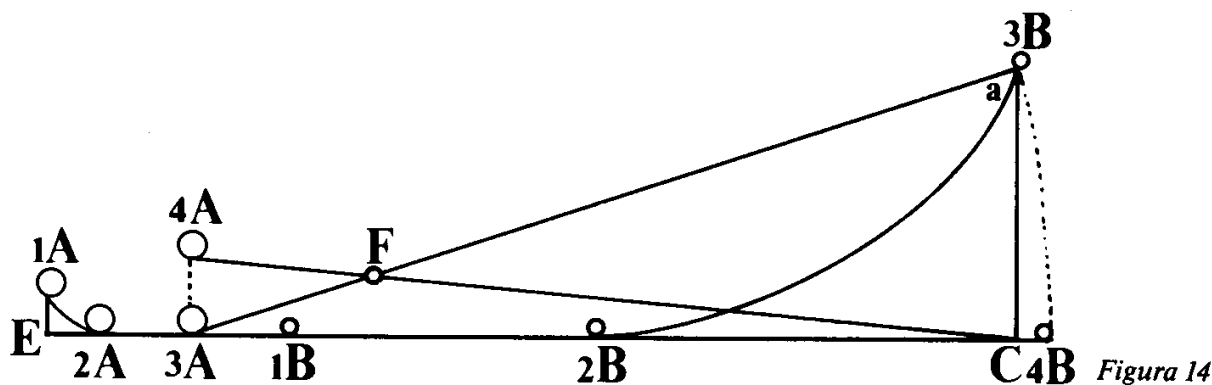
concluir que las fuerzas no están en proporción de las velocidades, sino de sus cuadrados.

Según esto, las distinciones metafísicas que ha utilizado este filósofo pueden a lo mejor ofrecer algo a partir de lo cual una reiterada reflexión filosófica podría extraer algunos principios en favor de las fuerzas vivas; pero no son suficientes para mantener la demostración matemática de que hablamos, porque ya por su índole dejan indeterminado lo que se requiere para la regla que de allí se quiere extraer. 33

§ 92

Un caso especial de composición de Leibniz

Después de todos estos diferentes tipos de demostración, cuya invalidez hemos mostrado a los defensores de las fuerzas vivas, paso por último a la que tiene como autor al propio *Leibniz*, el padre de las fuerzas vivas, y lleva también la marca de su agudeza. La presentó al público por primera vez en las *Actis Eruditorum*,* con ocasión de resolver las objeciones de *Catelan*. También se refirió en particular a ella más tarde, siempre que quería aclarar su estimación de las fuerzas; por tanto la consideraremos como un punto de apoyo capital de las fuerzas vivas, y la tendremos que eliminar como tal. 101,4
9
11



Una bola A (Fig. 14.) de masa cuádruple, cae por un plano inclinado y curvado, cuya altura 1AE es 1, de 1A a 2A, y prosigue su movimiento sobre el plano horizontal EC con el grado de velocidad que ha alcanzado al caer, y que es 1. Se supone además que transmite toda la fuerza que tiene a una bola B de masa simple, y después se para 15
19

* Acta 1690.

en el punto $3A$. Ahora bien, ¿qué velocidad deberá alcan- 21
 zar la bola B , que tiene 1 de masa, de la bola A , que tiene
 una masa 4 veces mayor y un simple grado de velocidad, si
 su fuerza debe igualarse a la que tenía el cuerpo A ? Los 25
 cartesianos dicen: su velocidad tendrá que ser cuádruple.
 Por tanto, el cuerpo B corre con 4 grados de velocidad so- 26
 bre el plano horizontal de $1B$ a $2B$, y luego, al encontrar
 allí el plano inclinado y curvo $2B$ $3B$, lo sube y alcanza so-
 bre el mismo, mediante la velocidad inherente a él, el
 punto $3B$, cuya altura perpendicular $3BC$ es 16. Además, 31
 se supone la balanza inclinada $3A$ $3B$, que gira alrededor
 del punto F , y cuyo brazo F $3B$ es cuatro veces y pico más
 largo que el otro brazo $3A$ F , conservando, no obstante, el
 equilibrio entre ambos. Ahora, si el cuerpo B alcanza el 102,1
 punto $3B$ y allí pisa el brazo de la balanza, está claro que,
 como el brazo F $3B$ es algo mayor respecto al otro $3A$ F ,
 que la masa del cuerpo en $3A$ en comparación con la masa
 de la bola en $3B$, se romperá el equilibrio y el cuerpo B se
 precipitará de $3B$ a $4B$; pero al mismo tiempo la bola A se 7
 elevará de $3A$ a $4A$. Pero la altura $4A$ $3A$ es casi la cuarta
 parte de la altura $3BC$, o sea, 4; por tanto, el cuerpo B ha
 elevado de este modo la bola A aproximadamente a una
 altura cuádruple. Ahora puede hacerse, mediante un sen- 10
 cillo artificio mecánico, que la bola A vuelva de $4A$ a $1A$ y
 produzca ciertos efectos mecánicos con la fuerza obtenida
 mediante su caída, después recorra otra vez el plano incli-
 nado $1A$ $2A$ desde el punto $1A$ y ponga todo en el estado
 anterior, transmitiendo también como antes toda su
 fuerza a la bola B , que puede estar de nuevo en el punto
 $1B$, mediante una inclinación insignificante de la superfi-
 cie $2B$ $4B$, y realizarse todo otra vez. Leibniz prosigue 18
 razonando: por tanto, de la estimación de las fuerzas de
 Descartes se sigue que un cuerpo, con sólo que se sirva
 bien de su fuerza, puede producir más y más efectos inde-
 finidamente: empujar máquinas, apretar resortes y vencer
 obstáculos, sin perder nada de su capacidad, sin cesar de
 seguir obrando; se sigue, por tanto, que el efecto puede ser
 mayor que su causa, y que es posible el movimiento perpetuo,
 que todos los mecánicos consideran absurdo.

§ 93

Punto sofisticado de esta demostración	Entre todas las justificaciones de las fuerzas vivas, esta demostración es la única cuya apariencia podría disculpar la precipitación que han demostrado los leibnicians con respecto al mantenimiento de su estimación. Bernoulli, Hermann y Wolff no han dicho nada que se le iguale en ingeniosidad y aparente fuerza. Un hombre tan grande como Leibniz no podía equivocarse, sin que fuera memorable hasta la misma idea que le indujo al error. Con respecto a esta demostración, diremos lo que en Virgilio pondera de sí mismo Héctor:	27 31 32 35 36 103,1
	----- <i>Si Pergama dextra defendi possent, etiam hac defensa fuissent. Virg. Aeneid.</i>	
	Voy a decir brevemente mi juicio al respecto. Leibniz no hubiera debido decir que la caída de la bola <i>A</i> , después de haber sido elevada por medio de la balanza a la altura cuádruple $4A/3A$ y de haber retornado de $4A$ al plano inclinado $1A$, pero antes de que ejerza fuerzas mecánicas, sea un efecto de la fuerza transmitida a la bola <i>B</i> , por mucho que parezca serlo. Ciertamente esta fuerza mecánica desarrollada es, como pronto veremos, el estado subsiguiente del mecanismo que ha sido originado por medio de la fuerza transmitida a <i>B</i> ; pero a pesar de todo no es un efecto de esta fuerza. Debemos evitar muy cuidadosamente la confusión de estas dos nociones, pues aquí está el sofisma en el que radica toda la claridad que se manifiesta en la demostración leibnicians. Porque, si todas estas consecuencias mecánicas no son un efecto genuino de la fuerza que el cuerpo <i>A</i> ha transmitido al <i>B</i> , desaparece de golpe todo el aspecto paradójico, aun cuando se diga que hay contenido algo más en el estado posterior del mecanismo que en el precedente. Porque no por esto es mayor todavía el efecto que su causa, ni el movimiento perpetuo mismo es en este caso un absurdo, porque el movimiento producido no es el verdadero efecto de la fuerza, que propiamente sólo lo ha ocasionado, y por consiguiente siempre puede, sin violar la ley fundamental de la mecánica, ser mayor que ésta.	4, 4 10 13 16 21

§ 94

La fuerza que adquiere *A* por la disposición del mecanismo, no es un efecto producido por la fuerza del cuerpo *B*

El cuerpo *B*, al que se ha transmitido toda la fuerza de la bola *A*, la emplea por completo en remontar el plano inclinado *2B 3B*. Por tanto, en el punto *3B* ha completado toda su acción y también ha disipado toda la fuerza que se le comunicó. Al descansar allí sobre el brazo de la balanza, no levanta el cuerpo que está en *3A* con la fuerza anterior, sino que este efecto lo produce solamente la potencia renovada de la gravedad, mientras que la fuerza que *B* había recibido de la bola *A* no tiene parte alguna en esto. Cuando más tarde la bola *A* ha sido elevada hasta *4A*, la fuerza preponderante de la bola *3B* ha ejercido también de este modo toda su acción, y la fuerza que recibe el cuerpo *B* al retornar de *4A* a *1A* es otra vez un efecto de una nueva causa, completamente diferente de la actividad de la palanca, y también mucho mayor que la misma, a saber, de la presión de la gravedad, que se comunica al cuerpo en caída libre. Por tanto, la fuerza con que el cuerpo *A* produce efectos mecánicos antes de llegar de nuevo al punto *1A* es algo que ciertamente ocasiona mediante la fuerza de la bola *B*, que ha sido transferida a ciertas causas mecánicas; pero ella misma no es la causa productora.

§ 95

Confirmación de esto

Puesto que los leibniciansos quieren poner siempre tanta fuerza en el estado sucesivo que resulta en la naturaleza como se contiene en el precedente, me gustaría saber cómo tratarían de sobreponerse a la objeción que puede hacerseles a partir de sus propias demostraciones. Cuando coloco la bola *B* en *3B*, sobre la balanza, y en consecuencia oprime allí el brazo y eleva el cuerpo *A* de *3A* a *4A*, éste es el estado de la naturaleza precedente; mientras que la fuerza que adquiere *A* después, al caer de nuevo desde *4A*, es el estado subsiguiente, que es originado por el anterior. Sin embargo, en el segundo se encierra mucha más fuerza que en el primero. Porque el predominio del cuerpo que está en *3B* sobre el cuerpo en *3A* puede ser insignificante en relación a su propio peso, y por tanto la velocidad con que se eleva el cuerpo de *3A* puede ser sumamente pequeña frente a la velocidad que adquiere en la

caída libre de $4A$ a $1A$, porque aquí se acumulan las presiones íntegras de la gravedad, mientras que allí unas que son insignificantes con respecto a éstas. Por tanto, el estado subsiguiente de la fuerza que hay en la naturaleza es incontestablemente mayor que el precedente que lo ha originado.

§ 96

Demostración de esto mismo por el principio de continuidad

105,2

Todo depende aquí principalmente de persuadirse de que la fuerza que posee B con 4 grados de velocidad no es la causa productora del efecto que se manifiesta en el mecanismo, tal como tienen que suponer los leibnicianos, si quieren mostrar un absurdo en la ley de Descartes. Porque si fuese así, cuando se amenguara un poco sólo esta causa, el efecto disminuiría asimismo muy poco. Pero en este mecanismo ocurre algo muy diferente. Si suponemos que el cuerpo en $1B$ tiene algo menos que 4 grados de velocidad, sólo llegará hasta el punto a , sobre el plano curvado $2Ba$, lugar donde la longitud $3AF$ de uno de los brazos de la balanza supone exactamente la cuarta parte de la longitud del otro brazo y en donde, por consiguiente, el peso del cuerpo B no mueve la palanca, ni desplaza de su sitio en lo más mínimo el cuerpo de $3A$. Por tanto, cuando B tiene una porción menos de fuerza, que puede suponerse tan pequeña que apenas haya que tenerla en cuenta, el cuerpo de $3A$ no adquiere ya fuerza alguna; mientras que, tan pronto como se añade este poco, el cuerpo de $3A$ no sólo recuperará la fuerza que tenía al principio, sino mucha más. Es evidente que este salto no hubiera ocurrido si la fuerza del cuerpo en $3B$ fuese la verdadera causa productora del estado que se manifiesta en el mecanismo.

§ 97

Cuánta íntegra de la razón suficiente en la situación precedente

27

Si se considera la disposición de la palanca en este mecanismo y su determinación geométrica con respecto a la proporción de los cuerpos; si a esto se añade todavía el exceso de la proporción de la altura $3B$ $4B$ respecto a la altura $1AE$ sobre la proporción de la masa del cuerpo B respecto a la masa A (pues la altura $3B$ $4B$ es 16 veces la altura

1AE, mientras que la masa de *A* es sólo 4 veces la de *B*), se tienen todas las determinaciones que han ocasionado la fuerza en *A*; tómense además las presiones de la gravedad, que se activan por medio de la disposición favorable de las determinaciones geométricas, y así se tiene el compendio completo de todas las razones suficientes en las que se encuentra de nuevo perfectamente la cantidad de fuerza que se origina en *A*. Si de aquí se aísla la fuerza particular del cuerpo *B*, no es extraño que resulte demasiado pequeña para explicar la razón de la fuerza que se introduce en *A*. Todo lo que el cuerpo *B* hace es adquirir, al mismo tiempo que vence las retenciones de la gravedad, una cierta modalidad, esto es, una cierta cantidad de altura, la cual es mayor según la proporción de su velocidad y, por consiguiente, de su masa.

Así pues, la fuerza del cuerpo *B* no es la verdadera causa productora de la fuerza que es engendrada en *A*; por tanto, no será válido respecto de ella la gran ley de la mecánica *effectus quilibet aequipollet viribus causae plenae*; y de este modo siempre puede producirse un *movimiento perpetuo*, sin que este principio sea violado en lo más mínimo.

§ 98

Unica dificultad que todavía puede hallarse en el argumento leibniciano

Por tanto, todo lo que Leibniz puede oponernos con su argumento consiste en que, aun cuando no pueda demostrarse la completa imposibilidad del asunto, resulta a pesar de todo muy irregular y antinatural que una fuerza provoque otra mayor que ella, independientemente del modo en que ello ocurra. El propio Leibniz se fija en este aspecto: * *Sequeretur etiam causam non posse iterum restitui suoque effectui surrogari; quod quantum abhorreat a more naturae et rationibus rerum facile intelligitur. Et consequens esset: decrescentibus semper effectibus, neque unquam crescentibus, ipsam continue rerum naturam declinare, perfectione imminuta, neque unquam resurgere atque amissa recuperare posse sine miraculo. Quae in physicis certe abhorrent a sapientia constantiaque conditoris.* No habría hablado con tanta suavidad, de no haber

* Act. Erud. 1691 p. 442.

	visto que la naturaleza del tema le imponía esta moderación. Se puede estar bien seguro de que se habría abalanzado contra su enemigo con todo el estruendo de su proscripción geométrica y con todo el poder de la matemática, si su sagacidad no hubiese percibido esta debilidad. Pero se vio obligado a refugiarse en la sabiduría de Dios, señal inequívoca de que la geometría no le había proporcionado ningún arma poderosa.	33 107,2
	<i>Nec Deus intersit, nisi dignus vindice nodus inciderit</i> ---- Horat. <i>de arte poët.</i>	5
Respuesta	Pero tampoco este pequeño baluarte tiene consistencia. Aquí se habla únicamente de la estimación de las fuerzas reconocida por las matemáticas, y no es extraño si la misma no satisface perfectamente a la sabiduría de Dios. Esta es una ciencia separada de todos los conocimientos, que por sí sola no satisface suficientemente las reglas de la corrección y la conveniencia, y que debe unirse a las doctrinas de la metafísica si ha de aplicarse cabalmente a la naturaleza. La armonía que se encuentra entre las verdades es como la de una pintura. Si se aísla una parte, desaparece la concordancia, la belleza y el encanto, pues tienen que verse todas a la vez para percibir todo eso. La estimación cartesiana está en contra de los fines de la naturaleza; por tanto no es la verdadera medida de las fuerzas de la naturaleza; sin embargo, esto no impide que deba ser la verdadera y legítima medida matemática de las fuerzas. Porque los conceptos matemáticos de las propiedades de los cuerpos y de sus fuerzas son muy diferentes de los conceptos que se encuentran en la naturaleza, y basta con que hayamos visto que la estimación cartesiana no se opone a aquéllos. Pero tenemos que asociar las leyes metafísicas con las reglas de la matemática, para determinar la verdadera medida de las fuerzas de la naturaleza; esto cubrirá los huecos y satisfará mejor los propósitos de la sabiduría divina.	7 8 11 15 16 20 23 27
		§ 99
La objeción de <i>Papin</i>	<i>Papin</i> , uno de los más desacreditados antagonistas de las fuerzas vivas, ha llevado el pleito de Descartes contra este argumento de Leibniz muy desafortunadamente. Ha abandonado el campo a su adversario corriendo campo a	32 35

través para mantener en cualquier parte un refugio que
haya de protegerle. Concede a Leibniz que, si se supone **108,1**
que el cuerpo *A* ha transmitido toda su fuerza al cuerpo *B*
resulta, de acuerdo con la estimación cartesiana, un movi-
miento perpetuo, y le admite de buen grado que este tipo
de movimiento es un absurdo: *Quomodo autem per trans-* **5**
lationem totius potentiae corporis a in corpus B iuxta
Cartesium obtineri possit motus perpetuus, evidentissime
demonstrat atque ita Cartesianos ad absurdum reductos
arbitratur. Ego autem et motum perpetuum absurdum **8**
esse fateor, et Cl. Vir. demonstrationem ex supposita
translatione esse legitimam. Una vez que ha arruinado su **10**
causa de este modo, acude al subterfugio de negar la supo-
sición de su adversario, que es una pieza muy accidental
de su argumento, y desafiarle a desatar este nudo. Las si- **14**
guientes palabras dan a conocer su opinión: *Sed hypothe-*
sis ipsius possibilitatem translationis nimirum totius po-
*tentiae ex corpore A in corpus B pernego, etc. --- **

§ 100

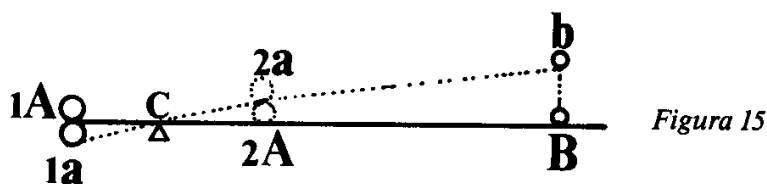
Leibniz ha desarmado de improviso a su adversario y no le **18**
ha dejado la menor escapatoria. Le ha mostrado que la **19**
transmisión real de la fuerza no es una pieza esencial de su
demostración, y que basta poner en *B* una fuerza que
pueda ser sustituida por la fuerza en *A*. Todo esto se puede **22**
encontrar demostrado en el trabajo que ha incorporado a
las *Actis* y que hemos citado ya. Pero no puedo dejar de se- **24**
ñalar un fallo de Leibniz, que en una disputa pública ha-
bría puesto la victoria en manos de su adversario. Con- **27**
siste en que, para probar un pormenor del argumento, ad-
mite algo que, como él mismo recuerda, no pertenece pro-
piamente a lo esencial, pero que, de ser aceptado, aunque
verdaderamente prueba esa condición marginal, no obs-
tante subvierte el punto fundamental de la demostración.

Una falta de
Leibniz

El caso es que *Papin*, al que no se le había metido en la **32**
cabeza hacer otra reserva a la objeción de su adversario
que la imposibilidad de que un cuerpo comunique toda su
fuerza a otro, trató de poner en duda todos los artificios
con que Leibniz pensaba conseguir esto. Por ello rechazó **109,3**

* Act. 1691 pag. 9.

con todo celo que el cuerpo cuádruple 1A (Fig. 15.) pueda comunicar toda su fuerza al cuerpo simple B mediante un choque contra una palanca perfectamente rígida 1ACB en el punto 1A, cuya distancia al punto de apoyo C es un



cuarto de la distancia CB ; porque Leibniz se apoyaba en esto en el mantenimiento del ejemplo mecánico que hemos tratado. Papin no se dio cuenta del provecho que hubiera podido obtener su causa, de haber adoptado esta solución y haber argumentado a partir de la misma en contra de las fuerzas vivas. Así es que la tomó, pero con razones tan débiles, que animaron a su adversario a perseverar en el mantenimiento de la misma. Por tanto, Leibniz insistió en la corrección de este artificio, del que creía poder servirse para transferir toda la fuerza de un cuerpo a otro, a través de un único choque. Recibió con agradecimiento las razones que Papin había alegado para demostrar la falsedad de aquello, y eliminó las dificultades con que éste en cambio se figuraba frustrarlo. Creo que dijo con toda seriedad lo siguiente: *Cum Florentiae essem, dedi amico aliam ad huc demonstrationem pro possibilitate translationis virium totalium etc. corpore majore in minus quiescens, prorsus affinem illis ipsis, quae Clariss. Papinus ingeniosissime pro me juvando excogitavit, pro quibus gratias debeo, imo et ago sinceritate eius dignas.* Veremos ahora que Leibniz ha dado un impulso muy dudoso a su causa, al perseverar rígidamente en el mantenimiento de esta tesis, que mejor hubiera debido conceder a su adversario; porque entonces habría perdido, ciertamente, algo secundario (cuya pérdida apenas podría producirle perjuicio alguno), pero habría conseguido lo principal. Papin hubiera podido y debido argumentar del modo que sigue, para atrapar a su adversario en sus propias afirmaciones.

Demostración de que un cuerpo cuádruple puede

Si el cuerpo cuádruple 1A choca contra la palanca con un grado de velocidad en 1A, salta a la vista que transferirá

comunicar, mediante un choque contra una palanca, 4 grados de velocidad a otro simple

mediante este choque toda su fuerza y velocidad a otro cuerpo, $2A$, que tiene la misma masa y está igualmente alejado del fulcro. Pero como esta velocidad con que $2A$ es empujado es una continuación del movimiento con que la palanca, al empujar al cuerpo, recorre el espacio infinitesimal $2A\ 2a$, la velocidad de este movimiento infinitesimal es igual a la velocidad del cuerpo empujado $2A$ y, por tanto, a la de $1A$ al chocar contra la palanca; con lo cual esta bola $1A$ oprimirá en su colisión la palanca el segmento infinitesimal $1A\ 1a$, y ciertamente el mismo será recorrido con la misma velocidad con que A colisiona. Póngase ahora en lugar del cuerpo $2A$ la bola B , que tiene cuatro veces menos masa que A , a una distancia cuádruple del fulcro C , y véase qué obstáculo supondrá entonces el cuerpo B para el cuerpo A , al tratar éste de oprimir la palanca de $1A$ a $1a$. Sabido es que la *vis inertiae*, o resistencia que un cuerpo opone mediante su fuerza de inercia en la trayectoria al movimiento de otro, es proporcional a su masa; ahora bien, una masa cuatro veces menor que está cuatro veces más alejada del fulcro es equivalente a la cantidad de otra cuatro veces mayor y cuatro veces menos alejada; por tanto, B opone en B la misma resistencia al choque del cuerpo $1A$ contra la palanca que habría opuesto el cuerpo $2A = 1A$ en $2A$. Así pues, también en este caso, en que la bola B se encuentra en vez de $2A$ sobre la palanca, el cuerpo $1A$ recorrerá el segmento infinitesimal $1A\ 1a$ junto con la palanca, y ciertamente con la misma velocidad que en el caso precedente, esto es, con la que el cuerpo colisiona en el punto $1A$. Sin embargo, el cuerpo $1A$ no puede oprimir la palanca de $1A$ a $1a$ sin que simultáneamente el otro extremo B se eleve de B a b ; pero el segmento infinitesimal Bb es cuatro veces mayor que $1A\ 1a$; por tanto, el cuerpo B adquirirá mediante este choque de la palanca una velocidad que es cuatro veces la de $1A$ al colisionar.

Lo mismo, demostrado de otro modo

Todo esto se evidencia aún de otro modo. Todos los cuerpos duros podemos representárnoslos como si fuesen elásticos, esto es, como si se deformasen al chocar, pero se recuperaran de nuevo; por tanto, podemos atribuir también a la palanca rígida $1ACB$ una fuerza elástica semejante. Por consiguiente, el cuerpo $1A$, que colisiona contra la palanca con 1 grado de velocidad, aplica toda su fuerza mientras aprieta el resorte $1AC$ y lo comprime el espacio $1A\ 1a$. Ahora bien, los *momenta* de la velocidad que di-

110,4

13

17

25

29

35, 35

111,2

5

sipa este resorte en el cuerpo $1A$ mediante su resistencia durante todo el tiempo de esta presión, son iguales a los *momentis* con que el resorte $C2A$, como brazo prolongado de la palanca, se eleva simultáneamente en virtud de este aplastamiento a través del espacio $2A\ 2a$; con lo que, si se prolonga esta línea rígida hasta B , los *momenta* de la velocidad con que el resorte CB se eleva al restablecerse la palanca $1a\ CB$ en la línea recta $1a\ Cb$, son cuatro veces mayores que los *momenta* con que se levanta en el punto $2A$ (pues el espacio bB que recorre el punto B simultáneamente es cuatro veces mayor que $2A\ 2a$). Pero, a causa de la distancia cuádruple del punto B al fulcro C , la rigidez del resorte CB es cuatro veces más débil que la rigidez del resorte $C2A$; por eso, la resistencia en B tiene que hacerse en cambio cuatro veces menor que en $2A$, y entonces resulta cuádruple el *momentum* de la velocidad que el resorte CB aporta al cuerpo cuatro veces más ligero B ; mientras que, por el contrario, el *momentum* que aplicaría el resorte $C2A$ en el cuerpo cuádruple $2A$, es simple. Ahora bien, el tiempo en que actúa el resorte CB es tan grande como el que tardaría $C2A$ en elevarse, y las velocidades que adquieren los dos cuerpos $2A$ y B , por la acción de dos resortes, $C2A$ y CB , que actúan el mismo tiempo, son como los *momenta* de las velocidades que aportan estos resortes a sus cuerpos, con lo que en el cuerpo B son cuatro veces mayores que en $2A$; pero, puesto que la velocidad que obtendría $2A$ del empuje del resorte $C2A$ es igual a la velocidad con que $1A$ colisiona en $1A$, la velocidad que adquiere el cuerpo B por este choque del cuerpo $1A$ sobre la palanca, será cuatro veces mayor que aquélla con que $1A$ ejecutó su choque.

15

22

Cómo hubiera podido argumentar *Papin*, a partir de esto, contra Leibniz

Por tanto, vemos por esta doble demostración que un cuerpo cuádruple puede comunicar una velocidad cuádruple a otro simple mediante un solo choque. Esto es cierto de acuerdo con principios mecánicos que ni siquiera los más celosos defensores de las fuerzas vivas serían capaces de poner en duda. De este modo *Papin* hubiera podido poner bastante en apuros a su adversario, de haberse dado cuenta de su ventaja. Le hubiera debido decir: Me habeis concedido que un cuerpo cuádruple puede transmitir toda su fuerza por medio de una palanca a otro simple cuya distancia al fulcro es cuádruple; pero puedo demostraros que en estas condiciones le comunica cuatro

33

35

112,1

3

grados de velocidad; por tanto, un cuerpo simple con cuatro grados de velocidad tiene toda la fuerza de uno cuádruple con un grado; pero éste es el punto que se discute y que me queriais negar.

§ 101

Así pues, el golpe más temible con que las fuerzas vivas han amenazado la estimación de Descartes se ha perdido en el vacío. En adelante no queda ninguna esperanza de que aquéllas encuentren después de esto recursos para mantenerse.

--- *vires in ventum effudit, et ultro* 17
Ipse gravis graviterque ad terram pondere vasto
Concidit: ut quondam cava concidit aut Erymantho
Aut Ida in magna radicibus eruta pinus.
Virg. Aen. Lib. V. 21

§ 102

Hemos refutado las razones más importantes de los leibnicianos

Hasta ahora hemos mencionado y nos hemos preocupado de las razones más célebres y dignas de consideración de la novedad de las fuerzas vivas, para retribuir a esta secta, de acuerdo con el derecho de réplica, todos los reproches y correcciones que han hecho con tanta frecuencia a los discípulos de Descartes. No sería justo exigirnos traer aquí todo lo que ha sido escrito en este asunto del lado de Leibniz, para preparar así a nuestro partido un triunfo perfecto. Esto significaría no respetar nada, desde los cedros del Líbano hasta el hisopo que crece por las paredes, a fin de que se pueda enriquecer su obra. Todavía podríamos hacer varias incursiones en el campo de nuestro adversario, saquear sus bienes y levantar otros tantos trofeos y arcos de triunfo al partido de Descartes; pero creo que mis lectores no manifestarán muchos deseos después de esto. Si alguna vez se ha dicho que un libro grande es un gran mal, es en el caso de un libro como éste, que no trata apenas más que de diferentes defensas de una misma causa y muy abstracta por cierto; no tratándolas finalmente más que con el único objeto de refutarlas.

Si embargo, no podemos abstenernos hasta tal punto de este abuso de prolijidad, que no debemos estar autorizados para citar una demostración, de cuya omisión nos absolverían todos los adversarios y defensores de nuestro controvertido asunto. Esta demostración tiene derecho a un lugar en este trabajo sólo a causa del rango de su autor; pero no lo tiene en lo más mínimo considerando el crédito que tiene entre los miembros de ambos partidos. Los leibnicianos no han creído que pueda servirles de algo, ni se ha visto que se hayan refugiado en ella, a pesar de haber sido acosados muy a menudo.

§ 103

Un argumento de Wolff

Es a *Wolff* a quien debemos esta demostración, que ha expuesto, embellecida con toda la pompa de su método, en el primer volumen de los *Commentarii* de San Petersburgo. Se puede decir que el desarrollo de su tesis mediante una larga serie de tesis preliminares, que se dividen y multiplican con gran precisión por medio de un riguroso método, se puede comparar con la estratagema de un ejército que se separa en muchos grupos y extiende ampliamente sus alas, a fin de producir una falsa apariencia en su enemigo y ocultar su debilidad.

Cualquiera que lea su tratado en la mencionada obra de la Academia, encontrará que es muy difícil precisar en qué consiste propiamente la demostración; hasta ese grado se ha alargado y hecho incomprensible todo, en virtud de la propensión al análisis que allí se manifiesta. Vamos a dar a conocer de algún modo la índole de su empresa.

§ 104

El principio esencial de este argumento

Papin había sostenido que no se puede decir que un cuerpo haya hecho algo, si no ha vencido ningún obstáculo, ni desplazado ninguna masa, ni apretado ningún resorte, etc. *Wolff* le contradice por esta razón: Si un hombre transporta una carga un cierto trecho, todos están de acuerdo en que ha hecho y conseguido algo; entonces, si un cuerpo transporta su propia masa en virtud de la fuerza que posee al moverse realmente a través de un espa-

cio, su fuerza ha *hecho* y producido algo de este modo. Wolff promete al comienzo de su tratado prescindir de este principio y demostrar su tesis independientemente de él; pero no ha mantenido su palabra. 11

Después de haber explicado qué entiende por *efectos inocuos* (*effectus innocuos*), a saber, aquéllos en cuya producción no se agota la fuerza, establece como único y exclusivo fundamento de su teoría una tesis que podemos tomar para desbaratar todo el esfuerzo de su escrito. *Si duo mobilia per spatia inaequalia transferuntur, effectus innocui sunt ut spatia.* Esta es la tesis aludida.* Veamos cómo ha intentado demostrarla. Argumenta del siguiente modo: Si el efecto a lo largo del espacio A es como e , el efecto que se produce en dicho espacio A u otro equivalente es también e ; por consiguiente, en el espacio $2A$ es $2e$, en el espacio $3A$ será $3e$; o sea, los efectos serán proporcionales a los espacios. 15

Su demostración descansa por tanto en esta suposición: *Si el cuerpo atraviesa el mismo espacio, produce también el mismo efecto inocuo.* Precisamente en este punto estriba la confusión y el error que después impregna todo su escrito. No basta con que únicamente el espacio sea el mismo, para que el efecto producido en él por un cuerpo idéntico tenga que ser el mismo; hay que tener en cuenta además la velocidad con que el cuerpo recorre el espacio. Si ésta no es también igual, el efecto inocuo será diferente, a pesar de la igualdad del espacio. Para comprender esto tenemos que figurarnos, como hemos hecho en el § 17, que el espacio que atraviesa el cuerpo no está perfectamente vacío, sino ocupado por una materia infinitamente sutil, y por consiguiente infinitamente poco resistente. Esto sucede sólo para que tengamos un efecto verdadero y un determinado sujeto del mismo, porque por lo demás persiste un efecto inocuo, como en el argumento wolfiano. Por tanto, si el cuerpo recorre tanto espacio como el que recorre otro que es igual a él, ambos han desplazado la misma cantidad de materia, pero no por ello han producido siempre el mismo efecto. Porque si uno ha atravesado su espacio con dos veces más velocidad, todas las partícu-

* Por tanto, Wolff ha atribuido ciertas acciones al movimiento en un espacio que no opone ninguna resistencia al cuerpo, o sea, en un espacio vacío; y luego se sirve de estas acciones para medir la fuerza del cuerpo; en consecuencia, no ha cumplido su promesa.

las de su espacio han adquirido de él también, mediante su acción, dos veces más velocidad que las partículas del espacio que atraviesa el otro cuerpo con una velocidad simple; por consiguiente, el primer cuerpo ha producido un efecto mayor, aunque la masa y el espacio recorrido sean en ambos casos iguales.

§ 105

Otro principio esencial del <i>Schediasmatis</i> wolfiano	Así pues, el principio de todos los argumentos de <i>Wolff</i> es evidentemente falso y está en contradicción con lo que se puede demostrar con mayor claridad y seguridad sobre los conceptos de la acción y del movimiento. Cuando se ha errado una vez, la consecuencia no es otra que una cadena de errores. <i>Wolff</i> saca de su principio otro, el que propiamente depara a su sistema todas las grandes consecuencias que admiran y sorprenden tan inesperadamente a los lectores. Dice que: <i>Como en el movimiento uniforme los espacios son proporcionales al producto de las velocidades por los tiempos, los efectos inocuos lo son al producto de masas, tiempos y velocidades.</i> A partir de aquí construye el teorema: <i>Actiones, quibus idem effectus produciuntur, sunt ut celeritates.</i> En la demostración de esta tesis se encuentra un sofisma que es más grave, si cabe, que el que acabamos de observar. Había demostrado que, si dos cuerpos iguales producen el mismo efecto en tiempos desiguales, sus velocidades son inversamente proporcionales a los tiempos en que se producen estos efectos iguales; es decir, que el cuerpo que completa su efecto en la mitad de tiempo tiene dos grados de velocidad, mientras que el otro, que tiene que emplear todo el tiempo a tal efecto, sólo posee un grado. De aquí concluye: <i>Como todos aceptan que es dos veces mayor la acción que completa su efecto en la mitad de tiempo que otra, las Acciones en este caso serán inversamente proporcionales a los tiempos, esto es, directamente proporcionales a las velocidades.</i> A partir de aquí prosigue y considera el caso en que dos cuerpos <i>diferentes</i> producen un mismo efecto en tiempos iguales. Muestra que en este caso las velocidades serán inversamente proporcionales a las masas y concluye luego así: <i>Quoniam hic eadem est ratio massarum, quae in casu priori erat temporum, ratio vero celeritatum eodem modo</i>	24 28 29 32 36 116,1 3 9 14 16
Refutación		116,1 3 9 14 16

sese habet: perinde est, sive massae sint eadem et tempus diversum, sive massae diversae et tempus idem etc. Esta 21
 conclusión es un despropósito, no un argumento que cupiera encontrar en un tratado matemático. Recuérdese 23
 que en el caso anterior sólo se ha dicho que las *Acciones* de dos cuerpos iguales que producen el mismo efecto en tiempos diferentes son inversamente proporcionales a los tiempos, porque la acción que produce un efecto en un tiempo menor, precisamente por esto y en la misma medida, es mayor que otra que emplea más tiempo para ello.
 Por consiguiente, de aquel principio se saca esta conclusión, porque la brevedad del tiempo en que se lleva a cabo un efecto evidencia siempre una acción tanto mayor. Pero 29
 si establezco, como en el segundo caso, la desigualdad de las masas en lugar de la desigualdad de los tiempos, mientras que equiparo los tiempos, se ve fácilmente que la desigualdad de masas no tiene la misma consecuencia que la desigualdad de los tiempos. Porque, en el primer caso, el 35
 cuerpo que completó su efecto en menos tiempo había desarrollado una acción mayor precisamente *porque el tiempo era menor*; pero aquí el cuerpo que tiene menos masa y con ella produce al mismo tiempo tanto efecto como el otro, *no tiene por la pequeñez de su masa una actividad mayor*. Sería completamente absurdo decir esto; 117,3
 ya que la pequeñez de la masa es un fundamento verdadero y esencial sobre el que más bien descansa la *pequeñez* de la actividad, y si un cuerpo, a pesar de esta pequeñez de la masa, produce al mismo tiempo tanto efecto como otro, sólo puede concluirse que lo que se quita a sus *Actioni* a causa de la escasez de masa se compensa y rellena mediante una velocidad mayor, y de este modo se equipara a las *Actioni* del otro. Por tanto, si las masas son desiguales, 10
 pero los tiempos y los efectos iguales, no puede decirse que las *Acciones* de los cuerpos sean inversamente proporcionales a sus masas, a pesar de que en el caso de tiempos desiguales y masas iguales tenga lugar esta proporción con respecto a los tiempos y *Actionum*. *Por esto no es lo mismo que las masas sean desiguales y los tiempos iguales, o que los tiempos sean desiguales y las masas iguales.* 15
 Así pues, la demostración que fundamenta un teorema esencial en el tratado wolffiano es inválida e inútil; por tanto, las fuerzas vivas no encontrarán allí un terreno que pueda nutrirlas. 18

A veces hay en un escrito determinados defectos moderados que no se extienden muy lejos ni dañan por completo la validez de lo esencial. Pero en el que discutimos las tesis están perfectamente concatenadas por el método; por eso uno o dos errores echan a perder e inutilizan todo el sistema. 22 24

§ 106

Todavía no tenemos una dinámica

Wolff tenía el proyecto de suministrar en su tratado los primeros principios de la dinámica. Su empresa ha fracasado. Así pues, todavía no tenemos por el momento unos principios dinámicos sobre los que podamos construir justificadamente. Nuestro escrito, que prometió exponer la verdadera estimación de las fuerzas vivas, tendría que suplir esta falta. En el tercer capítulo se intentará hacerlo, pero ¿puede esperarse alcanzar esta meta, toda vez que no le ha cabido alcanzarla a uno de los mayores expertos en este tipo de consideración? 29 31 32 33 35

§ 107

El argumento de van Musschenbroek

Justo cuando estoy a punto de concluir con el caso anterior la refutación de los principios en que basan su estimación de las fuerzas los leibnicianos más conspicuos, recibo los *Principios de la ciencia natural* de *Pieter van Musschenbroek*, traducidos por el Prof. Gottsched, que ha salido a la luz este año de 1747 en la Feria de Pascuas. Este gran hombre, el más grande investigador de la naturaleza de nuestra época, en cuyas opiniones participan menos el prejuicio y el sectarismo que en las tesis de cualquier otro hombre, este filósofo tan célebre, ha sometido la estimación de Leibniz primero a un examen matemático y, después, a las pruebas que tan hábilmente sabe hacer, confirmandola en ambos casos. Este último camino tomado por él no pertenece al presente capítulo, pero el primero sí. El propósito de este tratado me obliga a considerar las dificultades que el célebre autor pone allí a la estimación de Descartes, apartándolas en la medida de lo posible del objeto cuya defensa nos ocupa. Pero, ¿no supondrá un obstáculo insalvable la estrechez de los límites de estas pági- 118,4 10 16 18 22

nas, o para expresarme con franqueza, la asombrosa desigualdad que aquí se manifiesta?

Veamos qué principios han sido los que le han parecido demostrar la ley de Leibniz, matemáticamente considerada (Fig. 16.). Si se da una cierta causa exterior que se mueve simultáneamente con el cuerpo impulsado, p. ej., un resorte *BC* que, sujeto a un apoyo *AS*, impele a un cuerpo *F*, entonces comunicará al mismo, si está en re-

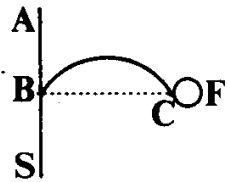


Figura 16

poso, 1 grado de velocidad. Pero, tan pronto como el cuerpo posee ya este grado, se requiere el doble de resortes para darle un segundo grado de velocidad. Porque si se distendiese otra vez el resorte sencillo solo, el cuerpo, al moverse ya realmente con el mismo grado de velocidad con que se distiende el resorte, huiría de él y no recibiría su presión. De modo que hay que añadir el segundo resorte (Fig. 17.) *DB*, que hace que el punto *B*, en el que se apoya el

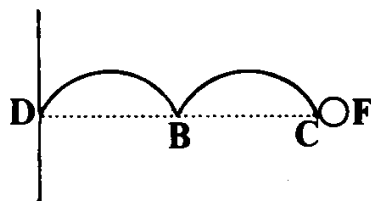


Figura 17

resorte *BC*, siga al cuerpo con la velocidad con que éste escaparía, y que de este modo el cuerpo *F* esté en reposo, como al principio, con respecto al resorte *BC*; con lo que, si éste se distiende, aquél obtiene un grado de velocidad. Igualmente (Fig. 18.) se requieren tres resortes *ED*, *DB*, *BC*, para comunicar un tercer grado de velocidad solamente al cuerpo *F*, que ya posee 2. Se requieren 101 resortes para comunicar a un cuerpo que tiene ya 100 sólo uno

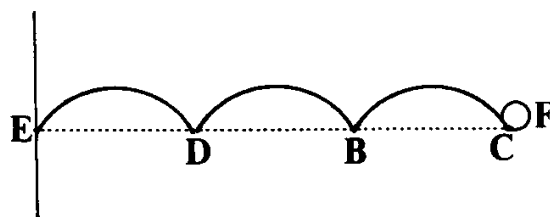


Figura 18

más, y así sucesivamente. Por tanto, el número de resortes 12
 que son necesarios para dar a un cuerpo un determinado
 grado de velocidad es igual al número de grados en que
 está dividida la velocidad del cuerpo; esto es, la fuerza to-
 tal de los resortes que comunican a un cuerpo un grado de
 velocidad es igual a la velocidad total que tendría el 17
 cuerpo al poseer ese grado. Ahora bien, en el triángulo
 (Fig. 19.) ABC , cuyo *Cathetus* AB ha sido dividido en par-
 tes iguales, las líneas DE, FG, HI , etc. son iguales a las lí-
 neas AD, AF, AH , y por consiguiente puede utilizarse la
 línea DE para simbolizar el resorte que comunica al
 cuerpo el primer grado de velocidad AD ; la línea dos veces

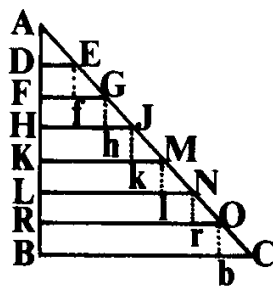


Figura 19

mayor FG , para simbolizar el resorte doble, que produce 25
 el segundo grado de velocidad DF ; la línea HI para señalar
 el resorte tres veces mayor que provoca el tercer grado de
 velocidad FH , etc. Si se suponen estas líneas DE, FG , etc. 25
 infinitamente próximas, formarán todo el contenido del
 triángulo ABC , de acuerdo con el método de lo infinita-
 mente pequeño que ha introducido *Cavalérius* en el cál- 28
 culo. Por tanto, la suma de todos los resortes que originan
 en un cuerpo la velocidad AB es igual a la superficie ABC ,
 esto es, al cuadrado de la velocidad AB . Pero estos resortes 31
 representan las fuerzas que han producido conjunta-
 mente en el cuerpo la velocidad mencionada, y *la fuerza*
producida en un cuerpo es proporcional al número de
fuerzas que actúan sobre él; por consiguiente, la fuerza de
 un cuerpo es igual al cuadrado de la velocidad que posee.

§ 108

Examen de este
 argumento

Creo que un partidario de Descartes objetaría a esta de- 120,5
 mostración lo siguiente:

Si se quiere estimar la fuerza transmitida a un cuerpo 7
 por la suma de determinados resortes, hay que tomar sola-

mente los resortes que han imprimido realmente su potencia al cuerpo; pero los que no han actuado en absoluto sobre él, tampoco pueden utilizarse para establecer una fuerza equivalente en el cuerpo. Esta tesis es una de las más evidentes de la mecánica, y nunca ha sido puesta en duda por ningún leibniciano. El mismo van Musschenbroek se adhiere a ella al término de su demostración; ya que éstas son sus palabras: la fuerza producida en el cuerpo es proporcional al número de fuerzas *que actúan sobre el mismo*. Pero si un cuerpo F , que se mueve ya con un grado de velocidad, adquiere el segundo grado mediante la distensión de dos resortes DB, BC ; de estos dos resortes sólo BC actúa sobre él, mientras que DB no le imprime su fuerza de distensión. Porque el resorte DB se distiende con un grado de velocidad; pero también el cuerpo F se mueve realmente con 1 grado; por tanto, F escapa de la presión de este resorte, y la misma no podrá alcanzarle al distenderse para transmitirle la fuerza de su recuperación. No hace otra cosa que llevar al apoyo B , en el que se afirma el resorte BC , tras el cuerpo F con la misma velocidad que éste se mueve; con lo que aquél está en reposo en relación al cuerpo, y el resorte BC le imprime toda su fuerza, que es 1. Por tanto, no es una causa eficiente, sino ocasional, de la fuerza que se añade de este modo en F a la primera; pues la única causa eficiente de ella es el resorte BC . Posteriormente, cuando este cuerpo posee ya 2 grados de velocidad, sólo el resorte BC , de los tres iguales ED, DB, BC , le comunica su fuerza y el tercer grado de velocidad, y así sucesivamente hasta el infinito. Por tanto, si DE (Fig. 19.) es el primer resorte cuya fuerza ha penetrado en

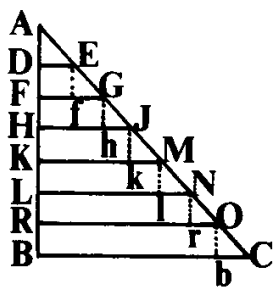


Figura 19

el cuerpo F , provocando en él el primer grado de velocidad AD , el resorte fG , que es igual a él, le ha dado el segundo grado de velocidad, transmitiéndole su fuerza; el resorte hI el tercer grado, etc.; por consiguiente, la suma de los re-

sortes $DE + fG + hI + kM + lN + rO + bC = BC$ integra toda la cantidad de fuerza que se ha aplicado al cuerpo F desde su reposo y que ha provocado en él la velocidad AB . Pero BC es proporcional a AB , y BC es la fuerza, mientras que AB es la velocidad; por tanto, la fuerza es como la velocidad y no como el cuadrado de ella. 9

§ 109

Nuevo caso que confirma la medida cartesiana de las fuerzas

Ahora hemos superado ya todas las dificultades que podrían oponérsenos al mantenimiento de la ley cartesiana. Pero no vamos a conformarnos todavía con esto. Una opinión que adquiere prestigio y hasta genera el prejuicio, tiene que ser perseguida sin descanso y expulsada de cualquier escondrijo. Es como la hidra, que engendra una nueva cabeza después de cada golpe. 13 15, 16

*Vulneribus foecunda suis erat ille: nec ullum
De centum numero caput est impune recisum,
Quin gemino cervix haerede valentior esset.*
Ovid. Metam. 21

Consideraría muy loable para mí, si se criticase a esta obra el haber refutado con redundancia y con más razones que lo que hubiera sido necesario la estimación leibniziana de las fuerzas; solamente me avergonzaría si hubiese dejado echarlas de menos. 25

Tómese una balanza inclinada (Fig.20.) ACB , uno de cuyos brazos, CB , es cuatro veces mayor que el otro, AC ; mientras que el cuerpo B , que presiona en el extremo del 30

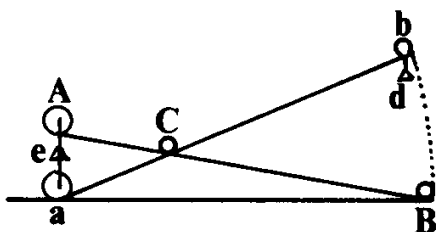


Figura 20

brazo cuádruple, es cuatro veces menor que el otro, A . Estos cuerpos van a descansar en la posición que los hemos puesto, y permanecerán en perfecto equilibrio mutuo. Añádase al cuerpo A un pequeño peso e ; de este modo, el 32 122,2

cuerpo B se eleva a lo largo del arco Bb , mientras que A caerá lentamente a lo largo del arco Aa ; pero el cuerpo B adquirirá en este movimiento una velocidad cuatro veces mayor que A . Quítese el peso e , y añádase en cambio uno 6
cuatro veces menor, d , al cuerpo b en el extremo del brazo Cb ; de este modo b es impulsado a lo largo del arco bB , mientras que a se elevará a lo largo del arco aA ; pero b , que es lo mismo que B , adquirirá por este medio la misma velocidad que en el primer caso, al igual que a , que es lo mismo que A , recibirá asimismo la velocidad que le fue impresa en el primer caso; con la única diferencia de que la 14
dirección de los movimientos se invierte. Ahora bien, como el efecto que produce el peso añadido e consiste en la fuerza que los cuerpos A y B tienen conjuntamente, y el efecto que produce el peso cuatro veces menor d estriba igualmente en la fuerza que $b = B$ y $a = A$ obtienen conjuntamente por este medio, está claro que esos pesos e y d producen efectos equivalentes, y por consiguiente tienen 21
que haber aplicado y tenido la misma fuerza. Pero las velocidades con que estos pesos e y d actúan (o sea, tanto sus velocidades iniciales como las velocidades finales que adquieren mediante la acumulación de todas estas presiones) son inversamente proporcionales a sus masas; por tanto, dos cuerpos cuyas velocidades están en proporción inversa de sus masas tienen fuerzas iguales, lo cual contraviene la estimación por el cuadrado.

§ 110

La dificultad de Leibniz

Nunca han podido hacer frente con mayor confianza los 29
cartesianos a los defensores de la nueva medida de las fuerzas, que tras haber encontrado *Jurin* un caso por el que se comprende de un modo sencillo y con claridad meridiana, que la duplicación de la velocidad supone siempre la duplicación de la fuerza solamente. Leibniz rechazó 34
esto especialmente en el ensayo de un tratado de dinámica que incluyó en las *Actis*. * Oigasele decir lo siguiente: *Cum* 123,1
igitur comparare vellem corpora diversa aut diversis celeritatibus praedita, equidem facile vidi: si corpus A sit simplex, et B sit duplum, utriusque autem celeritas aequalis,

* Acta 1695. pag. 155.

illius quoque vim esse simplam, huius duplam, cum prae-
cise, quicquid in illo ponitur semel, in hoc ponatur bis.
Nam in B est bis corpus ipsi A aequale et aequivelox nec 6
quicquam ultra. Sed si corpora A et C sint aequalia, celeri- 7
 tas autem in A sit simpla et in C dupla, videbam non prae- 9
 cise, quod in A est, duplari in C, etc. Jurin ha resuelto es- 9

Solución de Jurin Supuso una superficie móvil, p. ej., (Fig. 21.), una barca 11
AB, que se mueve en la dirección *BC* con velocidad 1, y 14
 que lleva consigo la bola *E* con el mismo movimiento. Por 14



tanto, esta bola tiene, por el movimiento de la superficie, 15
 una velocidad 1 y también una fuerza 1. Supuso además, 15
 sobre esta superficie, un resorte *R*, que se distiende contra 18
 el apoyo *D* y comunica a la mencionada bola *F* un grado 18
 de velocidad y también, por consiguiente, un grado de 20
 fuerza. Así pues, la misma ha recibido en total dos grados 20
 de velocidad y, con ellos, dos grados de fuerza. En conse- 23
 cuencia, la duplicación de la velocidad no trae consigo 23
 nada más que la duplicación de la fuerza y no, como se fi- 27
 guran erróneamente los leibnicianos, la cuadruplicación 27
 de la misma. 29

Esta demostración es infinitamente clara y no deja es- 23
 capatoria alguna, porque el movimiento de la superficie 23
 no puede hacer nada más que comunicar al cuerpo una 27
 velocidad que sea igual a la suya, esto es, una velocidad 27
 simple y, por consiguiente, una fuerza simple. Pero el re- 29
 sorte *R*, como tiene un movimiento común con la superfi- 29
 cie y la bola, sólo actúa con su fuerza de recuperación. 31
 Ahora bien, ésta tiene una magnitud tal, que no puede co- 31
 municar a un cuerpo como el nuestro más que un grado de 35
 velocidad, y por tanto también un grado de fuerza sola- 35
 mente. Por tanto, por más vueltas que se den, no se encon- 35
 trará en todo lo que entra en la construcción de este pro- 35
 blema, nada más que las causas de 2 grados de fuerza, y 35
 sin embargo habrá realmente en el cuerpo dos grados de 35
 velocidad. 35

§ 111

Objeción de la Marquesa de Châtelet contra el argumento de Jurin	La Marquesa de <i>Châtelet</i> ha impugnado este argumento de <i>Jurin</i> , pero de una forma cuya debilidad habría tenido la sagacidad de percibir, de no ser por el bello barniz que da a una mala causa la simpatía que tenemos a una opinión que hemos profesado antaño.	124,2
	Ha replicado lo que sigue. La barca <i>AB</i> no es una superficie inmóvil; por consiguiente, si el resorte <i>F</i> se afirma contra el apoyo <i>D</i> , imprimirá a la barca una fuerza determinada, y por tanto se encontrarán de nuevo en la masa de la barca los dos grados de fuerza que se echan de menos en el cuerpo <i>E</i> , según la estimación leibniziana.	8

§ 112

	En este pretexto se da el sofisma denominado <i>fallaciam ignorationis elenchi</i> . No ataca propiamente el argumento de su adversario donde éste ha puesto el nervio de la demostración; sino que se preocupa de una circunstancia accidental que parece favorecer su opinión, pero que no va ligada necesariamente a la demostración de Jurin. Podemos quitar de en medio este obstáculo fácilmente. Nada nos impide imaginarnos la barca <i>AB</i> impulsada por una fuerza tal, que no pueda retroceder en lo más mínimo en la dirección <i>AF</i> , en virtud del esfuerzo del resorte contra <i>D</i> . A este fin, puede suponersele una masa infinitamente grande. La barca retrocederá entonces por la fuerza finita del resorte <i>R</i> tan sólo infinitamente poco, esto es, absolutamente nada; por tanto, el cuerpo obtendrá de este resorte la misma fuerza que si se recuperara contra un apoyo completamente inmóvil, esto es, obtendrá toda su fuerza.	14 15 19 20 23 25
--	---	----------------------------------

§ 113

Objeción de Richter contra el argumento de Jurin	<i>Richter</i> , que no merece ocupar un lugar secundario en la lista de los que han contribuido al mantenimiento de la nueva medida de las fuerzas, ha planteado una objeción algo más significativa contra el argumento de Jurin.*	31 35
--	--	----------

* Act. Erud. 1735. p. 511.

Cree que la misma fuerza puede ser muy desigual en relación con cosas diferentes. El resorte *R* ha comunicado ciertamente una fuerza 1 a la bola *E* respecto a las cosas que se mueven simultáneamente con la barca con su misma dirección y velocidad; pero con respecto a los objetos que están realmente en reposo fuera de la barca, el resorte ha dado a la bola no una fuerza doble, sino triple. 125,1
2

Me gustaría saber de dónde han de provenir los dos grados de fuerza que, en opinión de Richter, adquiere el cuerpo *E* en relación a los objetos en reposo; ya que no pueden haberse originado en él a causa de una abstracción vacía o de un pensamiento ocioso; sino que hubieran tenido que ser producidos mediante fuerzas y causas activas. Pero si todo está en absoluto reposo respecto a las cosas externas y la barca empieza a moverse con un grado de velocidad, entonces nace en el cuerpo *E* de este modo un grado de fuerza absoluta. A partir de aquí, la barca no produce en el cuerpo ningún efecto más, pues está en reposo respecto de él; pero la fuerza de recuperación del resorte comienza a liberar su actividad. Sólo tiene éste la requerida para producir un grado de fuerza; sería inútil buscar más en él. Por tanto, en el cuerpo no se ha producido mayor efecto absoluto que el correspondiente a 2 grados de fuerza. Ahora bien, si en relación a las cosas en reposo, esto es, considerado absolutamente, tenían que haberse originado en el cuerpo 4 grados de fuerza, y no obstante hubiesen sido producidos en el mismo no más de 2 grados de efecto absoluto, tendrían que originarse sin causa y por casualidad 2 grados, o haber salido de la nada. 8
13
16
19
21
23

A fin de evitar por completo cualquier escrúpulo, si es que puede darse de otro modo escrúpulo alguno en un asunto tan claro, cabe disponer el caso de Jurin de forma que, cuando todo esté en reposo absoluto, el cuerpo *E* reciba un grado de velocidad del resorte mientras la barca está parada; así la fuerza adquirida por el cuerpo *E* será indiscutiblemente una fuerza absoluta. Ahora bien, si entonces comienza también a moverse la barca con un grado, esto es otra vez un movimiento absoluto, puesto que antes estaba en reposo respecto a todas las cosas. Por consiguiente, comunica otra vez un grado de fuerza a todo lo que pertenece a su masa, y en consecuencia también al cuerpo *E*; grado que, como la causa que la originó ha actuado en un movimiento absoluto, sólo puede ser simple. 29
34
37

Por tanto, también de este modo se originan en total en el **126,3**
 cuerpo *E* no más de 2 grados de fuerza.

Aún trata de salir airoso Richter con otro subterfugio, **6**
 que saca del choque de los cuerpos elásticos. Pero su justi- **7**
 ficación está construida sobre la hipótesis habitual de los
 leibnicianos de que tras el choque de cuerpos elásticos
 tiene que hallarse la misma fuerza que había antes del
 choque. Hemos refutado esta suposición; por tanto no es **10**
 necesario aquí discutir especialmente con Richter.

§ 113 (a)

ADICIONES Y ACLARACIONES **14**
CONCERNIENTES A ALGUNAS PARTES DE
ESTE CAPÍTULO

I

Aclaración al § 25 **17**

Exposición más
 clara del § 25

Como el teorema de este § es el fundamento más impor- **18**
 tante de nuestras presentes consideraciones, vamos a ex-
 ponerlo de forma algo más clara.

La peculiaridad de un movimiento real es una duración **21**
 finita. Pero al estar indeterminada esta duración, o sea, el **22**
 tiempo transcurrido desde el inicio del movimiento,
 puede definirse arbitrariamente. Si, según eso, la línea *AB* **24**
 (Fig. 2.) representa el tiempo finito que transcurre durante



Figura 2

el movimiento, el cuerpo tiene en *B* un movimiento real,
 igualmente en la mitad de ese tiempo, en *C*; también en la
 cuarta parte, en el punto *D*, y así sucesivamente en todas
 las partes progresivamente menores, pudiendo disminuirlas
 a voluntad infinitamente, pues la indeterminación del
 concepto de su magnitud permite esto. Por tanto, puede **29**
 considerarse este tiempo como infinitamente pequeño,

	sin que por ello se prive de algo al concepto de la realidad del movimiento. Pero si el tiempo de esta duración es infinitamente pequeño, puede considerarse nulo, y el cuerpo estará en el punto de partida, esto es, en un mero esfuerzo por moverse. En consecuencia si, como requiere la ley leibniziana, es cierto sin más limitaciones que la fuerza del cuerpo se mide en cualquier movimiento real por el cuadrado, también ocurre lo propio en el mero esfuerzo por moverse, lo que sin embargo tienen que negar ellos mismos.	127,1 4
De qué modo comprende el concepto indeterminado de tiempo finito el tiempo infinitamente pequeño	Parece a primera vista como si la ley de Leibniz esté suficientemente asegurada, mediante la limitación adicional de la finitud de tiempo transcurrido, de que no pueda ser aplicada al movimiento cuya duración sea infinitesimal; ya que el tiempo finito es un concepto que alude a un género completamente distinto del tiempo infinitamente pequeño; por tanto, parece que con esta limitación no puede ser extendido en modo alguno al tiempo infinitesimal lo que sólo se permite bajo la condición de la finitud temporal. Esto es correcto, ciertamente, cuando se dice del tiempo finito que se supone que tiene que ser definido y estar determinada su magnitud, en el caso de que esta o aquella propiedad tenga que derivarse de él como condición. Pero si se requiere un tiempo finito, aunque se permite que pueda tomarse tan grande o tan pequeño como se quiera, entonces también está comprendido en este género el tiempo infinitamente pequeño. Los leibnizianos no pueden ignorar esto. Pues tienen que saber que su maestro ha justificado el principio de continuidad con esta razón: si se supone que <i>A</i> es mayor que <i>B</i> , pero de forma que queda indeterminado cuánto mayor es, podrá decirse también, sin perjudicar las leyes que son ciertas bajo esta condición, que <i>A</i> es igual a <i>B</i> , o, si se hace que <i>A</i> y <i>B</i> colisionen y se supone que <i>B</i> también se mueve, podrá suponerse asimismo, si el grado de este movimiento es indeterminado, que <i>B</i> está en reposo, sin que por ello pueda retirarse lo que está estipulado bajo aquella condición, y así en otros casos más.	9 18 22 25 25
La estimación leibniziana tampoco es válida bajo la condición de la finitud de la velocidad	Si por último se quisiera decir todavía que, en efecto, la estimación leibniziana no es verdadera bajo la condición de la finitud del tiempo, pero sin embargo lo es en el supuesto de la finitud de la velocidad (a pesar de que esto estaría abiertamente en contra de su teoría), nótese que se	36

puede representar la velocidad finita, al igual que el tiempo finito, mediante la línea AB (Fig. 2.), y entonces se patentizará igualmente que, si su ley es válida en general para una velocidad finita, también tiene que serlo para una infinitamente menor, lo cual sin embargo no pueden menos que negar.

II

Adiciones a los §§ 31 a 36

128,10

Nuestros adversarios contabilizan entre las concepciones más claras que puede haber, que un cuerpo tiene precisamente la fuerza de todos los resortes que comprime hasta haber agotado todo su movimiento, siendo discrecional el tiempo en que son comprimidos estos resortes. Johann *Bernoulli* dice de los que no están satisfechos solamente con el número de resortes vencidos, sino que todavía preguntan por el tiempo de compresión, que son tan incoherentes como uno que quiere medir la cantidad de agua en un vaso, y no se contenta con la medida real que tiene ante sí, o sea, con la capacidad del vaso; sino que piensa que ha de saber además el tiempo en que se ha llenado este vaso. Y añade confiado e indignado:* *Desine igitur quaerere nodum in scirpo*. La *Marquesa de Châtelet* apresta una ocurrencia igualmente chistosa; pero ambos se equivocan y, si se me permite decirlo, con un perjuicio tan grande para su gloria como la confianza que han dejado traslucir en este error.

Por qué hay que tomar necesariamente en consideración el tiempo en la resistencia de la gravedad

Si cada uno de los resortes A, B, C, D, E es de tal índole que resiste sólo una única presión del cuerpo M , y pierde así simultáneamente toda su efectividad, no produciendo después, en consecuencia, ningún otro efecto en el cuerpo M , pudiendo estar expuesto a él todo el tiempo que se quiera, reconozco que el cuerpo ha desarrollado la misma fuerza, ya sea que haya oprimido este resorte en un tiempo simple o cuádruple; porque después de haberlo comprimido una vez, el resto del tiempo transcurre inactivo. En cambio, si la fuerza del cuerpo no anula simultáneamente la actividad del resorte cuya presión vence, entonces pasan

* Acta Erud. 1735. p. 210.

128,34

en cada momento nuevos grados de fuerza del resorte al cuerpo que lo contrarresta; porque la efectividad de este resorte, que en el primer instante fue la causa de la neutralización de un grado de fuerza en el cuerpo, todavía es igualmente fuerte en el segundo instante, después en el tercero y así sucesivamente en todos los siguientes hasta el infinito. En estas condiciones, no es lo mismo que el cuerpo que vence la presión de este resorte lo haga en un tiempo más o menos largo, porque en el más largo ha resistido más presiones que en el más corto. Ahora bien, la presión de la gravedad es de esta clase. Cada resorte de ella actúa en cada momento con la misma efectividad, y el cuerpo que vence su presión en el primer instante no por ello lo ha hecho en todos los momentos sucesivos. Para el segundo necesitará la misma fuerza, etc. Por tanto, la fuerza que un cuerpo emplea para resistir la presión de una sola parte de la materia que genera la gravedad no es meramente como la intensidad de la presión gravitatoria, sino como el *Rectangulum* de ésta por el tiempo.

Otra demostración contra las fuerzas vivas

Como demostración suplementaria de la tesis de que la medida del efecto producido no es el número de resortes, sino el tiempo, se puede añadir todavía esto. Un cuerpo lanzado oblicuamente, cuyo movimiento es parabólico, tendría que recorrer con mucha mayor rapidez una determinada altura al caer, y alcanzar al final de la caída una velocidad y fuerza mucho mayores, que los que podría comunicarle una caída vertical desde la misma altura. Porque al describir la trayectoria curva recorre hasta el fin de la caída un espacio mayor que si hubiese caído verticalmente. Pero necesariamente tiene que soportar más resortes gravitatorios en ese espacio mayor que los que podría encontrar en una trayectoria recta, porque la materia gravitante está igualmente difundida por todas partes; por tanto, tendría que adquirir, según la tesis leibniana, más fuerza y velocidad en aquélla que en ésta, lo cual es absurdo.

*Pensamientos sobre la polémica
entre
la Marquesa de Châtelet
y el Sr. de Mairan
sobre las fuerzas vivas.*

130,1

Mairan ha propuesto estimar la fuerza de un cuerpo por los obstáculos no superados, resortes no comprimidos, materias no desplazadas, o en expresión de la Señora de Châtelet, por lo que no hace. Esta oponente se ha figurado encontrar algo tan extraordinario en esta idea, que ha creído que basta mencionarla para ponerla en ridículo. A pesar de que este célebre hombre ha añadido a su idea una limitación de la que todo depende propiamente, a saber, que estos resortes habrían sido comprimidos, si se acepta por hipótesis que hubiera mantenido su fuerza o que la hubiera recuperado constantemente; su antagonista encuentra sin embargo en esta hipótesis algo tan ilícito e inadmisible, que le hace por esto un reproche todavía mucho más duro. Mostraré brevemente cuán cierta e infalible es la idea de este hombre admirable, y que, salvo Jurin con la suya ya mencionada, no se ha podido concebir fácilmente nada más sólido y decisivo en este asunto.

6

10

12

21

Defensa del tipo de estimación de Mairan frente a la Señora de Châtelet

Si se toma lo que ha perdido la fuerza de un cuerpo al haber sido vencidos por la misma ciertos obstáculos, si se miden, digo, estas pérdidas, se sabe con toda seguridad cuán grande ha sido la potencia total de la resistencia superada; ya que el cuerpo no hubiera podido vencer esta resistencia u obstáculo sin aplicar un grado igual de fuerza, y entonces esta fuerza consumida y disipada en el cuerpo es tan grande como el vigor del obstáculo que la ha eliminado, y también como el efecto que de este modo se ha operado.

24

34

Supóngase ahora un cuerpo que se eleva perpendicularmente a la horizontal con cinco grados de velocidad y representese el espacio o la altura que alcanza, como es habitual, mediante el contenido del triángulo (Fig. 22.) *ABC*, en el que la línea *AB* representa el tiempo transcurrido, mientras que la *BC*, la velocidad con que se eleva. Las líneas iguales *AD*, *DF*, *FH*, etc., tienen que representar los elementos del tiempo total *AB* y, en consecuencia, los triangulitos que componen la superficie del grande, y to-

131,1

6

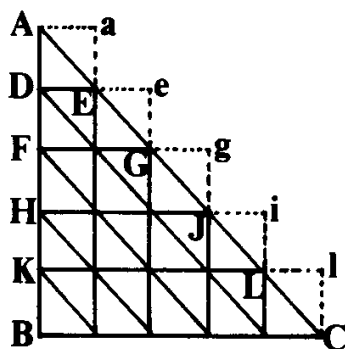


Figura 22

dos los cuales son igual de grandes que ADE , representan los elementos del espacio total, o el número de todos los resortes que el cuerpo ha comprimido en el tiempo AB . Según esto, nuestro cuerpo comprime en el primer periodo BK , en que comienza a subir hacia arriba, los 9 resortes que encuentra en el espacio $KLBC$. Pero, si la retención de estos resortes no hubiera consumido en él fuerza alguna, o si esta pérdida hubiese sido compensada por otra parte, habría comprimido además el resorte LIC , que ahora no puede comprimir porque en la compresión de los restantes resortes se le ha ido la fuerza requerida para ello. Por tanto, el resorte LIC es la medida de la fuerza que ha disipado en nuestro cuerpo la resistencia de los 9 resortes comprimidos. Una vez ejecutado esto, prosigue elevándose con el resto de la fuerza que le ha quedado tras la pérdida indicada, y comprime en el segundo periodo KH los 7 resortes que se encuentran en el espacio $HIKL$. Ahora bien, de nuevo está claro que, si nuestro cuerpo hubiese podido comprimir estos 7 resortes quedándole intacta sin embargo toda su fuerza, en el mismo minuto habría comprimido y vencido además el resorte IiL ; pero, puesto que no ha hecho esto, se sigue que ha perdido por la compresión de los 7 resortes restantes el grado cuya restitución le habría hecho capaz de vencer asimismo IiL ; en consecuencia, este resorte indica la magnitud de la pérdida que ha acarreado a su fuerza la resistencia de los 7 resortes. De este mismo modo, el resorte GgI dará a conocer la merma de la fuerza por las retenciones de la gravedad en el tercer periodo FH , y así sucesivamente. Así pues, la pérdida que sufre el cuerpo que sube hacia arriba libremente, al vencer el obstáculo de la gravedad, es equivalente a la suma de los resortes no comprimidos LIC , IiL , GgI , EeG , AaE , y en consecuencia, también está en esta proporción

la cantidad de obstáculo que ha superado, y con ello su fuerza. Y, puesto que los resortes no comprimidos son 132,4
proporcionales a los tiempos o a las velocidades, la fuerza del cuerpo también es proporcional a ellas.

De esto se infiere además, por qué está autorizado Mai- 7
ran a suponer por hipótesis que el cuerpo haya vencido obstáculos y conservado no obstante toda su fuerza, lo cual inicialmente parece contradecir los primeros principios del movimiento. Porque realmente los obstáculos le 10
restan una parte igual a ellos de su fuerza, pero siempre es posible restituir idealmente por otro lado esta disminución y conservar el cuerpo indemne, a fin de que se vea cuánto más haría la fuerza de este modo incólume, que de haberse mantenido la pérdida que ha disipado el obstá- 16
culo. Esto dará entonces la medida total de la fuerza que la resistencia quita realmente al cuerpo, porque da a conocer qué grado de ella hay que añadir para que el cuerpo no haya perdido nada.

No puedo menos que hacer todavía una indicación so- 20
bre el modo en que la Marquesa ataca las tesis de su adversario. Me parece que no ha podido elegir mejor método 22
para infligirle el golpe más sensible de todos, puesto que ha tratado de dar a sus argumentos el aire de algo extraño y absurdo. Una presentación seria promueve en el lector el 25
estudio y la atención conveniente, y deja abierto el espíritu a todas las razones que se pueden aportar por uno u otro lado. Pero la forma extravagante en que ella presenta las 28
opiniones de su adversario se apodera enseguida del punto flaco del lector y anula en él el afán de una consideración más detallada. La fuerza anímica que rige los ju- 31
icios y las meditaciones es de una naturaleza perezosa y tranquila; se alegra de encontrar su punto de reposo y permanece gustosamente tranquila en lo que le aparta de una penosa meditación; por esto se deja ganar fácilmente por tales representaciones, que dan verosimilitud de una vez a una de las dos opiniones y declaran innecesario el es-
fuerzo de ulteriores investigaciones. Por consiguiente, 133,1
nuestra filósofa habría podido emplear su *ridendo dicere verum*, o sea, la ocurrencia de decir jocosamente la verdad a su adversario, con más equidad y a lo mejor con mayor éxito, si su adversario hubiera sido incapaz de más serias razones y se le hubiera querido hacer sentir su ridiculez. 6
La observación que hago aquí tendría, contra cualquier

otra persona de su sexo, el aire de unos modales deplorables y del tipo de conducta que se denomina pedante; pero la inteligencia y saber de la persona aludida, que se sobrepone a todas las demás de su sexo y también a una gran parte de las del otro, le privan al mismo tiempo de los privilegios del bello sexo, a saber, de la adulación y los elogios fundados en ella.

Aún por esto resulta excelente la elección de Mairan: porque los resortes que miden en su método la fuerza aplicada no sólo son iguales, sino que serían comprimidos en tiempos iguales; en consecuencia, se satisface tanto a los leibnicianos, que insisten en la igualdad del espacio si han de reconocer que la fuerza sea igual, como a los cartesianos, que exigen esto con respecto al tiempo. 15

III

Adiciones a los §§ 45, 46, 47 23

Me parece que no he podido decir nada más cierto e irrefutable que aquello de que un resorte no puede impeler a un cuerpo si no se afirma contra un soporte con la misma potencia y se apoya con el mismo vigor que impulsa por el otro lado al cuerpo con su fuerza de recuperación; y, por consiguiente, como en el caso de *Bernoulli* no hay otro soporte que el cuerpo *B*, tiene que aplicar la misma potencia de esfuerzo que puede aplicar a *A*; porque el resorte no impulsaría en absoluto al cuerpo *A*, si *B* no lo mantuviese apretado oponiéndose a su distensión; por esto recibe igualmente toda la fuerza que el resorte aporta a *A*, porque no es un soporte inamovible. A pesar de que todo el mundo piensa de igual modo, Johann Bernoulli captó en lo contrario no sé qué clara luz, que le inspiró una seguridad invencible. Dice: *Non capio, quid pertinacissimus adversarius, si vel scepticus esset, huic evidentissimae demonstrationi opponere queat*, y poco después: *Certe in nostra potestate non est, aliquem eo adigere, ut fateatur, discere, quando videt solem horizontem ascendere*. No consideremos con indiferencia este tropiezo de la razón humana en la persona de un hombre tan grande, sino aprendamos a desconfiar prudentemente de nuestro más 24 35 134,3 7

firme convencimiento y suponer siempre que tampoco estamos libres del peligro de engañarnos, a fin de que el entendimiento conserve su equilibrio, al menos hasta que haya tenido tiempo de examinar satisfactoriamente las circunstancias, la demostración y lo contrario.

En este mismo tratado que comentamos muestra Bernoulli cómo se puede comunicar la misma fuerza a un cuerpo en un tiempo menor, mediante la presión de un número igual de resortes. Ya he respondido suficientemente a esto, en la medida que propiamente interesa a nuestro objeto; pero aún quiero añadir aquí una observación que a decir verdad no concierne a nuestro propósito, pero que no obstante puede tener una utilidad peculiar. Dice allí que la bola F obtendrá siempre la misma fuerza mediante los cuatro resortes a, b, c, d , si se ensamblan en una línea, como en la Fig. 23.; o en dos partes contiguas, como en la Fig. 24.; o en 4 partes semejantes, como muestra la Fig. 25.



Figura 23



Figura 24



Figura 25

Recapitulación de la forma en que Bernoulli cree que pasa a un cuerpo la fuerza total de muchos resortes

Téngase en cuenta aquí la siguiente cautela. La idea de aquél sólo es verdadera en unas circunstancias tales, que los resortes ensamblados a, b, c, d , (Fig. 24.) no comuniquen todavía al cuerpo una velocidad mayor que aquella con que se recuperaría separadamente por sí mismo uno de estos resortes; porque tan pronto como ocurre esto, se equivoca uno si, de acuerdo con el plan de Bernoulli, quiere dar al cuerpo, mediante resortes asociados paralelamente (Fig. 25.), la misma velocidad que le pueden comunicar en serie uno tras otro. Sea 10, en efecto, la velocidad que comunica la fila de resortes de la figura 23 al cuerpo hasta que se ha estirado por completo, y 8 en cambio la velocidad con que uno de ellos, p. ej. a , se distiende por sí solo, o sea, sin impulsar ningún cuerpo. Está claro

entonces que, con el método de la figura 25, los 4 resortes sólo podrán comunicar al cuerpo 8 grados de velocidad. Porque, tan pronto como el cuerpo ha recibido estos grados, tiene tanta velocidad como tienen por sí mismos los resortes que deben impulsarle cuando se distienden libremente; por tanto, no podrán entonces transmitirle nada más. Sin embargo, es indiscutible que si este cuerpo F tiene que comprimir de nuevo mediante una colisión estos 4 resortes de la figura 25, precisa para ello 10 grados de fuerza, al igual que en las figuras 23 ó 24. Pero como esta misma figura 25 puede simbolizar la fuerza elástica de un cuerpo cualquiera, se infiere de ello que es posible que un cuerpo completamente elástico pueda colisionar contra un soporte inamovible con una determinada velocidad y, a pesar de esto, la velocidad con que retrocede puede ser mucho menor que la que tenía al chocar. Pero si se desea que estos cuatro resortes hayan de comunicar al cuerpo que impulsan toda su fuerza, se tiene que añadir $2/10$ a la masa de F , ya que entonces los 4 resortes compensarán en la cantidad de materia lo que no pueden aportar con su velocidad.

IV

Aclaración al § 105 26

Exposición detallada de los errores de la demostración wolffiana

No me he explicado con suficiente claridad, cuando he querido denunciar en la pág. 116 un error inusual en el argumento de *Wolff*. Parece a primera vista como si la conclusión resultara matemáticamente, de acuerdo con la regla: *aequales rationes sibi substitui invicem possunt*; pero de hecho no tienen nada en común con ella. El caso anterior era éste: *Tempora, quibus duo mobilia, si sunt aequalia, eosdem effectus patrant, sunt reciproce ut celeritates*. Sobre esta base concluye en el segundo punto de la demostración: *Massae corporum inaequalium, quae eosdem effectus patrant, sunt reciproce ut celeritates*. De aquí concluye *Wolff* (ya que así reza su argumento, si se analiza convenientemente): como la proporción de los tiempos y de las masas es igual en ambos casos a la proporción de las velocidades, también serán iguales entre sí. Esto puede aceptarse, pero sin descuidar las determinaciones bajo las

que son mutuamente iguales, a saber: que las masas de los cuerpos desiguales que producen un mismo efecto guarden la misma proporción que los tiempos en que, nótese bien, *cuerpos iguales* ejercen precisamente el mismo efecto; porque ésta es la limitación que, como puede verse, enlaza las proporciones. Pero la conclusión de Wolff es ésta: por tanto, las masas de estos cuerpos guardan la misma proporción que los tiempos en que *justo estos cuerpos diferentes* producen el mismo efecto, lo cual es una evidente adulteración de la proporción dada. 13

Si a nuestro autor se le hubiese ocurrido comparar entre sí las dos tesis que quiere deducir recíprocamente, habría tenido que ver con claridad meridiana, que no sólo no se siguen una de otra, sino que se oponen diametralmente. O sea, la primera tesis es ésta: *Actiones quibus corpora aequalia eosdem effectus patrant, sunt ut celeritates*. De aquí quiere colegir la otra tesis que resulta del segundo punto de la demostración, a saber: *Actiones, quibus corpora inaequalia eosdem effectus patrant, sunt etiam ut ipsorum celeritates; celeritates autem eorum sunt reciproce ut massae*. 17 21 22

Si ahora tomamos, de acuerdo con lo regulado por la primera tesis, dos cuerpos iguales *A* y *B*, tales que *B* tiene una velocidad doble que *A*, según esta regla, la acción con que *B* realiza el mismo efecto que *A* es dos veces mayor que la acción del cuerpo *A*; porque aquél, debido a su mayor velocidad, produce este efecto en un tiempo dos veces menor. Pero, según la segunda regla, se podría hacer *B* la mitad de pequeño y, no obstante, la acción referida sería tan grande como antes, aun cuando permaneciese como antes la velocidad. Ahora bien, es evidente que, si *B* se vuelve dos veces menor que lo que ha sido antes, y su velocidad se mantiene igual, es imposible que haga el efecto dado en el mismo tiempo que cuando su masa era doble; sino que necesitará más tiempo para ello; con lo que, como la acción resulta tanto más pequeña cuanto mayor es el tiempo que ha sido empleado para el mismo efecto, necesariamente tendrá que ser menor la acción que si la masa de *B*, con la misma velocidad, es dos veces mayor, lo cual contradice el resultado del segundo punto. 27 32 35

Sin embargo, todas estas contradicciones tienen que darse en la demostración wolffiana precedente, si se le concede la tesis en que se basa, o sea, que las *Actiones* pue- 137,8

den ser desiguales, aunque sus *Effectus* sean iguales. Esta 11
 tesis, que nunca se le ha ocurrido mantener a mortal al-
 guno, es una contradicción de la mejor especie, la más ní- 13
 tida que cabe concebir. Porque la palabra acción es una
 palabra relativa, que indica el influjo o efecto en una cosa
 en la medida que otra cosa contiene el fundamento de 16
 ello. Por consiguiente, el efecto y la acción son justo lo
 mismo, y el sentido sólo se diferencia en que, en un caso,
 hago referencia a la cosa que es su fundamento y, en el 19
 otro, la considero fuera del mismo. Por tanto, sería tanto
 como decir que una acción puede ser distinta de sí misma. 20
 Además, únicamente tiene el nombre de acción porque de
 ella depende un efecto, y si pudiera haber una parte de esta
 acción de la que no dependiese un efecto equivalente, esa 24
 parte no podría ser denominada acción. Además, si son
 desiguales los tiempos en que ha sido producido el mismo
Effectus, entonces se mantienen no obstante iguales las
Actiones empleadas, y por ello se sigue solamente que en
 tiempos iguales los efectos y también sus correspondien-
 tes *Actiones* serán desiguales.

Resumiendo: enseguida salta a la vista que tienen que 29
 haber sido motivos muy peculiares los que han ocasionado
 unos errores tan singulares en este trabajo, que no concuerdan
 en absoluto con la conocida y ponderadísima sagacidad del autor,
 que se manifiesta en todo lo suyo. No 34
 es difícil apreciar que el loable deseo de salvar el honor de
 Leibniz, que por un tiempo se tuvo como el honor de toda
 Alemania, ha motivado este esfuerzo, presentando la de-
 mostración en una forma mucho más favorable de lo que
 habría parecido a su autor en otro caso. La causa misma 138,2
 era tan desesperada, que no podía ser defendida sin errores,
 pero su empresa era sin embargo tan atrayente, que no dejó
 lugar a una investigación objetiva. Lo mismo digo de 5
 los desaciertos de hombres celeberrimos, como Hermann,
 Bernoulli, etc., que he mostrado ya, o bien mostraré luego,
 y en los que, fuera de este reproche, no se da nada seme-
 jante. Por tanto, el honor del hombre del que hablamos 9
 queda asegurado. Soy libre de tratar su alegato como algo 9
 que no es de su propiedad. Entretanto, me puede espetar 11
 lo que un filósofo más antiguo exclamó, si bien en una
 ocasión que le afectaba algo más de cerca: *Sólo tocas la
 concha de Anaxarco.* 14

**QUE EXPONE UNA NUEVA
ESTIMACION DE LAS FUERZAS
VIVAS, COMO VERDADERA
MEDIDA DE LAS FUERZAS
DE LA NATURALEZA**

§ 114

Cómo puede darse en la naturaleza una ley que resulta falsa en la matemática

Hemos demostrado detalladamente que la estimación de las fuerzas por el cuadrado resulta falsa en las matemáticas, y que éstas no permiten otra medida de las fuerzas que la antigua o *cartesiana*. Entretando, hemos suscitado en el lector, en distintos lugares del capítulo precedente, la esperanza de introducir en la naturaleza, a pesar de todo, la estimación por el cuadrado, y ahora es tiempo de cumplir con nuestra promesa. Este atrevimiento dejará perplejos a la mayoría de mis lectores; pues parece como si de ello se siguiera que las matemáticas no son fidedignas y que es aceptable recurrir contra su sentencia. Pero el asunto no es realmente así. Si la matemática impusiese su ley sobre todos los cuerpos en general, también quedarían incluidos en ellos los de la naturaleza, y sería vano esperar una excepción. Pero aquélla establece su propio concepto de cuerpo, en virtud de los *Axiomatum* que le son precisos, de modo que hay que presuponerlos en sus cuerpos, pero son de tal índole que excluyen y no permiten en los mismos ciertas propiedades, que sin embargo se encuentran necesariamente en los cuerpos naturales; por consiguiente, los cuerpos de la matemática son completamente diferentes de los cuerpos de la naturaleza, y por ello algo puede ser verdadero en aquéllos, sin que pueda ser extendido a éstos.

§ 115

Distinción entre los cuerpos matemáticos y naturales, y entre las leyes que les corresponden	Vamos a ver ahora qué propiedad es la que se da en los cuerpos de la naturaleza y la matemática no permite en los suyos, ocasionando que aquéllos y éstos sean cosas de géneros completamente distintos. Las matemáticas no permiten que sus cuerpos tengan una fuerza que no haya sido enteramente producida por la causa externa de su movimiento. Por tanto, no admiten en un cuerpo otra fuerza que la que ha sido originada en él desde fuera, y por eso siempre se encontrará con exactitud, y en la misma medida, en la causa de su movimiento. Esta es una ley fundamental de la mecánica, cuya presuposición sin embargo no da lugar a ninguna otra estimación que la <i>cartesiana</i> . Pero los cuerpos de la naturaleza son de una índole completamente diferente, como pronto probaremos. Estos tienen en sí una capacidad, la fuerza, que, suscitada en ellos por la causa de su movimiento, aumentan en sí por sí mismos, de modo que puede haber en ellos grados de fuerza que no han nacido de la causa externa del movimiento, y también son mayores que ella, que, en consecuencia, no pueden ser medidos con la misma medida con que se mide la fuerza cartesiana, y tienen otra estimación. Vamos a tratar esta propiedad de los cuerpos naturales con toda la precisión y seriedad que requiere un asunto tan importante.	140,6 10 13 17 19 20 27
--	--	---

§ 116

La velocidad no es un concepto de fuerza	La velocidad, como hemos visto en el § 3, no encierra en y para sí el concepto de una fuerza. Porque es una determinación del movimiento, esto es, de la situación del cuerpo en que éste no emplea la fuerza que tiene, sino que está inactivo con ella. Propiamente es el número de la fuerza que tiene un cuerpo cuando está en reposo, esto es, la que tiene con una velocidad infinitamente pequeña; o sea, es el número en el que la fuerza presente en el cuerpo con una velocidad infinitamente pequeña es la unidad. Esto se infiere clarísimamente del tipo de análisis según el método del excelente caso de Jurin (§ 110) si, de modo parecido a como éste considera la velocidad integrada por dos partes iguales, la ponderamos en sus partes infinitesimales.	31 33 141,1 5
--	--	------------------------

§ 117

No habría ninguna fuerza, si no hubiese una tendencia a conservar el estado de los cuerpos	Para saber con precisión qué determina propiamente el concepto de fuerza, tenemos que proceder del modo que sigue. La fuerza se estima con razón mediante el obstáculo que quebranta y elimina en el cuerpo. De aquí se infiere que un cuerpo no tendría ninguna fuerza, si no hubiese en él un esfuerzo para conservar el estado que el obstáculo trata de eliminar; pues de no haber esto, lo que tendría que quebrantar el obstáculo sería igual a 0.	11 13 15
Qué es la intensidad	El movimiento es el fenómeno externo de la fuerza, pero el esfuerzo por mantener este movimiento es la base de la actividad, y la velocidad indica cuántas veces hay que tomarlo para tener toda la fuerza. A partir de ahora lo llamaremos intensidad; por esto, la fuerza es igual al producto de la velocidad por la intensidad.	20 24
Aclaración de este concepto	A fin de tener un ejemplo en el que se pueda advertir con mayor claridad este concepto, supóngase el resorte cuádruple <i>a, b, c, d</i> (Fig. 23.). Si ahora establecemos que la	26 28



velocidad con que cada uno de ellos empieza a recuperarse aisladamente es igual a 1, la velocidad inicial con que se recupera todo el resorte *a, d*, que está compuesto de 4 iguales, cuando se distienda libremente, es igual a 4, y parece como si se siguiera de ello que la velocidad inicial que el resorte cuádruple imprime a un cuerpo vaya a ser cuatro veces mayor que la que produce el simple. Pero la intensidad es en el resorte cuádruple 4 veces menor que en el simple, ya que justo la misma fuerza que comprimiría en determinada medida uno de estos cuatro resortes enlazados contra un soporte fijo, comprime el resorte cuádruple cuatro veces más, porque el soporte del resorte simple, si está de este modo unido con otros 3, es un apoyo móvil, y como consecuencia de la rigidez, o lo que es lo mismo, de la intensidad del resorte cuádruple, se quita lo que cede su velocidad. Por tanto, sucede que la velocidad inicial que comunica un resorte cuádruple a un cuerpo no es mayor que la que pueda tener éste de uno simple, si bien la velocidad inicial de aquél, cuando se distiende libremente, supera cuatro veces a ésta. Y ésto puede servir para hacer com-

prensible el concepto de intensión y mostrar por qué hay que tomarlo necesariamente en cuenta en la estimación de la fuerza.

§ 118

Si la intensión es como un punto, la fuerza es como una línea, es decir, como la velocidad

Si la fuerza de un cuerpo es de tal clase que sólo se esfuerza por mantener durante un instante el estado de movimiento, pudiendo ser la velocidad como se quiera, este esfuerzo o intensión es igual para cualquier velocidad; por consiguiente, toda la fuerza de un cuerpo semejante sólo está en proporción de su velocidad; porque uno de los factores es siempre igual, y por consiguiente el producto que indica la cantidad de la fuerza es proporcional al segundo factor.

18

§ 119

Si la intensión es finita, esto es, como una línea, la fuerza es como el cuadrado

En un movimiento así sería preciso una incesante renovación exterior de la fuerza desaparecida en el cuerpo en cada instante, y la fuerza, si el cuerpo tuviera que efectuar de este modo un movimiento perpetuo, siempre sería solamente un efecto de un impulso externo constante. Pero también se infiere claramente de esto que si, en cambio, la fuerza del cuerpo fuese de tal índole que contuviese en sí un esfuerzo suficiente para conservar uniforme e incesantemente por sí mismo, sin ayuda externa el movimiento con la velocidad dada, esta fuerza tendría que ser de una clase completamente diferente y también infinitamente más perfecta.

28

33

Porque la intensión de aquélla es igual para todas las velocidades, a saber, infinitamente pequeña, y sólo es multiplicable la cantidad de velocidad; en cambio, en ésta tiene que ser siempre proporcional a la velocidad y también tiene que ser multiplicada por ésta, resultando de ello la verdadera medida de la fuerza. Porque la velocidad finita cuya intensión es infinitesimal proporciona una fuerza cuya unidad es la que forma esta intensión con una velocidad infinitesimal. Por tanto, si un cuerpo debe basar en sí mismo suficientemente esta velocidad y fuerza, a fin de tener todo el esfuerzo para conservarlas a perpetuidad, su

143,5

10

13

intensión tendrá que ser proporcional a esta fuerza o velocidad. Y de aquí resulta entonces una potencia completamente nueva, que es el producto de la fuerza proporcional a la velocidad por la intensión, que ahora también es como la velocidad; producto que, por tanto, es igual al cuadrado de la velocidad. Es fácilmente comprensible que, así como cuando la fuerza que tenía el cuerpo con una intensión infinitesimal y una velocidad finita era como una línea, la que representa esta velocidad, y la intensión era como un punto; ahora en cambio la intensión es igualmente como una línea, y la fuerza resultante en este caso es como una superficie, que ha sido originada por el flujo de la primera línea, y ciertamente es como un cuadrado, porque las líneas mencionadas son recíprocamente proporcionales. 16
20

Nótese que prescindo aquí continuamente de la diferencia de las masas, o bien las considero iguales, y, en segundo lugar, que supongo vacío el espacio en los movimientos que trato. 28

§ 120

El cuerpo que posee el esfuerzo interno para conservar un movimiento libre y perpetuo, tiene una fuerza que es como el cuadrado de la velocidad

Según esto, el cuerpo que basa suficientemente en sí mismo su movimiento, de modo que puede explicarse satisfactoriamente por su esfuerzo interno que el movimiento que tiene se conservará por sí mismo libre, perpetuo e intacto hasta el infinito, tiene una fuerza que se mide por el cuadrado de la velocidad, o, como vamos a llamarla en adelante, una fuerza viva. En cambio, si su fuerza no tiene en sí el fundamento para mantenerse por sí misma, sino que se apoya solamente en la presencia de causas externas, entonces es como la simple velocidad, o sea, es una fuerza muerta. 32
144,4

§ 121

Los cuerpos, por su propio impulso interior, elevan a una altura infinitamente mayor y transforman en

Pero ahora vamos a considerar la fuerza de un cuerpo tal como se produce cuando se origina en él por la acción de una causa externa. Entonces se funda infaliblemente en la presencia de esta causa externa, y dejaría de estar presente en el cuerpo en el mismo momento en que aquélla no pro- 10
12

un género completamente distinto los empujes externos

vocase el impulso. Por tanto, en el mismo momento en que depende de la presencia de la causa externa, es de tal naturaleza, que tendría que desaparecer instantáneamente si aquélla no estuviese presente; ya que por ahora no hablamos de si el cuerpo puede fundamentar por sí mismo después de ese instante la fuerza suscitada en él, ni de lo que se seguiría entonces de ello. En dicho momento la intensidad de la fuerza es, por tanto, infinitamente pequeña y, en consecuencia la fuerza misma, que se basa solamente en el impulso exterior, es como la simple velocidad, esto es, muerta. Pero si después el mismo cuerpo funda en su fuerza inmanente la velocidad que le ha sido comunicada, de modo que su esfuerzo origina una perpetua conservación libre del movimiento, entonces no hay ya más fuerza muerta, sino una viva, que tiene el cuadrado por medida, y que hay que calcular con respecto a aquélla como una superficie con respecto a una línea. Por eso está claro que un cuerpo de esta índole, si prosigue libremente por sí mismo la velocidad que se le ha imprimido, aumenta infinitamente por sí mismo y transforma en un género completamente distinto la fuerza que ha recibido de las causas mecánicas externas; en consecuencia, está claro que se prueba aquí la indicación que hemos dado en el § 115, y que las fuerzas vivas se salen completamente de la competencia de las matemáticas.

Los cuerpos no pueden obtener de fuera una fuerza viva

Además, se infiere de esto que la fuerza viva no puede ser producida en un cuerpo mediante una causa externa, ya sea ésta tan grande como se quiera, pues, en la medida que una fuerza depende de una causa externa, siempre es sólo como la simple velocidad, según hemos demostrado; sino que tiene que recibir las determinaciones correspondientes a la medida por el cuadrado de la fuente interna de la fuerza natural del cuerpo.

§ 122

Hay infinitos grados intermedios entre las fuerzas vivas y muertas

Hemos probado que, si un cuerpo ha fundado *suficiente* y *completamente* en sí mismo la causa de su movimiento, de modo que pueda explicarse por la índole de su fuerza que vaya a conservarse libre e invariable para siempre, tiene una fuerza viva; pero si no sostiene *en absoluto* su fuerza en sí mismo, sino que para ello depende del exterior, sólo

	tiene una fuerza muerta, que es infinitamente menor que aquélla. Esto proporciona al mismo tiempo la consecuencia de que, si el mismo cuerpo ha fundado en parte su fuerza, pero no por completo, está algo más próxima a las fuerzas vivas y se diferencia en parte de las muertas, y que necesariamente hay aún, entre estos dos límites extremos, la fuerza plenamente viva y la plenamente muerta, infinitos grados intermedios que median entre aquélla y ésta.	20
La fuerza viva se origina solamente en un tiempo finito tras el comienzo del movimiento	Además resulta, en virtud del principio de continuidad, que el mismo cuerpo que en el instante inicial tiene una fuerza muerta y después recibe una fuerza viva, que respecto a la primera es como la superficie respecto a la línea generatriz, adquiere esta fuerza solamente en un tiempo finito. Pues si se quisiera suponer que no recibe esta última fuerza en un tiempo finito a partir del instante inicial, sino inmediatamente en un lapso infinitesimal tras el mismo, esto sería tanto como decir que ya tiene esta fuerza viva en el momento inicial mismo. Porque el principio de continuidad e incluso las matemáticas demuestran que lo mismo es decir que un cuerpo se halla en el momento inicial de su movimiento, o en un lapso infinitesimal después de aquél. Ahora bien, la fuerza en el mismo punto de partida del movimiento es muerta, por tanto no se puede decir sin cometer una contradicción que después sea viva, como si se establece simultáneamente que esta fuerza viva se va a encontrar en él antes de que transcurra un tiempo finito desde la acción de la causa externa.	27 32 146,2 5
Aclaración de lo mismo	La fuerza natural del cuerpo prosigue por sí misma el impulso recibido del exterior y, al ir acumulándose en sí mediante un esfuerzo reiterado de la intensión, que antes era como un punto, hasta llegar a ser como una línea proporcional a la fuerza provocada en ella desde el exterior, la cual está en razón de la velocidad, se acumula así la fuerza misma obtenida del exterior que antes también era sólo como una línea, de modo que ahora es como una superficie en la que un lado representa la velocidad y fuerza comunicadas exteriormente, y el otro simboliza la intensión desarrollada espontáneamente desde el interior del cuerpo, que es proporcional a aquélla.	11

§ 123

Qué es la vivificación	Llamo <i>vivificación</i> de la fuerza de un cuerpo el estado en que la misma todavía no es viva, pero está en vías de serlo.	23
Qué ocurre con la intensión durante la vivificación de la fuerza	<p>Por tanto, en el intervalo en el que la fuerza se vivifica, que está comprendido entre ambos puntos, el inicial y aquél en que la fuerza ya es plenamente viva, el cuerpo todavía no ha fundado suficientemente en sí mismo su fuerza y velocidad. Quizá se les ocurrirá ahora a mis lectores preguntar cómo es capaz el cuerpo en este intervalo de conservar libre y uniformemente la velocidad que se le ha comunicado y proseguir, puesto que entonces todavía no ha fundamentado suficientemente en sí mismo su fuerza y movimiento y, por consiguiente, tampoco puede conservarla por sí mismo. A esto respondo: ciertamente la fuerza no está acondicionada en este intervalo de modo que quepa comprender a partir de ella un movimiento libre perpetuo y sin merma, de no seguir siendo aumentada aún mediante el esfuerzo interno. Pero no se trata de si el esfuerzo de la fuerza es insuficiente para mantenerse de este modo. Sólo se pregunta si la intensión de la fuerza, que aún no ha crecido tanto como para que pueda conservar sin merma e incesantemente el movimiento, puede conservarlo al menos durante el tiempo que es necesario hasta su completa vivificación. Pero se comprueba que esto no sólo es posible, sino que de hecho también ocurre así, porque en todo este intervalo cada instante origina en el cuerpo un nuevo elemento de intensión, que mantiene durante un lapso infinitesimal la velocidad dada y, en consecuencia, todos los elementos de esta intensión que se originan en el cuerpo durante el intervalo completo, mantienen la misma velocidad en todos los momentos del mismo, o sea, todo el tiempo, según parece evidente confrontando esto con el § 18.</p> <p>Pero si suponemos que en el intervalo de la vivificación, antes de haberse completado, el cuerpo deja repentinamente de seguir acumulando los elementos de intensión y de vivificar por completo la fuerza, ¿qué ocurrirá entonces? Está claro que entonces el cuerpo sólo conservará en adelante en movimiento libre y fundamentará en sí mismo un grado de velocidad proporcional a la intensión que ha conseguido ya en este tiempo de vivificación; pero los res-</p>	26 31 147,1 5 6 10 19 23
Si la vivificación tuviese que cesar antes de haberse completado, ¿qué ocurriría entonces con el movimiento?		

	tantes grados de velocidad, que requieren una intensión mayor que la que realmente existe para llegar a la vivificación completa, tienen que cesar y desaparecer repentinamente. Porque la intensión existente sólo está en condiciones de fundamentar una parte de esta velocidad, y después tampoco se originan a cada momento nuevos elementos de intensión que conserven en todo momento la velocidad dada, por tanto, la parte sobrante tiene que desaparecer por sí misma.	30
¿Qué hubiera ocurrido entonces con la fuerza?	Por consiguiente, si un cuerpo que se mueve libremente encuentra una resistencia a la que aplica su fuerza antes de haber llegado a una vivificación completa con toda su velocidad, la fuerza que ejerce es igual al cuadrado del grado de velocidad proporcional y equivalente a la intensión alcanzada, y que por tanto ha podido ser vivificada en el tiempo dado, o también, al cuadrado de la intensión alcanzada; con el grado restante el cuerpo es inactivo, o actúa sólo en la medida de la simple velocidad, que de todos modos es despreciable con respecto a la otra fuerza.	36

§ 124

Nueva estimación de la fuerza	<i>Según esto, un cuerpo que conserva intacta hasta el infinito su velocidad en movimiento libre, tiene una fuerza viva, esto es, una fuerza tal que se mide por el cuadrado de la velocidad.</i>	148,10
Condiciones de la misma	Pero éstas son también las condiciones que se añaden a esta ley:	15
	1. El cuerpo tiene que contener en sí el fundamento para conservar libre, perpetua y uniformemente su movimiento en un espacio no resistente.	17
	2. Por lo probado anteriormente, se ve que no obtiene esta fuerza de la causa externa que le pone en movimiento, sino que se origina, tras el estímulo externo, de la fuerza natural interna del cuerpo.	20
	3. Esta fuerza es producida en un tiempo finito.	24

§ 125

Esta ley es el principio capital de la nueva estimación de la fuerza, de la que, si la nimiedad de mis juicios en comparación con los grandes hombres con quienes tengo que tratar me permitiera hablar con semejante autoridad, diría que la pongo en lugar de las estimaciones de Descartes y Leibniz, convirtiéndola en fundamento de la verdadera dinámica. Entre tanto me inclino a estar convencido de que esta ley puede propiciar tal vez el logro que, al no haberse alcanzado, ha provocado la discrepancia y desunión entre los filósofos de todas las naciones. Las fuerzas vivas se admiten en la naturaleza después de haber sido desterradas de las matemáticas. No podrá echarse del todo la culpa del error a ninguno de los dos grandes filósofos, ni a Leibniz, ni a Descartes. Tampoco se verificará en la naturaleza la ley de Leibniz más que después de haber sido matizada por la estimación de Descartes. En cierto modo, unificar consigo misma la razón humana, en las personas de distintos hombres sagaces, equivale en cierta medida a defender el honor de aquélla, e incluso cuando se contradicen directamente, se descubre la verdad que en el fondo nunca escapa por completo a éstos.

§ 126

Hay fuerzas vivas, porque existen movimientos libres

El que haya en la naturaleza fuerzas vivas sólo depende de que haya en el universo movimientos libres, los cuales se conservarían perpetua e inalterablemente si no hubiese ninguna resistencia externa. El movimiento libre y perpetuo de los planetas respalda esto y confirma la existencia de fuerzas vivas en la naturaleza, así como muchísimas otras experiencias que justifican que los cuerpos que se mueven libremente sólo pierden su movimiento con arreglo a la resistencia y, sin ésta, lo conservarían siempre.

La matemática no permite ningún movimiento libre

De todos modos, también está claro que, en rigor, las matemáticas no permiten ningún movimiento libre en sus cuerpos. Porque no permiten lo que es necesario para realizar un movimiento libre y perpetuo, a saber, que el cuerpo genere de su interior un esfuerzo y una fuerza que, ni se han originado por una causa externa, ni pueden dimanar de ella. Porque no reconoce en un cuerpo ninguna

otra fuerza que la producida por el cuerpo causante de su movimiento.

§ 127

Un método más fácil para aprovechar estas consideraciones

Aun cuando las consideraciones y demostraciones precedentes son, en la medida que lo permite la naturaleza del asunto, comparables a los conceptos matemáticos y a su claridad, quiero mostrar a pesar de todo, para satisfacción de aquéllos a quienes es sospechoso todo lo que tiene tan sólo la apariencia de metafísica y exigen a todo trance una experiencia para fundamentar las consecuencias, un método con el cual pueden utilizar estas consideraciones con plena satisfacción. En efecto, voy a demostrar con rigor matemático al término de este capítulo, a partir de una experiencia, que en la naturaleza se pueden encontrar realmente fuerzas que tienen el cuadrado de la velocidad. 34 150,7

Estos señores pueden convencerse, por el resultado de todas las demostraciones del segundo capítulo, de que una fuerza semejante no puede ser efecto de una causa mecánica exterior; porque si sólo se admite la fuerza como efecto de la causa que ha conseguido desencadenar el movimiento, no puede darse otra estimación que la simple velocidad. Esto les llevará luego al modo y manera en que puede originarse esta fuerza de la fuerza natural interna del cuerpo, y les introducirá paulatinamente en las consideraciones que he hecho sobre la esencia de las fuerzas vivas. 10 15

§ 128

Bernoulli ha concebido ya estos conceptos

He dicho que la duración de la fuerza, libre y continuada a partir del interior del cuerpo, es la verdadera característica por la que única y exclusivamente se puede comprobar que la misma sea viva y se mida por el cuadrado. Me he alegrado extraordinariamente de encontrar estas ideas con toda precisión en el trabajo de Bernoulli que hemos mencionado antes. Ciertamente no ha expresado su opinión con el lenguaje metafísico adecuado, sino como puro geómetra, pero de todos modos con perfecta claridad: *Vis viva, dice, est aliquid reale et substantiale, quod per se subsistit, et quantum in se est, non dependet ab alio; ---* 21 25 27

Vis mortua non est aliquid absolutum et per se durans, etc. etc.

Esta cita resulta muy provechosa a mi consideración. 33
De otro modo, el matemático mira no sin cierta desconfianza las conclusiones que cree que se deducen de sutiles distinciones metafísicas, lo cual retrasa necesariamente su aceptación, y tendría que preocuparme de que deseara hacer esto también con respecto a las mías; pero aquí está la cosa tan clara, que resulta evidente para el geómetra más riguroso al considerarla matemáticamente. 34

Sin embargo, no los ha fundamentado convenientemente

Me admira que, una vez que Bernoulli tuvo esta inspiración en el concepto de la fuerza viva, le haya sido posible equivocarse hasta tal punto en el modo y manera con que quiso demostrar esta fuerza. Hubiera podido comprobar fácilmente que no iba a encontrar en los casos que son indeterminados respecto a esto *realis et substantialis, quod per se subsistit et est absolutum aliquid*, o que no se pueden hallar en ellos las determinaciones que deben conducir a ello, porque éste es, como él mismo comprendió, el rasgo peculiar de la fuerza viva, y lo que es indeterminado con respecto a este carácter, tampoco puede conducir a la fuerza viva. No obstante, creyó hallarla en el caso del resorte que se distiende entre dos cuerpos desiguales, en el que no sólo no se puede encontrar nada que hubiera de conducir a la fuerza viva indicada, mediante el rasgo diferencial mencionado antes, mejor que a la, así llamada, muerta; sino que toda la fuerza que aparece en la disposición de su demostración es algo *quod non est aliquid absolutum, sed dependet ab alio*. 151,6
10
17

De este modo nos convencemos otra vez de cuán peligroso es abandonarse al expediente de aprobar una demostración aparente y complicada sin el hilo conductor del método que hemos preconizado en los §§ 88, 89, 90 y empleado con gran provecho, esto es, hasta qué punto es ineludiblemente necesario ponderar de antemano los conceptos necesariamente adheridos al asunto que es sujeto de la demostración, e investigar luego si las condiciones de la demostración encierran las determinaciones pertinentes que miran al establecimiento de estos conceptos. 24

§ 129

Las fuerzas vivas son de naturaleza contingente	Hemos probado que la existencia de las fuerzas vivas en la naturaleza se funda solamente en la suposición de que se dan en ella movimientos libres. Ahora bien, no se puede descubrir a partir de las propiedades geométricas y esenciales de un cuerpo ningún argumento que tuviera que dar a conocer una capacidad como se requiere para la producción de un movimiento libre e invariable, según lo que hemos convenido anteriormente con respecto a esto. Por tanto, se sigue que no puede reconocerse las fuerzas vivas como una propiedad necesaria, sino que son algo hipotético y contingente. Leibniz reconoció esto mismo, como confiesa especialmente en la Teodicea, y Daniel Bernoulli lo confirma por la manera que, según piensa, hay que emplear para hacer demostrables las fuerzas vivas, a saber: suponiendo la ecuación fundamental $d v = p d t$, en la que $d v$ indica el elemento de velocidad; p , la presión que origina la velocidad; y $d t$ el elemento de tiempo en que la presión ha producido la velocidad infinitesimal. Dice que esto es algo hipotético, que se tiene que aceptar. Los otros valedores de las fuerzas vivas, que tenían escrúpulos en dissentir de Leibniz, no han desentonado. Y no obstante, han buscado las fuerzas vivas en casos que son geoméricamente necesarios, y también han creído encontrarlas, lo cual con seguridad es de admirar en grado sumo.	34 36
También han reconocido esto los leibnicianos		152,5 8
Y sin embargo, las buscan entre las verdades geométricas necesarias		16 17 20
Error singular de Hermann en esta materia	Hermann lo intentó de la misma manera, sin dejarse desconcertar por la contingencia de las fuerzas vivas. Pero la predisposición favorable hacia las ideas de Leibniz y el propósito de alcanzar por completo el objetivo, le llevaron a un sofisma que sin duda es digno de llamar la atención. Me parece que no sería fácil encontrar a nadie que se le ocurriera razonar así: las dos cantidades a y b tienen que juntarse y considerarse unidas, <i>ergo</i> tienen que multiplicarse; y sin embargo, esto lo dijo al pie de la letra Hermann, que era un gran maestro de la argumentación. «Como el cuerpo, dice, que recibe al caer un nuevo elemento de fuerza tiene ya una velocidad, ésta tiene que tomarse también en consideración. Por tanto, se combinarán la velocidad u , que ya tiene, su masa M y el elemento de velocidad o , lo que es lo mismo, el producto de la gravedad g por el tiempo, esto es, $g d t$. Ergo $d V$, o sea, el elemento de la fuerza viva, es igual a $g M u d t$, esto es, al producto de las magnitudes aquí señaladas.»	24 26 29 34 37 153,3

§ 130

La experiencia confirma la vivificación sucesiva	Nuestra teoría conlleva que un cuerpo que se mueve libre y uniformemente no tiene aún al comienzo de su movimiento su fuerza máxima, sino que la misma es mayor cuando se ha movido ya un tiempo. Me parece que hay ciertas experiencias, conocidas por todos, que confirman esto. Yo mismo he encontrado que una bala, con cargas de escopeta perfectamente iguales y exacta concordancia de las otras circunstancias, penetraba con mucha mayor profundidad en un madero al dispararla a algunos pasos del objetivo, que al tirar sólo a algunas pulgadas del madero. Los que tengan mejor oportunidad que yo de preparar el experimento, pueden hacer pruebas más precisas y mejor ponderadas. De todos modos, la experiencia enseña que la intensión de un cuerpo que se mueve libre y uniformemente aumenta en él y sólo después de un tiempo determinado tiene la magnitud conveniente, de acuerdo con las tesis que he probado.	7 11 12 16 18
--	--	---------------------------

§ 131

Ahora, una vez que hemos puesto el fundamento de una nueva estimación de las fuerzas, tendríamos que tratar de indicar las leyes que están relacionadas particularmente con ella, y que por así decir forman el entramado de una nueva dinámica. 24

Estoy en situación de exponer algunas leyes que regulan la vivificación de la fuerza, pero, puesto que este tratado está consagrado a esbozar el plan inicial de estas propiedades tan novedosas e insospechadas de las fuerzas, tengo motivos para preocuparme de que mis lectores, que están interesados preferentemente en asegurarse de lo esencial, sólo a disgusto se verían implicados en una investigación profunda de un asunto marginal, toda vez que hay tiempo suficiente para aventurarse en ello cuando lo principal esté suficientemente asegurado y corroborado mediante experiencias. 28

En consecuencia, trataré solamente de comunicar con la mayor claridad posible las leyes más generales y dignas de estudio relacionadas con nuestra estimación de las fuerzas, y sin las que no podría comprenderse bien su naturaleza. 154,3

§ 132

	La siguiente observación expone una ley dinámica completamente desconocida y que posee una importancia fuera de lo común en la estimación de las fuerzas.	8
La vivificación de la fuerza no es válida para todas las velocidades en general	Hemos visto que un cuerpo que actúa en estado de reposo sólo ejerce una presión muerta, que es de un género completamente distinto que las fuerzas vivas, y sólo tiene por medida la simple velocidad, cosa en la que concuerdan tanto el bando de los cartesianos como los discípulos de Leibniz. Pero un cuerpo cuya velocidad es infinitamente pequeña propiamente no se mueve y, por tanto, tiene la fuerza que reside en el estado de reposo; por consiguiente, su medida es la simple velocidad.	11
	Así pues, si queremos determinar los movimientos pertenecientes al género de las fuerzas vivas, no hay que extenderlo a todos los movimientos cuya velocidad sea grande o pequeña a voluntad, esto es, sin que en ellos esté determinada la velocidad. Porque entonces la misma ley sería válida para todos los grados de velocidad menores hasta el infinito, y los cuerpos podrían tener una fuerza viva incluso con una velocidad infinitesimal, lo cual ha sido desmentido hace poco.	16
	Según esto, la ley de la estimación por el cuadrado no es válida para todos los movimientos independientemente de su velocidad, sino que ésta ha de tenerse en cuenta. Por eso no podrán vivificarse las fuerzas vinculadas a algunos grados de velocidad, y habrá una determinada magnitud de velocidad con la que la fuerza puede adquirir por primera vez la vivificación, y por debajo de la cual, en todos los grados menores hasta el infinito, no puede pasar esto.	20
La velocidad tiene que estar determinada	Como además la completa vivificación de la fuerza es la causa de la libre y perpetua conservación del movimiento, se sigue que ésta tampoco es posible para todas las velocidades sin limitación, sino que aquí ha de estar determinada igualmente, esto es, la velocidad ha de tener una determinada magnitud si el cuerpo ha de realizar con la misma un movimiento perpetuo, invariable y libre; por debajo de este grado, con todos los grados menores, no sería posible esto, hasta que esta propiedad desaparece por completo con un grado infinitesimal de velocidad, y la duración del movimiento es sólo algo instantáneo.	24
		28
		31
Por consiguiente, tampoco es posible un movimiento libre con todas las velocidades sin distinción		35
		155,1

Por tanto, la regla de la libre e invariable prosecución del movimiento no será válida en general, sino sólo a partir de un determinado grado de velocidad; por debajo del mismo se agotarán por sí mismos y desaparecerán todos los grados menores de movimiento, hasta que el movimiento dure sólo un instante con un grado infinitesimal, y precise una renovación perpetua desde el exterior. Por eso no es válida la regla de *Newton* en un sentido indeterminado para los cuerpos de la naturaleza: *Corpus quodvis pergit in statu suo, vel quiescendi, vel movendi, uniformiter, in directum, nisi a causa externa statum mutare cogatur.*

§ 133

La experiencia confirma esto

La experiencia confirma esta indicación; porque si pudiera ser vivificada la velocidad infinitamente pequeña, tendría que ser vivificada en un tiempo infinitamente pequeño, debido a su proporción con respecto a la vivificación de las fuerzas finitas (§ 122); por lo tanto, dos cuerpos, si ejerciesen nada más que la presión de la gravedad, sólo tendrían ciertamente fuerzas proporcionales a las velocidades; pero, tan pronto como cayesen desde una altura insignificante, su fuerza tendría que ser como el cuadrado de aquélla; lo cual se opone al principio de continuidad y la experiencia; pues, como ya hemos mencionado, un cuerpo que no rompe con su peso un vidrio, tampoco tiene la fuerza precisa para hacerlo si se le deja caer sobre el mismo desde una altura irrelevante; y 2 cuerpos que pesan lo mismo conservarán también el equilibrio si se les deja caer a ambos un poco sobre los platos de la balanza, mientras que, de verificarse aquello, tendría, que ocurrir aquí una oscilación extraordinaria.

Aplicación al movimiento *in medio resistente*

Esta regla debe tenerse en cuenta, por lo tanto, para la determinación de las reglas de la resistencia del medio en que los cuerpos se mueven libremente. Porque si la velocidad empieza a resultar ya muy pequeña, la disminución del movimiento no es producida por el medio tanto como antes, sino que aquél se pierde en parte por sí mismo.

§ 134

¿Es posible la vivificación y el movimiento libre en todos los grados de velocidad mayores, hasta el infinito?

Estamos en medio de la tarea más bella que jamás haya podido ofrecer la mecánica abstracta. 12

Hemos planteado la pregunta de si el cuerpo puede obtener la completa vivificación de la fuerza y proseguir libre e invariablemente su movimiento con todas las velocidades, *aunque fuesen tan pequeñas como se quiera*. Ahora vamos a examinar si también son capaces de hacerlo en todos los grados mayores de velocidad hasta el infinito, esto es, si los cuerpos pueden proseguir libremente y conservar sin merma el movimiento que se les ha comunicado y, por consiguiente, si pueden llegar a una completa vivificación de la fuerza, *siendo tan grande como se quiera* la velocidad que les ha sido comunicada. 15 19

Dado que la vivificación y la prosecución libre e invariable del movimiento basada en aquélla resulta de la fuerza natural interna del cuerpo, se presupone siempre que ésta es capaz de producir en sí aquélla y de llegar por sí misma al grado de intensión requerido; por lo cual, la consecución de todos los grados más altos hasta el infinito de fuerza viva depende única y exclusivamente de la magnitud y capacidad de esta fuerza natural. Ahora bien, ninguna magnitud natural es realmente infinita, como demuestra la metafísica de un modo infalible; por tanto, la mencionada fuerza natural de un cuerpo cualquiera tiene que tener también una magnitud finita. Por eso está también limitada en una proporción finita su capacidad de actuar, y se sigue que sólo se extenderá hasta un determinado límite finito su capacidad de producir por sí fuerzas vivas en grados de velocidad progresivamente mayores, esto es, que el cuerpo no puede vivificar con ella la fuerza para todos los grados de velocidad hasta el infinito, ni, por consiguiente, conseguir una persistencia infinita e invariable de aquélla en movimiento libre, sino que esta aptitud del cuerpo es válida sólo hasta una cierta cantidad de velocidad, de modo que, para todos los grados superiores, la aptitud del cuerpo no basta ya para llevar a cabo la vivificación correspondiente a la misma y producir por sí una fuerza equivalente. 26 32 35

§ 135

<p>Qué se deriva de aquí con respecto al movimiento libre</p>	<p>De aquí se sigue que, si este grado es definido, el cuerpo, 157,13 cuando una causa externa le impulse con una velocidad mayor, desde luego cederá a ella y adquirirá esa velocidad tanto tiempo como dure el impulso exterior; pero, tan pronto como cese aquél, tiene que perder también al punto por sí mismo el grado que está por encima de la proporción definida; y sólo conservará y proseguirá libre e invariablemente el que el cuerpo es capaz de vivificar de acuerdo con la medida de su fuerza natural.</p>	
<p>La capacidad de los cuerpos a este respecto es diversa</p>	<p>Además, resulta de esto que es posible y también probable que, entre la gran multiplicidad de los cuerpos de la naturaleza, su fuerza natural sea de diferentes magnitudes en los distintos cuerpos, y en consecuencia, que uno de ellos sea capaz de proseguir libremente una velocidad determinada, mientras que la fuerza natural de otro no alcance a ello.</p>	<p>22</p>
<p>Resumen</p>	<p>Por tanto, la cantidad de velocidad con la que puede darse la vivificación de la fuerza de un cuerpo determinado está encerrada entre dos límites, no pudiendo mantenerse la vivificación por debajo de uno de estos límites o por encima del otro.</p>	<p>31 33</p>

§ 136

<p>La fuerza viva puede desaparecer parcialmente sin efecto</p>	<p>Hemos visto en el § 121 que la fuerza de un cuerpo, 158,2 cuando se ha vivificado, es mucho mayor que la causa mecánica que le había dado todo el movimiento; y que por esto un cuerpo con 2 grados de velocidad tiene 4 grados de fuerza, a pesar de que la causa externa de su movimiento, según indica el método de Jurin (§ 110), sólo ha actuado en él con 2 grados de fuerza. Vamos a explicar ahora cómo puede detener por completo a un cuerpo un obstáculo cuya potencia es mucho más pequeña que su fuerza y que, en consecuencia, <i>del mismo modo que en el primer caso la fuerza viva se origina en parte por sí misma, en el segundo puede desaparecer por sí misma al superar un obstáculo que es mucho menor que ella.</i></p>	<p>9</p>
<p>Demostración</p>	<p>Para demostrar esto, no hay más que invertir el caso de Jurin (§ 110). Muévase la barca <i>AB</i> de <i>C</i> a <i>B</i> con una velo-</p>	<p>15 16</p>

cidad igual a 1. Además vamos a suponer que la bola *E* se mueve en la misma dirección, o sea *CB*, pero con movimiento libre y una fuerza viva, con una velocidad igual a 2; en consecuencia, esta bola encontrará el obstáculo *R*, que se representa aquí mediante un resorte y cuya fuerza es igual a 1, con un simple grado de velocidad; pues, por lo que respecta al otro grado, ella no se mueve con el mismo con respecto a este obstáculo, porque éste se mueve igualmente en la misma dirección, y en consecuencia al cuerpo sólo le queda respecto al mismo un grado de movimiento. Pero, con un simple grado de velocidad, la fuerza también es igual a 1, y en consecuencia la bola choca con una fuerza igual a 1 contra el obstáculo, que igualmente tiene una fuerza simple y, por tanto, perderá a través del mismo su grado de velocidad y fuerza. Pero entonces conserva sólo un grado de movimiento absoluto y en consecuencia un solo grado de fuerza también, que por ende puede ser anulado de nuevo mediante otro obstáculo que sea igual a 1; en consecuencia, un cuerpo en el que suponemos una fuerza viva, y que por lo tanto tiene con 2 grados de velocidad 4 grados de fuerza, puede ser detenido por dos obstáculos, cada uno de los cuales tiene sólo un grado de fuerza, con lo que de este modo desaparecen en él por sí mismos 2 grados, sin ser suprimidos ni destruidos mediante causas externas.

§ 137

Las circunstancias en las que un cuerpo disipa sin efecto una parte de su fuerza viva son, por consiguiente, éstas: que le opongan resistencia sucesivamente dos o más obstáculos de tal modo, que cada uno no se oponga a toda la velocidad del móvil, sino sólo a una parte de ella, como enseña el desenlace del § anterior.

Explicación de esta tesis de acuerdo con nuestros conceptos de la fuerza viva

Puede comprenderse sin dificultad del modo que sigue, cómo concuerda esto con nuestros conceptos de la fuerza viva. Si se divide en sus grados la velocidad de un cuerpo, la fuerza viva que se encuentra en cada uno de esos grados separado de los demás y que, por tanto, emplea el cuerpo cuando actúa únicamente con ese grado sin los restantes, es igual al cuadrado de ese grado; pero si actúa simultánea y unitariamente con toda su velocidad, la fuerza total es

igual al cuadrado de ésta y, por consiguiente, la parte de la fuerza que se añade al mencionado grado de velocidad es como el *Rectangulum* formado por ese grado y toda la velocidad, lo cual representa una cantidad mucho mayor que la que había en el caso anterior. Porque, si suponemos que toda la velocidad se compone de, p. ej., 2 grados, que son comunicados al cuerpo uno después de otro, cuando la velocidad era aún 1, la fuerza viva sólo se elevaba también a 1; pero, después de añadirse el segundo grado, no sólo se originó en el cuerpo de nuevo un grado de fuerza, que es proporcional solamente al segundo grado de velocidad; sino que la fuerza natural elevó aún la intensión en la misma proporción en que había crecido la velocidad, e hizo que la fuerza viva resultase cuádruple con la velocidad global, siendo así que la suma de las fuerzas con todos los grados aislados sólo habría sido doble; en consecuencia, que cada grado, al actuar conjuntamente con los demás pudo ejercer 2 grados de fuerza, mientras que cada cual por sí tenía uno solo al actuar separadamente. Por esto, si un cuerpo que tiene una fuerza viva y, por consiguiente, 4 grados de fuerza con una velocidad doble, emplea toda su velocidad no de una vez, sino un grado tras otro, solamente ejerce una fuerza doble, mientras que los 2 restantes que existían en el cuerpo con la velocidad global desaparecen por sí mismos una vez que la fuerza natural deja de conservarlos, del mismo modo que en su obtención han sido producidos espontáneamente a partir de esta fuerza natural.

§ 138

Esta observación recompensa nuestros esfuerzos con importantes consecuencias. 160,9

- Consecuencias
1. No encontramos el efecto completo de la fuerza viva más que cuando el obstáculo haga resistencia a la vez a toda la velocidad del cuerpo que lo acomete con fuerza viva, y soporta conjuntamente todos los grados de la misma. 10
 2. Cuando, en cambio, el obstáculo sólo se opone aisladamente a un grado de aquélla y, en consecuencia, no soporta toda la velocidad más que poco a poco en grados se- 14

parados, se pierde por sí misma una gran parte de la fuerza viva sin haber sido anulada por el obstáculo, y sería erróneo creer que el obstáculo que de este modo agota todo el movimiento ha destruido asimismo toda la fuerza. Esta pérdida es siempre tanto más considerable, cuanto menor es el grado de velocidad que el obstáculo soporta en comparación con toda la velocidad del móvil. Divídase, p. ej., la velocidad con que un cuerpo tiene su fuerza viva en 3 grados iguales, pudiéndose oponer el obstáculo a uno solo de ellos cada vez; entonces, aun cuando el cuerpo tenga una fuerza viva con cada uno de esos grados en particular, la fuerza de cada grado en particular es igual a 1, y por consiguiente la potencia del obstáculo que vence esos 3 uno tras otro es también igual a 3; pero toda la fuerza viva de este cuerpo era igual al cuadrado de 3, esto es, a 9; en consecuencia, se han perdido por sí solos, sin resistencia exterior, 6 grados de fuerza, esto es, $\frac{2}{3}$ del total. En cambio, si tomamos otro obstáculo que soporta de una vez no la tercera parte, sino la mitad de la velocidad referida, y en consecuencia agota todo el movimiento no en 3, sino en 2 grados separados, la pérdida que sufre aquí la fuerza viva, aparte de lo que agota este obstáculo, es solamente igual a 2, esto es, $\frac{1}{2}$ del total y, por consiguiente, menor que en el caso anterior. Del mismo modo, si el grado al que se opone el obstáculo de una vez es $\frac{1}{8}$ de la velocidad, el cuerpo desperdicia $\frac{7}{8}$ de toda la fuerza, cuya causa no puede encontrarse en el obstáculo, y así indefinidamente.

3. Si el grado de velocidad al que se opone el obstáculo en cada momento sólo es infinitamente pequeño, entonces no se encuentra vestigio alguno de fuerza viva en los obstáculos vencidos, sino que, como entonces cada grado separado sólo actúa en proporción a la simple velocidad y la suma de todos los grados de fuerza es igual a toda la velocidad, toda la acción de las fuerzas del cuerpo, aunque sea viva, es proporcional a la simple velocidad, y toda la magnitud de la fuerza viva desaparece espontáneamente por completo, sin producir el efecto correspondiente, es decir, puesto que propiamente es como una superficie originada por la línea que representa la velocidad, desaparecen poco a poco por sí mismos todos los elementos de esta segunda dimensión y no se manifiesta en la acción ningún

vestigio de otra fuerza que la que es proporcional a la línea generatriz, esto es, a la simple velocidad.

4. Por tanto, no se encuentra vestigio alguno de una fuerza viva en los efectos producidos o en los obstáculos superados, aunque el cuerpo tenga realmente una fuerza viva, más que cuando el momento de la velocidad con que el obstáculo resiste es de una magnitud finita; pero aun entonces no sin esta importante condición, a saber: que esta magnitud de la velocidad no pueda ser tan pequeña como se quiera, pues sabemos por el § 132 que se requiere una determinada cantidad de la misma para que el cuerpo que se mueve con ella pueda tener una fuerza viva y, si el momento de la resistencia del obstáculo es demasiado pequeño con arreglo a la medida de aquélla, tampoco puede rastrear en el mismo ningún efecto de la fuerza viva. 21

Advertiremos la utilidad más importante de esta observación al final de este capítulo, donde servirá para iluminar y evidenciar la principal experiencia que demuestra las fuerzas vivas. 33

36

§ 139

Los fenómenos de los cuerpos que vencen la gravedad no demuestran las fuerzas vivas, pero tampoco las desmienten

Como el momento de la presión gravitatoria sólo tiene lugar con una velocidad infinitesimal, resulta suficientemente claro a través del tercer punto del § anterior, que un cuerpo que emplea su movimiento en vencer los obstáculos de la gravedad, sólo ejercerá con respecto a ella una acción que es simplemente proporcional a su velocidad, a pesar de que la fuerza misma sea proporcional al cuadrado de esta velocidad, en completa conformidad con lo que la experiencia enseña al respecto, como hemos visto detalladamente y de varias maneras en el capítulo precedente. 162,2

He aquí, por tanto, una experiencia que no parece permitir otra ley que la de *Descartes*, y que de hecho tampoco muestra por sí ningún indicio de otra estimación que la de éste, pero que no obstante, considerándola con mayor precisión, no contradice la estimación por el cuadrado si se toma en su correcta significación, sino que le deja sitio. 13

Por tanto, la acción que ejerce un cuerpo que se eleva perpendicularmente venciendo los obstáculos de la grave- 19

dad, desmiente sin ninguna réplica la estimación de *Leibniz*; pero, si propiamente no demuestra nuestras fuerzas vivas, tampoco las refuta. De todos modos, con sólo que fijemos nuestra atención en ello, encontramos incluso en este caso algunos destellos de nuestra estimación. Porque el cuerpo no podría proseguir libremente el movimiento que le es inherente, ni conservarlo hasta que la resistencia externa se lo quite poco a poco, si no lo produjese por sí mismo el esfuerzo interno o intensión, que es a la vez el fundamento del movimiento libre y también de la fuerza viva.

§ 140

Pruebas fundadas en esto

A partir de lo probado hasta aquí, colegimos simultáneamente la causa del conocido artificio, de cómo se pueden anular potencias casi invencibles mediante obstáculos insignificantes. En efecto, si la potencia que hay que quebrantar estriba en una fuerza viva, no se le opone un obstáculo que haga su resistencia de una vez y tenga que ser quebrantado repentinamente, porque éste a menudo tendría que ser inmensamente grande; sino más bien uno que soporte y consuma la fuerza poco a poco en sus más pequeños grados de velocidad; porque de este modo se desvanecerán mediante obstrucciones insignificantes fuerzas terriblemente grandes, del mismo modo que, p. ej., se ha anulado mediante sacos de lana golpes de ariete que habrían destruido murallas si hubieran alcanzado a las mismas directamente.

§ 141

Los cuerpos blandos no actúan con toda su fuerza

Además se infiere que los cuerpos que son blandos y se comprimen fácilmente al colisionar, no aplicarán mucho tiempo toda su fuerza al chocar, y que muchas veces producen poquísimos efectos, los cuales serían no obstante mucho mayores con la misma fuerza y masa, pero mayor dureza. Sé bien que aún intervienen otras causas que, además de las que hemos tratado, contribuyen lo suyo a esta pérdida, o más bien hacen que a uno se lo parezca; pero la indicada por nosotros es indiscutiblemente la principal y, desde luego, de una pérdida verídica.

§ 142

Planteamiento de la pregunta de si la acción de los cuerpos puede ser proporcional a su fuerza viva independiente-mente de su masa

Ahora vamos a indagar cómo será la acción de un cuerpo que tiene una fuerza viva, pero cuya masa se supone infinitamente pequeña, porque esto permitirá conocer luego si en igualdad de circunstancias, cuando las fuerzas de dos cuerpos son ambas vivas, pueden ambos ejecutar acciones proporcionales a estas fuerzas vivas en igualdad de circunstancias, siendo la masa de uno tan pequeña como se quiera, o si más bien tiene que tener una determinada magnitud la masa de cada cuerpo, de modo que si se hace más pequeña, la acción que ejerce no pueda ser proporcional a su fuerza viva.

23

34

Es bien seguro que, si un cuerpo de masa finita tiene una fuerza viva, cada una de sus partes, independientemente de lo pequeñas que sean, tiene que tener también una fuerza viva, incluso aunque se mueva separada de las demás; pero ahora la pregunta es si una parte así de pequeña o, como suponemos aquí, una partícula infinitamente pequeña, puede asimismo ejercer por sí sola en la naturaleza una acción proporcional a su fuerza viva, si se la pone en las mismas circunstancias en que un cuerpo mayor actuaría en esta proporción. Encontraremos que esto no puede ocurrir, y que un cuerpo que tiene una fuerza viva, si su masa es menor que la que tiene que ser de acuerdo con las reglas que vamos a demostrar, no ejerce en la naturaleza una acción proporcional a su fuerza viva, sino que alcanza esta proporción tanto menos cuanto menor sea la masa, hasta que, si la masa es infinitamente pequeña, el cuerpo sólo puede actuar en proporción a su simple velocidad, aunque tenga una fuerza viva, y otro cuerpo con la misma velocidad y fuerza viva, pero con masa convenientemente mayor, desarrollase en las mismas circunstancias una acción que se midiese por el cuadrado de la velocidad multiplicado por su masa.

164,1

9

§ 143

Respuesta

La cosa depende única y exclusivamente de que todos los obstáculos naturales que tienen que ser quebrantados por una fuerza determinada no le opongan inmediatamente, en el punto de contacto, un grado finito de resistencia,

23

sino primero uno infinitesimal y así sucesivamente hasta que, después de haber atravesado la fuerza motriz un trecho infinitesimal, la resistencia que se encuentra se hace finita. Supongo esto en virtud de la conformidad de la verdadera física, sin que vaya a ponerme aquí a enunciar las diversas clases de razones que lo confirman. Los discípulos de *Newton* aprovechan la ocasión para decir que los cuerpos interactúan incluso cuando aún no se tocan. Como consecuencia de esto, encontramos una diferencia especial entre el efecto que produce en tales obstáculos de la naturaleza un corpúsculo de masa infinitamente pequeña y el que realiza cuando su masa tiene una determinada magnitud finita, aun cuando no reparamos en la diferencia que de todos modos hay siempre entre las fuerzas de dos cuerpos cuyas masas son diferentes, y que ya es conocida desde hace mucho, sino que sólo tomamos en consideración lo que se deduce del concepto de nuestras fuerzas vivas.

O sea, sabemos ya que, si el cuerpo tiene una fuerza viva, pero la emplea en superar los obstáculos de las presiones gravitatorias, su acción sólo es proporcional a la simple velocidad, y toda la intensión, que es lo peculiar de la fuerza viva, desaparece sin efecto. Ahora bien, la contrapresión de la gravedad actúa con una sollicitación infinitamente pequeña hasta en lo más íntimo de su masa, esto es, directamente sobre las partes infinitesimales del cuerpo en movimiento, por tanto, esta situación es igual a la situación del corpúsculo que colisiona con una fuerza viva, pero con una masa infinitesimal, contra un obstáculo natural cualquiera; porque también éste sufre siempre, como hemos indicado, una resistencia que se le opone inmediatamente en una sollicitación infinitesimal, al igual que la gravedad y, en consecuencia, una masa infinitamente pequeña semejante también consumirá en sí misma del mismo modo su fuerza viva, y en cada obstáculo de la naturaleza actuará tan sólo proporcionalmente a su velocidad.

Pero se deduce claramente que esto sólo le sucede a un cuerpo infinitamente pequeño, mientras que uno de masa finita y determinada puede producir un efecto adecuado a su fuerza viva en el mismo obstáculo, porque, según hemos supuesto, el obstáculo presenta solamente una resistencia externa y no actúa como la gravedad en lo más ín-

timo; en consecuencia, el cuerpo finito, allí donde la masa infinitamente pequeña perdía toda su velocidad por medio de la gradual oposición infinitesimal del obstáculo, únicamente pierde algo infinitesimal, o sea, nada; porque su fuerza sólo se emplea contra un grado finito de oposición que aquélla no puede penetrar; en consecuencia, se coloca en las circunstancias en que, como hemos visto en el § 138, núm. 4, tiene que estar el cuerpo que debe emplear su fuerza viva en una acción proporcional a ella.

35

§ 144

Tiene que estar definida la masa con que un cuerpo puede producir un efecto proporcional a su fuerza viva: por debajo de esta magnitud, las masas menores no pueden hacer esto

Ahora bien, puesto que la acción del cuerpo que se mueve con una fuerza finita, pero con una masa infinitamente pequeña, no es proporcional en parte alguna de la naturaleza al cuadrado, sino a la simple velocidad, se sigue en virtud del tipo de razonamiento que ya nos tiene que ser familiar por su frecuente uso, que no se puede decir en general y sin restricciones: este cuerpo tiene una fuerza viva, luego su efecto también será proporcional a su fuerza viva en las circunstancias convenientes,* pudiendo por lo demás ser la masa tan pequeña como se quiera, sino que será precisa una cierta cantidad de masa para que se pueda decir esto, y por debajo de esta determinada masa la acción de un cuerpo semejante sobre los obstáculos naturales no podrá ser proporcional a su fuerza viva, sea ésta la que sea; apartándose la acción de la proporción de la fuerza viva tanto más cuanto más esté la cantidad de masa por debajo de esta determinada medida; mientras que, para todas las magnitudes mayores que ella, va de suyo que no se dará en modo alguno esta discrepancia.

166,2

§ 145

Se siguen de aquí las siguientes observaciones:

23

Consecuencias

1. Que una pequeña partícula de materia firmemente unida a una gran masa dotada de fuerza viva puede ejercer una acción completamente distinta y extraordinaria-

24

* A saber, en las que otro de mayor masa con la misma velocidad emplea por completo su fuerza viva.

166,34
35

mente mayor que la que puede realizar sola y separada de aquélla.

2. Que, sin embargo, esta diferencia no es necesaria, sino que descansa en una propiedad contingente de la naturaleza; que, de acuerdo con el principio de continuidad, todos sus obstáculos comienzan desde lejos y con grados infinitamente pequeños, antes de oponer su resistencia finita al cuerpo colisionante, pero que, a pesar de esto, la naturaleza ya no permite ninguna otra acción. 28

3. Que no es verdad indiscriminadamente que las acciones de dos cuerpos cuyas fuerzas son vivas y cuya velocidad es la misma sean proporcionales, en las mismas circunstancias, a sus masas; porque, si una de ellas es menor que lo que tiene que ser según la medida de la regla citada, su acción se desvía de la medida por el cuadrado de la velocidad y, por tanto, es mucho más pequeña de lo que hubiera tenido que ser de acuerdo con la proporción de las masas solamente. 33 167,1

4. Que hasta el cambio de figura del cuerpo sin modificación de su masa puede causar que su acción sea proporcional en las circunstancias mencionadas a su velocidad, a pesar de que la fuerza esté en razón del cuadrado de ésta, y que, por tanto, un cuerpo que tiene una fuerza viva puede hacer una acción mucho más pequeña tan sólo porque su figura sea cambiada, sin que ni su masa, ni su velocidad, la fuerza viva o la índole del obstáculo sufran en lo más mínimo una transformación. P. ej., una bola de oro dotada de fuerza viva tiene que hacer una acción mucho mayor que si la misma masa de oro, con la misma velocidad y fuerza, colisionase con el mismo obstáculo, pero habiendo sido laminada antes en una fina y ampliamente dilatada hoja de oro. Porque, si bien aquí no ha cambiado nada con respecto a la fuerza, no obstante la modificación de la figura hace que sus partes más pequeñas encuentren aquí el obstáculo justamente como si hubiesen chocado con él mutuamente separadas y, por consiguiente, según lo probado hace poco, no actúan mucho tiempo con su fuerza viva y proporcionalmente a ella; sino que ejercen una acción que, o bien se aproxima a la medida de la simple velocidad, o se identifica con ella; mientras que, en cambio, si la masa colisiona contra el obstáculo con la figura de una sólida bola, lo encuentra sobre una superficie tan pequeña, que los momentos infinitamente pequeños 8 16 20

de las resistencias que encuentra en un espacio tan pequeño no están en situación de consumir el movimiento de esta masa y, por consiguiente, la fuerza viva permanece intacta para ser aplicada única y exclusivamente contra el grado finito de oposición de este obstáculo; como está claro en cambio que con su primera figura cubre una superficie del obstáculo sumamente mayor y, por consiguiente, con la misma masa sufre una resistencia increíblemente mayor por la sollicitación infinitesimal que encuentra en cada punto del obstáculo, y por lo tanto tiene que poder ser agotada por éste más fácilmente, con una pérdida completa o por lo menos mayor de la fuerza viva; lo que no sucedía del primer modo.

§ 146

Los líquidos actúan proporcionalmente al cuadrado de la velocidad

Pero la consecuencia más importante que extraigo de la ley ahora demostrada, es la que resulta de un modo completamente natural, a saber: que los cuerpos líquidos actúan al chocar proporcionalmente al cuadrado de la velocidad,* aunque, si la acción tuviera que ser aquí proporcional a sus fuerzas vivas, no tendría que hacerlo según la medida del cuadrado, sino del cubo de su velocidad, y cómo esto no se opone a nuestra teoría de las fuerzas vivas, aunque deja en suspenso las fuerzas vivas de Leibniz, como muy bien ha señalado ya Jurin. 168,5

Cómo se sigue esto de lo anterior

Porque los líquidos están divididos en partes sumamente sutiles, que pueden considerarse infinitamente pequeñas, y no componen cuerpos firmemente trabados, sino que todas actúan correlativamente, cada una por sí y separada de las demás; en consecuencia, sufren la pérdida de fuerza viva que siempre padecen los corpúsculos infinitamente pequeños, como hemos indicado, cuando colisionan contra un obstáculo natural, sea el que sea, y sólo actúan por tanto proporcionalmente a su velocidad, aunque su fuerza sea igual al cuadrado de la misma. 16

Richter se ha tomado mucho trabajo inútil para esquivar este golpe de Jurin. Su causa estaba perdida, puesto que estaba ligada a la regla de que las fuerzas están en la misma proporción que sus acciones. 26
27

* Como ha demostrado experimentalmente Mariotte.

Sobre la resistencia del medio

Por último, cualquiera comprende también fácilmente a partir de esto por qué los cuerpos que se mueven libremente y con una fuerza viva en un medio líquido, sólo sufren una resistencia proporcional al cuadrado de su velocidad, sin que por esto se produzca perjuicio a nuestras fuerzas vivas, aun cuando contradice la estimación leibniziana, según la cual esta resistencia tendría que ser proporcional al cubo de la velocidad.

§ 147

Confirmación experimental

Hay innumerables experiencias que confirman la regla que hemos tratado hasta aquí. A pesar de que no se han medido con tanta precisión son, sin embargo, infalibles y poseen la conformidad de un asentimiento general.

Porque, a no ser que admitamos nuestra regla, tenemos que establecer que un cuerpo, por pequeño y mínimo que sea, realizaría al chocar en igualdad de circunstancias una acción tan grande como una gran masa, si se hiciera que sus velocidades fuesen inversamente proporcionales a la raíz cuadrada de sus masas o, según la regla cartesiana, si fuesen inversamente proporcionales a esas mismas masas. Pero la experiencia contradice esto. Porque todo el mundo está de acuerdo en que un poco de plumón o una mota de polvo no producirían mediante un movimiento libre los efectos de una bala de cañón, aunque se les concediese tantos grados de velocidad como haga falta, y creo que nadie supondrá que pueden romper un sólido trozo de materia o derribar muros, aunque los alcanzasen en movimiento libre con una velocidad así de grande. Todo esto ciertamente no puede probarse y confirmarse mediante experimentos dispuestos en la debida forma, pero las experiencias innumerables que se dan en casos parecidos, aun cuando no en una medida tan grande, motivan que nadie dude del resultado sugerido.

Ahora bien, no se puede negar que los corpúsculos mencionados, con la disposición de sus velocidades que se ha indicado, tendrían que tener necesariamente la misma fuerza que los cuerpos grandes, ya sea según la medida de las fuerzas de Descartes, Leibniz o la nuestra; por tanto, no hay ningún otro medio para explicar esto que suponer que los cuerpos pequeños tienen que producir un efecto

mucho menor que lo que tenía que ocurrir de acuerdo con la medida de su fuerza, y que su fuerza viva se desvanece en gran parte sin efecto, tal como hemos demostrado en los §§ 143, 144 y 145.

§ 148

Los movimientos de los cuerpos elásticos revocan la estimación leibniziana, pero no la nuestra

Por último, entre las experiencias que no ofrecen indicios de otra estimación que la cartesiana, y parecen así contradecir nuestra estimación de las fuerzas, se encuentran todavía los movimientos de los cuerpos elásticos al chocar, que hemos tratado detalladamente en el capítulo anterior, y que todos ellos han sido verificados en experimentos completamente infalibles. De hecho, también revocan por completo la estimación por el cuadrado de Leibniz, en virtud de la suposición, inseparablemente unida a aquélla, de que los efectos en cuya producción se consume la fuerza son siempre iguales a ésta. La nuestra tiene la ventaja bien establecida de no estar sometida a esta ley, y por ello escapa a este golpe. 170,4 10

Sabemos ya por lo anterior que la fuerza viva no es algo que pueda ser producido en un cuerpo externamente por una causa extrínseca, p. ej., por un choque; ya esto puede enseñarnos a no considerar las fuerzas vivas de los cuerpos colisionados como efectos de los cuerpos colisionantes, ni tratar de medir éstos a través de aquéllas. Pero la solución real de toda la dificultad, de suponerse aquí entañada alguna todavía, consiste en lo siguiente. 17 22

§ 149

Demostración

Todos los conocedores de la mecánica tienen que saber que un cuerpo elástico no actúa de una vez con toda su velocidad sobre otro, sino a través de una acumulación progresiva de grados infinitesimales que introduce en él sucesivamente. No tengo necesidad de meterme en las causas específicas de esto; me basta con tener aquí el acuerdo unánime de mi lado, y con que todos reconozcan que sin esta suposición no puede ser explicada ninguna ley del movimiento. La verdadera causa de ello puede ser ésta: porque la elasticidad, de acuerdo con la naturaleza del re- 26 30 33

sorte, sólo se opone al grado de velocidad que es suficiente para apretarla; por consiguiente, con cada grado infinitamente pequeño de la compresión que sufre, sólo soporta un grado infinitesimal de la velocidad del cuerpo colisionante y, por tanto, no se opone en cada momento a toda la velocidad, sino sólo a un grado infinitamente pequeño, y lo recibe en sí, hasta que la acumulación sucesiva ha transferido de este modo toda la velocidad al cuerpo receptor.

De esto se sigue en virtud de lo precedente que, puesto 171,9
que el cuerpo colisionante actúa aquí sucesivamente con grados infinitamente pequeños de su velocidad, sólo actuará en proporción simple de su velocidad, sin perjuicio de la fuerza viva que pueda contener a pesar de esto.

§ 150

El apreciado principio leibniciano de la conservación invariable de una misma cantidad de fuerza en el universo, es un asunto que parece requerir aquí un examen preciso. Salta a la vista que, si las consideraciones precedentes tienen algún fundamento, aquél no puede verificarse en el sentido que, por otra parte, se toma. Pero qué cosas indicaría nuestra estimación en este particular, y cómo puede satisfacer las reglas de la armonía general y el orden, que el referido principio leibniciano ha ponderado tanto, son cosas que no me permite esbozar convenientemente la índole de nuestro propósito y la fatiga que con razón sospecho en la atención de mi instruido lector en una materia tan áspera e ingrata, y que tal vez haya de temer haber ofendido ya en exceso, a pesar de que poseo algunos bosquejos para exponer al respecto. 15
17
20

§ 151

Nos encontramos ahora en el terreno de la experiencia, pero antes de que podamos tomar posesión de él, tenemos que estar seguros de que han sido eliminadas las reivindicaciones que pretextan tener un derecho mejor fundado sobre ella, y nos quieren expulsar de este campo. Los esfuerzos que hasta aquí he consagrado a esto, serían incompletos si pasásemos por alto el experimento y la de- 31
172,1

mostración mecánica que tienen por autor al célebre *van Musschenbroek* y que, por consiguiente, son agudas y convincentes, sin defender frente a ellas la doctrina de las fuerzas que hemos asumido. El ha pensado defender con ellas las fuerzas vivas en la versión leibniziana, y por eso nuestro deber es examinarlas. 5

Averiguaremos, mediante una ponderación más precisa de las mismas, que no tienen el resultado esperado, sino que más bien confirman la medida cartesiana de la fuerza. Y esto ratificará de nuevo la observación a menudo mencionada: que no se encuentra ninguna huella de una fuerza que se tenga que estimar por el cuadrado, en tanto se crea encontrar su origen nada más que en las causas externas, y que la genuina fuerza viva no se origina en el cuerpo desde fuera, sino que es el resultado del esfuerzo proveniente de la fuerza natural interna, con ocasión de la sollicitación exterior; por lo tanto, que todos los que no aceptan más que la medida de las causas mecánicas que actúan exteriormente para determinar la medida de la fuerza en el cuerpo que las padece, siempre que juzguen correctamente, no encontrarán otra cosa que la estimación de Descartes. 8 10

§ 152

Demostración
mecánica de
Musschenbroek
de las fuerzas
vivas

La demostración de *van Musschenbroek* es la siguiente: 22

Tomad un cilindro hueco, al que está unido un resorte. Del cilindro tiene que sobresalir una vara, que está provista de agujeros y que se introduce por la abertura de una lámina fija. Si ahora comprimís y apretáis con pujanza el resorte de acero contra esta lámina, de modo que la vara sobresalga por la abertura de ésta, podreis mantenerlo en esta tensión metiendo una clavija en un agujero de la vara 24 27

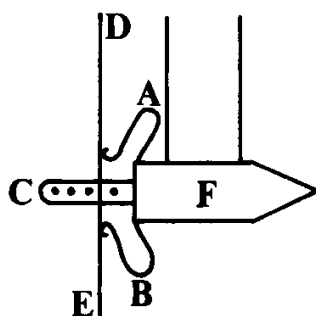


Figura 26

por el lado que ésta sobresale. Por último, suspended el cilindro por dos hilos a una máquina cualquiera como un péndulo; luego sacad la clavija, con lo que el resorte se distenderá y dará al cilindro una velocidad determinada, que se averigua por la altura alcanzada. Considerad esta velocidad igual a 10. Después haced el cilindro dos veces más pesado que lo que era antes. Si entonces lo dejais distenderse otra vez, encontrareis por la altura que alcanza que tiene 7'07 grados de velocidad. A partir de aquí, van Musschenbroek argumenta como sigue.

El resorte estaba igualmente apretado en ambas ocasiones y, por tanto, ha tenido en los dos casos la misma fuerza, y como en cada ocasión aplica toda su fuerza, ha transmitido también las dos veces fuerzas iguales al cilindro; así pues, tiene que ser igual la fuerza que posee un cuerpo de una masa simple con 10 grados de velocidad que la que se encuentra en otro que tiene una masa doble y 7'07 grados de velocidad. Pero esto no es posible de otra forma que si se estima la fuerza por el producto de la masa por el cuadrado de la velocidad; pues todas las demás funciones posibles de la velocidad no permiten esta igualdad, sino que sólo según la estimación por el cuadrado son los cuadrados de los números 10 y 7'07 *quam proxime* indirectamente proporcionales a las masas 1 y 2 y, por consiguiente, el producto de los mismos por las masas respectivas, semejante.

Por tanto, concluye, se tiene que estimar la fuerza, no por la medida de las velocidades, sino del cuadrado de ellas.

§ 153

Estoy obligado a no hacer demasiado extensa la advertencia que quiero exponer contra este argumento; por eso no voy a mencionar nada de la fundada objeción que podría hacer aquí, de que los momentos de la presión del resorte que se distiende, incluso según las declaraciones de los leibnicianos, únicamente son fuerzas muertas y, en consecuencia, tanto ellas como los momentos de fuerza comunicados al cuerpo tienen que estimarse simplemente por las velocidades, con lo que también la fuerza total, que es la suma de esos momentos; sino que voy a proceder de un

modo mecánico conocido por todos, que posee la claridad de la geometría, pero a la vez voy a explicarlo con algún detalle, no como si el asunto no fuese lo suficientemente sencillo que no pudiese ser comprendido con mayor brevedad, sino a fin de que toda la confusión que con respecto a la acción del resorte ha dominado hasta ahora en la polémica sobre la estimación de las fuerzas, sea completamente eliminada de una vez por todas.

§ 154

Van Musschenbroek dice: el resorte está igualmente apretado en ambos casos, por consiguiente, tiene la misma fuerza en los dos; pero cada vez comunica al cilindro toda su fuerza; por tanto, cuando se distiende da también las dos veces al cilindro una fuerza igual. Este es el fundamento de la demostración, pero también del error, aunque éste no es propio tanto de van Musschenbroek personalmente, como del conjunto de los defensores de la estimación leibniziana de las fuerzas. 174,4
8

Un resorte igualmente apretado, comunica una fuerza mayor a un cuerpo mayor que a otro menor

Si se habla de toda la fuerza de un resorte, no puede entenderse con ella otra cosa que la intensión de su tirantez, que es igual a la fuerza que recibe de la presión del mismo en un momento el cuerpo sobre el que actúa. Con respecto a ésta, bien se puede decir que es igual, ya sea grande o pequeño el cuerpo sobre el que actúa el resorte. Pero si se mira a la fuerza que transmite a un cuerpo en un tiempo determinado a través de su presión persistente, es manifiesto que la magnitud de la fuerza endosada al cuerpo de este modo depende de la cantidad de tiempo que se ha acumulado esta presión constante en el cuerpo, y que, cuanto mayor sea este tiempo, tanto mayor es también la fuerza que el resorte igualmente apretado comunica al cuerpo durante el mismo. Ahora bien, se puede alargar a voluntad el tiempo que necesita el resorte mientras que impulsa a un cuerpo hasta que se ha distendido por completo, agrandando la masa que tiene que ser impulsada, como nadie ignora; por tanto, también se puede disponer a voluntad que el mismo resorte, con la misma tensión, dispense al distenderse tan pronto más como menos fuerza, según aumente o disminuya la masa empujada por el resorte. De aquí se infiere qué expresión tan absurda 12
16
18
25
33

es que un resorte comunique a través de su recuperación toda su fuerza al cuerpo que impulsa. Porque la fuerza que da al cuerpo es un resultado que no depende solamente de la fuerza del resorte, sino también de la índole del cuerpo colisionado, según se encuentre éste más o menos tiempo bajo las presiones de este resorte, esto es, según sea su masa mayor o menor; pero la fuerza del resorte, en sí considerada, no es otra cosa que el momento de su distensión. 35

§ 155

Solución de la dificultad de Musschenbroek

Ahora es fácil evitar la confusión en la demostración de *Musschenbroek*. 175,7

El cilindro dos veces más pesado está expuesto a las presiones del resorte mientras se distiende más tiempo que el otro de masa simple. El resorte impele más velozmente a éste con la misma fuerza de distensión, y completa el espacio de su distensión con él en un tiempo más corto que con aquél. Pero como el momento de la fuerza que imprime el resorte al cilindro en cada instante es el mismo en ambos casos (pues el momento de su velocidad es indirectamente proporcional a las masas), el cilindro más pesado tiene que recibir más fuerza por el empuje del resorte que el más ligero. Por tanto, es falsa la estimación según la cual estas fuerzas serían iguales en ambos casos, esto es, no pueden ser estimadas por el cuadrado de la velocidad. 9
11
13
18

§ 156

Por qué los cuadrados de las velocidades del cilindro son inversamente proporcionales a las masas

Si se quiere saber además la causa de que las velocidades obtenidas por el cilindro del mismo resorte estén precisamente en una proporción tal que sus cuadrados correspondan inversamente a las masas (proporción que es precisamente lo que ha seducido al defensor de Leibniz), también podemos aclarar esto sin dificultad, sin contar para ello con otra ayuda que la medida de Descartes. 22

Porque se conoce, por los primeros principios de la mecánica, que en el movimiento uniformemente acelerado (*motu uniformiter accelerato*) los cuadrados de las velocidades alcanzadas son proporcionales a los espacios reco- 30

rridos; por consiguiente, si los momentos de las velocidades de dos cuerpos, que se conciben ambos *in motu uniformiter accelerato*, son diferentes, los cuadrados de las velocidades que adquieren en tal movimiento estarán en proporción compuesta de los espacios y de estos momentos. Ahora bien, en el experimento de Musschenbroek, el resorte igualmente apretado comunica a cada cilindro su movimiento *motu uniformiter accelerato*, y los espacios que atraviesa con tal movimiento acelerado el resorte al distenderse hasta el punto de su máxima extensión son iguales y, por tanto, los cuadrados de las velocidades recibidas hasta entonces son proporcionales a los momentos de la velocidad que comunica a cada cilindro la presión del resorte, esto es, inversamente proporcionales a las masas de estos cilindros. 176,4

§ 157

Ahora procedo a exponer los ensayos y las experiencias que demuestran irrefutablemente la realidad y la existencia en la naturaleza de fuerzas evaluables por el cuadrado de la velocidad, y que recompensarán con una convicción invencible a mis benévololectores por toda la penosa atención que les ha acarreado el presente modesto trabajo. 14

Experiencias que demuestran las fuerzas vivas

Sólo me interesa aquello en que es suficientemente conocida la índole de la polémica de las fuerzas vivas. Por ello supongo que mis lectores están suficientemente informados de las experiencias de *Riccioli*, *'sGravesande*, *Poleni* y *van Musschenbroek*, los cuales investigaron las fuerzas de los cuerpos, midiendo las impresiones que éstos ocasionan al chocar con materias blandas. Sólo voy a mencionar brevemente que bolas de la misma magnitud y masa, que cayeron libremente desde alturas diferentes sobre materiales blandos, p. ej., sebo, produjeron huellas en los mismos proporcionales a las alturas de las que habían caído, esto es, proporcionales a los cuadrados de sus velocidades, y que, cuando las mismas eran de igual magnitud, pero diferente masa, aunque las alturas desde las que se les dejaba caer estaban en proporción inversa de éstas, entonces resultaron iguales las huellas producidas en el material blando. Los cartesianos no han sabido oponer 20 22 27 36

nada contra la corrección de estas experiencias, y sólo se ha discutido la conclusión sacada de aquí.

Los leibnicianos han argumentado a partir de esto, con toda corrección, de la forma que sigue. El obstáculo que opone la materia blanda a la fuerza del cuerpo sobreviniente no es otra cosa que la cohesión de sus partes, y de ahí que lo que el cuerpo tiene que hacer al penetrar en la misma consista única y exclusivamente en separar sus partes. Pero esta cohesión es uniforme en toda la materia blanda y, por tanto, la cantidad de resistencia y, por ello, también la fuerza que el cuerpo ha de emplear para romperla, es igual a la suma de las partes separadas, esto es, como las magnitudes de las huellas ocasionadas. Pero éstas, de acuerdo con las experiencias indicadas, son proporcionales a los cuadrados de las velocidades de los cuerpos sobrevinientes y, por consiguiente, las fuerzas de éstos son como los cuadrados de sus velocidades.

§ 158

Objeción de los cartesianos

Los defensores de Descartes no han podido replicar contra esto nada efectivo. Pero como antes se habían dado cuenta con una certeza indudable de que las fuerzas vivas serían condenadas por las matemáticas, a las que no obstante los leibnicianos se remitían también, pensaron salir como fuese de esta dificultad, no dudando de que aquella experiencia que parecía estipular algo no permitido por la geometría tenía que ser engañosa. Ya hemos aducido antes a este respecto las referencias necesarias; ahora sólo vamos a ver qué clase de pretexto ha servido a los cartesianos para invalidar la experiencia indicada.

Objetaron que los leibnicianos no habían prestado atención de nuevo al tiempo en que se habían hecho aquellas huellas. El tiempo, en la superación de los obstáculos de este material blando, es un nudo tal como lo había sido en la superación de la gravedad. Las huellas impresas no se habrían hecho en el mismo tiempo. En resumen, estaban convencidos de que la objeción del tiempo en la superación de los obstáculos de la gravedad había sido válida (como así lo había sido, de hecho), y ahora, pensaban, podría ponerse en marcha otra vez, y emplearse con el mismo éxito contra las fuerzas vivas.

§ 159

Refutación	Sé bien que los leibnicianos han resuelto esta queja rápidamente, dejándolas caer sobre el material blando bajo otros dos conos de bases diferentes, con lo que los tiempos en que se hacen sus huellas necesariamente tenían que ser iguales; habiéndose producido, sin embargo, el mismo resultado que antes; pero voy a rehusar esta ventaja, cortando de raíz la dificultad que plantean los cartesianos.	178,5
En la acción de la gravedad, hay que tomar en consideración el tiempo	Basta con considerar la causa por la que la resistencia de la presión gravitatoria que ha de vencer al cuerpo no es proporcional al espacio, sino al tiempo. Pero la razón es ésta: cuando el cuerpo vence un resorte de la gravedad no anula por esto su actividad, sino que sólo la contrapesa; pero éste conserva inalterada su resistencia para obrar contra él continuamente con el mismo grado que el que le ha contrarrestado. Si el cuerpo pudiera, por así decir, dispersar y anular la fuerza de cada resorte de la gravedad por el hecho de vencerlo, no hay ninguna duda de que, como cada resorte tiene la misma fuerza, la resistencia que el cuerpo soporta sería igual a la suma de todos los resortes dispersados, pudiendo ser el tiempo como se quiera. Ahora bien, cada resorte conserva, a pesar de ser vencido por el cuerpo, su fuerza de presión, y ésta continúa en él tanto tiempo como se encuentra bajo ella y, por consiguiente, no se puede asignar para el efecto que hace un sólo resorte una simple e indivisible presión, sino que produce una serie sucesiva de presiones que es tanto mayor cuanto más tiempo está sometido el cuerpo a él; p. ej., en las partes del espacio en que el movimiento del cuerpo es más lento, también es más larga la duración de la estancia en cada punto que cuando el movimiento es más veloz y, por consiguiente, sufre entonces una serie más larga de presiones iguales de cada resorte.	12 15 20 25 36
Esto resulta completamente distinto en el caso del material blando	Pero esto resulta completamente diferente en el caso de la separación de masas blandas. Cada elemento de la masa blanda tiene una fuerza igual para cohesionar, y por medio de ella quita al cuerpo que lo separa un grado de fuerza igual; pero de ese modo es simultáneamente separada y, por tanto, no presenta en adelante ninguna resistencia más, pudiendo ser tan grande como se quiera el tiempo que aquél se detenga. Porque aquí el resorte es a la vez quebrantado por la acción que es igual a su resistencia,	179,1 2 8

y por ello no puede seguir actuando como el resorte de la gravedad, que era en sí mismo inquebrantable. Por consiguiente, la resistencia que opone la masa blanda al cuerpo penetrante es igual a la suma de los resortes que quebranta éste, o sea, a la huella que produce, sin que aquí tenga nada que hacer en lo más mínimo el tiempo. 11

§ 160

Los leibnicianos tienen motivo para triunfar, con no poca satisfacción, sobre este importante desacierto de los cartesianos. Este azar venga, mediante una suerte igual en sus adversarios, la imputación que les ha acarreado sus diversos errores. Los leibnicianos han creído encontrar las fuerzas vivas en casos en los que no estaban, pero ¿qué importa esto? Los cartesianos, en cambio, no las han podido ver en los casos en que realmente estaban, y en donde nadie las hubiera podido pasar por alto sin una gran ofuscación. 16
17
20
21

§ 161

La experiencia indicada prueba por tanto la existencia de fuerzas en la naturaleza que se miden por el cuadrado de la velocidad; pero nuestras consideraciones precedentes explican en qué condiciones no se dan, y también cuáles son las únicas condiciones bajo las que pueden tener lugar. Si se aprovecha todo esto de acuerdo con nuestra enseñanza, se obtiene no sólo una certeza suficiente sobre las fuerzas vivas, sino también un concepto de su naturaleza que no sólo es más correcto, sino también más completo que lo que había sido nunca, o también de lo que ha podido ser. La índole peculiar de la presente experiencia proporciona aún algunos rasgos extraordinarios que pueden dar motivo a observaciones especiales; pero no me puedo aventurar completamente en las mismas, pues la deferencia del benévolo lector, fatigada por tan complicadas investigaciones, no deseará tal vez otra cosa que el término de estas consideraciones. 26
30
180,1

Pero hay aún una única cosa que no puedo dejar de tocar, porque confirma la ley precedente y le confiere una 7

gran luz. La experiencia que tenemos delante demuestra 9
 unas fuerzas que conllevan la estimación por el cuadrado
 de la velocidad; por ello, de acuerdo con la medida del nú-
 mero 4 del § 138, en esta experiencia las velocidades de las
 resistencias de cada elemento del obstáculo tienen que
 efectuarse con grados finitos, ya que si sólo pudieran efec-
 tuarse con grados infinitamente pequeños, como las pre-
 siones de la gravedad, la superación de la misma daría a
 conocer tan poco como en ésta una fuerza que hay que es-
 timar por el cuadrado de la velocidad (§ 139). Por tanto, 16
 vamos a demostrar que el *Renisus* de cada elemento de la
 masa blanda no se efectúa con una velocidad infinitesi-
 mal, como la gravedad, sino con un grado finito.

§ 162

El momento del
 obstáculo del
 material blando,
 se efectúa con
 una velocidad fi-
 nita

Si se divide la huella cilíndrica que produce el cuerpo esfé- 21
 rico en el material blando, en anillos circulares superpues-
 tos cuyo grosor sea infinitamente pequeño, cada uno de 25
 ellos muestra el elemento de la masa removida. Cada uno
 de éstos quita, por tanto, al cuerpo sobreviniente una
 parte infinitesimal de su velocidad, ya que en conjunto le 28
 quitan toda su velocidad. Pero, puesto que la cantidad de
 cada anillo es infinitesimal respecto a la masa de la bola,
 se sigue que la velocidad de su oposición tiene que ser de
 una magnitud finita, a fin de que pueda quitar al cuerpo
 una parte infinitesimal de su movimiento mediante su re- 33
 sistencia. Por tanto, cada elemento del material blando
 opone su resistencia al cuerpo penetrante con un esfuerzo
 que tiene una medida finita de la velocidad. 35

§ 163

Así hemos completado, pues, nuestra empresa, que con 181,2
 respecto al asunto al que estaba dirigida ha sido suficien-
 temente grande únicamente si la realización hubiera sido 4
 conforme con este designio. Me figuro que, especialmente
 en lo que concierne a lo principal, puedo tener la preten- 6
 sión de una certeza irrefutable. En relación con esta prefe-
 rencia que me atribuyo, no puedo terminar la presente ac-
 ción sin antes rendir cuentas a mis acreedores en invención

y erudición. Tras los sagaces esfuerzos de los cartesianos 9
 no era difícil evitar la confusión de la estimación por el
 cuadrado con las matemáticas, y tras las ingeniosas dispo-
 siciones de los leibnicianos, era casi imposible eliminarlas
 de la naturaleza. El conocimiento de estos dos extremos 13
 tuvo que determinar sin dificultad el punto en que coinci-
 día la verdad por ambos lados. Para encontrar éste no era 15
 necesaria ni mucho menos una gran sagacidad; sólo se
 precisaba una pequeña ausencia de partidismo y un su-
 cinto equilibrio de sentimientos; de este modo acababan
 pronto las fatigas. Si me ha cabido encontrar algunos 19
 errores en la causa de Leibniz, a pesar de todo también en
 esto soy deudor de este gran hombre, porque no hubiera
 podido nada sin el hilo conductor del excelente principio
 de continuidad, que tenemos que agradecer a este inmor-
 tal descubridor, y que era el único medio para encontrar la
 salida de este laberinto. En resumen, aun cuando el asunto 24
 resulta inmejorable en beneficio mío, la parte de gloria
 que me resta es tan pequeña, que no temo que la ambición
 pueda rebajarse tanto como para envidiármela. 28

Fin 29