

*Libros Tauro*  
[www.LibrosTauro.com.ar](http://www.LibrosTauro.com.ar)



**TRACTATUS LOGICO-PHILOSOPHICUS  
LUDWIG WITTGENSTEIN.**

## INTRODUCCIÓN

El *Tractatus logico-philosophicus* del profesor Wittgenstein intenta, consígallo o no, llegar a la verdad última en las materias de que trata, y merece por su intento, objeto y profundidad que se le considere un acontecimiento de suma importancia en el mundo filosófico. Partiendo de los principios del simbolismo y de las relaciones necesarias entre las palabras y las cosas en cualquier lenguaje, aplica el resultado de esta investigación a las varias ramas de la filosofía tradicional, mostrando en cada caso cómo la filosofía tradicional y las soluciones tradicionales proceden de la ignorancia de los principios del simbolismo y del mal empleo del lenguaje.

Trata en primer lugar de la estructura lógica de las proposiciones y de la naturaleza de la inferencia lógica. De aquí pasamos sucesivamente a la teoría del conocimiento, a los principios de la física, a la ética y, finalmente, a la mística (*das Mystische*).

Para comprender el libro de Wittgenstein es preciso comprender el problema con que se enfrenta. En la parte de su teoría que se refiere al simbolismo se ocupa de las condiciones que se requieren para conseguir un lenguaje lógicamente perfecto. Hay varios problemas con relación al lenguaje. En primer lugar está el problema de qué es lo que efectivamente ocurre en nuestra mente cuando empleamos el lenguaje con la intención de significar algo con él; este problema pertenece a la psicología. En segundo lugar está el problema de la relación existente entre pensamientos, palabras y proposiciones y aquello a lo que se refieren o significan; este problema pertenece a la epistemología. En tercer lugar está el problema de usar las proposiciones de tal modo que expresen la verdad antes que la falsedad; esto pertenece a las ciencias especiales que tratan de las materias propias de las proposiciones -en cuestión. En cuarto lugar está la cuestión siguiente: ¿Qué relación debe haber entre un hecho (una proposición, por ejemplo) y otro hecho para que el primero sea capaz de ser un símbolo del segundo?

Esta última es una cuestión lógica y es precisamente la única de que Wittgenstein se ocupa. Estudia las condiciones de un simbolismo correcto, es decir, un simbolismo en el cual una proposición «signifique» algo suficientemente definido. En la práctica, el lenguaje es siempre más o menos vago, ya que lo que afirmamos no es nunca totalmente preciso. Así pues, la lógica ha de tratar de dos problemas en relación con el simbolismo: 1.º Las condiciones para que se dé el sentido mejor que el sinsentido en las combinaciones de símbolos; 2.º Las condiciones para que exista unicidad de significado o referencia en los símbolos o en las combinaciones de símbolos. Un lenguaje lógicamente perfecto tiene reglas de sintaxis que evitan los sinsentidos, y tiene símbolos articulares con un significado determinado y único. Wittgenstein estudia las condiciones necesarias para un lenguaje lógicamente perfecto. No es que haya lenguaje lógicamente perfecto, o que nosotros nos creamos aquí y ahora capaces de construir un lenguaje lógicamente perfecto, sino que toda función del lenguaje consiste en tener significado y sólo cumple esta función satisfactoriamente en la medida en que se aproxima al lenguaje ideal que nosotros postulamos.

La función esencial del lenguaje es afirmar o negar los hechos. Dada la sintaxis de un lenguaje, el significado de una proposición está determinado tan pronto como se conozca el significado de las palabras que la componen. Para que una cierta proposición pueda afirmar un cierto hecho debe haber, cualquiera que sea el modo como el lenguaje esté construido, algo en común entre la estructura de la proposición y la estructura del hecho. Esta es tal vez la tesis más fundamental de la teoría de Wittgenstein. Aquello que-haya de común entre la proposición y el hecho, no puede, así lo afirma el autor, decirse a su vez en el lenguaje. Sólo puede ser, en la fraseología de Wittgenstein, *mostrado*, no dicho, pues cualquier cosa que podamos decir tendrá siempre la misma estructura.

El primer requisito de un lenguaje ideal sería tener un solo nombre para cada elemento, y nunca el mismo nombre para dos elementos distintos. Un nombre es un símbolo simple en el sentido de que no posee partes que sean a su vez símbolos. En un lenguaje lógicamente perfecto, nada que no fuera un elemento tendría un símbolo simple. El símbolo para un compuesto sería un «complejo». Al hablar de un «complejo» estamos, como veremos más adelante, pecando en contra de las reglas de la gramática filosófica, pero esto es inevitable al principio. «La mayor parte de las proposiciones y cuestiones que se han escrito sobre materia filosófica no son falsas, sino sinsentido. No podemos, pues, responder a cuestiones de esta clase de ningún modo, sino establecer su sinsentido. La mayor parte de las cuestiones y proposiciones de los filósofos proceden de que no comprendemos la lógica de nuestro lenguaje. Son del mismo tipo que la cuestión de si lo bueno es más o menos idéntico que lo bello» (4.003). Lo que en el mundo es complejo es un hecho. Los hechos que no se componen de otros hechos son lo que Wittgenstein llama *Sachverhalte*, mientras que a un hecho que conste de dos o más hechos se le llama *Tatsache*; así, por ejemplo: «Sócrates es sabio» es un *Sachverhalt* y también un *Tatsache*, mientras que «Sócrates es sabio y Platón es su discípulo» es un *Tatsache*, pero no un *Sachverhalt*.

Wittgenstein compara la expresión lingüística a la proyección en geometría. Una figura geométrica puede, ser proyectada de varias maneras: cada una de éstas corresponde a un lenguaje diferente, pero las propiedades de proyección de la figura original permanecen inmutables, cualquiera que sea el modo de proyección que se adopte. Estas propiedades proyectivas corresponden a aquello que en la teoría de Wittgenstein tienen en común la proposición y el hecho, siempre que la proposición asevere el hecho.

En cierto nivel elemental esto desde luego es obvio. Es imposible, por ejemplo, establecer una afirmación, sobre dos hombres (admitiendo por ahora que los hombres puedan ser tratados como elementos) sin emplear dos nombres, y si se quiere aseverar una relación entre los dos hombres será necesario que la proposición en la que hacemos la aseveración establezca una relación entre los dos nombres. Si decimos «Platón ama a Sócrates», la palabra «ama», que está entre o la palabra «Platón» y la palabra «Sócrates», establece una relación entre estas dos palabras, y se debe a este hecho que nuestra proposición sea capaz de aseverar una relación entre las personas representadas por las palabras «Platón y Sócrates». «No: `El signo complejo  $aRb$  dice que  $a$  está en la relación  $R$  con  $b$ `, sino: Que  $a$  está en una cierta relación con  $b$ , dice que  $aRb$ » (3.1432).

Wittgenstein empieza su teoría del simbolismo con la siguiente afirmación (2.1): «Nosotros nos hacemos figuras de los hechos.» Una figura, dice, es un modelo de la realidad, y a los objetos en la realidad corresponden los elementos de la figura: la figura misma es un hecho.

El hecho de que las cosas tengan una cierta relación entre sí se representa por el hecho de que en la figura sus elementos tienen también una cierta relación, unos con otros. En la figura y en lo figurado debe haber algo idéntico para que una pueda ser figura de lo otro completamente. Lo que la figura debe tener en común con la realidad para poder figurarla a su modo y manera -justa o falsamente- es su forma de figuración» (2.161, 2.17).

Hablamos de una figura lógica de la realidad; cuando queremos indicar solamente tanta semejanza cuanta es esencial a su condición de ser una figura, y esto en algún sentido, es decir, cuando no deseamos implicar nada más que la identidad de la forma lógica. La figura lógica de un hecho, dice, es un *Gedanke*. Una figura puede corresponder o no corresponder al hecho y por consiguiente ser verdadera o falsa, pero en ambos casos tiene en común con el hecho la forma lógica. El sentido en el cual Wittgenstein habla de figuras puede ilustrarse por la siguiente afirmación: «El disco gramofónico, el pensamiento musical, la notación musical; las

ondas sonoras, están todos, unos respecto de otros, en aquella internó relación figurativa que se mantiene entre lenguaje y mundo. A todo esto es común la estructura lógica. (Como en la fábula, los dos jóvenes, sus dos caballos y sus lirios, son todos, en cierto sentido, la misma cosa)» (4.014). La posibilidad de que una proposición represente a un hecho depende del hecho de que en ella los objetos estén representados por signos. Las llamadas «constantes» lógicas no están representadas por signos, sino que ellas mismas están presentes tanto en la proposición como en el hecho. La proposición y el hecho deben manifestar la misma «multiplicidad» lógica, que no puede ser a su vez representada, pues tiene que tener en común el hecho y la figura. Wittgenstein sostiene que todo aquello que es propiamente filosófico pertenece a lo que sólo se puede expresar, es decir: a aquello que es común al hecho y a su figura lógica. Según este criterio se concluye que nada exacto puede decirse en filosofía. Toda proposición filosófica es un error gramatical, y a lo más que podemos aspirar con la discusión filosófica es a mostrar a los demás que la discusión filosófica es un error. «La filosofía no es una de las ciencias naturales. (La palabra `filosofía' debe significar algo que esté sobre o bajo, pero no junto a las ciencias naturales) El objeto de la filosofía es la aclaración lógica de pensamientos. La filosofía no es una teoría, sino una actividad. Una obra filosófica consiste especialmente en elucidaciones. El resultado de la filosofía no son `proposiciones filosóficas' sino el esclarecimiento de las proposiciones. La filosofía debe esclarecer y delimitar con precisión los pensamientos que de otro modo serían, por así decirlo, opacos y confusos» (4.111 y 4.112). De acuerdo con este principio todas las cosas que diremos para que el lector comprenda la teoría de Wittgenstein son todas ellas cosas que la propia teoría condena como carentes de sentido. Teniendo en cuenta esto, intentaremos exponer la visión del mundo que parece que está al fondo de su sistema.

El mundo se compone de hechos: hechos que estrictamente hablando no podemos definir, pero podemos explicar lo que queremos decir admitiendo que los hechos son los que hacen á las proposiciones verdaderas o falsas. Los hechos pueden contener partes que sean hechos o pueden no contenerlas; «Sócrates era un sabio ateniense» se compone de dos hechos: «Sócrates era sabio» y «Sócrates era un ateniense». Un hecho que no tenga partes que sean hechos se llama por Wittgenstein *Sachverhalt*. Es lo mismo que aquello a lo que llama hecho atómico. Un hecho atómico, aunque no conste de partes que son hechos, sin embargo consta de partes. Si consideramos «Sócrates es sabio» como un hecho atómico veremos que contiene los constitutivos «Sócrates» y «sabio». Si se analiza un hecho atómico lo más completamente posible (posibilidad teórica, no práctica), las partes constitutivas que se obtengan al final pueden llamarse «simples» u «objetos». Wittgenstein no pretende que podamos realmente aislar el «simple» o que tengamos de él un conocimiento empírico. Es una necesidad lógica exigida por la teoría como el caso del electrón. Su fundamento para sostener que hay simples es que cada complejo presupone un hecho. Esto no supone necesariamente que la complejidad de los hechos sea finita; aunque cada hecho constase de infinidad de hechos atómicos y cada hecho atómico se compusiese de un número infinito de objetos, aun en este supuesto debería haber objetos y hechos atómicos (4.2211). La afirmación de que hay un cierto complejo se reduce a la aseveración de que sus elementos constitutivos están en una cierta relación, que es la aseveración de un *hecho*; así, pues, si damos un nombre al complejo, este nombre sólo tiene sentido en virtud de la verdad de una cierta proposición, especialmente la proposición que arma que los componentes del complejo están en esa relación. Así, nombrar a los complejos presupone la proposición, mientras que las proposiciones presuponen que los simples tengan un nombre. Así, pues, se pone de manifiesto que nombrar los simples es lógicamente lo primero en lógica.

El mundo está totalmente descrito si todos los hechos atómicos se conocen, unido al hecho de que éstos son todos los hechos. El mundo no se describe por el mero nombrar de todos los objetos que están en él; es necesario también conocer los hechos atómicos de los cuales esos objetos son partes constitutivas. Dada la totalidad de hechos atómicos, cada proposición verdadera, aunque compleja, puede teóricamente ser inferida. A una proposición (verdadera o falsa) que asevera un hecho atómico se le llama una proposición atómica. Todas las proposiciones atómicas son lógicamente independientes unas de otras. Ninguna proposición atómica implica otra o es compatible con otra. Así pues, todo el problema de la inferencia lógica se refiere a proposiciones que no son atómicas. Tales proposiciones pueden ser llamadas moleculares.

La teoría de Wittgenstein de las proposiciones moleculares se fundamenta sobre su teoría acerca de la construcción de las funciones de verdad.

Una función de verdad de una proposición  $p$  es una proposición que contiene a  $p$ , de modo que su verdad o falsedad depende sólo de la verdad o falsedad de  $p$ . del mismo modo, una función de verdad de varias proposiciones  $p, q, r...$  es una proposición que contiene  $p, q, r...$ , y así su verdad o falsedad depende sólo de la verdad o de la falsedad de  $p, q, r...$ . Pudiera parecer a primera vista que hay otras funciones de proposiciones además de las funciones de verdad; así, por ejemplo, sería «A cree  $p$ », ya que de modo general A creería algunas proposiciones verdaderas y algunas falsas; a menos que sea un individuo excepcionalmente dotado, no podemos colegir que  $p$  es verdadera por el hecho de que lo crea, o que  $p$  es falsa por el hecho de que no lo crea. Otras excepciones aparentes serían, -por ejemplo, « $p$  es una proposición muy compleja» o « $p$  es una proposición referente a Sócrates». Wittgenstein sostiene, sin embargo, por razones que -ya expondremos, que tales excepciones son sólo aparentes, y que cada función de una proposición es realmente una función de verdad. De aquí se sigue que si podemos definir las funciones de verdad de modo general, podremos obtener una definición general de todas las proposiciones en los términos del grupo -primitivo de las proposiciones atómicas. De este modo procede Wittgenstein.

Ha sido demostrado por el doctor Sheffer (*Trans. Am. Math. Soc.*, vol. XIV, pp. 481-488) que todas las funciones de verdad de un grupo dado de proposiciones pueden construirse a partir de una de estas dos funciones: «no- $p$  o no- $q$ » o «no- $p$  y no- $q$ ». Wittgenstein emplea la última, presuponiendo, el conocimiento del trabajo del doctor Sheffer. Es fácil ver el modo en que se construyen otras funciones de verdad de «no- $p$  y no- $q$ ». «No- $p$  y no- $p$ » es equivalente a «no- $p$ », con lo que obtenemos una definición de la negación en los términos de nuestra función primitiva; por lo tanto, podemos definir « $p$  o  $q$ », puesto que es la negación de «no- $p$ » y «no- $q$ »; es decir, de nuestra función primitiva; por lo tanto, podemos definir « $p$  o  $q$ », puesto que es la negación de «no- $p$ » y «no- $q$ »; es decir de nuestra función primitiva. El desarrollo de otras funciones de verdad de «no- $p$ » y « $p$  o  $q$ » se dan detalladamente al comienzo de *Principia Mathematica*. Con esto se logra lo que pretendemos, cuando las proposiciones que son los argumentos de nuestras funciones de verdad se dan por enumeración. Wittgenstein, sin embargo, por un análisis realmente interesante, consigue extender el proceso a las proposiciones generales, es decir, a los casos en que las proposiciones que son argumentos de nuestras funciones de verdad no están dadas por enumeración, sino que se dan como todas las que cumplen cierta condición. Por ejemplo, sea  $fx$  una función proposicional (es decir, una función cuyos valores son proposiciones), lo mismo que « $x$  es humano» -entonces los diferentes valores  $fx$  constituyen un grupo de proposiciones. Podemos extender la idea «no- $p$  y no- $q$ » tanto como aplicarla a la negación simultánea de todas las proposiciones que son valores de  $fx$ . De este modo llegamos a la proposición que de ordinario representa en lógica matemática por las palabras « $fx$  es falsa para todos los valores de  $x$ ». La negación de esto sería

la proposición «hay al menos una  $x$  para la cual  $fx$  es verdad» que está representada por « $(\exists x).fx$ ». Si en vez de  $fx$  hubiésemos partido de  $\neg fx$  habríamos llegado a la proposición « $fx$  es verdadera para todos los valores de  $x$ », que está representada por « $(x).fx$ ». El método de Wittgenstein para operar con las proposiciones generales [es decir « $(x).fx$ » y « $(\exists x).fx$ »] difiere de los métodos precedentes por el hecho de que la generalidad interviene en la especificación del grupo de proposiciones a que se refiere, y cuando esto se lleva a cabo, la construcción de las funciones de verdad procede exactamente, como en el caso de un número finito de argumentos dados, por enumeración,  $p, q, r...$

Sobre este punto, Wittgenstein no da en el texto una explicación suficiente de su simbolismo. El símbolo que emplea es  $(\neg p, \neg i, N(\neg i))$ . He aquí la explicación de este simbolismo:

$\neg p$  representa todas las proposiciones atómicas.

$\neg i$  representa cualquier grupo de proposiciones.

$N(\neg i)$  representa la negación de todas las proposiciones que componen  $\neg i$ .

El símbolo completo  $(\neg p, \neg i, N(\neg i))$  significa todo aquello que puede obtenerse seleccionando proposiciones atómicas, negándolas todas, seleccionando algunas del grupo de proposiciones nuevamente obtenido unidas con otras del grupo primitivo -y así indefinidamente-. Esta es, dice, la función general de verdad y también la forma general de la proposición. Lo que esto significa es algo menos complicado de lo que parece. El símbolo intenta describir un proceso con la ayuda del cual, dadas las proposiciones atómicas, todas las demás pueden construirse. El proceso depende de:

(a) La prueba de Sheffer de que todas las funciones de verdad pueden obtenerse de la negación simultánea, es decir, de « $\neg p$  y  $\neg q$ »;

(b) La teoría de Wittgenstein de la derivación de las proposiciones generales de las conjunciones y disyunciones;

(c) La aseveración de que una proposición puede encontrarse en otra sólo como argumento de una función de verdad.

Dados estos tres fundamentos, se sigue que todas las proposiciones que no son atómicas pueden derivarse de las que lo son por un proceso uniforme, y es este proceso el que Wittgenstein indica en su símbolo.

Por este método uniforme de construcción llegamos a una asombrosa simplificación de la teoría de la inferencia, lo mismo que a una definición del tipo de proposiciones que pertenecen a la lógica. El método de operación descrito autoriza a Wittgenstein a decir que todas las proposiciones pueden construirse del modo anteriormente indicado, partiendo de las proposiciones atómicas, y de este modo queda definida la totalidad de las proposiciones. (Las aparentes excepciones mencionadas más arriba son tratadas de un modo que consideraremos más adelante.) Wittgenstein puede, pues, afirmar que proposiciones son todo lo que se sigue de la totalidad de las proposiciones atómicas (unido al hecho de que ésta es la totalidad de ellas); que una proposición es siempre una función de verdad de las proposiciones atómicas; y de que si  $p$  se sigue de  $q$ , el significado de  $p$  está contenido en el significado de  $q$ ; de lo cual resulta, naturalmente, que nada puede deducirse de una proposición atómica. Todas las proposiciones de la lógica, afirma, son tautologías, como, por ejemplo, « $p$  o no  $p$ ».

El hecho de que nada puede deducirse de una proposición atómica tiene aplicaciones de interés, por ejemplo, a la causalidad. En la lógica de Wittgenstein no puede haber nada semejante al nexo causal. «Que el sol vaya a surgir mañana es una hipótesis. No sabemos, realmente, si surgirá, ya que no hay necesidad alguna para que una cosa acaezca porque acaezca otra.»

Tomemos ahora otro tema -el de los nombres. En el lenguaje lógico-teorético de Wittgenstein, los nombres sólo son dados a los simples. No damos dos nombres a una sola

cosa, o un nombre a dos cosas. No hay ningún medio, según el autor, para describir la totalidad de las cosas que pueden ser nombradas; en otras palabras, la totalidad de todo cuanto hay en el mundo. Para poder hacer esto tendríamos que conocer alguna propiedad que perteneciese a cada cosa por necesidad lógica. Se ha intentado alguna vez encontrar tal propiedad en la auto-identidad; pero la concepción de la identidad está sometida por Wittgenstein a un criticismo destructor, del cual no parece posible escapar. Queda rechazada la definición de la identidad por medio de la identidad de lo indiscernible, porque la identidad de lo indiscernible parece que no es un principio lógico necesario. De acuerdo con este principio,  $x$  es idéntica a  $y$  si cada propiedad de  $x$  es una propiedad de  $y$ ; pero, después de todo, sería lógicamente posible para ambas cosas que tuviesen exactamente las mismas propiedades. Que esto de hecho no ocurra, es una característica accidental del mundo, no una característica lógicamente necesaria, y las características accidentales del mundo no deben naturalmente ser admitidas en la estructura de la lógica. Wittgenstein, de acuerdo con esto, suprime la identidad y adopta la convención de que diferentes letras signifiquen diferentes cosas. En la práctica se necesita la identidad, por ejemplo, entre un nombre y una descripción o entre dos descripciones. Se necesita para proposiciones tales como «Sócrates es el filósofo que bebió la cicuta» o «El primer número par es aquel que sigue inmediatamente a 1.» Es fácil en el sistema de Wittgenstein proveer respecto de tales usos de la identidad.

La exclusión de la identidad excluye un método de hablar de la totalidad de las cosas, y se encontrará que cualquier otro método que se proponga ha de resultar igualmente engañoso; así, al menos, lo afirma Wittgenstein, y yo creo que con fundamento. Esto equivale a decir que «objeto» es un seudoconcepto. Decir que « $x$  es un objeto» es no decir nada. Sigue esto de que no podemos hacer juicios tales como «hay más de tres objetos en el mundo» o «hay un número infinito de objetos en el mundo». Los objetos sólo pueden mencionarse en conexión con alguna propiedad definida. Podemos decir «hay más de tres objetos que son humanos», o «hay más de tres objetos que son rojos», porque en estas afirmaciones la palabra «objeto» puede sustituirse en el lenguaje de la lógica por una variable que será en el primer caso la función « $x$  es humano»; en el segundo, la función « $x$  es rojo». Pero cuando intentamos decir «hay más de tres objetos», esta sustitución de la variable por la palabra «objeto» se hace imposible, y la proposición, por consiguiente, carece de sentido.

Henos, pues, aquí ante un ejemplo de una tesis fundamental de Wittgenstein, que es imposible decir nada sobre el mundo como un todo, y que cualquier cosa que pueda decirse ha de ser sobre partes del mundo. Este punto de vista puede haber sido en principio sugerido por la notación, y si es así, esto dice mucho en su favor, pues una buena notación posee una penetración y una capacidad de sugerir que la hace en ocasiones parecerse a una enseñanza viva. Las irregularidades en la notación son con frecuencia el primer signo de los errores filosóficos, y una notación perfecta llegaría a ser un sustitutivo del pensamiento. Pero aun cuando haya sido la notación la que haya sugerido al principio a Wittgenstein la limitación de la lógica a las cosas del mundo, en contraposición al mundo como a un todo, no obstante, esta concepción, una vez sugerida, ha mostrado encerrar mucho más que la simple notación. Por mi parte, no pretendo saber si esta tesis es definitivamente cierta. En esta introducción, mi objeto es exponerla, no pronunciarme respecto de ella. De acuerdo con este criterio, sólo podríamos decir cosas sobre el mundo como un todo si pudiésemos salir fuera del mundo, es decir, si dejase para nosotros de ser el mundo. Pudiera ocurrir que nuestro mundo estuviese limitado por algún ser superior que lo vigilase sobre lo alto; pero para nosotros, por muy finito que pueda ser, no puede tener límites el mundo desde el momento en que no hay nada fuera de él. Wittgenstein emplea como una imagen la del campo visual. Nuestro campo visual no tiene para nosotros límites visuales, ya que no existen fuera de él, del mismo modo que en

nuestro mundo lógico no hay límites lógicos, ya que nuestra lógica no conoce nada fuera de ella.

Estas consideraciones le llevan a una discusión interesante sobre el solipsismo. La lógica, dice, llena el mundo. Los límites del mundo son también sus propios límites. En lógica, por consiguiente, no podemos decir: en el mundo hay esto y lo otro, pero no lo de más allá; decir esto presupondría efectivamente excluir ciertas posibilidades, y esto no puede ser, ya que requeriría que la lógica atravesase los límites del mundo, como si contemplase estos límites desde el otro lado. Lo que no podemos pensar, no podemos pensar; por consiguiente, tampoco podemos decir lo que no podemos pensar.

Esto, dice Wittgenstein, da la clave respecto del solipsismo. Lo que el solipsismo pretende es ciertamente correcto; pero no puede decirse, sólo puede mostrarse. Que el mundo es mi mundo se muestra en el hecho de que los límites del lenguaje (el único lenguaje que yo entiendo) indican los límites de mi mundo. El sujeto metafísico no pertenece al mundo; es un límite del mundo.

Debemos tratar ahora la cuestión de las proposiciones moleculares que no son a primera vista funciones de verdad de las proposiciones que contienen; por ejemplo: «A cree  $p$ ».

Wittgenstein introduce este argumento en defensa de su tesis; a saber: que todas las funciones moleculares son funciones de verdad. Dice (5.54): «En la forma proposicional general la proposición entra en otra sólo como base de las operaciones de verdad» A primera vista, continúa diciendo, parece como si una proposición pudiera entrar de otra manera; por ejemplo: «A cree  $p$ ». De manera superficial parece como si la proposición  $p$  estuviese en una especie de relación con el objeto A. «Pero es claro que “A cree  $p$ ”, “A. piensa  $p$ ”, “A dice  $p$ ” son de la forma “‘ $p$ ’ dice  $p$ ”; y aquí de la coordinación de un hecho con un objeto, coordinación de hechos por medio de la coordinación de sus objetos» (5.542).

Lo que Wittgenstein expone aquí lo expone de modo tan breve que no queda bastante claro para aquellas personas que desconocen las controversias a las cuales se refiere.

La teoría con la cual se muestra en desacuerdo está expuesta en mis artículos sobre la naturaleza de la verdad y de la falsedad en *Philosophical Essays y Proceedings of the Aristotelian Society, 1906-1907*. El problema de que se trata es el problema de la forma lógica de la fe, es decir, cuáles el esquema que representa lo que sucede cuando un hombre cree. Naturalmente, el problema se aplica no sólo a la fe, sino también a una multitud de fenómenos mentales que se pueden llamar actitudes proposicionales: duda, consideración, deseo, etc. En todos estos casos parece natural expresar el fenómeno en la forma «A duda  $p$ », «A desea  $p$ », etcétera, lo que hace que esto aparezca como si existiese una relación entre una persona y una proposición. Este, naturalmente, no puede ser el último análisis, ya que las personas son ficciones lo mismo que las proposiciones, excepto en el sentido en que son hechos. Una proposición, considerada como un hecho en sí mismo consistente, puede ser una serie de palabras que un hombre se repite a sí mismo, o una imagen compleja, o una serie de imágenes que pasan por su imaginación, o una serie de movimientos corporales incipientes. Puede ser una cualquiera de estas innumerables diferentes cosas. La proposición, en cuanto un hecho en sí mismo consistente, por ejemplo, la serie actual de palabras que el hombre se dice a sí mismo, no tiene importancia para la lógica. Lo que es interesante para la lógica es el elemento común a todos estos hechos, los cuales permiten, como decimos, *significar* el hecho que la proposición asevera. Para la psicología, naturalmente, es más interesante, pues un símbolo no significa aquello que simboliza sólo en virtud de una relación lógica, sino también en virtud de una relación psicológica de intención, de asociación o de cualquier otro carácter. La parte psicológica del significado no concierne, sin embargo, al lógico. Lo que le concierne en este problema de la fe es el esquema lógico. Es claro que cuando una persona cree una proposición, la persona



considerada como un sujeto metafísico, no debe ser tenida en cuenta en orden a explicar lo que está sucediendo. Lo que ha de explicarse es la relación existente entre la serie de palabras, que es la proposición considerada como un hecho por sí mismo existente, y el hecho «objetivo» que hace a la proposición verdadera o falsa. Todo esto se reduce en último término a la cuestión del significado de las proposiciones, y es tanto como decir que el significado de las proposiciones es la única parte no psicológica del problema implicada en el análisis de la fe. Este problema es tan sólo el de la relación entre dos hechos, a saber: la relación entre las series de palabras empleadas por el creyente y el hecho que hace que estas palabras sean verdaderas o falsas. La serie de palabras es un hecho, tanto como pueda serlo aquello que hace que sea verdadera o falsa. La relación entre estos dos hechos no es inanalizable, puesto que el significado de una proposición resulta del significado de las palabras que la constituyen. El significado de la serie de palabras que es una proposición, es una función del significado de las palabras aisladas. Según esto, la proposición como un todo no entra realmente en aquello que ya se ha explicado al explicar el significado de la proposición. Ayudaría tal vez a comprender el punto de vista que estoy tratando de exponer, decir que en los casos ya tratados la proposición está presente como un hecho y no como una proposición. Tal afirmación no debe tomarse demasiada literalmente. El punto esencial es que en el acto de creer, de desear, etc., es lógicamente fundamental la relación de una proposición *considerada como hecho* con el hecho que la hace verdadera o falsa, y que esta relación entre dos actos es reducible a la relación de sus componentes. Así, pues, la proposición- entra-aquí de un modo completamente -distinto al modo como entra en una función de verdad.

Hay algunos aspectos, según mi opinión, en los que la teoría de Wittgenstein necesita un mayor desarrollo técnico. Esto puede aplicarse, concretamente, a su teoría del número (6.02 ss.), la cual, tal y como está, sólo puede aplicarse a los números finitos. Ninguna lógica puede considerarse satisfactoria hasta que se haya demostrado que es capaz de poder ser aplicada a los números transfinitos. No creo que haya nada en el sistema de Wittgenstein que le impida llenar esta laguna.

Más interesante que estas cuestiones de detalle comparativo es la actitud de Wittgenstein respecto de la mística. Su actitud hacia ella nace de modo natural de su doctrina de lógica pura, según la cual, la proposición lógica es una figura (verdadera o falsa) del hecho, y tiene en común con el hecho una cierta estructura. Es esta estructura común lo que la hace capaz de ser una figura del hecho; pero la estructura no puede, a su vez, ponerse en palabras, puesto que es la estructura *de* las palabras, lo mismo que de los hechos a los cuales se refiere. Por consiguiente, todo cuanto quede envuelto en la idea de la expresividad del lenguaje, debe permanecer incapaz de ser expresado en el lenguaje, y es, por consiguiente, inexpresable en un sentido perfectamente preciso. Este inexpresable contiene, según Wittgenstein, el conjunto de la lógica y de la filosofía.

El verdadero método de enseñar filosofía, dice, sería limitarse a las proposiciones de las ciencias, establecidas con toda la claridad y exactitud posibles, dejando las afirmaciones filosóficas al discípulo, y haciéndole patente que cualquier cosa que se haga con ellas carece de significado. Es cierto que la misma suerte que le cupo a Sócrates podría caberle a cualquier hombre que intentase este método de enseñanza; pero no debemos atemorizarnos, pues éste es único método justo. No es precisamente esto lo que hace dar respecto de aceptar o no la posición de Wittgenstein, a pesar de los argumentos tan poderosos que ofrece como base. Lo que ocasiona tal duda es el hecho de que después de todo, Wittgenstein encuentra el modo de decir una buena cantidad de cosas sobre aquello de lo que nada se puede decir, sugiriendo así al lector escéptico la posible existencia de una salida, bien a través de la jerarquía de lengua bien de cualquier otro modo. Toda la ética, por ejemplo coloca Wittgenstein en la mística, región

inexpresable. A pesar de ello, es capaz de comunicar sus opiniones éticas. Su defensa consistiría en decir que lo «místico» puede mostrarse, pero no decirse. Puede que esta defensa sea satisfactoria, pero por mi parte confieso que me produce una cierta sensación de disconformidad intelectual.

Hay un problema puramente lógico, con relación al cual esas dificultades son especialmente agudas. Me refiero al problema de la generalidad. En la teoría de la generalidad es necesario considerar todas las proposiciones de la forma  $fx$ , donde  $fx$  es una función proposicional dada. Esto pertenece a la parte de la lógica que puede expresarse de acuerdo con el sistema de Wittgenstein. Pero la totalidad de los posibles valores de  $x$  que puede parecer que están comprendidos en la totalidad de las proposiciones de la forma  $fx$  no está admitida por Wittgenstein entre aquellas cosas que pueden ser dichas, pues esto no es sino la totalidad de las cosas del mundo y esto supone el intento de concebir el mundo como un todo; «el sentido del mundo como un todo limitado es lo místico»; por lo tanto, la totalidad de los valores de  $x$  es la mística (6.45). Esto está expresamente dicho cuando Wittgenstein niega que podamos construir proposiciones sobre el número de cosas que hay en el mundo, como, por ejemplo, cuando decimos que hay más de tres.

Estas dificultades me sugieren la siguiente posibilidad: que todo lenguaje tiene, como Wittgenstein dice, una estructura de la cual nada puede decirse *en el lenguaje*, pero que puede haber otro lenguaje que trate de la estructura del primer lenguaje y que tenga una nueva estructura y que esta jerarquía de lenguaje no tenga límites. Wittgenstein puede responder que toda su teoría puede aplicarse sin cambiarla a la totalidad de estos lenguajes. La única réplica sería negar que exista tal totalidad. La totalidad de la que Wittgenstein sostiene que es imposible hablar lógicamente, está sin embargo pensada por él como existente y constituye el objeto de su mística. La totalidad resultante de nuestra jerarquía no sería, pues, inexpresable con un criterio meramente lógico, sino una ficción, una ilusión, y en este sentido la supuesta esfera de la mística quedaría abolida. Tal hipótesis es muy difícil y veo objeciones a las cuales, de momento, no sé cómo contesta, aunque no veo cómo una hipótesis más fácil pueda escaparse de las conclusiones de Wittgenstein. Aunque esta hipótesis es tan difícil que pudiese sostenerse, dejaría intacta una gran parte de la teoría de Wittgenstein; aunque posiblemente no aquella parte en la cual insiste más. Teniendo larga experiencia de las dificultades de la lógica y de lo ilusorio de las teorías que parecen irrefutables, no soy capaz de asegurar la exactitud de una teoría fundándome tan sólo en que no veo ningún punto en que esté equivocada. Pero haber construido una teoría lógica, que no es en ningún punto manifiestamente errónea, significa haber logrado una obra de extraordinaria dificultad e importancia. Este mérito, en mi opinión, corresponde al libro de Wittgenstein y lo convierte en algo que ningún filósofo serio puede permitirse descuidar.

BERTRAND RUSSELL.

Mayo 1922.

Dedicado a la memoria  
de mi amigo  
David H. Pinsent

Motto:... und alles, was man weiss, nicho bloss rauschen und brausen gehört hat, lässt sich  
drei Worten sagen.

Künberger.

## VORWORT

Dieses Buch wird vielleicht nur der verstehen, der die Gedanken, die darin ausgedrückt sind –oder doch ähnliche Gedanken- schon selbst einmal gedacht hat. –Es ist also kein Lehrbuch. –Sein Zweck wäre erreicht, wenn es einem, der es mit Verstand liest, Vernügen bereitet. Das Buch behandelt die philosophischen Probleme und zeigt - wie ich glaube - daß die Fragestellung dieser Probleme auf dem Mißverständnis der Logik unserer Sprache beruht. Man könnte den ganzen Sinn des Buches etwa in die Worte 'Lassen: Was sich überhaupt sagen läßt, läßt sich klar sagen; und wovon man nicht reden kann, darüber muß man schweigen. Das Buch will, also dem Denken eine Grenze ziehen, oder vielmehr - nicht dem Denken, sondern dem Ausdruck der Gedanken: Denn um dem Denken eine Grenze zu ziehen, müßten wir beide Seiten dieser Grenze denken können (wir müßten also denken können, was sich nicht denken läßt). Die Grenze wird also nur in der Sprache gezogen werden können und was jenseits der Grenze liegt, wird einfach Unsinn sein. Wieweit meine Bestrebungen mit denen anderer Philosophen zusammenfallen, will ich nicht beurteilen. Ja, was ich hier geschrieben habe, macht im Einzelnen überhaupt nicht den Anspruch auf Neuheit; und darum gebe ich auch keine Quellen an, weil es mir gleichgültig ist, ob das, was ich gedacht habe, vor mir schon ein anderer gedacht hat. Nur das will ich erwähnen, daß ich den großartigen Werken Freges und den Arbeiten meines Freundes, Herrn Bertrand Russell einen großen Teil der Anregung zu meinen Gedanken schulde.

## PROLOGO

Quizás este libro sólo puedan comprenderlo aquellos que por si mismos hayan pensado los mismos o parecidos pensamientos a los que aquí se expresan. No es por consiguiente un manual. Habrá alcanzado su objeto si logra satisfacer a aquellos que lo leyeren entendiéndolo.

El libro trata de problemas de filosofía y muestra, al menos así lo creo, que la formulación de estos problemas descansa en la falta de comprensión de la lógica de nuestro lenguaje. Todo el significado del libro puede resumirse en cierto modo en lo siguiente: Todo aquello que puede ser dicho, puede decirse con claridad: y de lo que no se puede hablar, mejor es callarse.

Este libro quiere, pues, trazar unos límites al pensamiento, o mejor, no al pensamiento, sino a la expresión de los pensamientos; porque para trazar un límite al pensamiento tendríamos que ser capaces de pensar ambos lados de este límite, y tendríamos por consiguiente que ser capaces de pensar lo que no se puede pensar.

Este límite, por lo tanto, sólo puede ser trazado en el lenguaje y todo cuanto quede al otro lado del límite será simplemente insentido.

De en qué medida coincidan mis esfuerzos con los de los demás filósofos no quiero juzgar. En efecto, lo que yo aquí he escrito no tiene ninguna pretensión de novedad en particular. Por consiguiente no menciono las fuentes, porque es para mí indiferente que aquello que yo he pensado haya sido pensado por alguien antes que yo.

Sólo quiero hacer constar que a la gran obra de Frege y a los escritos de mi amigo Bertrand Russell debo una gran parte de las motivaciones de mis pensamientos.

Wenn diese Arbeit einen Wert hat, so besteht er in Zweierlei . Erstens darin, daß in ihr Gedanken ausgedrückt sind, und dieser Wert wird umso größer sein, je besser die Gedanken ausgedrückt sind. - Hier bin ich mir bewußt, weit hinter dem Möglichen zurückgeblieben zu sein. Einfach darum, weil meine Kraft zur Bewältigung der Aufgabe zu gering ist. - Mögen andere kommen und es besser machen.

Dagegen scheint mir die Wahrheit der hier mitgeteilten Gedanken unantastbar und definitiv. Ich bin also der Meinung, die Probleme im Wesentlichen endgültig gelöst zu haben. Und wenn ich mich hierin nicht irre, so besteht nun der Wert dieser Arbeit zweitens darin, daß sie zeigt, wie wenig damit getan ist, daß die Probleme gelöst sind.

Wien, 1918.  
L. W.

Si este libro tiene algún valor, este valor radica en dos cosas: Primero, que en él se expresan pensamientos, y este valor será mayor cuanto mejor estén expresados los pensamientos, cuanto más se haya remachado el clavo. Soy consciente, aquí, de no haber profundizado todo lo posible. Simplemente por esto, porque mis fuerzas son insuficientes para lograr esta tarea. Puedan otros emprenderla y hacerlo mejor.

Por otra parte la verdad de los pensamientos aquí comunicados me parece intocable y definitiva. Soy, pues, de la opinión de que los problemas han sido, en lo esencial, finalmente resueltos. Y si no estoy equivocado en esto, el valor de este trabajo consiste, en segundo lugar, en el hecho de que muestra cuán poco se ha hecho cuando se han resuelto estos problemas.

Viena, 1918.  
L. W.

1<sup>1</sup> Die Welt ist alles, was der Fall ist.

1.1 Die Welt ist die Gesamtheit der Tatsachen, nicht der Dinge.

1.11 Die Welt ist durch die Tatsachen bestimmt und dadurch, daß es *alle* Tatsachen sind.

1.12 Denn, die Gesamtheit der Tatsachen bestimmt, was der Fall ist und auch, was alles nicht der Fall ist.

1.13 Die Tatsachen im logischen Raum sind die Welt.

1.2 Die Welt zerfällt in Tatsachen.

1.21 Eines kann der Fall sein oder nicht der Fall sein und alles übrige gleich bleiben.

2 Was der Fall ist, die Tatsache, ist das Bestehen von Sachverhalt.

2.01 Der Sachverhalt ist eine Verbindung von Gegenständen (Sachen, Dingen).

2.011 Es ist dem Ding wesentlich, der Bestandteil eines Sachverhaltes sein zu können.

2.012 In der Logik ist nichts zufällig: Wenn das Ding im Sachverhalt vorkommen *kann*, so muß die Möglichkeit des Sachverhaltes im Ding bereits präjudiziert sein.

1. El mundo es todo lo que acaece.\*

1.1 El mundo es la totalidad de los hechos, no de las cosas.

1.11 El mundo está determinado por los hechos y por ser *todos* los hechos.

1.12 Porque la totalidad de los hechos determina lo que acaece y también lo que no acaece.

1.13 Los hechos en el espacio lógico son el mundo.

1.2 El mundo se divide en hechos.

1.21 Una cosa puede acaecer o no acaecer y el resto permanece igual.

2 Lo que acaece, el hecho, es la existencia de los hechos atómicos.<sup>◊</sup>

2.01 El hecho atómico es una combinación de objetos (entidades, cosas).

2.011 Es esencial a la cosa poder ser la parte constitutiva de un hecho atómico.

2.012 En lógica, nada es accidental: si la cosa *puede* entrar en un hecho atómico, la posibilidad del hecho atómico debe estar ya prejuzgada en la cosa.

---

<sup>1</sup> Die Dezimalzahlen als Nummern der einzelnen Sätze deuten das logische Gewicht des Sätze an, den Nachdruck, der auf ihnen in meiner Darstellung liegt. Die Sätze n.1, n.2, n.3, etc., sin Bemerkung zum Satze N<sup>o</sup>.n; die Sätze n.m1, n.m2, etc. Bemerkungen zum Satze N<sup>o</sup>. n.m; und so weiter.

---

\* Los números decimales, en cuanto números de las proposiciones separadas, significan la importancia lógica de las proposiciones, el alcance que tienen en mi exposición. Las proposiciones n.1, n.2, n.3, etc., son observaciones a la proposición N<sup>o</sup> n; las proposiciones n.m1, n.m2, etc., son observaciones a la proposición n<sup>o</sup> n.m; y así sucesivamente.

<sup>◊</sup> Traduzco la palabra *Sachverhalt* por «hecho atómico». El propio Wittgenstein emplea la expresión *atomic Fac.*

2.0121 Es erschiene gleichsam als Zufall, wenn dem Ding, das allein für sich bestehen könnte, nachträglich ein Sachlage passen würde.

Wenn die Dinge in Sachverhalten vorkommen können, so muß dies schon in ihnen liegen.

(Etwas Logisches kann nicht nur-möglich sein. Die Logik handelt von jeder Möglichkeit, und alle Möglichkeiten sind ihre Tatsachen.)

Wie wir uns räumliche Gegenstände überhaupt nicht außerhalb des Raumes, zeitliche nicht außerhalb der Zeit denken können, so können wir uns *keinen* Gegenstand außerhalb der Möglichkeit seiner Verbindung mit anderen denken.

Wenn ich mir den Gegenstand im Verbande des Sachverhalts denken kann, so kann ich ihn nicht außerhalb der *Möglichkeit* dieses Verbandes denken.

2.0122 Das Ding ist selbständig, insofern es in allen *möglichen* Sachlagen vorkommen kann, aber diese Form der Selbständigkeit ist eine Form der Unselbständigkeit. (Es ist unmöglich, daß Worte in zwei verschiedenen Weisen auftreten, allein und im Satz.)

2.0123 Wenn ich den Gegenstand kenne, so kenne ich auch sämtliche Möglichkeiten seines Vorkommens in Sachverhalten.

(Jede solche Möglichkeit muß in der Natur des Gegenstandes liegen.)

Es kann nicht nachträglich eine neue Möglichkeit gefunden werden.

2.01231 Um einen Gegenstand zu kennen, muß ich zwar nicht seine externen –aber ich muß alle seine internen Eigenschaften kennen.

2.0121 Aparecería, por así decirlo, como un accidente si a una cosa capaz de existir por sí misma pudiese subsecuentemente convenirle un estado de cosas.

Si las cosas pueden entrar en un hecho atómico, esta posibilidad debe estar ya en ellas.

(Algo lógico no puede ser sólo-posible. La lógica trata de toda posibilidad y todas las posibilidades son sus hechos.)

Lo mismo que no nos es posible pensar objetos espaciales fuera del espacio y objetos temporales fuera del tiempo, así no podemos pensar *ningún* objeto fuera de la posibilidad de su conexión con otros.

Si yo puedo pensar el objeto en el contexto del hecho atómico, no puedo, sin embargo, pensarlo fuera de la *posibilidad* de ese contexto.

2.0122 La cosa es independiente en cuanto puede entrar en todos los *posibles* estados de cosas, pero esta forma de independencia es una forma de dependencia. (Es imposible que las palabras se presenten de dos modos distintos, solas y en proposición.)

2.0123 Si yo conozco un objeto, conozco también todas sus posibilidades de entrar en los hechos atómicos.

(Cada una de tales posibilidades debe estar contenida en la naturaleza del objeto.)

No se puede encontrar posteriormente una nueva posibilidad.

2.01231 Para conocer un objeto no debo conocer sus propiedades externas, sino todas sus propiedades internas.

2.01231 Um einen Gegenstand zu kennen, muß ich zwar nicht seine externen –aber ich muß alle seine internen Eigenschaften kennen.

2.0124 Sind alle Gegenstände gegeben, so sind damit auch alle *möglichen* Sachverhalte gegeben.

2.013 Jedes Ding ist, gleichsam, in einem Resume möglicher Sachverhalte. Diesen Raum kann ich mir leer denken, nicht aber das Ding ohne den Raum.

2.0131 Der räumliche Gegenstand muß im unendlichen Resume liegen. (Der Raumpunkt ist eine Argumentstelle.) Der Fleck im Gesichtsfeld muß zwar nicht rot sein, aber eine Farbe muß er haben: er hat sozusagen den Farbenraum um sich. Der Ton muß *eine* Höhe haben, der Gegenstand des Tastsinnes *eine* Härte usw.

2.014 Die Gegenstände enthalten die Möglichkeit aller Sachlagen.

2.0141 Die Möglichkeit seines Vorkommens in Sachverhalten ist die Form des Gegenstandes.

2.02 Der Gegenstand ist einfach.

2.0201 Jede Aussage über Komplexe läßt sich in eine Aussage über deren Bestandteile und in diejenigen Sätze zerlegen, welche die Komplexe vollständig beschreiben.

2.021 Die Gegenstände bilden die Substanz der Welt. Darum können sie nicht zusammengesetzt sein.

2.01231 Para conocer un objeto no debo conocer su externalidad, sino todas sus cualidades internas.

2.0124 Si todos los objetos son dados, también se dan con ellos todos los *posibles* hechos atómicos.

2.013 Cada cosa está, por así decirlo, en un espacio de posibles hechos atómicos. Puedo pensar esta área como vacía, pero no puedo pensar la cosa sin el área.

2.0131 Un objeto espacial debe encontrarse en un espacio infinito. (El punto en el espacio es un lugar de argumento.)

Una mancha en el campo visual puede no ser rosa, pero debe tener un color; tiene, por así decirlo, un espacio color en torno suyo. El tono debe tener *una* altura, el objeto del tacto *una* dureza, etc.

2.014 Los objetos contienen la posibilidad de todos los estados de cosas.

2.0141 La posibilidad de entrar en hechos atómicos es la forma del objeto.

2.02 El objeto es simple.

2.0201 Todo aserto sobre complejos puede descomponerse en un aserto sobre sus partes constitutivas y en aquellas proposiciones que describen completamente el complejo.

2.021 Los objetos forman la sustancia del mundo. Por eso no pueden ser compuestos.



2.0211 Hätte die Welt keine Substanz, so würde, ob ein Satz Sinn hat, davon abhängen, ob ein anderer Satz wahr ist.

2.0212 Es wäre dann unmöglich, ein Bild der Welt (wahr oder falsch) zu entwerfen.

2.022 Es ist offenbar, daß auch eine von der wirklichen noch so verschieden gedachte Welt Etwas –eine Form- mit der wirklichen gemein haben muß.

2.023 Diese feste Form besteht eben aus den Gegenständen.

2.0231 Die Substanz der Welt *kann* nur eine Form und keine materiellen Eigenschaften bestimmen. Denn diese werden erst durch die Sätze dargestellt – erst durch die Konfiguration der Gegenstände gebildet.

2.0232 Beiläufig gesprochen: Die Gegenstände sind farblos.

2.0233 Zwei Gegenstände von der gleichen logischen Form sind –abgesehen von ihren externen Eigenschaften- von einander nur dadurch unterschieden, daß sie verschieden sind.

2.02331 Entweder ein Ding hat Eigenschaften, die kein anderes hat, dann kann man es ohne weiteres durch eine Beschreibung aus den anderen herausheben, und darauf hinweisen; oder aber, es gibt mehrere Dinge, die ihre sämtlichen Eigenschaften gemeinsam haben, dann ist es überhaupt unmöglich auf eines von ihnen zu zeigen. Denn, ist das Ding durch nichts hervorgehoben, so kann ich es nicht hervorheben, denn sonst ist es eben hervorgehoben.

2.0211 Si el mundo no tuviese ninguna sustancia, dependería que una proposición tuviera sentido, de que otra proposición fuese verdadera.

2.0212 En este caso sería imposible trazar una figura\* del mundo (verdadera o falsa).

2.022 Es claro que por muy diferente del real que se imagine un mundo debe tener algo –una forma- en común con el mundo real.

2.023 Esta forma fija está constituida por los objetos.

2.0231 La sustancia del mundo *puede* determinar sólo una forma y ninguna propiedad material. Porque éstas se presentan primero en las proposiciones – están formadas primero por la configuración de los objetos.

2.0232 Dicho sea de paso: Los objetos son incoloros.

2.0233 Dos objetos de la misma forma lógica están –prescindiendo de sus propiedades externas- diferenciados el uno del otro sólo porque son diferentes.

2.02331 O una cosa tiene propiedades que ninguna otra tiene, y entonces se puede sin más, por una descripción, distinguirla de las otras y referirse a ella; o bien, hay más cosas que tienen en común la totalidad de sus propiedades, y entonces es absolutamente imposible señalar alguna de ellas.

Porque si la cosa no se distingue por nada, yo no la puedo distinguir, pues de otro modo ya sería distinta.

---

\* La palabra alemana *Bild* tiene diferentes traducciones. En nuestro caso, el texto inglés emplea *picture*. En castellano nos ha parecido que la palabra que mejor y con más fuerza traduce *Bild* es *figura*.

2.024 Die Substanz ist das, was unabhängig von dem was der Fall ist, besteht.

2.025 Sie ist Form und Inhalt.

2.0251 Raum, Zeit und Farbe (Färbigkeit) sind Formen der Gegenstände.

2.026 Nur wenn es Gegenstände gibt, kann es eine feste Form der Welt geben.

2.027 Das Feste, das Bestehende und der Gegenstand sind Eins.

2.0271 Der Gegenstand ist das Feste, Bestehende; die Konfiguration ist das Wechselnde, Unbeständige.

2.0272 Die Konfiguration der Gegenstände bildet den Sachverhalt.

2.03 Im Sachverhalt hängen die Gegenstände ineinander, wie die Glieder einer Kette.

2.031 Im Sachverhalt verhalten sich die Gegenstände in bestimmter Art und Weise zueinander.

2.032 Die Art und Weise, wie die Gegenstände im Sachverhalt zusammenhängen, ist die Struktur des Sachverhaltes.

2.033 Die Form ist die Möglichkeit der Struktur.

2.034 Die Struktur der Tatsache besteht aus den Strukturen der Sachverhalte.

2.04 Die Gesamtheit der bestehenden Sachverhalte ist die Welt.

2.024 La sustancia es aquello que independientemente de lo que acontece, existe.

2.025 Ella es forma y contenido.

2.0251 Espacio, tiempo y color (cromaticidad) son formas de los objetos.

2.026 Sólo si hay objetos puede haber una forma fija del mundo.

2.027 Lo fijo, lo existente y el objeto son uno.

2.0271 El objeto es lo fijo, lo existente; la configuración es lo cambiante, lo variable.

2.0272 La configuración de los objetos forma el hecho atómico.

2.03 En el hecho atómico los objetos depende unos de otros como los eslabones de una cadena.

2.031 En el hecho atómico los objetos están combinados de un modo determinado.

2.032 El modo en cómo los objetos depende unidos en el hecho atómico es la estructura del hecho atómico.

2.033 La forma es la posibilidad de la estructura.

2.034 La estructura del hecho consiste en la estructura del hecho atómico.

2.04 La totalidad de los hechos atómicos existentes es el mundo.

2.05 Die Gesamtheit der bestehenden Sachverhalte bestimmt auch, welche Sachverhalte nicht bestehen.

2.06 Das Bestehen und Nichtbestehen von Sachverhalten ist die Wirklichkeit.  
(Das Bestehen von Sachverhalten nennen wir auch eine positive, das Nichtbestehen eine negative Tatsache.)

2.061 Die Sachverhalte sind von einander unabhängig.

2.062 Aus dem Bestehen oder Nichtbestehen eines Sachverhaltes kann nicht auf das Bestehen oder Nichtbestehen eines anderen geschlossen werden.

2.063 Die gesamte Wirklichkeit ist die Welt.

2.1 Wir machen uns Bilder der Tatsachen.

2.11 Das Bild stellt die Sachlage im logischen Raume. das Bestehen und Nichtbestehen von Sachverhalten vor.

2.12 Das Bild ist ein Modell der Wirklichkeit.

2.13 Den Gegenständen entsprechen im Bilde die Elemente des Bildes.

2.131 Die Elemente des Bildes vertreten im Bild die Gegenstände.

2.14 Das Bild besteht darin, daß sich seine Elemente in bestimmter Art und Weise zu einander verhalten.

2.141 Das Bild ist eine Tatsache.

2.15 Daß sich die Elemente des Bildes in bestimmter Art und Weise zu einander verhalten, stellt vor, daß sich die Sachen so zu einander verhalten.

2.05 La totalidad de los hechos atómicos existentes determina también cuales hechos atómicos no existen.

2.06 La existencia y no-existencia de los hechos atómicos es la realidad (a la existencia de los hechos atómicos la llamamos también un hecho positivo, a la no-existencia, un hecho negativo)

2.061 Los hechos atómicos son independientes unos de otros.

2.062 De la existencia o no existencia de un hecho atómico, no se puede concluir la existencia o no existencia de otro.

2.063 La total realidad es el mundo.

2.1 Nosotros nos hacemos figuras de los hechos.

2.11 La figura Presenta los estados de cosas en el espacio lógico, la existencia y no-existencia de los hechos atómicos.

2.12 La figura es un modelo de la realidad.

2.13 A los objetos corresponden en la figura los elementos de la figura.

2.131 Los elementos de la figura están en la figura en lugar de los objetos.

2.14 La figura consiste en esto: en que sus elementos están combinados unos respecto de otros de un modo determinado.

2.141 La figura es un hecho.

2.15 Que los elementos de la figura estén combinados unos respecto de otros de un modo determinado, representa que las cosas están combinadas también unas respecto de otras.

Dieser Zusammenhang der Elemente des Bildes heie seine Struktur und ihre Mglichkeit seine Form der Abbildung.

2.151 Die Form der Abbildung ist die Möglichkeit, daß sich die Dinge so zu einander verhalten, wie die Elemente des Bildes.

2.1511 Das Bild ist so mit der Wirklichkeit verknüpft; es reicht bis zu ihr.

2.1512 Es ist wie ein Maßstab an die Wirklichkeit angelegt.

2.15121 Nur die äußersten Punkte der Teilstriche *berühren* den zu messenden Gegenstand.

2.1513 Nach dieser Auffassung gehört also zum Bilde auch noch die abbildende Beziehung, die es zum Bild macht.

2.1514 Die abbildende Beziehung besteht aus den Zuordnungen der Elemente des Bildes und der Sachen.

2.1515 Diese Zuordnungen sind gleichsam die Fühler der Bildelemente, mit denen das Bild die Wirklichkeit berührt.

2.16 Die Tatsache muß, um Bild zu sein, etwas mit dem Abgebildeten gemeinsam haben.

2.161 In Bild und Abgebildetem muß etwas identisch sein, damit das eine überhaupt ein Bild des anderen sein kann.

2.17 Was das Bild mit der Wirklichkeit gemein haben muß, um sie auf seine Art und Weise –richtig oder falsch - abbilden zu können, ist seine Form der Abbildung.

A esta conexin de los elementos de la figura se llama su estructura y a su posibilidad su forma de figuracin.

2.151 La forma de la figuracin es la posibilidad de que las cosas se combinen unas respecto de otras como los elementos de la figura.

2.1511 La figura estis ligada en la realidad; llega hasta ella.

2.1512 Es como una escala aplicada a la realidad.

2.15121 Sólo los puntos extremos de la línea graduada *tocan* al objeto que ha de medirse.

2.1513 Según esta interpretación pertenece también a la figura la relación figurativa que hace de ella una figura.

2.1514 La relación figurativa consiste en la coordinación de los elementos de la figura y de las cosas.

2.1515 Estas coordinaciones son algo así como los tentáculos de los elementos de la figura con los cuales la figura toca la realidad.

2.16 Un hecho para poder ser figura, debe tener algo en común con lo figurado.

2.161 En la figura y en lo figurado debe haber algo idéntico para que una pueda ser figura de lo otro completamente.

2.17 Lo que la figura debe tener en común con la realidad para poder figurarla a su modo y manera –justa o falsamente- es su forma de figuración.

2.171 Das Bild kann jede Wirklichkeit abbilden, deren

Das räumliche Bild alles Räumliche, das farbige alles Farbige; etc.

2.172 Seine Form der Abbildung aber kann das Bild nicht abbilden; es weist sie auf.

2.173 Das Bild stellt sein Objekt von außerhalb dar (sein Standpunkt ist seine Form der Darstellung), darum stellt das Bild sein Objekt richtig oder falsch dar.

2.174 Das Bild kann sich aber nicht außerhalb seiner Form der Darstellung stellen.

2.18 Was jedes Bild, welcher Form immer, mit der Wirklichkeit gemein haben muß, um sie überhaupt –richtig oder falsch– abbilden zu können, ist die logische Form, das ist, die Form der Wirklichkeit.

2.181 Ist die Form der Abbildung die logische Form, so heißt das Bild das logische Bild.

2.182 Jedes Bild ist auch ein logisches. (Dagegen ist z.B. nicht jedes Bild ein räumliches.)

2.19 Das logische Bild kann die Welt abbilden.

2.2 Das Bild hat mit dem Abgebildeten die logische Form der Abbildung gemein.

2.201 Das Bild bildet die Wirklichkeit ab, indem es eine Möglichkeit des Bestehens und Nichtbestehens von Sachverhalten darstellt.

2.202 Das Bild stellt eine mögliche Sachlage im logischen Raume dar.

2.203 Das Bild enthält die Möglichkeit der Sachlage, die es darstellt.

2.171 La figura puede figurar toda realidad de la cual tiene su forma.

La figura espacial, todo lo que es espacial; la cromática, todo lo que es cromático.

2.172 La figura, sin embargo, no puede figurar su forma de figuración; la muestra.

2.173 La figura representa su objeto desde fuera (su punto de vista es su forma de representación), porque la figura representa su objeto, justa o falsamente.

2.174 La figura no puede sin embargo situarse fuera de su forma de representación.

2.18 Lo que cada figura, de cualquier forma, debe tener en común con la realidad para poderla figurar por completo –justa o falsamente– es la forma lógica, esto es, la forma de la realidad.

2.181 Si la forma de la figuración es la forma lógica, entonces a la figura se la llama lógica.

2.182 Toda figura es *también* una figura lógica (pero, al contrario, v.g., no toda figura es espacial).

2.19 La figura lógica puede figurar al mundo.

2.2 La figura tiene en común con lo figurado la forma lógica de figuración.

2.201 La figura figura la realidad representando una posibilidad de la existencia y de la no existencia de los hechos atómicos.

2.202 La figura representa un estado de cosas posible en el espacio lógico.

2.203 La figura contiene la posibilidad del estado de cosas que representa.

2.21 Das Bild stimmt mit der Wirklichkeit überein oder nicht; es ist richtig oder unrichtig, wahr oder falsch.

2.22 Das Bild stellt dar, was es darstellt, unabhängig von seiner Wahr- oder Falschheit, durch die Form der Abbildung.

2.221 Was das Bild darstellt, ist sein Sinn.

2.222 In der Übereinstimmung oder Nichtübereinstimmung seines Sinnes mit der Wirklichkeit besteht seine Wahrheit oder Falschheit.

2.223 Um zu erkennen, ob das Bild wahr oder falsch ist, müssen wir es mit der Wirklichkeit vergleichen.

2.224 Aus dem Bild allein ist nicht zu erkennen, ob es wahr oder falsch ist.

2.225 Ein a priori wahres Bild gibt es nicht.

3 Das logische Bild der Tatsachen ist der Gedanke.

3.001 »Ein Sachverhalt ist denkbar« heißt: Wir können uns ein Bild von ihm machen.

3.01 Die Gesamtheit der wahren Gedanken sind ein Bild der Welt.

3.02 Der Gedanke enthält die Möglichkeit der Sachlage, die er denkt. Was denkbar ist, ist auch möglich.

3.03 Wir können nichts Unlogisches denken, weil wir sonst unlogisch denken müßten.

3.031 Man sagte einmal, daß Gott alles schaffen könne, nur nichts, was den logischen Gesetzen zuwider wäre. –Wir könnten nämlich von einer »unlogischen« Welt nicht *sagen*, wie sie aussähe.

2.21 La figura concuerda con la realidad o no; es justa o equivocada, verdadera o falsa.

2.22 La figura representa lo que representa, independientemente de su verdad o falsedad, por medio de la forma de figuración.

2.221 Lo que la figura representa es su sentido.

2.222 En el acuerdo o desacuerdo de su sentido con la realidad, consiste su verdad o falsedad.

2.223 Para conocer si la figura es verdadera o falsa debemos compararla con la realidad.

2.224 No se puede conocer sólo por la figura si es verdadera o falsa.

2.225 No hay figura verdadera *a priori*.

3 La figura lógica de los hechos es un pensamiento.

3.001 «Un hecho atómico es pensable», significa: Nosotros podemos figurarlo.

3.01 La totalidad de los pensamientos verdaderos es una figura del mundo.

3.02 El pensamiento contiene la posibilidad del estado de cosas que piensa. Lo que es pensable también es posible.

3.03 Nosotros no podemos pensar nada ilógico, porque, de otro modo, tendríamos que pensar ilógicamente.

3.031 Se ha dicho alguna vez que Dios pudo crear todo salvo lo que fuese contrario a las leyes de la lógica. La verdad es que nosotros no somos capaces de *decir* qué aspecto tendría un mundo ilógico.

3.032 Etwas »der Logik Widersprechendes« in der Sprache darstellen, kann man ebensowenig, wie in der Geometrie eine den Gesetzen des Raumes widersprechende Figur durch ihre Koordinaten darstellen; oder die Koordinaten eines Punktes angeben, welcher nicht existiert.

3.0321 Wohl können wir einen Sachverhalt räumlich darstellen, welcher den Gesetzen der Physik, aber keinen, der den Gesetzen der Geometrie zuwiderliefe.

3.04 Ein a priori richtiger Gedanke wäre ein solcher, dessen Möglichkeit seine Wahrheit bedingte.

3.05 Nur so könnten wir a priori wissen, daß ein Gedanke wahr ist, wenn aus dem Gedanken selbst (ohne Vergleichsobjekt) seine Wahrheit zu erkennen wäre.

3.1 Im Satz drückt sich der Gedanke sinnlich wahrnehmbar aus.

3.11 Wir benützen das sinnlich wahrnehmbare Zeichen (Laut- oder Schriftzeichen etc.) des Satzes als Projektion der möglichen Sachlage. Die Projektionsmethode ist das Denken des Satz Sinnes.

3.12 Das Zeichen, durch welches wir den Gedanken ausdrücken, nenne ich das Satzzeichen. Und der Satz ist das Satzzeichen in seiner projektiven Beziehung zur Welt.

3.13 Zum Satz gehört alles, was zur Projektion gehört; aber nicht das Projizierte. Also die Möglichkeit des Projizierten, aber nicht dieses selbst.

3.032 Presentar en el lenguaje algo que «contradiga a la lógica» es tan imposible como presentar en geometría por sus coordenadas un dibujo que contradiga a las leyes del espacio o dar las coordenadas de un punto que no existe.

3.0321 Podemos representarnos espacialmente un hecho atómico que contradiga las leyes de la física, pero no uno que contradiga a las leyes de la geometría.

3.04 Un pensamiento verdadero *a priori* sería aquel cuya posibilidad condicionase su verdad.

3.05 Sólo podríamos saber *a priori* que un pensamiento es verdadero si en el pensamiento mismo (sin objeto de comparación) se pudiese reconocer su verdad.

3.1 En la proposición, el pensamiento se expresa perceptiblemente por los sentidos.

3.11 Nosotros usamos el signo sensiblemente perceptible de la proposición (sonidos o signos escritos, etc.) como una proyección del estado de cosas posible. El método de proyección es el pensamiento del sentido de la proposición.

3.12 Llamo signo proposicional el signo mediante el cual expresamos el pensamiento. Y la proposición es el signo proposicional en su relación proyectiva con el mundo.

3.13 A la proposición pertenece todo aquello que pertenece a la proyección, pero no lo proyectado. O sea, la posibilidad de lo proyectado, pero no lo proyectado mismo.

Im Satz ist also sein Sinn noch nicht enthalten, wohl aber die Möglichkeit, ihn auszudrücken.

(»Der Inhalt des Satzes« heißt der Inhalt des sinnvollen Satzes.)

Im Satz ist die Form seines Sinnes enthalten, aber nicht dessen Inhalt.

3.14 Das Satzzeichen besteht darin, daß sich seine Elemente, die Wörter, in ihm auf bestimmte Art und Weise zueinander verhalten.

Das Satzzeichen ist eine Tatsache.

3.141 Der Satz ist kein Wörtermisch. – (Wie das musikalische Thema kein Gemisch von Tönen.) Der Satz ist artikuliert.

3.142 Nur Tatsachen können einen Sinn ausdrücken, eine Klasse von Namen kann es nicht.

3.143 Daß das Satzzeichen eine Tatsache ist, wird durch die gewöhnliche Ausdrucksform der Schrift oder des Druckes verschleiert.

Denn im gedruckten Satz z. B. sieht das Satzzeichen nicht wesentlich verschieden aus vom Wort.

(So war es möglich, daß Frege den Satz einen zusammengesetzten Namen nannte.)

3.1431 Sehr klar wird das Wesen des Satzzeichens, wenn wir es uns, statt aus Schriftzeichen, aus räumlichen Gegenständen (etwa Tischen, Stühlen, Büchern) zusammengesetzt denken.

Die gegenseitige räumliche Lage dieser Dinge drückt dann den Sinn des Satzes aus.

Pues en la proposición no está contenido su propio sentido, sino la posibilidad de expresarlo.

(«El contenido de la proposición» significa el contenido de la proposición con significado)

En la proposición está contenida la forma de su sentido, pero no su contenido.

3.14 El signo proposicional consiste en esto: en que sus elementos, las palabras, están combinados de un modo determinado.

El signo proposicional es un hecho.

3.141 La proposición no es una mezcla de palabras. (como el tema musical no es una mezcla de tonos).

La proposición es articulada.

2.142 Sólo los hechos pueden expresar un sentido, una clase de nombres no puede.

2.143 Que el signo proposicional es un hecho, está oculto por la forma ordinaria de expresión escrita o impresa.

Pues, por ejemplo, en la proposición impresa, el signo de la proposición no aparece como esencialmente diferente de la palabra.

(Así fue posible que Frege definiese la proposición como un nombre compuesto.

2.1431 La esencia del signo proposicional se hace muy clara cuando lo imaginamos compuesto de objetos espaciales (tales como mesas, sillas, libros) en vez de signos escritos.

La recíproca posición espacial de estas cosas expresa el sentido de la proposición.



3.1432 Nicht: »Das komplexe Zeichen 'aRb' sagt, daß a in der Beziehung R zu b steht«, sondern: *Daß* »a« in einer gewissen Beziehung zu »b« steht, sagt, *daß* aRb.

3.144 Sachlagen kann man beschreiben, nicht *benennen*.  
(Namen gleichen Punkten, Sätze Pfeilen, sie haben Sinn.)

3.2 Im Satze kann der Gedanke so ausgedrückt sein, daß den Gegenständen des Gedankens Elemente des Satzzeichens entsprechen.

3.201 Diese Elemente nenne ich »einfache Zeichen« und den Satz »vollständig analysiert«.

3.202 Die im Satze angewandten einfachen Zeichen heißen Namen.

3.203 Der Name bedeutet den Gegenstand. Der Gegenstand ist seine Bedeutung. (»A« ist dasselbe Zeichen wie »A«.)

3.21 Der Konfiguration der einfachen Zeichen im Satzzeichen entspricht die Konfiguration der Gegenstände in der Sachlage.

3.22 Der Name vertritt im Satz den Gegenstand.

3.221 Die Gegenstände kann ich nur *nennen*. Zeichen vertreten sie. Ich kann nur *von* ihnen sprechen, *sie aussprechen kann ich nicht*. Ein Satz kann nur sagen, wie ein Ding ist, nicht was es ist.

3.23 Die Forderung der Möglichkeit der einfachen Zeichen ist die Forderung der Bestimmtheit des Sinnes.

3.1432 No: «El signo complejo 'aRb' dice que 'a' está en la relación R con 'b', sino : *Que* 'a' está en una cierta relación con 'b', dice *que* 'aRb'.

3.144 Los estados de cosas se pueden describir, pero no *nombrar*.  
(Los nombres son como puntos; las proposiciones, como flechas: tienen sentido.)

3.2 En las proposiciones, el pensamiento puede expresarse de modo que a los objetos del pensamiento correspondan los elementos del signo proposicional.

3.201 A estos elementos los llamo «signos simples» y a la proposición «completamente analizada».

3.202 Los signos simples empleados en la proposición se llaman nombres.

3.203 El nombre significa el objeto. El objeto es su significado. («A» es el mismo signo que «A».)

3.21 A la configuración de los signos simples en el signo proposicional corresponde la configuración de los objetos en el estado de cosas.

3.22 El nombre representa en la proposición al objeto.

3.221 A los objetos sólo los puedo nombrar. Los signos los representan. Yo solamente puedo hablar *de* ellos; no puedo *expresarlos*. Una proposición únicamente puede decir *cómo* es una cosa, no *qué* es una cosa.

3.23 El postulado de la posibilidad de los signos simples es el postulado de la determinación del sentido.

3.24 Der Satz, welcher vom Komplex handelt, steht in interner Beziehung zum Satze, der von dessen Bestandteil handelt. Der Komplex kann nur durch seine Beschreibung gegeben sein, und diese wird stimmen oder nicht stimmen. Der Satz, in welchem von einem Komplex die Rede ist, wird, wenn dieser nicht existiert, nicht unsinnig, sondern einfach falsch sein. Daß ein Satzelement einen Komplex bezeichnet, kann man aus seiner Unbestimmtheit in den Sätzen sehen, worin es vorkommt. Wir *wissen*, durch diesen Satz ist noch nicht alles bestimmt. (Die Allgemeinheitsbezeichnung *enthält* ja ein Urbild.) Die Zusammenfassung des Symbols eines Komplexes in ein einfaches Symbol kann durch eine Definition ausgedrückt werden.

3.25 Es gibt eine und nur eine vollständige Analyse des Satzes.

3.251 Der Satz drückt auf bestimmte, klar angebbare Weise aus, was er ausdrückt: Der Satz ist artikuliert.

3.26 Der Name ist durch keine Definition weiter zu zergliedern: er ist ein Urzeichen.

3.261 Jedes definierte Zeichen bezeichnet *über* jene Zeichen, durch welche es definiert wurde; und die Definitionen weisen den Weg. Zwei Zeichen, ein Urzeichen, und ein durch Urzeichen definiertes, können nicht auf dieselbe Art und Weise bezeichnen. Namen *kann* man nicht durch Definitionen auseinanderlegen. (Kein Zeichen, welches allein, selbständig eine Bedeutung hat.)

3.262 Was in den Zeichen nicht zum Ausdruck kommt, das zeigt ihre Anwendung. Was die Zeichen verschlucken, das spricht ihre Anwendung aus.

3.24 La proposición que trata de un complejo está en relación interna con la proposición que trata de una de sus partes constitutivas.

El complejo sólo puede darse por descripción, y ésta será justa o errónea. La proposición en la cual se habla de un complejo no será, si éste no existe, insentido, sino simplemente falsa.

Que un elemento proposicional designa un complejo puede verse por una indeterminación en la proposición en la cual se encuentra. Nosotros *sabemos* que está ya todo determinado por esta proposición. (La notación de generalidad contiene un prototipo.)

La combinación de los símbolos de un complejo en un símbolo simple puede expresarse por una definición.

3.25 Hay un análisis completo, y sólo uno, de la proposición.

3.251 La proposición expresa lo que expresa de un modo determinado y claramente especificable: la proposición es articulada.

3.26 El nombre no puede ser subsecuentemente analizado por una definición. Es un signo primitivo.

3.261 Todo signo definido designa *a través* de aquellos signos por medio de los cuales fue definido; y la definición indica el camino.

Dos signos, uno primitivo y otro definido mediante signos primitivos, no pueden designar del mismo modo y manera. Los nombres *no pueden* desmembrarse por definición. (Ningún signo por sí solo e independientemente tiene una definición.)

3.262 La aplicación del signo muestra lo que no está expresado en él. La aplicación muestra lo que el signo esconde.

3.263 Die Bedeutung von Urzeichen können durch Erläuterungen erklärt werden. Erläuterungen sind Sätze, welche die Urzeichen enthalten. Sie können also nur verstanden werden, wenn die Bedeutungen dieser Zeichen bereits bekannt sind.

3.3 Nur der Satz hat Sinn; nur im Zusammenhang des Satzes hat ein Name Bedeutung.

3.31 Jeden Teil des Satzes, der seinen Sinn charakterisiert, nenne ich einen Ausdruck (ein Symbol).  
(Der Satz selbst ist ein Ausdruck.)  
Ausdruck ist alles, für den Sinn des Satzes Wesentliche, was Sätze miteinander gemein haben können.  
Der Ausdruck kennzeichnet eine Form und einen Inhalt.

3.311 Der Ausdruck setzt die Formen aller Sätze voraus, in welchen er vorkommen kann. Er ist das gemeinsame charakteristische Merkmal einer Klasse von Sätzen.

3.312 Er wird also dargestellt durch die allgemeine Form der Sätze, die er charakterisiert.  
Und zwar wird in dieser Form der Ausdruck *konstant* und alles übrige *variabel* sein.

3.313 Der Ausdruck wird also durch eine Variable dargestellt, deren Werte die Sätze sind, die den Ausdruck enthalten.  
(Im Grenzfall wird die Variable zur Konstanten, der Ausdruck zum Satz.)  
Ich nenne eine solche Variable »Satzvariable«.

3.314 Der Ausdruck hat nur im Satz Bedeutung. Jede Variable läßt sich als Satzvariable auffassen.  
(Auch der variable Name.)

3.263 El significado de los signos primitivos puede explicarse por elucidaciones. Elucidaciones son las proposiciones que contienen los signos primitivos. Estas sólo pueden, pues, ser comprendidas si los significados de estos signos son ya conocidos.

3.3 Sólo la proposición tiene sentido; sólo en el contexto de la proposición tiene el nombre significado.

3.31 Llamo una expresión (un símbolo) a cada una de las partes de la proposición que caracteriza su sentido.  
(La proposición misma es una expresión.)  
Expresión es todo aquello, esencial para el sentido de la proposición, que las proposiciones tienen en común unas con otras.

3.311 La expresión presupone la forma de todas las proposiciones en la cual puede encontrarse. Es la nota característica común de toda clase de proposiciones.

3.312 La expresión está representada por la forma general de las proposiciones a las cuales caracteriza.  
Y así en esta forma la expresión es *constante* y todo lo demás *variable*.

3.313 La expresión está, pues, representada por una variable cuyos valores son las proposiciones que contienen la expresión.  
(En el caso límite, la variable se hace constante; la expresión, una proposición.)  
Llamo a tal variable «variable proposicional».

3.314 La expresión tiene sólo significado en una proposición. Toda variable puede ser concebida como variable proposicional.  
(Incluyendo el nombre variable.)

3.315 Verwandeln wir einen Bestandteil eines Satzes in eine Variable, so gibt es eine Klasse von Sätzen, welche sämtlich Werte des so entstandenen variablen Satzes sind. Diese Klasse hängt im allgemeinen noch davon ab, was wir, nach willkürlicher Übereinkunft, mit Teilen jenes Satzes meinen. Verwandeln wir aber alle jene Zeichen, deren Bedeutung willkürlich bestimmt wurde, in Variable, so gibt es nun noch immer eine solche Klasse. Diese aber ist nun von keiner Übereinkunft abhängig, sondern nur noch von der Natur des Satzes. Sie entspricht einer logischen Form –einem logischen Urbild.

3.316 Welche Werte die Satzvariable annehmen darf, wird festgesetzt. Die Festsetzung der Werte *ist* die Variable.

3.317 Die Festsetzung der Werte der Satzvariablen ist die *Angabe der Sätze*, deren gemeinsames Merkmal die Variable ist. Die Festsetzung ist eine Beschreibung dieser Sätze.

Die Festsetzung wird also nur von Symbolen, nicht von deren Bedeutung handeln.

*Und nur* dies –ist der Festsetzung wesentlich, *daß sie nur eine Beschreibung von Symbolen ist und nichts über das Bezeichnete aussagt.*

Wie die Beschreibung der Sätze geschieht, ist unwesentlich.

3.318 Den Satz fasse ich –wie Frege und Russell- als Funktion der in ihm enthaltenen Ausdrücke auf.

3.32 Das Zeichen ist das sinnlich Wahrnehmbare am Symbol.

3.321 Zwei verschiedene Symbole können also das Zeichen (Schriftzeichen oder Lautzeichen etc.) miteinander gemein haben –sie bezeichnen dann auf verschiedene Art und Weise.

3.315 Si cambiamos una parte constitutiva de una proposición en una variable, hay una clase de proposiciones que son todos los valores de la proposición variable resultante. En general, esta clase depende también de lo que nosotros, por un acuerdo arbitrario, entendemos por parte de la proposición, pero si cambiamos en variables todos los signos cuyo significado había sido determinado arbitrariamente, entonces aún continúa habiendo una tal clase. Pero ésta ya no depende de ningún acuerdo, sino sólo de la naturaleza de la proposición. Corresponde a una forma lógica –a un prototipo lógico.

3.316 Cuáles valores pueda asumir la variable proposicional es algo determinado. La determinación de los valores *es* la variable.

3.317 La determinación de los valores de la variable proposicional está dada por la *indicación de las proposiciones*, cuya nota común es la variable.

La determinación es una descripción de estas proposiciones.

La determinación trata, pues *sólo* de los símbolos, no de su significado.

Y sólo esto es esencial a la determinación: *que sea sólo una descripción de los símbolos y no asevere nada acerca de lo designado.*

El modo cómo se describa la proposición no es esencial.

3.318 Yo concibo la proposición como – Frege y Russell- como una función de las expresiones que contiene.

3.32 El signo es la parte del símbolo perceptible por los sentidos.

3.321 Dos símbolos diferentes pueden también tener en común el signo (el signo escrito o el signo oral). Los designan de diferente modo y manera.

3.322 Es kann nie das gemeinsame Merkmal zweier Gegenstände anzeigen, daß wir sie mit demselben Zeichen, aber durch zwei verschiedene *Bezeichnungsweisen* bezeichnen. Denn das Zeichen ist ja willkürlich. Man könnte also auch zwei verschiedene Zeichen wählen, und wo bliebe dann das Gemeinsame in der Bezeichnung.

3.323 In der Umgangssprache kommt es ungemein häufig vor, daß dasselbe Wort auf verschiedene Art und Weise bezeichnet –also verschiedenen Symbolen angehört–, oder, daß zwei Wörter, die auf verschiedene Art und Weise bezeichnen, äußerlich in der gleichen Weise im Satze ange wandt werden.

So erscheint das Wort «ist» als Kopula, als Gleichheitszeichen und als Ausdruck der Existenz; «existieren» als intransitives Zeitwort wie «gehen»; «identisch» als Eigenschaftswort; wir reden von *Etwas*, aber auch davon, daß *etwas* geschieht. (Im Satze «Grün ist grün» -wo das erste Wort ein Personennamen, das letzte ein Eigenschaftswort ist- haben diese Worte nicht einfach verschiedene Bedeutung, sondern es sind *verschiedene Symbole*.)

3.324 So entstehen leicht die fundamentalsten Verwechslungen (deren die ganze Philosophie voll ist).

3.325 Um diesen Irrtümern zu entgehen, müssen wir eine Zeichensprache verwenden, welche sie aus schließt, indem sie nicht das gleiche Zeichen in verschiedenen Symbolen, und Zeichen, welche auf verschiedene Art bezeichnen, nicht äußerlich auf die gleiche Art verwendet. Eine Zeichensprache also, die der *logischen* Grammatik –der logischen Syntax- gehorcht.

(Die Begriffsschrift Freges und Russells ist eine solche Sprache, die allerdings noch nicht alle Fehler ausschließt.)

3.322 No es nunca posible indicar la característica común de dos objetos designándolos con los mismos signos, por dos diferentes *modos de designación*. Pues el signo es arbitrario. Se puede también elegir dos signos diferentes. Pero entonces ¿dónde queda lo que era común en la designación?

3.323 En el lenguaje corriente ocurre muy a menudo que la misma palabra designe de modo y manera diferentes porque pertenezca a diferentes símbolos –o que dos palabras que designan de modo y manera diferentes se usen aparentemente del mismo modo en la proposición.

Así, la palabra «es» se presenta como cópula, como signo de igualdad y como expresión de la existencia; «existir», como un verbo intransitivo, lo mismo que «ir»; «idéntico», como adjetivo; hablamos de *algo*, pero también de que *algo* sucede.

(En la proposición «Verde es verde» - donde la primera palabra es un nombre propio y la última un adjetivo-, estas palabras no sólo tienen diferente significado, sino son también *diferentes símbolos*.)

3.324 Así nacen fácilmente las confusiones más fundamentales (de las cuales está llena toda la filosofía).

3.325 Para evitar estos errores debemos emplear un simbolismo que los excluya, no usando el mismo signo en símbolos diferentes ni usando aquellos signos que designen de modo diverso, de manera aparentemente igual. Un simbolismo, pues, que obedezca a la gramática *lógica* –a la sintaxis lógica.

(El simbolismo lógico de Frege y Russell es una tal simbolismo, aunque no exento aún de todo error.)

3.326 Um das Symbol am Zeichen zu erkennen, muß man auf den sinnvollen Gebrauch achten.

3.327 Das Zeichen bestimmt erst mit seiner logisch-syntaktischen Verwendung zusammen eine logische Form.

3.328 Wird ein Zeichen *nicht gebraucht*, so ist es bedeutungslos. Das ist der Sinn der Devise Occams.

(Wenn sich alles so verhält als hätte ein Zeichen Bedeutung, dann hat es auch Bedeutung.)

3.33 In der logischen Syntax darf nie die Bedeutung eines Zeichens eine Rolle spielen; sie muß sich aufstellen lassen, ohne daß dabei von der *Bedeutung* eines Zeichens die Rede wäre, sie darf *nur* die Beschreibung der Ausdrücke voraussetzen.

3.331 Von dieser Bemerkung sehen wir in Russells «Theory of types» hinüber: Der Irrtum Russells zeigt sich darin, daß er bei der Aufstellung der Zeichenregeln von der Bedeutung der Zeichen

3.332 Kein Satz kann etwas über sich selbst aussagen, weil das Satzzeichen nicht in sich selbst enthalten sein kann, (das ist die ganze «Theory of types»).

3.333 Eine Funktion kann darum nicht ihr eigenes Argument sein, weil das Funktionszeichen bereits das Urbild seines Arguments enthält und es sich nicht selbst enthalten kann.

3.326 Para reconocer el símbolo en el signo debemos tener en cuenta si se usa con significado o sin significado. Para reconocer el símbolo en el signo debemos tener en cuenta si se usa con significado o sin significado.

3.327 El signo determina una forma lógica sólo unido a su aplicación lógico-sintáctica.

3.328 Si un signo *no es necesario* carece de significado. Este es el sentido del principio de Ockam.

(Si todo funciona como si un signo tuviese in significado, entonces tiene un significado.)

3.33 En sintaxis lógica el significado de un signo no debe nunca desempeñar ningún papel; el significado debe poder establecerse sin que haya por ello que hablar del *significado* de un signo; debe *solo* presuponer la descripción de la expresión.

3.331 Esta observación nos permite ver más lejos en la «teoría de los tipos» de Russell. El error de Russell se manifiesta en esto: que Russell, para establecer las reglas de los signos, ha tenido necesidad de hablar del significado del signo.

3.332 Ninguna proposición puede decir nada de sí misma porque el signo proposicional no puede estar contenido en sí mismo (ésta es toda la «teoría de los tipos»).

3.333 Una función no puede ser su propio argumento porque el signo de la función contiene ya el prototipo de su propio argumento y no puede contenerse a sí mismo.

Nehmen wir nämlich an, die Funktion  $F(fx)$  könnte ihr eigenes Argument sein; dann gäbe es also einen Satz: « $F(F(fx))$ » und in diesem müssen die äußere Funktion  $F$  und die innere Funktion  $F$  verschiedene Bedeutungen haben, denn die innere hat die Form  $\mathbf{j}(fx)$ , die äußere die Form  $\mathbf{y}\mathbf{j}(fx)$ . Gemeinsam ist den beiden Funktionen nur der Buchstabe « $F$ », der aber allein nichts bezeichnet.

Dies wird sofort klar, wenn wir statt « $F(F(u))$ » schreiben « $(\mathbf{Y}\mathbf{j}): F(\mathbf{j}u). \mathbf{y}u = Fu$ ». Hiermit erledigt sich Russells Paradox.

3.334 Die Regeln der logischen Syntax müssen sich von selbst verstehen, wenn man nur weiß, wie ein jedes Zeichen bezeichnet.

3.34 Der Satz besitzt wesentliche und zufällige Züge. Zufällig sind die Züge, die von der besonderen Art der Hervorbringung des Satzzeichens herrühren. Wesentlich diejenigen, welche, allein den Satz befähigen, seinen Sinn auszudrücken.

3.341 Das Wesentliche am Satz ist also das, was allen Sätzen, welche den gleichen Sinn ausdrücken können, gemeinsam ist. Und ebenso ist allgemein das Wesentliche am Symbol das, was alle Symbole, die denselben Zweck erfüllen können, gemeinsam haben.

3.3411 Man könnte also sagen: Der eigentliche Name ist das, was alle Symbole, die den Gegenstand bezeichnen, gemeinsam haben. Es wurde sich so successive ergeben, daß keinerlei Zusammensetzung für den Namen wesentlich ist.

Si, por ejemplo, nosotros suponemos que la función  $F(fx)$  pudiera ser su propio argumento, entonces sería una proposición « $F(F(fx))$ », y en esta proposición la función externa  $F$  y la función interna  $F$  deberán tener diferentes significados, pues la interna tiene la forma  $\mathbf{j}(fx)$ , la externa, la forma  $\mathbf{y}\mathbf{j}(fx)$ .

Común a ambas funciones es tan sólo la letra « $F$ », que por sí misma no significa nada.

Esto se hace más claro si en lugar de « $F(F(u))$ » escribimos « $(\mathbf{Y}\mathbf{j}): F(\mathbf{j}u). \mathbf{y}u = Fu$ ». Así describimos la paradoja de Russell.

3.334 Las reglas de la sintaxis lógica deben ser inteligibles por sí mismas con sólo conocer cómo cada signo designa.

3.34 La proposición posee aspectos esenciales y accidentales.

Accidentales son aquellos aspectos que se deben al particular modo de producir el signo proposicional. Esenciales son aquellos que sólo permiten a la proposición expresar su sentido.

3.341 Lo esencial en una proposición es aquello que es común a todas las proposiciones que pueden expresar el mismo sentido.

Y del mismo modo, lo esencial, en general, a un símbolo es aquello que tienen en común todos los símbolos que pueden cumplir el mismo objeto.

3.3411 Se puede también decir: el verdadero nombre es aquello que tienen en común todos los símbolos que designan un objeto. De aquí se seguiría gradualmente que ninguna clase de composición es esencial para los nombres.

3.342 An unseren Notationen ist zwar etwas willkürlich, aber das ist nicht willkürlich: Daß, *wenn* wir etwas willkürlich bestimmt haben, dann etwas anderes der Fall sein muß. (Dies hängt von dem *Wesen* der Notation ab.)

3.3421 Eine besondere Bezeichnungsweise mag unwichtig sein, aber wichtig ist es immer, daß diese eine, *mögliche* Bezeichnungsweise ist. Und so verhält es sich in der Philosophie überhaupt: Das Einzelne erweist sich immer wieder als unwichtig, aber die Möglichkeit jedes Einzelnen gibt uns einen Aufschluß über das *Wesen* der Welt.

3.343 Definitionen sind Regeln der Übersetzung von einer Sprache in eine andere. Jede richtige Zeichensprache muß sich in jede andere nach solchen Regeln übersetzen lassen: *Dies* ist, was sie alle gemeinsam haben.

3.344 Das, was am Symbol bezeichnet, ist das Gemeinsame aller jener Symbole, durch die das erste den Regeln der logischen Syntax zufolge ersetzt werden kann.

3.3441 Man kann z.B. das Gemeinsame aller Notationen für die Wahrheitsfunktionen so ausdrücken: Es ist ihnen gemeinsam, daß sich alle –z.B.– durch die Notation von « $\neg p$ » («nicht  $p$ ») und « $p \vee q$ » (« $p$  oder  $q$ ») ersetzen lassen. (Hiermit ist die Art und Weise gekennzeichnet, wie eine spezielle mögliche Notation uns allgemeine Aufschlüsse geben kann.)

3.3442 Das Zeichen des Komplexes löst sich auch bei der Analyse nicht willkürlich auf, so daß etwa seine Auflösung in jedem Satzgefüge eine andere wäre.

3.342 En nuestras notaciones hay, es cierto, algo de arbitrario; pero *esto* no es arbitrario, a saber: que *si* nosotros hemos determinado algo arbitrariamente, entonces algún algo debe acaecer. (Esto depende de la *esencia* de la notación.)

3.3421 Uno modo particular de designación puede carecer de importancia, pero siempre es importante que sea un *posible* modo de designación. Y así ocurre en general en filosofía: lo singular se manifiesta más y más inimportante; pero la posibilidad de cada singular nos ofrece una abertura sobre la *esencia* del mundo.

3.343 Las definiciones son reglas para traducir una lengua a otra. Cada simbolismo correcto debe ser traducible a cada uno de los otros de acuerdo con tales reglas. *Esto* es lo que todos tienen en común.

3.344 Lo que el símbolo designa es aquello que es común a todos aquellos símbolos por los cuales puede ser sustituido según las reglas de la sintaxis lógica.

3.3441 Se puede, por ejemplo, expresar del modo siguiente lo que es común a todas las notaciones de las funciones de verdad: tienen de común que todas ellas, por ejemplo, *pueden ser sustituidas* por la notación « $\neg p$ » («no  $p$ ») y « $p \vee q$ » (« $p$  o  $q$ »). (Con esto se indica el modo por el cual una posible notación especial puede darnos una información general.)

3.3442 El signo del complejo no se resuelve arbitrariamente en el análisis de tal modo que su resolución sea diferente en cada estructura proposicional.



3.4 Der Satz bestimmt einen Ort im logischen Raum. Die Existenz dieses logischen Ortes ist durch die Existenz der Bestandteile allein verbürgt, durch die Existenz des sinnvollen Satzes.

3.41 Das Satzzeichen und die logischen Koordinaten: Das ist der logische Ort.

3.411 Der geometrische und der logische Ort stimmen darin überein, daß beide die Möglichkeit einer Existenz sind.

3.42 Obwohl der Satz nur einen Ort des logischen Raumes bestimmen darf, so muß doch durch ihn schon der ganze logische Raum gegeben sein.

(Sonst würden durch die Verneinung, die logische Summe, das logische Produkt, etc. immer neue Elemente –in Koordination– eingeführt.)

(Das logische Gerüst um das Bild herum bestimmt den logischen Raum. Der Satz durchgreift den ganzen logischen Raum.)

3.5 Das angewandte, gedachte Satzzeichen ist der Gedanke.

4 Der Gedanke ist der sinnvolle Satz.

4.001 Die Gesamtheit der Sätze ist die Sprache.

4.002 Der Mensch besitzt die Fähigkeit Sprachen zu bauen, womit sich jeder Sinn ausdrücken läßt, ohne eine Ahnung davon zu haben, wie und was jedes Wort bedeutet. –Wie man auch spricht, ohne zu wissen, wie die einzelnen Laute hervorgebracht werden.

Die Umgangssprache ist ein Teil des menschlichen Organismus und nicht weniger kompliziert als dieser.

Es ist menschenunmöglich, die Sprachlogik aus ihr unmittelbar zu entnehmen.

3.4 La proposición determina un lugar en el espacio lógico. La existencia de este lugar lógico está garantizada sólo por la existencia de las partes constitutivas, por la existencia de la proposición con significado.

3.41 El signo proposicional y las coordenadas lógicas: esto es el lugar lógico.

3.411 El lugar geométrico y el lógico concuerdan en que ambos son la posibilidad de una existencia.

3.42 Aunque la proposición pueda sólo determinar un lugar en el espacio lógico, todo el espacio lógico debe estar dado por ella.

(De otro modo, la negación, la suma lógica, el producto lógico, etc., introducirían –en coordinación– siempre nuevos elementos.)

(El armazón lógico en torno a la figura determina el espacio lógico. La proposición atraviesa a todo el espacio lógico.)

3.5 El signo proposicional aplicado, pensado, es el pensamiento.

4 El pensamiento es la proposición con significado.

4.001 La totalidad de las proposiciones es el lenguaje.

4.002 El hombre posee la capacidad de construir lenguajes en los cuales todo sentido puede ser expresado sin tener una idea de cómo y qué significa cada palabra. Lo mismo que uno habla sin saber cómo se han producido los sonidos singulares.

El lenguaje corriente es una parte del organismo humano, y no menos complicada que él.

Es humanamente imposible captar inmediatamente la lógica del lenguaje.

Die Sprache verkleidet den Gedanken. Und zwar so, daß man nach der äußeren Form des Kleides, nicht auf die Form des bekleideten Gedankens schließen kann; weil die äußere Form des Kleides nach ganz anderen Zwecken gebildet ist als danach, die Form des Körpers erkennen zu lassen. Die stillschweigenden Abmachungen zum Verständnis der Umgangssprache sind enorm kompliziert.

4.0031 Die meisten Sätze und Fragen, welche über philosophische Dinge geschrieben worden sind, sind nicht falsch, sondern unsinnig. Wir können daher Fragen dieser Art überhaupt nicht beantworten, sondern nur ihre Unsinnigkeit feststellen.

Die meisten Fragen und Sätze der Philosophen beruhen darauf, daß wir unsere Sprachlogik nicht verstehen.

(Sie sind von der Art der Frage, ob das Gute mehr oder weniger identisch sei als das Schöne.)

Und es ist nicht verwunderlich, daß die tiefsten Probleme eigentlich *keine* Probleme sind.

4.0031 Alle Philosophie ist «Sprachkritik». (Allerdings nicht im Sinne Mauthners.) Russells Verdienst ist es, gezeigt zu haben, daß die scheinbare logische Form des Satzes nicht seine wirkliche sein muß.

4.01 Der Satz ist ein Bild der Wirklichkeit. Der Satz ist ein Modell der Wirklichkeit, so wie wir sie uns denken.

El lenguaje disfraz a el pensamiento. Y de tal modo, que por la forma externa del vestido no es posible concluir acerca de la forma del pensamiento disfrazado; porque la forma externa del vestido está construida con un fin completamente distinto que el de permitir reconocer la forma del cuerpo.

Los acomodamientos tácitos para comprender el lenguaje corriente son enormemente complicados.

4.0031 La mayor parte de las proposiciones y cuestiones que se han escrito sobre materia filosófica no son falsas, sino sin sentido. No podemos, pues, responder a cuestiones de esta clase de ningún modo, sino solamente establecer su sinsentido.

La mayor parte de las cuestiones y proposiciones de los filósofos proceden de que no comprendemos la lógica de nuestro lenguaje.

(Son de esta clase las cuestiones de si lo bueno es más o menos idéntico que lo bello.)

No hay que asombrarse de que los más profundos problema *no* sean propiamente problemas.

4.0031 Toda la filosofía es «crítica del lenguaje» (pero no, en absoluto, en el sentido de Mauthner). Es mérito de Russell haber mostrado que la forma lógica aparente de la proposición no debe ser necesariamente su forma real.

4.01 La proposición es una figura de la realidad.

La proposición es un modelo de la realidad tal como la pensamos.

4.011 Auf den ersten Blick scheint der Satz –wie er etwa auf dem Papier gedruckt steht- kein Bild der Wirklichkeit zu sein, von der er handelt. Aber auch die Notenschrift scheint auf den ersten Blick kein Bild der Musik zu sein, und unsere Lautzeichen-(Buchstaben-)Schrift kein Bild unserer Lautsprache. Und doch erweisen sich diese Zeichensprachen auch im gewöhnlichen Sinne als Bilder dessen, was sie darstellen.

4.012 Offenbar ist, daß wir einen Satz von der Form «aRb» als Bild empfinden. Hier ist das Zeichen offenbar ein Gleichnis des Bezeichneten.

4.013 Und wenn wir in das Wesentliche dieser Bildhaftigkeit eindringen, so sehen wir, daß dieselbe durch *scheinbare Unregelmäßigkeiten* (wie die Verwendung der # und b in der Notenschrift) *nicht* gestört wird. Denn auch diese Unregelmäßigkeiten bilden das ab, was sie ausdrücken sollen; nur auf eine andere Art und Weise.

4.014 Die Grammophonplatte, der musikalische Gedanke, die Notenschrift, die Schallwellen, stehen alle in jener abbildenden internen Beziehung zueinander, die zwischen Sprache und Welt besteht.

Ihnen allen ist der logische Bau gemeinsam. (Wie im Märchen die zwei Jünglinge, ihre zwei Pferde und ihre Lilien. Sie sind alle in gewissem Sinne Eins.)

4.011 A primera vista no parece que la proposición –tal como está impresa en el papel- sea una figura de la realidad de la que trata. Tampoco la notación musical parece a primera vista una figura de la música, ni nuestra escritura fonética (las letras) parece una figura de nuestro lenguaje hablado.

Sin embargo, estos símbolos demuestran, bien que en el sentido ordinario de la palabra, que son figuras de lo que representan.

4.012 Es claro que nosotros percibimos una proposición de la forma «aRb» como figura. Aquí el signo es claramente un trasunto del significado.

4.013 Y si penetramos la esencia de esta figuratividad veremos que *no* está perturbada por *irregularidades aparentes* (como el uso del # y del b en la notación musical).

Porque también estas irregularidades figuran aquello que deben expresar; pero de modo y manera distintos.

4.014 El disco gramofónico, el pensamiento musical, la notación musical, las ondas sonoras, están todos, unos respecto de otros, en aquella interna relación figurativa que se mantiene entre el lenguaje y el mundo.

A todo esto es común la estructura lógica. (Como en la fábula, los dos jóvenes, sus dos caballos y sus lirios son todos, en cierto sentido, la misma cosa.)

4.0141 Daß es eine allgemeine Regel gibt, durch die der Musiker aus der Partitur die Symphonie entnehmen kann, durch welche man aus der Linie auf der Grammophonplatte die Symphonie und nach der ersten Regel wieder die Partitur ableiten kann, darin besteht eben die innere Ähnlichkeit dieser scheinbar so ganz verschiedenen Gebilde. Und jene Regel ist das Gesetz der Projektion, welches die Symphonie in die Notensprache projiziert. Sie ist die Regel der Übersetzung der Notensprache in die Sprache der Grammophonplatte.

4.015 Die Möglichkeit aller Gleichnisse, der ganzen Bildhaftigkeit unserer Ausdrucksweise, ruht in der Logik der Abbildung.

4.016 Um das Wesen des Satzes zu verstehen, denken wir an die Hieroglyphenschrift, welche die Tatsachen die sie beschreibt abbildet. Und aus ihr wurde die Buchstabenschrift, ohne das Wesentliche der Abbildung zu verlieren.

4.02 Dies sehen wir daraus, daß wir den Sinn des Satzzeichens verstehen, ohne daß er uns erklärt wurde.

4.021 Der Satz ist ein Bild der Wirklichkeit: Denn ich kenne die von ihm dargestellte Sachlage, wenn ich den Satz verstehe. Und den Satz verstehe ich, ohne daß mir sein Sinn erklärt wurde.

4.022 Der Satz *zeigt* seinen Sinn. Der Satz *zeigt*, wie es sich verhält, *wenn* er wahr ist. Und er *sagt*, daß es sich so verhält.

4.0141 La íntima semejanza entre estas cosas, aparentemente tan distintas, consiste en que hay una regla general mediante la cual el músico es capaz de leer la sinfonía en la partitura y por la cual se puede reconstruir la sinfonía grabándola en un disco gramofónico, y de este modo, por medio de la regla primera, llegar de nuevo a la partitura. Tal regla es la ley de la proyección que proyecta la sinfonía en el lenguaje de la notación musical. Es la regla de la traducción del lenguaje de la notación musical al lenguaje del disco.

4.015 La posibilidad de todos nuestros trasuntos, de toda la figuratividad de nuestros medios de expresión, descansa en la lógica de la figuración.

4.016 Para comprender la esencia de la proposición, pensemos en la escritura jeroglífica, que figura los hechos que describe.  
Y de ella, sin perder la esencia de la figuración, proviene la escritura alfabética.

4.02 Y así vemos que nosotros comprendemos el sentido del signo proposicional, sin que nos sea explicado.

4.021 La proposición es una figura de la realidad, pues yo conozco el estado de cosas que representa si yo entiendo el sentido de la proposición. Y yo entiendo la proposición sin que me haya sido explicado su sentido.

4.022 La proposición *muestra* su sentido. La proposición, si es verdadera, *muestra* cómo están las cosas. Y *dice que* las cosas están así.

4.023 Die Wirklichkeit muß durch den Satz auf ja oder nein fixiert sein.

Dazu muß sie durch ihn vollständig beschrieben werden. Der Satz ist die Beschreibung eines Sachverhaltes.

Wie die Beschreibung einen Gegenstand nach seinen externen Eigenschaften, so beschreibt der Satz die Wirklichkeit nach ihren internen Eigenschaften.

Der Satz konstruiert eine Welt mit Hilfe eines logischen Gerüstes und darum kann man am Satz auch sehen, wie sich alles Logische verhält, *wenn* er wahr ist. Man kann aus einem falschen Satz *Schlüsse ziehen*.

4.024 Einen Satz verstehen, heißt, wissen was der Fall ist, wenn er wahr ist.

(Man kann ihn also verstehen, ohne zu wissen, ob er wahr ist.)

Man versteht ihn, wenn man seine Bestandteile versteht.

4.025 Die Übersetzung einer Sprache in eine andere geht nicht so vor sich, daß man jeden Satz der einen in einen Satz der anderen übersetzt, sondern nur die Satzbestandteile werden übersetzt.

(Und das Wörterbuch übersetzt nicht nur Substantiva, sondern auch Zeit-, Eigenschafts- und Bindewörter etc.; und es behandelt sie alle gleich.)

4.026 Die Bedeutungen der einfachen -Zeichen (der Wörter) müssen uns erklärt werden, daß wir sie verstehen.

Mit den Sätzen aber verständigen wir uns.

4.027 Es liegt im Wesen des Satzes, daß er uns einen *neuen* Sinn mitteilen kann.

4.03 Ein Satz muß mit alten Ausdrücken einen neuen Sinn mitteilen.

Der Satz teilt uns eine Sachlage mit, also muß er *wesentlich* mit der Sachlage zusammenhängen.

4.023 La realidad debe ser fijada por la proposición en sí o en no.

Por esto debe ser completamente descrita por ella.

La proposición es la descripción de un hecho atómico.

Lo mismo que la descripción de un objeto lo describe según sus propiedades externas, así la proposición describe la realidad según sus internas propiedades.

La proposición construye un mundo con la ayuda de un armazón lógico; por ello es posible ver en la proposición, *si* es verdadera, el aspecto lógico de la realidad. Se pueden *obtener conclusiones* de una falsa proposición.

4.024 Entender una proposición quiere decir, si es verdadera, saber lo que acaece.

(Se puede también entenderla sin saber, si es verdadera.)

Se la entiende cuando se entienden sus partes constitutivas.

4.025 La traducción de una lengua a otra no es un proceso de traducción de cada *proposición* a otra *proposición*, sino sólo la traducción de las partes constitutivas de las proposiciones.

(Y el diccionario no traduce sólo los substantivos, sino también los adverbios, conjunciones, etc.; y trata todo del mismo modo.)

4.026 La significación de los signos simples (las palabras) debe sernos explicada para que los comprendamos.

Pero nosotros nos entendemos con las proposiciones.

4.027 Yace en la esencia de la proposición que pueda comunicarnos un *nuevo* sentido.

4.03 Una proposición debe comunicar con expresiones viejas un sentido nuevo.

La proposición que nos comunica un estado de cosas debe estar también *esencialmente* conectada con el estado

Und der Zusammenhang ist eben, daß er ihr logisches Bild ist.  
Der Satz sagt nur insoweit etwas aus, als er ein Bild ist.

4.031 Im Satz wird gleichsam eine Sachlage probeweise zusammengestellt.  
Man kann geradezu sagen: statt, dieser Satz hat diesen und diesen Sinn; dieser Satz stellt diese und diese Sachlage dar.

4.0311 Ein Name steht für ein Ding, ein anderer für ein anderes Ding und untereinander sind sie verbunden, so stellt das Ganze –wie ein lebendes Bild- den Sachverhalt vor.

4.0312 Die Möglichkeit des Satzes beruht auf dem Prinzip der Vertretung von Gegenständen durch Zeichen.  
Mein Grundgedanke ist, daß die »logischen Konstanten« nicht vertreten. Daß sich die *Logik* der Tatsachen nicht vertreten läßt.

4.032 Nur insoweit ist der Satz ein Bild der Sachlage, als er logisch gegliedert ist.  
(Auch der Satz »ambulo« ist zusammengesetzt, denn sein Stamm ergibt mit einer anderen Endung und seine Endung mit einem anderen Stamm einen anderen Sinn.)

4.04 Am Satz muß gerade soviel zu unterscheiden sein, als an der Sachlage die er darstellt. Die beiden müssen die gleiche logische (mathematische) Mannigfaltigkeit besitzen. (Vergleiche Hertz's Mechanik, über Dynamische Modelle.)

4.041 Diese mathematische Mannigfaltigkeit kann man natürlich nicht selbst wieder abbilden. Aus ihr kann man beim Abbilden nicht heraus.

de cosas.

Y la conexión consiste, precisamente, en que es su figura lógica.

La proposición sólo dice algo en cuanto es una figura.

4.031 En la proposición viene, por así decirlo, construido, en conjunto, un estado de cosas a modo de experimento.

Uno puede decir en lugar de esta proposición tiene tal y tal sentido, esta proposición representa tal y tal estado de cosas.

4.0311 Un nombre está en lugar de una cosa y otro en lugar de otra y están unidos entre sí. Así el todo representa –como una figura viva- el hecho atómico.

4.0312 La posibilidad de la proposición descansa en el principio de la representación de los objetos por los signos.

Mi pensamiento fundamental es que «las constantes lógicas» no representan. Que la *lógica* de los hechos no puede ser representada.

4.032 La proposición es una figura de un estado de cosas sólo en cuanto está lógicamente organizada.

(También la proposición »ambulo« es compuesta, pues su raíz da un sentido diferente con otra terminación, o si la terminación se une con otra raíz.

4.04 En la proposición deben distinguirse tantas cosas cuantas hay en el estado de cosas que representa. Ambas deben poseer la misma multiplicidad lógica (matemática). (Cf. la mecánica de Hertz a propósito de los modelos dinámicos.)

4.041 Esta multiplicidad matemática no puede, naturalmente, ser a su vez figurada.

De ella no se puede salir por la figuración.

4.0411 Wollten wir z. B. das, was wir durch »(x) fx« ausdrücken, durch Vorsetzen eines Indexes vor »fx« ausdrücken –etwa so: »Alg. fx«, es würde nicht genügen- wir wüßten nicht, was verallgemeinert wurde. Wollten wir es durch einen Index » a « anzeigen –etwa so: »f(xa)«- es würde auch nicht genügen –wir wüßten nicht den Bereich der Allgemeinheitsbezeichnung. Wollten wir es durch Einführung einer Marke in die Argumentstellen versuchen – etwa so: »(A,A) . F(A,A)«- es würde nicht genügen –wir könnten die Identität der Variablen nicht feststellen. Usw. Alle diese Bezeichnungsweisen genügen nicht, weil sie nicht die notwendige mathematische Mannigfaltigkeit haben.

4.0412 Aus demselben Grunde genügt die idealistische Erklärung des Sehens der räumlichen Beziehungen durch die »Raumbrille« nicht, weil sie nicht die Mannigfaltigkeit dieser Beziehungen erklären kann.

4.05 Die Wirklichkeit wird mit dem Satz verglichen.

4.06 Nur dadurch kann der Satz wahr oder falsch sein, indem er ein Bild der Wirklichkeit ist.

4.061 Beachtet man nicht, daß der Satz einen von den Tatsachen unabhängigen Sinn hat, so kann man leicht glauben, daß wahr und falsch gleichberechtigte Beziehungen von Zeichen und Bezeichnetem sind.

Man könnte dann z. B. sagen, daß »p« auf die wahre Art bezeichnet, was »-p« auf die falsche Art, etc.

4.062 Kann man sich nicht mit falschen Sätzen, wie bisher mit wahren, verständigen? Solange man nur weiß, daß sie falsch gemeint sind. Nein! Denn, wahr ist ein Satz, wenn es sich so verhält, wie wir

4.0411 Si nosotros queremos, por ejemplo, expresar lo que se expresa por »(x)fx«, anteponiendo un índice delante de »fx«, como: »Gen. fx«, esto no sería suficiente porque no sabríamos qué era lo generalizado. Si quisiéramos indicarlo por un índice »g«, como: »f(x<sub>g</sub>)«, no sería suficiente –pues desconoceríamos el campo de la generalización.

Si quisiéramos intentarlo por la introducción de un signo en el lugar de argumento, como »(G,G) . F(G,G)«, tampoco bastaría, pues no podríamos determinar la identidad de las variables. Etc.

Todos estos modos de simbolización son insuficientes porque no poseen la multiplicidad matemática necesaria.

4.0412 Por la misma razón no es suficiente la explicación idealista de la visualidad de las relaciones espaciales por »anteojos espaciales« porque esto no explica la multiplicidad de estas relaciones.

4.05 La realidad es comparada con la proposición.

4.06 La proposición puede ser verdadera o falsa sólo en cuanto es una figura de la realidad.

4.061 Si no consideramos que la proposición tiene un sentido independiente de los hechos, podemos creer fácilmente que verdadero y falso son relaciones del mismo orden entre signo y designado.

Se podría, por ejemplo, decir que »p« designa de modo verdadero lo que »-p« designa de modo falso, etc.

4.062 ¿No podríamos entendernos por medio de proposiciones falsas, hast tanto que supiéramos que tenían un significado falso? ¡No! Porque una proposición es verdadera cuando nosotros decimos por

es durch ihn sagen; und wenn wir mit » $p$ « - $p$  meinen, und es sich so verhält wie wir es meinen, so ist » $p$ « in der neuen Auffassung wahr und nicht falsch.

4.0621 Daß aber die Zeichen » $p$ « und »- $p$ « das gleiche sagen können, ist wichtig. Denn es zeigt, daß dem Zeichen »-« in der Wirklichkeit nichts entspricht.

Daß in einem Satz die Verneinung vorkommt, ist noch kein Merkmal seines Sinnes (-  $p = p$ ).

Die Sätze » $p$ « und »- $p$ « haben entgegengesetzten Sinn, aber es entspricht ihnen eine und dieselbe Wirklichkeit.

4.063 Ein Bild zur Erklärung des Wahrheitsbegriffes: Schwarzer Fleck auf weißem Papier; die Form des Fleckes kann man beschreiben, indem man für jeden Punkt der Fläche angibt, ob er weiß oder schwarz ist. Der Tatsache, daß ein Punkt schwarz ist, entspricht eine positive -der, daß ein Punkt weiß (nicht schwarz) ist, eine negative Tatsache. Bezeichne ich einen Punkt der Fläche (einen Frege'schen Wahrheitswert), so entspricht dies der Annahme, die zur Beurteilung aufgestellt wird, etc. etc.

Um aber sagen zu können, ein Punkt sei schwarz oder weiß, muß ich vorerst wissen, wann man einen Punkt schwarz und wann man ihn weiß nennt; um sagen zu können: » $p$ « ist wahr (oder falsch), muß ich bestimmt haben, unter welchen Umständen ich » $p$ « wahr nenne, und damit bestimme ich den Sinn des Satzes.

Der Punkt, an dem das Gleichnis hinkt, ist nun der: Wir können auf einen Punkt des Papiers zeigen, auch ohne zu wissen, was weiß und schwarz ist; einem Satz ohne Sinn aber entspricht gar nichts, denn er bezeichnet kein Ding (Wahrheitswert), dessen Eigenschaften etwa »falsch« oder »wahr« hießen; das Verbum eines Satzes ist nicht »ist wahr« oder »ist falsch« -wie Frege

medio de ella lo que acaece; y si nosotros por » $p$ « significamos  $\neg p$ , y lo que significamos es lo que acaece, entonces » $p$ « es, en la nueva concepción, verdadero y no falso.

4.0621 Pero es importante que los signos » $p$ « y »- $p$ « puedan decir lo mismo. Pues esto indica que nada corresponde en la realidad al signo »-«. Que en una proposición entre una negación no es característico de su sentido (-  $\neg p = p$ ).

las preposiciones » $p$ « y »- $p$ « tienen sentido opuesto, pero les corresponde una y la misma realidad.

4.063 Un ejemplo para aclarar el concepto de verdad. Sobre un papel blanco hay una mancha negra; la forma de la mancha puede describirse diciendo de cada uno de los puntos de la superficie si es blanco o negro. Al hecho de que un punto sea negro, corresponde un hecho positivo; al hecho de que un punto sea blanco (no negro), un hecho negativo. Si yo designo un punto de la superficie (un valor de verdad en la terminología de Frege) esto corresponde a la hipótesis que se había propuesto para ser juzgada.

Pero para poder decir que un punto es negro o blanco, yo debo previamente saber en qué condiciones se llama a un punto negro y cuáles blanco; y para poder decir: » $p$ « es verdadero (o falso), debo haber determinado en qué condiciones llamo verdadero a » $p$ « y con ello determino el sentido de la proposición.

El punto en el cual el parangón se rompe es éste: Nosotros podemos indicar un punto del papel sin saber qué cosa sea blanco y qué negro; pero a una proposición sin sentido no corresponde nada en absoluto, ya que no designa ninguna cosa (valor de verdad) cuyas propiedades se llamen falsas o verdaderas; el verbo de una proposición no es -como creía Frege- »es



glaubte-, sondern das, was »wahr ist«, muß das Verbum schon enthalten.

4.064 Jeder Satz muß *schon* einen Sinn haben; die Bejahung kann ihn ihm nicht geben, denn sie bejaht ja gerade den Sinn. Und dasselbe gilt von der Verneinung, etc.

4.0641 Man könnte sagen: Die Verneinung bezieht sich schon auf den logischen Ort, den der verneinte Satz bestimmt. Der verneinende Satz bestimmt einen *anderen* logischen Ort als der verneinte. Der verneinende Satz bestimmt einen logischen Ort mit Hilfe des logischen Ortes des verneinten Satzes, indem er jenen außerhalb diesem liegend beschreibt. Daß man den verneinten Satz wieder verneinen kann, zeigt schon, daß das, was verneint wird, schon ein Satz und nicht erst die Vorbereitung zu einem Satze ist.

4.1 Der Satz stellt das Bestehen und Nichtbestehen der Sachverhalte dar.

4.11 Die Gesamtheit der wahren Sätze ist die gesamte Naturwissenschaft (oder die Gesamtheit der Naturwissenschaften).

4.111 Die Philosophie ist keine, der Naturwissenschaften.  
(Das Wort »Philosophie« muß etwas bedeuten, was über oder unter, aber nicht neben den Naturwissenschaften steht.)

4.112 Der Zweck der Philosophie ist die logische Klärung der Gedanken.  
Die Philosophie ist keine Lehre, sondern eine Tätigkeit. Ein philosophisches Werk besteht wesentlich aus Erläuterungen.  
Das Resultat der Philosophie sind nicht »philosophische Sätze«, sondern das Klarwerden von Sätzen.  
Die Philosophie soll die Gedanken, die sonst, gleichsam, trübe und

verdadero» o «es falso», sino que aquello que «es verdadero» debe contener ya al verbo.

4.064 Cada proposición debe *ya* tener un sentido; la aseveración no puede dárselo, pues lo que asevera es el sentido mismo. Y lo mismo vale para la negación, etc.

4.0641 Se puede decir: la negación está ya referida al lugar lógico determinado por la proposición denegada. La proposición que niega determina *otro* lugar lógico que el de la proposición negada. La proposición que niega determina un lugar lógico con ayuda del lugar lógico de la proposición negada, describiendo a aquél como estando fuera de éste.

Que la proposición que niega pueda ser de nuevo negada indica que lo que es negado es ya una proposición y no meramente la preparación de una proposición.

4.1 Una proposición representa la existencia y no existencia de los hechos atómicos.

4.11 La totalidad de las proposiciones verdaderas es la ciencia natural total (o la totalidad de las ciencias naturales).

4.111 La filosofía no es una de las ciencias naturales.  
(La palabra «filosofía» debe significar algo que esté sobre o bajo, pero no junto a las ciencias naturales.)

4.112 El objeto de la filosofía es la aclaración lógica del pensamiento.  
Filosofía no es una teoría, sino una actividad.

Una obra filosófica consiste esencialmente en elucidaciones.

El resultado de la filosofía no son «proposiciones filosóficas», sino el esclarecerse de las proposiciones.

La filosofía debe esclarecer y delimitar

verschwommen sind, klar machen und scharf abgrenzen.

4.1121 Die Psychologie ist der Philosophie nicht verwandter als irgendeine andere Naturwissenschaft. Erkenntnistheorie ist die Philosophie der Psychologie. Entspricht nicht mein Studium der Zeichensprache dem Studium der Denkprozesse, welches die Philosophen für die Philosophie der Logik für so wesentlich hielten? Nur verwickelten sie sich meistens in unwesentliche psychologische Untersuchungen und eine analoge Gefahr gibt es auch bei meiner Methode.

4.1122 Die Darwinsche Theorie hat mit der Philosophie nicht mehr zu schaffen als irgendeine andere Hypothese der Naturwissenschaft.

4.113 Die Philosophie begrenzt das bestreitbare Gebiet der Naturwissenschaft.

4.114 Sie soll das Denkbare abgrenzen und damit das Undenkbare.  
Sie soll das Undenkbare von innen durch das Denkbare begrenzen.

4.115 Sie wird das Unsagbare bedeuten, indem sie das Sagbare klar darstellt.

4.116 Alles was überhaupt gedacht werden kann, kann klar gedacht werden. Alles was sich aussprechen läßt sich klar aussprechen.

4.12 Der Satz kann die gesamte Wirklichkeit darstellen, aber er kann nicht das darstellen, was er mit der Wirklichkeit gemein haben muß, um sie darstellen zu können –die logische Form.  
Um die logische Form darzustellen zu können, müßten wir uns mit dem Satze außerhalb der Logik aufstellen können, das heißt außerhalb der Welt.

con precisión los pensamientos que de otro modo serían, por así decirlo, opacos y confusos.

4.1121 La psicología no es más afín a la filosofía que cualquier otra ciencia natural. La teoría del conocimiento es la psicología de la filosofía. ¿No corresponde mi estudio del signo-lenguaje al estudio del proceso mental que los filósofos sostenían que era esencial a la filosofía de la lógica? Sólo así se han perdido los más en investigaciones psicológicas no esenciales. E incluso mi método corre análogo peligro.

4.1122 La teoría de Darwin no tiene mayor relación con la filosofía que cualquiera otra de las hipótesis de la ciencia natural.

4.113 La filosofía delimita el campo disputable de las ciencias naturales.

4.114 Debe delimitar lo pensable y con ello lo impensable.  
Debe delimitar lo impensable desde el centro de lo pensable.

4.115 Significará lo indecible presentando claramente lo decible.

4.116 Todo aquello que puede ser pensado, puede ser pensado claramente. Todo aquello que puede ser expresado, puede ser expresado claramente.

4.12 La proposición puede representar toda la realidad, pero no puede representar lo que debe tener de común con la realidad para poder representar –la forma lógica.  
Y para poder representar la forma lógica debemos poder colocarnos con la proposición fuera de la lógica; es decir fuera del mundo.

4.121 Der Satz kann die logische Form nicht darstellen, sie spielt sich in ihm. Was sich in der Sprache spielt, kann sie nicht darstellen. Was *sich* in der Sprache ausdrückt, können *wir* nicht durch sie ausdrücken. Der Satz *zeigt* die logische Form der Wirklichkeit. Er weist sie auf.

4.1211 So zeigt ein Satz »fa«, daß in seinem Sinn der Gegenstand *a* vorkommt, zwei Sätze »fa« und »ga«, daß in ihnen beiden von demselben Gegenstand die Rede ist. Wenn zwei Sätze einander widersprechen, so zeigt dies ihre Struktur, ebenso, wenn einer aus dem anderen folgt. Usw.

4.1212 Was gezeigt werden *kann*, *kann* nicht gesagt werden.

4.1213 Jetzt verstehen wir auch unser Gefühl: daß wir im Besitze einer nichtigen logischen Auffassung seien, wenn nur einmal alles in unserer Zeichen sprache stimm.

4.122 Wir können in gewissem Sinne von formalen Eigenschaften der Gegenstände und Sachverhalte bzw. von Eigenschaften der Struktur der Tatsachen reden und in demselben Sinne von formalen Relationen und Relationen von Strukturen. (Statt Eigenschaft der Struktur sage ich auch »interne Eigenschaft«; statt Relation der Strukturen »interne Relation«. Ich führe diese Ausdrücke ein, um den Grund der, bei den Philosophen sehr verbreiteten Verwechslung zwischen den internen Relationen und den eigentlichen (externen) Relationen zu zeigen.) Das Bestehen solcher interner Eigenschaften und Relationen kann aber nicht durch Sätze behauptet werden, sondern es zeigt sich in den Sätzen, welche jene Sachverhalte darstellen und von jenen Gegenständen handeln.

4.121 La proposición no puede representar la forma lógica, se refleja en ella.

Lo que en el lenguaje se refleja, *nosotros* no podemos expresarlo por el lenguaje.

La proposición *muestra* la forma lógica de la realidad.

La exhibe.

4.1211 Así, una proposición «fa» muestra que entra en su sentido el objeto *a*; dos proposiciones «fa» y «ga» muestran que en ambos se habla del mismo objeto.

Si dos proposiciones contradicen una a la otra, esto se muestra así en su estructura; lo mismo si una sigue a la otra, etc.

4.1212 Lo que se *puede* mostrar no *puede* decirse.

4.1213 Ahora podemos comprender porqué nos sentimos en posesión de una forma lógica exacta sólo cuando en nuestro simbolismo todo va bien.

4.122 Nosotros podemos hablar en cierto sentido de las propiedades formales de los objetos y de los hechos atómicos, o de las propiedades de la estructura de los hechos, y, en el mismo sentido, de relaciones formales y de relaciones de estructura.

(En vez de propiedad de estructura digo también «propiedad interna»; en vez de relación de estructura digo «relación interna».)

Introduzco estas expresiones para mostrar la razón de la confusión, tan extendida entre los filósofos, entre relaciones internas y relaciones propias (externas).

La existencia de tales propiedades y relaciones internas no puede, sin embargo, ser aseverada por las proposiciones, sino que se muestra en las proposiciones que representan los hechos atómicos y tratan de los objetos en cuestión.

4.1221 Eine interne Eigenschaft einer Tatsache können wir auch einen Zug dieser Tatsache nennen. (In dem Sinn, in welchem wir etwa von Gesichtszügen sprechen.)

4.123 Eine Eigenschaft ist intern, wenn es undenkbar ist, daß ihr Gegenstand sie nicht besitzt.

(Diese blaue Farbe und jene stehen in der internen Relation von heller und dunkler *eo ipso*. Es ist undenkbar, daß *diese* beiden Gegenstände nicht in dieser Relation stünden.)

(Hier entspricht dem schwankenden Gebrauch der Worte »Eigenschaft« und »Relation« der schwankende Gebrauch des Wortes »Gegenstand«.)

4.124 Das Bestehen einer internen Eigenschaft einer möglichen Sachlage wird nicht durch einen Satz ausgedrückt, sondern es drückt sich in dem sie darstellenden Satz, durch eine interne Eigenschaft dieses Satzes aus.

Es wäre ebenso unsinnig, dem Satze eine formale Eigenschaft zuzusprechen, als sie ihm abzusprechen.

4.1241 Formen kann man nicht dadurch voneinander unterscheiden, daß man sagt, die eine habe diese, die andere aber jene Eigenschaft; denn dies setzt voraus, daß es einen Sinn habe, beide Eigenschaften von beiden Formen auszusagen.

4.125 Das Bestehen einer internen Relation zwischen möglichen Sachlagen. drückt sich sprachlich durch eine interne Relation zwischen den sie darstellenden Sätzen aus.

4.1251 Hier erledigt sich nun die Streitfrage »ob alle Relationen intern oder extern« seien.

4.1221 A una propiedad interna de un hecho podemos llamarla un rasgo de este hecho. (En el sentido en que hablamos de los rasgos del rostro.)

4.123 Una propiedad es interna cuando es impensable que su objeto no la posea.

(Este color azul y aquel color azul están *eo ipso* en la relación interna de más claro y más oscuro. Es impensable que *estas* dos objetos no estén en esta relación.)

(Aquí el uso oscilante de las palabras «propiedad» y «relación» corresponde el uso oscilante de la palabra «objeto».)

4.124 La existencia de una propiedad interna de un posible estado de cosas no viene expresada por una proposición, pero se expresa por sí en la proposición que representa el estado de cosas, mediante una propiedad interna de esta proposición.

Sería tan sinsentido atribuir una propiedad formal a una proposición, como negársela.

4.1241 No se pueden distinguir unas formas de otras diciendo que una tiene esta propiedad, y la otra, otra; porque esto presupone que hay un sentido en aseverar ambas propiedades de ambas formas.

4.125 La existencia de las relaciones internas entre posibles estados de cosas se expresa en el lenguaje corriente por una relación interna entre las proposiciones que las representan.

4.1251 Así se resuelve la controversia sobre «si todas las relaciones son internas o externas».

4.1252 Reihen, welche durch *interne* Relationen geordnet sind, nenne ich Formenreihen.

Die Zahlenreihe ist nicht nach einer externen, sondern nach einer internen Relation geordnet.

Ebenso die Reihe der Sätze »aRb«.

»(Y x): aRx.xRb«,

»(Y x,y): aRx.xRy.yRb«, u.s. f.

(Steht *b* in einer dieser Beziehungen zu *a*, so nenne ich *b* einen Nachfolger von *a*.)

4.126 In dem Sinne, in welchem wir von formalen Eigenschaften sprechen, können wir nun auch von formalen Begriffen reden.

(Ich führe diesen Ausdruck ein, um den Grund der Verwechslung der formalen Begriffe mit den eigentlichen Begriffen, welche die ganze alte Logik durchzieht, klar zu machen.)

Daß etwas unter einen formalen Begriff als dessen Gegenstand fällt, kann nicht durch einen Satz ausgedrückt werden. Sondern es zeigt sich an dem Zeichen dieses Gegenstandes selbst. (Der Name zeigt, daß er einen Gegenstand bezeichnet, das Zahlenzeichen, daß es eine Zahl bezeichnet etc.)

Die formalen Begriffe können ja nicht, wie die eigentlichen Begriffe, durch eine Funktion dargestellt werden.

Denn ihre Merkmale, die formalen Eigenschaften, werden nicht durch "Funktionen" ausgedrückt.

Der Ausdruck des formalen Begriffes also, ein Zug gewisser Symbole.

Das Zeichen der Merkmale eines formalen Begriffes ist also ein charakteristischer Zug aller Symbole, deren Bedeutungen unter den Begriff fallen. Der Ausdruck des formalen Begriffes also, eine Satzvariable, in welcher nur dieser charakteristische Zug konstant ist.

4.1252 Llamo series formales a aquellas que están ordenadas por relaciones *internas*.

La serie de los números no está ordenada por una relación externa, sino interna.

Asimismo la serie de las proposiciones »aRb«.

»(Y x): aRx.xRb«,

»(Y x,y): aRx.xRy.yRb«, etc.

(Si *b* está en una de estas relaciones con *a*, yo llamo a *b* sucesor de *a*.)

4.126 En el sentido en que nosotros hablamos de propiedades formales, podemos hablar ahora también de conceptos formales.

(Introduzco esta expresión para esclarecer la razón de la confusión entre conceptos formales y conceptos propios que ha impregnado a toda la vieja lógica.)

Que algo caiga bajo un concepto formal como su objeto, no se puede expresar por una proposición. Pero esto se muestra en el símbolo del objeto mismo. (El nombre muestra que él significa un objeto; el signo numérico, que él significa un número, etc.)

El concepto formal no puede representarse por una función como se hace con los conceptos propios.

Por sus características, las propiedades formales no pueden ser expresadas por funciones.

La expresión de una propiedad formal es un rasgo de ciertos símbolos.

El signo de las características de un concepto formal es, pues, un rasgo característico de todos los símbolos cuyos significados caen bajo el concepto.

La expresión de un concepto formal es, pues, una variable proposicional en la cual sólo es constante este rasgo característico.

4.127 Die Satzvariable bezeichnet den formalen Begriff und ihre Werte die Gegenstände, welche unter diesen Begriff fallen.

4.1271 Jede Variable ist das Zeichen eines formalen Begriffes.  
Denn jede Variable stellt eine konstante Form dar, welche alle ihre Werte besitzen, und die als formale Eigenschaft dieser Werte aufgefaßt werden kann.

4.1272 So ist der variable Name »x« das eigentliche Zeichen des Scheinbegriffes *Gegenstand*.

Wo immer das Wort »Gegenstand« (»Ding«, »Sache«, etc.) richtig gebraucht wird, wird es in der Begriffsschrift durch den variablen Namen ausgedrückt.

Zum Beispiel in dem Satz »es gibt 2 Gegenstände, welche...« durch »(Yx,y)...«.

Wo immer es anders, also als eigentliches Begriffswort gebraucht wird, entstehen unsinnige Scheinsätze.

So kann man z. B. nicht sagen »Es gibt Gegenstände«, wie man etwa sagt »Es gibt Bücher«.

Und ebenso wenig »Es gibt 100 Gegenstände«, oder »Es gibt x Gegenstände«.

Und es ist unsinnig; von der *Anzahl* aller *Gegenstände* zu sprechen.

Dasselbe gilt von den Worten »Komplex«, »Tatsache«, »Funktion«, »Zahl«, etc.

Sie alle bezeichnen formale Begriffe und werden in der Begriffsschrift durch Variable, nicht durch Funktionen oder Klassen dargestellt. (Wie Frege und Russell glaubten.)

Ausdrücke wie »1 ist eine Zahl«, »es gibt nur Eine Null« und ähnliche sind unsinnig. (Es ist ebenso unsinnig zu sagen »es gibt nur eine 1«, als es unsinnig wäre, zu sagen:  $2-f-2$  ist um 3 Uhr gleich 4.)

4.127 La variable proposicional designa el concepto formal, y sus valores designan los objetos que caen bajo este concepto formal.

Toda variable es el signo de un concepto formal.

4.1271 Toda variable representa una forma constante que todos sus valores poseen y que puede ser concebida como propiedad formal de estos valores.

4.1272 Así, el nombre variable »x« es el signo propio del pseudo-concepto *objeto*.

Siempre que la palabra »objeto« («cosa», «entidad», etc.) se use correctamente, está expresada en el simbolismo lógico por el nombre variable.

Por ejemplo, en la proposición »hay dos objetos que...« por »(Yx,y)...«.

Así, por ejemplo, no se puede decir »hay objetos«, como se dice »hay libros«. Y tampoco se puede decir »hay cien objetos« o »hay 'x' objetos«.

Y no tiene sentido hablar del *número de todos los objetos*.

Lo mismo vale para las palabras »complejo«, »hecho«, »función«, »número«, etc.

Todas ellas designan conceptos formales, y se representan en el simbolismo lógico por variables, no por funciones o clases. (Como Frege y Russell creen.)

Expresiones como »1 es un número«, »hay sólo un cero«, y todas otras semejantes, son un sinsentido.

(Es tan sin sentido decir »hay sólo 1« como decir  $2+2$  es a las 3 en punto igual a 4.)

4.12721 Der formale Begriff ist mit einem Gegenstand, der unter ihn fällt, bereits gegeben. Man kann also nicht Gegenstände eines formalen Begriffes *und* den formalen Begriff selbst als Grundbegriffe einführen. Man kann also z. B. nicht den Begriff der Funktion, und auch spezielle Funktionen (wie Russell) als Grundbegriffe einführen; oder den Begriff der Zahl und bestimmte Zahlen.

4.1273 Wollen wir den allgemeinen Satz: »b ist ein Nachfolger von a« in der Begriffsschrift ausdrücken, so brauchen wir hierzu einen Ausdruck für das allgemeine Glied der Formenreihe:  $aRb$ ,  $(\forall x):aRx.xRb$ ,  $(\forall x,y): aRx.xRy.yRb$ ,... Das allgemeine Glied einer Formenreihe kann man nur durch eine Variable ausdrücken, denn der Begriff: Glied dieser Formenreihe, ist ein *formaler* Begriff. (Dies haben Frege und Russell übersehen; die Art und Weise wie sie allgemeine Sätze, wie den obigen ausdrücken wollen, ist daher falsch; sie enthält einen *circulus vitiosus*.)

Wir können das allgemeine Glied der Formenreihe bestimmen, indem wir ihr erstes Glied angeben und die allgemeine Form der Operation, welche das folgende Glied aus dem vorhergehenden Satz erzeugt.

4.1274 Die Frage nach der Existenz eines formalen Begriffes ist unsinnig. Denn kein Satz kann eine solche Frage beantworten. (Man kann also z. B. nicht fragen: »Gibt es unanalysierbare Subjekt-Prädikatsätze?«)

4.128 Die logischen Formen sind *zahllos*. Darum gibt es in der Logik keine ausgezeichneten Zahlen und darum gibt es keinen philosophischen Monismus oder Dualismus, etc.

4.12721 El concepto formal está ya dado con el objeto que cae bajo él. No se puede, pues, introducir como idea primitiva los objetos que caen bajo un concepto formal y el concepto formal mismo. No se puede, pues, por ejemplo, introducir (como Russell hace) el concepto de función y también las funciones especiales como ideas primitivas: o el concepto de número y números determinados.

4.1273 Si queremos expresar en el simbolismo lógico la proposición general «b es un sucesor de a», necesitaremos una expresión para el término general de la serie formal:  $aRb$ ,  $(\forall x):aRx.xRb$ ,  $(\forall x,y): aRx.xRy.yRb$ ,... El término general de una serie formal sólo puede expresarse por una variable, pues el concepto «término de esta serie formal» es un concepto *formal*. (Esto se les ha escapado a Frege y a Russell; el modo con que ellos expresan las proposiciones generales, como la antedicha, es falso; contiene un círculo vicioso.)

podemos determinar el término general de la serie formal dando su primer término y la forma general de la operación que produce el término sucesivo de la proposición precedente.

4.1274 La cuestión acerca de la existencia de un concepto formal es un sinsentido, pues ninguna proposición puede responder a tal cuestión.

(Por ejemplo, no podemos preguntar: «¿Hay proposiciones de sujeto predicado inanalizables?»)

4.128 Las formas lógicas son *anuméricas*.

No hay pues, en lógica números privilegiados, no hay tampoco ningún monismo o dualismo filosófico, etc.

4.2 Der Sinn des Satzes ist seine Übereinstimmung, und Nichtübereinstimmung mit den Möglichkeiten des Bestehens und Nichtbestehens der Sachverhalte.

4.21 Der einfachste Satz, der Elementarsatz, behauptet das Bestehen eines Sachverhaltes.

4.211 Ein Zeichen des Elementarsatzes ist es, daß kein Elementarsatz mit ihm in Widerspruch stehen kann.

4.22 Der Elementarsatz besteht aus Namen. Er ist ein Zusammenhang, eine Verkettung, von Namen.

4.221 Es ist offenbar, daß wir bei der Analyse der Sätze auf Elementarsätze kommen müssen, die aus Namen in unmittelbarer Verbindung bestehen. Es fragt sich hier, wie kommt der Satzverband zustande.

4.2211 Auch wenn die Welt unendlich komplex ist, so daß jede Tatsache aus unendlich vielen Sachverhalten besteht und jeder Sachverhalt aus unendlich vielen Gegenständen zusammengesetzt ist, auch dann müßte es Gegenstände und Sachverhalte geben.

4.23 Der Name kommt im Satz nur im Zusammenhange des Elementarsatzes vor.

4.24 Die Namen sind die einfachen Symbole, ich deute sie durch einzelne Buchstaben («x», «y», «z») an.

Den Elementarsatz schreibe ich als Funktion der Namen in der Form: »fx«, »ö(x,y)«, etc.

Oder ich deute ihn durch die Buchstaben  $p$ ,  $q$ ,  $r$  an.

4.2 El sentido de la proposición es su acuerdo o desacuerdo con las posibilidades de existencia y no existencia del hecho atómico.

4.21 La proposición más simple, la proposición elemental, afirma la existencia de un hecho atómico.

4.211 Un signo característico de las proposiciones elementales es que ninguna proposición elemental puede estar en contradicción con ella.

4.22 La proposición elemental consta de nombres. Es una conexión, una concatenación de nombres.

4.221 Es patente que en el análisis de las proposiciones debemos llegar a proposiciones elementales, las cuales constan de nombres en unión inmediata.

Surge aquí la cuestión de cómo puede llegar a realizarse la conexión proposicional.

4.2211 Aunque el mundo fuese infinitamente complejo, de modo que cada hecho constase de infinidad de hechos atómicos, y cada hecho atómico se compusiese de un número infinito de objetos, incluso en este supuesto debería haber objetos y hechos atómicos.

4.23 El nombre se encuentra en la proposición sólo en el contexto de la proposición elemental.

4.24 Los nombres son los símbolos simples; yo los designo con letras particulares («x», «y», «z»).

La proposición elemental la escribo como función del nombre, en la forma «fx», «ö(x,y)», etcétera.

O también las designo por las letras  $p$ ,  $q$ ,  $r$ .



4.241 Gebrauche ich zwei Zeichen in ein und derselben Bedeutung, so drücke ich dies aus, indem ich zwischen beide das Zeichen  $\equiv$  setze.

$a=b$  heißt also: das Zeichen  $a$  ist durch das Zeichen  $b$  ersetzbar.

(Führe ich durch eine Gleichung ein neues Zeichen  $b$  ein, indem ich bestimme, es solle ein bereits bekanntes Zeichen  $a$  ersetzen, so schreibe ich die Gleichung – Definition- (wie Russell) in der Form  $a=b$  Def. Die Definition ist eine Zeichenregel.)

4.242 Ausdrücke von der Form  $a=b$  sind also nur Behelfe der Darstellung; sie sagen nichts über die Bedeutung der Zeichen  $a$ ,  $b$  aus.

4.243 Können wir zwei Namen verstehen, ohne zu wissen, ob sie dasselbe Ding oder zwei verschiedene Dinge bezeichnen? – Können wir einen Satz, worin zwei Namen vorkommen, verstehen, ohne zu wissen, ob sie Dasselbe oder Verschiedenes bedeuten?

Kenne ich etwa die Bedeutung eines englischen und eines gleichbedeutenden deutschen Wortes, so ist es unmöglich, daß ich nicht weiß, daß die beiden gleichbedeutend sind; es ist unmöglich, daß ich sie nicht ineinander übersetzen kann.

Ausdrücke wie  $a=a$ , oder von diesen abgeleitet, sind weder Elementarsätze, noch sonst sinnvolle Zeichen. (Dies wird sich später zeigen.)

4.25 Ist der Elementarsatz wahr, so besteht der Sachverhalt; ist der Elementarsatz falsch, so besteht der Sachverhalt nicht.

4.26 Die Angabe aller wahren Elementarsätze beschreibt die Welt vollständig. Die Welt ist vollständig beschrieben durch die Angaben aller Elementarsätze plus der Angabe, welche von ihnen wahr und welche falsch sind.

4.241 Si yo uso los signos con uno y el mismo significado, lo expreso poniendo entre los dos el signo  $\equiv$ .

$a=b$  significa, pues, que el signo  $a$  es reemplazable por el signo  $b$ .

(Si yo introduzco por una ecuación un nuevo signo  $b$  para determinar que debe sustituir un signo  $x$  ya conocido, escribo (como Russell) la ecuación –definición- en la forma:  $a=b$  def. La definición es una regla simbólica.

4.242 Expresiones de la forma  $a=b$  son pues, tan sólo recursos de la representación: no dicen nada sobre el significado de los signos  $a$  y  $b$ .

4.243 ¿Podíamos entender dos nombres sin saber si designan la misma cosa o dos cosas diversas? ¿Podíamos entender una proposición en la que entren dos nombres sin saber si éstos significan la misma cosa o cosas diferentes?

Si yo conozco el significado de una palabra inglesa y de la correspondiente palabra alemana, es imposible que no sepa que tienen el mismo significado, es imposible que no sepa traducir la una en la otra.

Expresiones como  $a=a$ , u otras derivadas de ellas, no son ni proposiciones elementales ni signos con significado. (Esto lo señalaremos más tarde.)

4.25 Si la proposición elemental es verdadera, el hecho atómico existe; si es falsa, el hecho atómico no existe.

4.26 La enumeración de todas las proposiciones elementales verdaderas describe el mundo completamente. El mundo está completamente descrito por la especificación de todas las proposiciones elementales más la indicación de cuáles son verdaderas y cuáles falsas.

4.27 Bezüglich des Bestehens und Nichtbestehens von  $n$  Sachverhalten gibt es

$$K_n = \sum_{v=0}^n \binom{n}{v} \text{ Möglichkeiten.}$$

Es können alle Kombinationen der Sachverhalte bestehen, die andern nicht bestehen.

4.28 Diesen Kombinationen entsprechen ebenso viele Möglichkeiten der Wahrheit – und Falschheit- von  $n$  Elementarsätzen.

4.3 Die Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze bedeuten die Möglichkeiten des Bestehens und Nichtbestehens der Sachverhalte.

4.31 Die Wahrheitsmöglichkeiten können wir durch Schemata folgender Art darstellen ( »W« bedeutet »wahr«, »F« »falsch«. Die Reihen der »W« und »F« unter der Reihe der Elementarsätze bedeuten in leichtverständlicher Symbolik deren Wahrheitsmöglichkeiten):

$p$	$q$	$r$
W	W	W
F	W	W
W	F	W
W	W	F
F	F	W
F	W	F
W	F	F
F	F	F

$p$	$q$
W	W
F	W
W	F
F	F

$p$
W
F

4.27 Con relación a la existencia de  $n$  hechos atómicos hay

$$K_n = \sum_{v=0}^n \binom{n}{v} \text{ posibilidades.}$$

Es posible para todas las combinaciones de hechos atómicos existir, y a las otras no existir.

4.28 A estas combinaciones corresponde el mismo número de posibilidades de verdad –y de falsedad- de  $n$  proposiciones elementales.

4.3 La posibilidad de verdad de las proposiciones elementales significa las posibilidades de existencia y de no existencia de los hechos atómicos.

4.31 Las posibilidades de verdad pueden ser representadas por esquemas de la siguiente clase «V» significa «verdadero», «F» significa «falso». La serie de «V» y de «F» bajo la serie de las proposiciones elementales significan, en un simbolismo fácilmente inteligible, sus posibilidades de verdad):

$p$	$q$	$r$
V	V	V
F	V	V
V	F	V
V	V	F
F	F	V
F	V	F
V	F	F
F	F	F

$p$	$q$
V	V
F	V
V	F
F	F

$p$
V
F

4.4 Der Satz ist der Ausdruck der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze.

4.4 La proposición es la expresión del acuerdo y desacuerdo con la posibilidad de verdad y falsedad de las proposiciones elementales.

4.41 Die Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze sind die Bedingungen der Wahrheit und Falschheit der Sätze.

4.41 Las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales son las condiciones de la verdad y falsedad de las proposiciones.

4.411 Es ist von vornherein wahrscheinlich, daß die Einführung der Elementarsätze für das Verständnis aller anderen Satzarten grundlegend ist. Ja, das Verständnis der allgemeinen Sätze hängt *fühlbar* von dem der Elementarsätze ab.

4.411 Parece probable a primera vista que la introducción de las proposiciones elementales sea fundamental para la comprensión de todas la otras clases de proposiciones. En efecto, la comprensión de las proposiciones generales depende *sensiblemente* de las proposiciones elementales.

4.42 bezüglich der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung eines Satzes mit den Wahrheitsmöglichkeiten von  $n$  Elementarsätzen gibt es

4.42 Respecto del acuerdo y desacuerdo de una proposición con las posibilidades de verdad de  $n$  proposiciones fundamentales, hay

$$\sum_{\kappa=0}^{\kappa_n} \binom{\kappa_n}{\kappa} = L_n \text{ Möglichkeiten.}$$

$$\sum_{\kappa=0}^{\kappa_n} \binom{\kappa_n}{\kappa} = L_n \text{ posibilidades.}$$

4.43 Die Übereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten können wir dadurch ausdrücken, indem wir ihnen im Schema etwa das Abzeichen »W« (wahr) zuordnen.

4.43 Podríamos Expresar el acuerdo con las posibilidades de verdad coordinando con ellas, en el esquema, el signo «V» (verdadero)

Das Fehlen dieses Abzeichens bedeutet die Nichtübereinstimmung.

La ausencia de tal signo indica el desacuerdo.

4.431 Der Ausdruck der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze drückt die Wahrheitsbedingungen des Satzes aus.

4.431 La expresión de acuerdo y desacuerdo con las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales, expresa las condiciones de verdad de la proposición.

Der Satz ist der Ausdruck seiner Wahrheitsbedingungen. (Frege hat sie daher ganz richtig als Erklärung der Zeichen seiner Begriffsschrift vorausgeschickt. Nur ist die Erklärung des Wahrheitsbegriffes bei Frege falsch: Wären »das Wahre« und »das Falsche« wirklich Gegenstände und die Argumente in  $-p$

La proposición es la expresión de sus condiciones de verdad.

(Con toda razón, Frege la ha puesto al comienzo como aclaración de los signos de su simbolismo lógico. Sólo es falsa en Frege la explicación del concepto de verdad: si lo «verdadero» y lo «falso» fuesen realmente objetos y argumentos en  $-p$ ,

etc., dann wäre nach Freges Bestimmung der Sinn von »-p« keineswegs bestimmt.)

etc., entonces el sentido de «-p» no estaría, según la determinación de Frege, efectivamente determinado.)

4.4 Das Zeichen, welches durch die Zuordnung jener Abzeichen »W« und der Wahrheitsmöglichkeiten entsteht, ist ein Satzzeichen.

4.4 El signo que surge de la coordinación del signo «V» con las posibilidades de verdad, es un signo proposicional.

4.441 Es ist klar, daß dem Komplex der Zeichen »F« und »W« kein Gegenstand (oder Komplex von Gegenständen) entspricht; so wenig wie den horizontalen und vertikalen Strichen oder den Klammern. →Logische Gegenstände« gibt es nicht.

4.441 Es claro que al complejo de los signos «V» y «F» no corresponde ningún objeto (o complejo de objetos), lo mismo que no corresponde a las líneas verticales y horizontales o a los paréntesis. No hay «objetos lógicos».

Analoges gilt natürlich für alle Zeichen, die dasselbe ausdrücken wie die Schemata der »W« und »F«.

Lo mismo vale, naturalmente, para todos los signos que expresan lo mismo como los esquemas de «V» y «F».

4.442 Es ist z. B.:

4.442 Esto es por ejemplo:

<i>p</i>	<i>q</i>	
W	W	W
F	W	W
W	F	
F	F	W

<i>p</i>	<i>q</i>	
V	V	V
F	V	V
V	F	
F	F	V

ein Satzzeichen.

un signo proposicional.

(Frege's »Urteilstrich« » « ist logisch ganz bedeutungslos; er zeigt bei Frege (und Russell) nur an, daß diese Autoren die so bezeichneten Sätze für wahr halten. »f- < gehört daher ebensowenig zum Satzgefüge, wie etwa die Nummer des Satzes. Ein Satz kann unmöglich von sich selbst aussagen, date er wahr ist.)

(El signo «aseverativo» de Frege « » carece lógicamente, por entero, de significado; indica sólo en Frege (y en Russell) que estos autores tienen por verdaderas las proposiciones que llevan este signo « », que pertenece, pues a la proposición tan poco como el número de orden de ésta. Es imposible que una proposición pueda afirmar de sí misma que es verdadera.)

Ist die Reihenfolge der Wahrheitsmöglichkeiten im Schema durch eine Kombinationsregel ein für allemal festgesetzt, dann ist die letzte Kolonne allein schon ein Ausdruck der Wahrheitsbedingungen. Schreiben wir diese

Si la consecuencia de las posibilidades de verdad en el esquema está determinada, de una vez para siempre, por una regla de combinación, entonces la última columna es por sí misma una expresión de las condiciones de verdad. Si

Kolonne als Reihe hin, so wird das Satzzeichen zu: »(WW-W) ( $p, q$ )« oder deutlicher »(WWFW) ( $p, q$ )«. (Die Anzahl der Stellen in der linken Klammer ist durch die Anzahl der Glieder in der rechten bestimmt.)

4.45 Für  $n$  Elementarsätze gibt es  $L_n$  mögliche Gruppen von Wahrheitsbedingungen.

Die Gruppen von Wahrheitsbedingungen, welche zu den Wahrheitsmöglichkeiten einer Anzahl von Elementarsätzen gehören, lassen sich in eine Reihe ordnen.

4.46 Unter den möglichen Gruppen von Wahrheitsbedingungen gibt es zwei extreme Fälle.

In dem einen Fall ist der Satz für sämtliche Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze wahr. Wir sagen, die Wahrheitsbedingungen sind *tautologisch*.

Im zweiten Fall ist der Satz für sämtliche Wahrheitsmöglichkeiten falsch: Die Wahrheitsbedingungen sind *kontradiktorisch*. Im ersten Fall nennen wir den Satz eine Tautologie, im zweiten Fall eine Kontradiktion.

4.461 Der Satz zeigt was er sagt, die Tautologie und die Kontradiktion, daß sie nichts sagen.

Die Tautologie hat keine Wahrheitsbedingungen, denn sie ist bedingungslos wahr; und die Kontradiktion ist unter keiner Bedingung wahr.

Tautologie und Kontradiktion sind sinnlos. (Wie der Punkt von dem zwei Pfeile in entgegengesetzter Richtung auseinandergehen.)

(Ich weiß z. B. nichts über das Wetter, wenn ich weiß, daß es regnet oder nicht regnet.)

escribimos tal columna como una serie, el signo proposicional será: «(VV-V) ( $p, q$ )», o más claramente «(VVFV) ( $p, q$ )». El número de sitios en el paréntesis de la izquierda está determinado por el número de términos en el de la derecha.)

4.45 Para  $n$  proposiciones elementales se dan  $L_n$  grupos posibles de condiciones de verdad.

Los grupos de condiciones de verdad que pertenecen a las posibilidades de verdad de un número de proposiciones elementales pueden ordenarse en una serie.

4.46 Entre los posibles grupos de condiciones de verdad, hay dos casos extremos.

En uno la proposición es verdadera para todas las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales. Nosotros decimos que las condiciones de verdad son *tautológicas*.

En el otro caso la proposición es falsa para todas las posibilidades de verdad: las condiciones de verdad son *contradictorias*.

En el primer caso llamamos a la proposición una tautología, en el segundo caso una contradicción.

4.461 La proposición muestra aquello que dice; la tautología y la contradicción muestran que no dicen nada.

La tautología no tienen condiciones de verdad, pues es incondicionalmente verdadera; y la contradicción, bajo ninguna condición es verdadera.

La tautología y la contradicción carecen de sentido.

(Como el punto del cual parten dos flechas en direcciones opuestas.)

(Yo no sé, por ejemplo, nada sobre el tiempo, cuando yo sé que llueve o no llueve.)

4.4611 Tautologie und Kontradiktion sind aber nicht unsinnig; sie gehören zum Symbolismus, und zwar ähnlich wie die »0« zum Symbolismus der Arithmetik.

4.462 Tautologie und Kontradiktion sind nicht Bilder der Wirklichkeit. Sie stellen keine mögliche Sachlage dar. Denn jene läßt *jede* mögliche Sachlage zu, diese *keine*. In der Tautologie heben die Bedingungen der Übereinstimmung mit der Welt –die darstellenden Beziehungen- einander auf, so daß sie in keiner darstellenden Beziehung zur Wirklichkeit steht.

4.463 Die Wahrheitsbedingungen bestimmen den Spielraum, der den Tatsachen durch den Satz gelassen wird. (Der Satz, das Bild, das Modell, sind im negativen Sinne wie ein fester Körper, der die Bewegungsfreiheit der anderen beschränkt; im positiven Sinne, wie der von fester Substanz begrenzte Raum, worin ein Körper Platz hat.) Die Tautologie läßt der Wirklichkeit den ganzen -unendlichen- logischen Raum; die Kontradiktion erfüllt den ganzen logischen Raum und läßt der Wirklichkeit keinen Punkt. Keine von beiden kann daher die Wirklichkeit irgendwie bestimmen.

4.464 Die Wahrheit der Tautologie ist gewiß, des Satzes möglich, der Kontradiktion unmöglich. (Gewiß, möglich, unmöglich: Hier haben wir das Anzeichen jener Gradation, die wir in der Wahrscheinlichkeitslehre brauchen.)

4.465 Das logische Produkt einer Tautologie und eines Satzes sagt dasselbe, wie der Satz. Also ist jenes Produkt identisch mit dem Satz. Denn man kann das Wesentliche des Symbols nicht ändern, ohne seinen Sinn zu ändern.

4.4611 Tautología y contradicción no son, sin embargo, sinsentidos; pertenecen al simbolismo, del mismo modo que «0» pertenece al simbolismo de la aritmética.

4.4611 Tautología y contradicción no son figuras de la realidad. No representan ningún posible estado de cosas. En efecto, una permite *todos* los posibles estados de cosas; la otra, *ninguna*. En la tautología, las condiciones de acuerdo con el mundo –las relaciones representativas- se anulan recíprocamente en cuanto no están en ninguna relación representativa de la realidad.

4.463 Las condiciones de verdad determinan el campo que la proposición deja libre a los hechos.

(La proposición, la figura, el modelo, son en sentido negativo como un cuerpo sólido que limita el libre movimiento de los otros; en sentido positivo, como el espacio limitado por una sustancia sólida en la cual el cuerpo tiene su sitio.)

La tautología deja a la realidad todo el espacio lógico –infinito-; la contradicción llena todo el espacio lógico y no deja a la realidad ni un punto. Ninguna de las dos pueden, pues, determinar de ningún modo a la realidad.

4.464 La verdad de la tautología es cierta; la de las proposiciones, posible; la de las contradicciones, imposible.

(Cierto, posible, imposible: aquí tenemos la indicación de aquella gradación de la que tenemos necesidad en la teoría de la probabilidad)

4.465 El producto lógico de una tautología y de una proposición dice lo mismo que la proposición. Así, pues, tal producto es idéntico con la proposición. Pues no es posible alterar la esencia del símbolo sin alterar su sentido.

4.466 Einer bestimmten logischen Verbindung von Zeichen entspricht eine bestimmte logische Verbindung ihrer Bedeutungen; *jede beliebige* Verbindung entspricht nur den unverbundenen Zeichen.

Das heißt, Sätze die für jede Sachlage wahr sind, können überhaupt keine Zeichenverbindungen sein, denn sonst könnten ihnen nur bestimmte Verbindungen von Gegenständen entsprechen. (Und keine logischen Verbindung entspricht *keine* Verbindung der Gegenstände.)

Tautologie und Kontradiktion sind die Grenzfälle der Zeichenverbindung, nämlich ihre Auflösung.

4.4661 Freilich sind auch in der Tautologie und Kontradiktion die Zeichen noch miteinander verbunden, d. h. sie stehen in Beziehungen zu einander, aber diese Beziehungen sind bedeutungslos, dem *Symbol* unwesentlich.

4.5 Nun scheint es möglich zu sein, die allgemeinste Satzform anzugeben: das heißt, eine Beschreibung der Sätze *irgendeiner* Zeichensprache zu geben, so daß jeder mögliche Sinn durch ein Symbol, auf welches die Beschreibung paßt, ausgedrückt werden kann, und daß jedes Symbol, worauf die Beschreibung paßt, einen Sinn ausdrücken kann, wenn die Bedeutungen der Namen entsprechend gewählt werden.

Es ist klar, daß bei der Beschreibung der allgemeinsten Satzform *nur* ihr Wesentliches beschrieben werden darf, -sonst wäre sie nämlich nicht die allgemeinste.

Daß es eine allgemeine Satzform gibt, wird dadurch bewiesen, daß es keinen Satz geben darf, diesen Form man nicht hätte voraussehen (d. h. konstruieren) können. Die allgemeine Form des Satze ist: Es verhält sich so und so.

4.466 A una determinada unión lógica de signos corresponde una determinada unión lógica de sus significados: *cada unión* arbitraria corresponde sólo a signos no unidos.

Esto es, que las proposiciones que son verdaderas para cada estado de cosas no pueden de ningún modo ser uniones de signos, porque si no, sólo podrían corresponderlas uniones determinadas de objetos. (Y a una unión no lógica no corresponde *ninguna* unión de objetos.)

Tautología y contradicción son los casos límite de la unión de signos, es decir, su disolución.

4.4661 Naturalmente, los signos están también unidos unos con otros en la tautología y contradicción; es decir, están en relación unos con otros; pero estas relaciones carecen de significado, son inesenciales al *símbolo*.

4.5 Ahora parece posible dar la forma más general de la proposición; es decir, dar una descripción de las proposición; es decir, dar una descripción de las proposiciones de un simbolismo *cualquiera*, y también que todo sentido posible pueda expresarse por un símbolo que caiga bajo la descripción, y, por otra parte, que todo símbolo que caiga bajo la descripción pueda expresar un sentido si el significado de los nombres ha sido elegido en correspondencia.

Es claro que en la descripción de la forma más general de la proposición, *solo* puede ser descrito lo que le es esencial -de otro modo no sería la forma más general.

Que hay una forma general de la proposición se prueba por el hecho de que no pueda darse ninguna proposición cuya forma no se haya podido prever (es decir, construir). La forma general de la proposición es: tal y tal es lo que acaece.

4.51 Angenommen, mir wären *alle* Elementarsätze geben: Dann läßt sich einfach fragen: welche Sätze ich aus ihnen bilden. Und das sind *alle* Sätze und so sind sie begrenzt.

4.52 Die Sätze sind alles, was aus der Gesamtheit aller Elementarsätze folgt (natürlich auch daraus, daß e sie *Gesamtheit aller* ist). (So könnte man in gewissem Sinne sagen, daß alle Sätze Verallgemeinerungen der Elementarsätze sind.)

4.53 Die allgemeine Satzform ist eine Variable.

5 Der Satz ist eine Wahrheitsfunktion der Elementarsätze.  
(Der Elementarsatz ist eine Wahrheitsfunktion seiner selbst.)

5.01 Die Elementarsätze sind die Wahrheitsargumente des Satzes.

5.02 Es liegt nahe, die Argumente von Funktionen mit den Indices von Namen zu verwechseln. Ich erkenne nämlich sowohl am Argument wie am Index die Bedeutung des sie enthaltenden Zeichens.

In Russell's «+<sub>c</sub>» ist z.B. «c» ein Index, der darauf hinweist, daß das ganze Zeichen das Additionszeichen für Kardinalzahlen ist. Aber diese Bezeichnung beruht auf willkürlicher Übereinkunft und man könnte statt «+<sub>c</sub>» auch ein einfaches Zeichen wählen; in «-p» aber ist «p» kein Index, sondern ein Argument: der Sinn von «-p» kann nicht verstanden werden, ohne daß vorher der Sinn von «p» verstanden worden wäre. (Im Namen Julius Cäsar ist «Julius» ein Index. Der Index ist immer ein Teil einer Beschreibung des Gegenstandes, dessen Namen wir ihn anhängen. Z. B. Der Cäsar aus dem Geschlechte der Julier. )

4.51 Supongamos que se me dan *todas* las proposiciones elementales: entonces se puede preguntar simplemente: ¿qué proposiciones podría yo formar con ellas? Y éstas son *todas* las proposiciones y así están delimitadas.

4.52 Las proposiciones son todo aquello que se sigue de la totalidad de todas las proposiciones elementales. (Naturalmente, también del hecho de que es la *totalidad* de todas.) (Así podría decirse, en cierto sentido, que *todas* las proposiciones son generalizaciones de las proposiciones elementales.)

4.53 La forma general de la proposición es una variable.

5 La proposición es un valor de verdad de la proposición elemental.  
(La proposición elemental es una función de verdad de sí misma.)

5.01 Las proposiciones elementales son los argumentos de verdad de las proposiciones.

5.02 Es fácil confundir los argumentos de función con los índices de nombres. En efecto, tanto por el argumento como por el índice se reconoce el significado del signo que le contiene.

Así, por ejemplo, en «+<sub>c</sub>» de Russell, «c» es un índice que indica que el signo entero es el signo de adición para los números cardinales. Pero esta designación depende de un acuerdo arbitrario y se puede, pues, elegir un signo simple en vez de «+<sub>c</sub>». pero en «-p» «p» no es un índice, sino un argumento; el sentido de «-p» no puede entenderse si no se ha entendido previamente el sentido de «p». (En el nombre de Julio César, «Julio» es un índice. El índice es siempre parte de una descripción del objeto, a cuyo nombre va unido. Por ejemplo, *el* César de la familia Julia.)



Die Verwechslung von Argument und Index liegt, wenn ich mich nicht irre, der Theorie Frege's von der Bedeutung der Sätze und Funktionen zugrunde. Für Frege waren die Sätze der Logik Namen, und deren Argumente die Indices dieser Namen.

5.1 Die Wahrheitsfunktionen lassen sich in Reihen ordnen.

Das ist die Grundlage der Wahrscheinlichkeitslehre.

5.101 Die Wahrheitsfunktionen jeder Anzahl von Elementarsätzen lassen sich in einem Schema folgender Art hinschreiben:

(W W W W) (p, q)	Tautologie (Wenn p, so p; und wenn q, so q.)
(F W W W) (p, q)	in Worten: Nicht beides p und q. ( $\sim (p \cdot q)$ )
(W F W W) (p, q)	» Wenn q, so p. ( $q \supset p$ )
(W W F W) (p, q)	» Wenn p, so q. ( $p \supset q$ )
(W W W F) (p, q)	» p oder q. ( $p \vee q$ )
(F F W W) (p, q)	» Nicht q. ( $\sim q$ )
(F W F W) (p, q)	» Nicht p. ( $\sim p$ )
(F W W F) (p, q)	» p, oder q, aber nicht beide. ( $p \cdot \sim q : v : q \cdot \sim p$ )
(W F F W) (p, q)	» Wenn p, so q; und wenn q, so p. ( $p \equiv q$ )
(W F W F) (p, q)	» p
(W W F F) (p, q)	» q
(F F F W) (p, q)	» Weder p noch q. ( $\sim p \cdot \sim q$ ) oder ( $p \mid q$ )
(F F W F) (p, q)	» p und nicht q. ( $p \cdot \sim q$ )
(F W F F) (p, q)	» q und nicht p. ( $\sim p \cdot q$ )
(W F F F) (p, q)	» q und p. ( $q \cdot p$ )
(F F F F) (p, q)	Kontradiktion (p und nicht p; und q und nicht q.)
	( $p \cdot \sim p \cdot q \cdot \sim q$ )

Diejenigen Wahrheitsmöglichkeiten seiner Wahrheitsargumente, welche den Satz bewahrheiten, will ich seine *Wahrheitsgründe* nennen.

5.11 Sind die Wahrheitsgründe, die einer Anzahl von Sätzen gemeinsam sind, sämtlich auch Wahrheitsgründe eines bestimmten Satzes, so sagen wir, die Wahrheit dieses Satzes folge aus der Wahrheit jener Sätze.

5.12 Insbesondere folgt die Wahrheit eines Satzes «p» aus der Wahrheit eines anderen «q», wenn alle Wahrheitsgründe des zweiten Wahrheitsgründe des ersten sind.

La confusión entre argumento e índice está a la base, si no estoy en un error, de la teoría de Frege sobre el significado de las proposiciones y de las funciones. Para Frege, las proposiciones de la lógica serían nombres, y sus argumentos, los índices de estos nombres.

5.1 Las funciones de verdad se pueden ordenar en series.

Este es el fundamento de la teoría de la probabilidad.

5.101 Las funciones de verdad de cualquier número de proposiciones elementales, pueden escribirse en un esquema del tipo siguiente:

(V V V V) (p, q)	Tautología (Si p, entonces p; y si q, entonces q)
	[ $p \supset p \cdot q \supset q$ ].
(F V V V) (p, q)	En palabras: No conjuntamente p y q [ $\sim (p \cdot q)$ ]
(V F V V) (p, q)	» Si q, entonces p. [ $q \supset p$ ]
(V V F V) (p, q)	» Si p, entonces q [ $p \supset q$ ]
(V V V F) (p, q)	» p o q. [ $p \vee q$ ]
(F F V V) (p, q)	» No q. [ $\sim q$ ]
(F V F V) (p, q)	» No p. [ $\sim p$ ]
(F V V F) (p, q)	» p o q, no ambas. [ $p \cdot \sim q : v : q \cdot \sim p$ ]
(V F F V) (p, q)	» Si p, entonces q; y si q, entonces p. [ $p \equiv q$ ]
(V F V F) (p, q)	» p
(V V F F) (p, q)	» q
(F F F V) (p, q)	» Ni p ni q. [ $\sim p \cdot \sim q$ o $p \mid q$ ]
(F F V F) (p, q)	» p y no q. [ $p \cdot \sim q$ ]
(F V F F) (p, q)	» q y no p. [ $\sim p \cdot q$ ]
(V F F F) (p, q)	» p y q. [ $p \cdot q$ ]
(F F F F) (p, q)	Kontradiktion (p y no p; y q y no q.)
	[ $p \cdot \sim p \cdot q \cdot \sim q$ ]

A aquellas posibilidades de verdad de sus argumentos de verdad que verifican la proposición, los llamo *fundamentos de la verdad*.

5.11 Si los fundamentos de verdad que son comunes a un número de proposiciones son también todos los fundamentos de verdad de una cierta proposición se sigue de la verdad de aquellas proposiciones.

5.12 En particular, la verdad de una proposición «p» se sigue de la verdad de otra proposición «q», si todos los fundamentos de verdad de la segunda son fundamentos de verdad de la primera.

5.121 Die Wahrheitsgründe, des einen sind in denen des anderen enthalten;  $p$ , folgt aus  $q$ .

5.122 Folgt  $p$  aus  $q$ , so ist der Sinn von « $p$ » im Sinne von « $q$ » enthalten.

5.123 Wenn ein Gott eine Welt erschafft, worin gewisse Sätze wahr sind, so schafft er damit auch schon eine Welt, in welcher alle ihre Folgesätze stimmen. Und ähnlich könnte er keine Welt schaffen, worin der Satz « $p$ » wahr ist, ohne seine sämtlichen Gegenstände zu schaffen.

5.124 Der Satz bejaht jeden Satz, der aus ihm folgt.

5.1241 « $p \cdot q$ » ist einer der Sätze, welche « $p$ » bejahen und zugleich einer der Sätze, welche « $q$ » bejahen.

Zwei Sätze sind einander entgegengesetzt, wenn es keinen sinnvollen Satz gibt, der sie beide bejaht.

Jeder Satz der einem anderen widerspricht, verneint ihn.

5.13 Daß die Wahrheit eines Satzes aus der Wahrheit anderer Sätze folgt, ersehen wir aus der Struktur der Sätze.

5.131 Folgt die Wahrheit eines Satzes aus der Wahrheit anderer, so drückt sich dies durch Beziehungen aus, in welchen die Formen jener Sätze zu einander stehen; und zwar brauchen wir sie nicht erst in jene Beziehungen zu setzen, indem wir sie in einem Satz miteinander verbinden, sondern diese Beziehungen sind intern und bestehen, sobald, und dadurch, daß jene Sätze bestehen.

5.121 Los fundamentos de verdad de una están contenidos en los de otra;  $p$  se sigue de  $q$ .

5.122 Si  $p$  se sigue de  $q$ , el sentido de « $p$ » se sigue de « $q$ ».

5.123 Si un Dios crea un mundo en el cual ciertas proposiciones son verdaderas, crea también un mundo en el cual todas las proposiciones que derivan de ellas son verdaderas. Y de modo semejante, no puede crear un mundo en el cual la proposición « $p$ » sea verdadera sin crear todos sus objetos.

5.124 Una proposición asevera toda proposición que se siga de ella.

5.1241 « $p \cdot q$ » es una de las proposiciones que aseveran « $p$ » y al mismo tiempo una de las proposiciones que aseveran « $q$ ».

Dos proposiciones son opuestas entre sí si no hay una proposición con significado que asevera a ambas.

Toda proposición que contradice a otra la niega.

5.13 Que la verdad de una proposición se siga de la verdad de otra proposición lo percibimos por la estructura de las proposiciones.

5.131 Si la verdad de una proposición se sigue de la verdad de otra, esto se expresa por las relaciones en que están, unas respecto de otras, las formas de las proposiciones; y no es necesario que las pongamos en estas relaciones uniéndolas entre sí en una proposición. Pues estas relaciones son internas y existen.

5.1311 Wenn wir von  $pvq$  und  $\neg p$  auf  $q$  schließen, so ist hier durch die Bezeichnungweise die Beziehung der Satzformen von « $pvq$ » und « $\neg p$ » verhüllt. Schreiben wir aber z.B. statt « $pvq$ » « $p|q$ » und statt « $\neg p$ » « $p|p$ » ( $p|q$ =weder  $p$ , noch  $q$ ), so wird der innere Zusammenhang offenbar.

(Daß man aus  $(x).fx$  auf  $fa$  schließen kann, das zeigt, daß die Allgemeinheit auch im Symbol « $(x).fx$ » vorhanden ist.)

5.132 Folgt  $p$  aus  $q$ , so kann ich von  $q$  auf  $p$  schließen;  $p$  aus  $q$  folgern.

Die Art des Schlusses ist allein aus den beiden Sätzen zu entnehmen.

Nur sie selbst können den Schluß rechtfertigen.

«Schlußgesetze», welche –wie bei Frege und Russell- die Schlüsse rechtfertigen sollen, sind sinnlos, und wären überflüssig.

5.133 Alles Folgen geschieht *a priori*.

5.134 Aus einem Elementarsatz läßt sich kein anderer folgern.

5.135 Auf keine Weise kann aus dem Bestehen irgendeiner Sachlage auf das Bestehen einer, von ihr gänzlich verschiedenen Sachlage geschlossen werden.

5.136 Einen Kausalnex, der einen solchen Schluß rechtfertigt, gibt es nicht.

5.1361 Die Ereignisse der Zukunft können wir nicht aus den gegenwärtigen erschließen.

Der Glaube an den Kausalnex ist der *Aberglaube*.

5.1362 Die Willensfreiheit besteht darin, daß zukünftige Handlungen jetzt nicht gewußt werden können. Nur dann könnten wir sie wissen, wenn die Kausalität eine *innere* Notwendigkeit wäre, wie die des

5.1311 Si concluimos de  $pvq$  y  $\neg p$  a  $q$ , la relación entre las formas de las proposiciones « $pvq$ » y « $\neg p$ » queda oculta por el modo de designación. Pero si escribimos, por ejemplo, en vez de « $pvq$ » « $p|q$ » y en vez de « $\neg p$ » « $p|p$ » ( $p|q$ =ni  $p$  ni  $q$ ), entonces la conexión interna resulta obvia.

(Que de  $(x).fx$  se pueda concluir  $fa$  muestra que la generalidad está también presente en el símbolo « $(x).(fx)$ ».)

5.132 Si  $p$  se sigue de  $q$  yo puedo concluir de  $q$  a  $p$ ; inferir  $p$  de  $q$ .

El modo de inferencia se obtiene sólo de las dos proposiciones.

Sólo las dos proposiciones pueden justificar la inferencia.

«Leyes de inferencia» que –como en Frege y Russell- hayan de justificar la inferencia, no tienen sentido y son superfluas.

5.133 Toda inferencia es *a priori*.

5.134 De una proposición elemental no se puede inferir ninguna otra.

5.135 De ningún modo es posible inferir de la existencia de un estado de cosas la existencia de otro estado de cosas enteramente diferente de aquél.

5.136 No existe un nexo causal que justifique tal inferencia.

5.1361 No podemos inferir los acontecimientos futuros de los presentes.

La fe en el nexo causal es la *superstición*.

5.1362 La libertad de la voluntad consiste en que no podemos conocer ahora las acciones futuras. Sólo podríamos conocerlas si la causalidad fuese una necesidad *interna*, la necesidad de la con-

logischen Schlusses. –Der Zusammenhang von Wissen und Gewußtem, ist der der logischen Notwendigkeit.  
(«A weiß, daß  $p$  der Fall ist» ist sinnlos, wenn  $p$  eine Tautologie ist.)

5.1363 Wenn daraus, daß ein Satz uns einleuchtet, nicht folgt, daß er wahr ist, so ist das Einleuchten auch keine Rechtfertigung für unseren Glauben an seine Wahrheit.

5.14 Folgt ein Satz aus einem anderen, so sagt dieser mehr als jener, jener weniger als dieser.

5.141 Folgt  $p$  aus  $q$  und  $q$  aus  $p$ , so sind sie ein und derselbe Satz.

5.142 Die Tautologie folgt aus allen Sätzen: sie sagt Nichts.

5.143 Die Kontradiktion ist das Gemeinsame der Sätze, was *kein* Satz mit einem anderen gemein hat. Die Tautologie ist das Gemeinsame aller Sätze, welche nichts miteinander gemein haben.

Die Kontradiktion verschwindet sozusagen ausserhalb, die Tautologie innerhalb aller Sätze.

Die Kontradiktion ist die äußere Grenze der Sätze, die Tautologie ist substanzloser Mittelpunkt.

5.15 Ist  $W_r$  die Anzahl der Wahrheitsgründe des Satzes » $r$ «,  $W_s$  die Anzahl derjenigen Wahrheitsgründe des Satzes » $s$ «, die zugleich Wahrheitsgründe von » $r$ « sind, dann nennen wir das Verhältnis:  $W_s : W_r$  das Maß der *Wahrscheinlichkeit*, welche der Satz » $r$ « dem Satz » $s$ « gibt.

5.151 Sei in einem Schema wie dem obigen in No. 5.101  $W_r$  die Anzahl der » $W$ « im Satze  $r$ ,  $W_s$  die Anzahl derjenigen » $W$ « im Satze  $s$ , die in gleichen Kolonnen mit » $W$ « des Satzes  $r$  stehen. Der Satz  $r$  gibt dann

ción lógica. La conexión entre conocer y conocido es la de la necesidad lógica.  
(« $A$  conoce que  $p$  acaece» no tiene sentido si  $p$  es una tautología.)

5.1363 Lo mismo que del hecho de que una proposición nos sea evidente, no *se sigue* que sea verdadera, del mismo modo la evidencia no justifica nuestra creencia en su verdad.

5.14 Si una proposición se sigue de otra, la última dice más que la primera, la primera menos que la última.

5.141 Si  $p$  deriva de  $q$  y  $q$  de  $p$  son una y la misma proposición.

5.142 La tautología se sigue de todas las proposiciones: no dice nada.

5.143 La contradicción es algo común entre las proposiciones que *ninguna* proposición tiene en común con otra. La tautología es aquello común a todas las proposiciones que no tienen nada en común entre sí.

La contradicción se oculta, por así decirlo, fuera de todas las proposiciones; la tautología, dentro.

La contradicción es el límite externo de las proposiciones. La tautología, su centro insustancial.

5.15 Si  $V_r$  es el número de los fundamentos de verdad de la proposición » $r$ « y  $V_s$  el número de aquellos fundamentos de verdad de la proposición » $s$ « que son al mismo tiempo los fundamentos de verdad de » $r$ «, entonces llamamos a la relación  $V_s : V_r$  la medida de la *probabilidad* que la proposición » $r$ « da a la proposición » $s$ «.

5.151 Sea en un esquema semejante al del número 5.101,  $V_r$  el número de las » $V$ « en la proposición  $r$ ;  $V_s$  el número de » $V$ « en la proposición  $s$  que se encuentra en la misma columna que » $V$ « de la proposición  $r$ .

dem Satze  $s$  die Wahrscheinlichkeit:  $W_s$ ;  $W_r$ .

5.1511 Es gibt keinen besonderen Gegenstand, der den Wahrscheinlichkeitssätzen eigen wäre.

5.152 Sätze, welche keine Wahrheitsargumente mit einander gemein haben, nennen wir von einander unabhängig.

Zwei Elementarsätze geben einander die Wahrscheinlichkeit  $1/2$ .

Folgt  $p$  aus  $q$ , so gibt der Satz » $q$ « dem Satz » $p$ « die Wahrscheinlichkeit 1. Die Gewißheit des logischen Schlusses ist ein Grenzfall der Wahrscheinlichkeit.

(Anwendung auf Tautologie und Kontradiktion.)

5.153 Ein Satz ist an sich weder wahrscheinlich noch unwahrscheinlich. Ein Ereignis trifft ein, oder es trifft nicht ein, ein Mittelding gibt es nicht.

5.154 In einer Urne seien gleichviel weiße und schwarze Kugeln (und keine anderen). Ich ziehe eine Kugel nach der anderen und lege sie wieder in die Urne zurück. Dann kann ich durch den Versuch feststellen, daß sich die Zahlen der gezogenen schwarzen und weißen Kugeln bei fortgesetztem Ziehen einander nähern.

Das ist also kein mathematisches Faktum.

Wenn ich nun sage: Es ist gleich wahrscheinlich, daß ich eine weiße Kugel wie eine schwarze ziehen werde, so heißt das: Alle mir bekannten Umstände (die hypothetisch angenommenen Naturgesetze mitinbegriffen) geben dem Eintreffen des einen Ereignisses nicht mehr Wahrscheinlichkeit als dem Eintreffen des anderen. Das heißt, sie geben –wie aus den obigen Erklärungen leicht zu entnehmen ist– jedem die Wahrscheinlichkeit  $1/2$ .

Entonces la proposición  $r$  da a la proposición  $s$  la probabilidad  $V_{rs}$ :  $V_r$ .

5.1511 No hay ningún objeto especial que sea propio de las proposiciones-probabilidades.

5.152 A las proposiciones que no tienen ningún argumento de verdad en común las llamamos independientes entre sí.

Dos proposiciones elementales dan recíprocamente la probabilidad  $1/2$ .

Si  $p$  se sigue de  $q$ , la proposición » $q$ « da a la proposición » $p$ « la probabilidad 1. La certeza de la conclusión lógica es un caso límite de la probabilidad.

(Aplicación a la tautología y contradicción.)

5.153 Una proposición no es en sí misma ni probable ni improbable. Un acontecimiento ocurre o no ocurre; no hay término medio.

5.154 En una urna hay el mismo número de bolas blancas y negras (y no otras). Yo extraigo una bola después de otra y las vuelvo a poner en la urna. Así puedo determinar, por un experimento, que el número de las bolas negras y el de las blancas extraídas tiende a aproximarse según prosigue la extracción.

Esto no es ningún hecho matemático.

Ahora, si yo digo: Es igualmente probable que extraiga una bola negra que una blanca, esto significa que todas las circunstancias que me son conocidas (incluyendo las leyes de la naturaleza hipotéticamente admitidas) no me dan más la probabilidad de que ocurra un acontecimiento que la de que ocurra otro. Se da, pues –como se puede fácilmente comprender por la explicación anterior–, para cada posible acontecimiento la probabilidad  $1/2$ .

Was ich durch den Versuch bestätige, ist, daß das Eintreffen der beiden Ereignisse von den Umständen, die ich nicht näher hängig ist.

5.155 Die Einheit des Wahrscheinlichkeitssatzes ist: Die Umstände –die ich sonst nicht weiter kenne- geben dem Eintreffen eines bestimmten Ereignisses den und den Grad der Wahrscheinlichkeit.

5.156 So ist die Wahrscheinlichkeit eine Verallgemeinerung. Sie involviert eine allgemeine Beschreibung einer Satzform. Nur in Ermanglung der Gewißheit gebrauchen wir die Wahrscheinlichkeit. – Wenn wir zwar eine Tatsache nicht vollkommen kennen, wohl aber *etwas* über ihre Form wissen. (Ein Satz kann zwar ein unvollständiges Bild einer gewissen Sachlage sein, aber er ist immer *ein* vollständiges Bild.) Der Wahrscheinlichkeitssatz ist gleichsam ein Auszug aus anderen Sätzen.

5.2 Die Strukturen der Sätze stehen in internen Beziehungen zu einander.

5.21 Wir können diese internen Beziehungen dadurch in unserer Ausdrucksweise hervorheben, daß wir einen Satz als Resultat einer Operation darstellen, die ihn aus anderen Sätzen (den Basen der Operation) hervorbringt.

5.22 Die Operation ist der Ausdruck einer Beziehung zwischen den Strukturen ihres Resultats und ihrer Basen.

5.23 Die Operation ist das, was mit dem einen Satz geschehen muß, um aus ihm den anderen zu machen.

5.231 Und das wird natürlich von ihren formalen Eigenschaften, von der internen Ähnlichkeit ihrer Formen abhängen.

Lo que yo verifico por el experimento es que el que ocurran los dos acontecimientos es independiente de las circunstancias que no me son conocidas como más próximas.

5.155 La unidad de la proposición-probabilidad es: las circunstancias –las cuales yo no conozco con la suficiente amplitud- dan al ocurrir de un acontecimiento determinado tal y tal grado de probabilidad.

5.156 Probabilidad es una generalización. Esto implica una descripción general de una forma proposicional. Sólo en defecto de la certeza utilizamos la probabilidad. Aun cuando no conozcamos perfectamente un hecho, sabemos, sin embargo, *algo* sobre su forma. (Una proposición puede ser una figura incompleta de un cierto estado de cosas, pero es siempre una figura completa.) La proposición-probabilidad es algo semejante a un extracto de otras proposiciones.

5.2 Las estructuras de las proposiciones están unas respecto de otras en relaciones internas.

5.21 Nosotros podemos poner de relieve estas internas relaciones en nuestros modos de expresión, presentando una proposición como el Resultado de una operación que la obtiene de otras proposiciones (las bases de la operación).

5.22 La operación es la expresión de una relación entre las estructuras de su resultado y sus bases.

5.23 La operación es aquello que hay que hacer con una proposición para obtener otra de ella.

5.231 Y esto depende, naturalmente, de sus propiedades formales, de la interna semejanza de sus formas.

5.232 Die interne Relation, die eine Reihe ordnet, ist äquivalent mit der Operation, durch welche ein Glied aus dem anderen entsteht.

5.233 Die Operation kann erst dort auftreten, wo ein Satz auf logisch bedeutungsvolle Weise aus einem anderen entsteht. Also dort, wo die logische Konstruktion des Satzes anfängt.

5.234 Die Wahrheitsfunktionen der Elementarsätze sind Resultate von Operationen, die die Elementarsätze als Basen haben. (Ich nenne diese Operationen Wahrheitsoperationen.)

5.2341 Der Sinn einer Wahrheitsfunktion Funktion des Sinnes von  $p$ .  
Verneinung, logische Addition, logische Multiplikation, etc., etc. sind Operationen. (Die Verneinung verkehrt den Sinn des Satzes.)

5.24 Die Operation zeigt sich in einer Variablen; sie zeigt, wie man von einer Form von Sätzen zu einer anderen gelangen kann.  
Sie bringt den Unterschied der Formen zum Ausdruck. (Und das Gemeinsame zwischen den Basen und dem Resultat der Operation sind eben die Basen.)

5.241 Die Operation kennzeichnet keine Form, sondern nur den Unterschied der Formen.

5.242 Dieselbe Operation, die  $\lceil q \rceil$  aus  $\lceil p \rceil$  macht, macht aus  $\lceil q \rceil$   $\lceil r \rceil$  usf. Dies kann nur darin ausgedrückt sein, dass  $\lceil p \rceil$ ,  $\lceil q \rceil$ ,  $\lceil r \rceil$ , etc. Variable sind, die gewisse formale Relationen allgemein zum Ausdruck bringen.

5.25 Das Vorkommen der Operation charakterisiert den Sinn des Satzes nicht.

5.232 La relación interna que ordena una serie es equivalente a la operación por la cual un término procede de otro.

5.233 La operación puede tener lugar primeramente cuando una proposición procede de otra de un modo lógicamente significativo. Es decir, cuando comienza la construcción lógica de la proposición.

5.234 Las funciones de verdad de la proposición elemental son resultados de operaciones que tienen por base las proposiciones elementales. (Llamo a estas operaciones, operaciones de verdad)

5.2341 El sentido de una función de verdad de  $p$  es una función del sentido de  $p$ .  
Negación, adición lógica, multiplicación lógica, etc., etc., son operaciones. (La negación invierte el sentido de una proposición.)

5.24 La operación se muestra en una variable; muestra cómo podemos pasar de una forma de proposición a otra.  
La operación da expresión a las diferencias de las formas. (Y aquello que hay de común entre las bases y el resultado de la operación son propiamente las bases.)

5.241 La operación no caracteriza ninguna forma sino sólo las diferencias de las formas.

5.242 La misma operación que obtiene  $\lceil q \rceil$  de  $\lceil p \rceil$  obtiene  $\lceil r \rceil$  de  $\lceil q \rceil$  y así sucesivamente. Esto sólo puede expresarse por el hecho de que  $\lceil p \rceil$ ,  $\lceil q \rceil$ ,  $\lceil r \rceil$ , etc., son variables que expresan de modo general ciertas relaciones formales.

5.25 El que ocurra una operación no caracteriza el sentido de una proposición.

Die Operation sagt ja nichts aus, nur ihr Resultat, und dies hängt von den Basen der Operation ab.

(Operation und Funktion dürfen nicht miteinander verwechselt werden.)

5.251 Eine Funktion kann nicht ihr eigenes Argument sein, wohl aber kann das Resultat einer Operation ihre eigene Basis werden.

5.252 Nur so ist das Fortschreiten von Glied zu Glied in einer Formenreihe (von Type zu Type in den Hierarchien Russells und Whiteheads) möglich. (Russell und Whitehead haben die Möglichkeit dieses Fortschreitens nicht zugegeben, aber immer wieder von ihr Gebrauch gemacht.)

5.2521 Die fortgesetzte Anwendung einer Operation auf ihr eigenes Resultat nenne ich ihre successive Anwendung ( »O'O'O'a« ist das Resultat der dreimaligen successiven Anwendung von »O'-i« auf »a«).

Im einem ähnlichen Sinne rede ich von der successiven Anwendung *mehrerer* Operationen auf eine Anzahl von Sätzen.

5.2522 Das allgemeine Glied einer Formenreihe  $a, O' a, O' O' a, \dots$  schreibe ich daher so: »[a,x,O'x]«. Dieser Klammersymbol ist eine Variable. Das erste Glied des Klammersymbols ist der Anfang der Formenreihe, das zweite die Form eines beliebigen Gliedes  $x$  der Reihe und das dritte die Form desjenigen Gliedes der Reihe, welches auf  $x$  unmittelbar folgt.

5.2523 Der Begriff der successiven Anwendung der Operation ist äquivalent mit dem Begriff »und so weiter«.

5.253 Eine Operation kann die Wirkung einer anderen rückgängig machen. Operationen können einander aufheben.

La operación no dice nada; sólo dice su resultado, y esto depende de las bases de la operación.

(No deben confundirse operación y función.)

5.251 Una función no puede ser su propio argumento, pero el resultado de una operación puede ser su propia base.

5.252 Sólo por este procedimiento es posible el progreso de un término a otro término en una serie formal (de tipo a tipo en la jerarquía de Russell y de Whitehead). (Russell y Whitehead no han admitido la posibilidad de este progreso, pero han hecho uso de él continuamente.)

5.2521 A la aplicación repetida de una operación a su propio resultado le llamo su sucesiva aplicación (»O' O' O' a« es el resultado de la triple aplicación sucesiva de »O'-i« a »a«).

En un sentido semejante hablo yo de la -aplicación sucesiva de múltiples operaciones a un número de proposiciones.

5.2522 El término general de la serie formal  $a, O' a, O' O' a, \dots$  lo escribo, pues, así: »[ a, x, O' x ]«. Esta expresión entre paréntesis es una variable. El primer término de la expresión es el comienzo de la serie formal; el segundo, la forma de un término cualquiera de la serie, y el tercero, la forma de aquel término de la serie que sigue inmediatamente a  $x$ .

5.2523 El concepto de la aplicación sucesiva de una operación es equivalente al concepto de »y así sucesivamente«.

5.253 Una operación puede invertir el efecto de otra. Las operaciones pueden anularse unas a las otras.



5.254 Die Operation kann verschwinden (z.B. die Verneinung in » - - p« - - p=p).

5.3 Alle Sätze sind Resultate von Wahrheitsoperationen mit den Elementarsätzen.

Die Wahrheitsoperation ist die Art und Weise, wie aus den Elementarsätzen die Wahrheitsfunktion entsteht. Nach dem Wesen der Wahrheitsoperationen wird auf die gleiche Weise, wie aus den Elementarsätzen ihre Wahrheitsfunktion, aus Wahrheitsfunktionen eine Neue. Jede Wahrheitsoperation erzeugt aus Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen wieder eine Wahrheitsfunktion von Elementarsätzen, einen Satz. Das Resultat jeder Wahrheitsoperation mit den Resultaten von Wahrheitsoperationen mit Elementarsätzen ist wieder das Resultat einer Wahrheitsoperation mit Elementarsätzen.

Jeder Satz ist das Resultat von Wahrheitsoperationen mit Elementarsätzen.

5.31 Die Schemata No. 4.31 haben auch dann eine Bedeutung, wenn »p«, »q«, »r«, etc. nicht Elementarsätze sind. Und es ist leicht zu sehen, daß das Satzzeichen in No. 4.442, auch wenn »p« und »q« Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen sind, eine Wahrheitsfunktion von Elementarsätzen ausdrückt.

5.32 Alle Wahrheitsfunktionen sind Resultate der successiven Anwendung einer endlichen Anzahl von Wahrheitsoperationen auf die Elementarsätze.

5.4 Hier zeigt es sich, daß es »logische Gegenstände«, »logische Konstante« (im Sinne Frege und Russells) nicht gibt.

5.254 Las operaciones pueden desaparecer (por ejemplo, la negación en «- p». - - p=p).

5.3 Todas las proposiciones son el resultado de operaciones de verdad con proposiciones elementales.

La operación de verdad es el modo y manera de que resulte de las proposiciones elementales la función de verdad.

De acuerdo con la naturaleza de las operaciones de verdad, del mismo modo que de las proposiciones elementales nace su función de verdad, de las funciones de verdad nace una nueva. Cada operación de verdad crea de las funciones de verdad de las proposiciones elementales otra función de verdad de proposiciones elementales, es decir, una proposición. El resultado de cada operación de verdad sobre el resultado de las operaciones de verdad sobre las proposiciones elementales es también el resultado de una operación de verdad sobre las proposiciones elementales.

Toda proposición es el resultado de operaciones de verdad sobre proposiciones elementales.

5.31 El esquema núm. 4:31 tiene también un significado si « p », « q », « r », etc., no son proposiciones elementales. Y es fácil ver que el signo proposicional en el núm. 4.42 expresa una función de verdad de las proposiciones elementales, aun que »p«, »q« sean funciones de verdad de las proposiciones elementales.

5.32 Todas las funciones de verdad son resultado de la sucesiva aplicación de un número finito de operaciones de verdad a proposiciones elementales.

5.4 Aparece, pues, claro que no hay «objetos lógicos», «constantes lógicas» (en el sentido de Frege y de Russell).

5.41 Denn: Alle Resultate von Wahrheitsoperationen mit Wahrheitsfunktionen sind identisch, welche eine und dieselbe Wahrheitsfunktion von Elementarsätzen sind.

5.42 Daß  $\vee$ ,  $\supset$ , etc. nicht Beziehungen im Sinne von rechts und links etc. sind, leuchtet ein.

Die Möglichkeit des kreuzweisen Definierens der logischen »Urzeichen« Freges und Russells zeigt schon, daß dies keine Urzeichen sind, und schon erst recht, daß sie keine Relationen bezeichnen. Und es ist offenbar, daß das » $\supset$ «, welches wir durch » - « und » $\vee$ « definieren, identisch ist mit dem, durch welches wir » $\vee$ « mit » - « definieren und daß dieses » $\vee$ « mit dem ersten identisch ist. Usw.

5.43 Daß aus einer Tatsache  $p$  unendlich viele *andere* folgen sollten, nämlich - -  $p$ , - - -  $p$ , etc., ist doch von vornherein kaum zu glauben. Und nicht weniger merkwürdig ist, daß die unendliche Anzahl der Sätze der Logik (der Mathematik) aus einem halben Dutzend »Grundgesetzen« folgen. Alle Sätze der Logik sagen aber dasselbe. Nämlich Nichts.

5.44 Die Wahrheitsfunktionen sind keine materiellen Funktionen.

Wenn man z.B. eine Bejahung durch doppelte Verneinung erzeugen kann, ist dann die Verneinung –in irgendeinem Sinn- in der Bejahung enthalten? Verneint » - -  $p$ « -  $p$ , oder bejaht es  $p$ ; oder beides?

Der Satz » - -  $p$ « handelt nicht von der Verneinung wie von einem Gegenstand; wohl aber ist die Möglichkeit der Verneinung in der Bejahung bereits präjudiziert.

Und gäbe es einen Gegenstand, der » - « hieße, so müßte » - -  $p$ « etwas anderes sagen als » $p$ «. Denn der eine Satz würde dann eben von – handeln, der andere nicht.

5.41 Así, pues, todos aquellos resultados de operaciones de verdad sobre funciones de verdad, que son una y la misma función de verdad de las proposiciones elementales, son idénticos.

5.42 Es evidente que  $\vee$ ,  $\supset$ , etc., no son relaciones en el sentido de derecha e izquierda, etc.

La posibilidad de una definición en cruz de los «signos primitivos» lógicos de Frege y Russell, muestra por sí misma que no son signos primitivos y que no designan relaciones.

Y es claro que el « $\supset$ » que definíamos mediante « - » y « $\vee$ » es idéntico a aquel con el cual definíamos « $\vee$ » mediante « - », y que este « $\vee$ » es idéntico con el primero, y así sucesivamente.

5.43 Que de un hecho  $p$  deban seguirse infinitos otros, a saber: - -  $p$ , - - -  $p$ , etc., cuesta mucho creerlo, y no menos sorprendente es que el infinito número de proposiciones de la lógica (de la matemática) derive de media docena de «proposiciones primitivas».

Todas las proposiciones de la lógica dicen lo mismo. Es decir, nada.

5.44 Las funciones de verdad no son funciones materiales.

Si, por ejemplo, una afirmación puede producirse por negaciones repetidas, ¿está la negación –en cierto sentido- contenida en la afirmación? ¿niega« - -  $p$ » -  $p$  o afirma  $p$ ; o una y otra cosa.?

La proposición «  $\sim \sim p$  » -no trata de la negación como de un objeto, sino que la posibilidad de la negación está ya prejuzgada en la afirmación.

Y si existiese un objeto llamado « - », entonces « - -  $p$  » debería decir algo distinto a « $p$ ». Pues una proposición trataría de -, la otra no.

5.441 Dieses Verschwinden der scheinbaren logischen Konstanten tritt auch ein, wenn » - ( $\checkmark$ x). - fx« dasselbe sagt wie »(x).fx«, oder »( $\checkmark$ x).fx.x =a« dasselbe wie »fa«.

5.442 Wenn uns ein Satz gegeben ist, so sind mit ihm auch schon die Resultate aller Wahrheitsoperationen, die ihn zur Basis haben, gegeben.

5.45 Gibt es logische Urzeichen, so muß eine richtige Logik ihre Stellung zueinander klar machen und ihr Dasein rechtfertigen. Der Bau der Logik *aus* ihren Urzeichen muß klar werden.

5.451 Hat die Logik Grundbegriffe, so müssen sie von einander unabhängig sein. Ist ein Grundbegriff eingeführt, so muß er in allen Verbindungen eingeführt sein, worin er überhaupt vorkommt. Man kann ihn also nicht zuerst für *eine* Verbindung, dann noch einmal für eine andere einführen. Z.B.: Ist die Verneinung eingeführt, so müssen wir sie jetzt in Sätzen von der Form » - p« ebenso verstehen, wie in Sätzen wie » - (pvq)«, »( $\checkmark$ x). - fx« u. a. Wir dürfen sie nicht erst für die eine Klasse von Fällen, dann für die andere einführen, denn es bliebe dann zweifelhaft, ob ihre Bedeutung in beiden Fällen die gleiche wäre und es wäre kein Grund vorhanden, in beiden Fällen dieselbe Art der Zeichenverbindung zu benutzen.

(Kurz, für die Einführung der Urzeichen gilt, *mutatis mutandis*, dasselbe, was Frege (Grundgesetze der Arithmetik) für die Einführung von Zeichen durch Definitionen gesagt hat.)

5.452 Die Einführung eines neuen Behelfes in den Symbolismus der Logik muß immer ein folgenschweres Ereignis sein. Kein neuer Behelf darf in die Logik – sozusagen, mit ganz unschuldiger Miene- in Klammern oder unter dem Strich eingeführt werden.

5.441 Esta desaparición de las constantes lógicas aparentes también ocurre si « - ( $\checkmark$ x) . - fx» dice lo mismo que «(x) . fx», o «( $\checkmark$ x) , fx . x=a» lo mismo que «fa».

5.442 Dada una proposición, con *ella* están ya dados los resultados de todas las operaciones de verdad que tiene de base.

5.45 Si hay signos primitivos lógicos, una lógica correcta debe aclarar sus posiciones respectivas y justificar su existencia. La construcción de la lógica *desde* sus signos primitivos, debe ser clara.

5.451 Si la lógica tiene ideas primitivas, éstas deben ser independientes unas de otras. Si se introduce una idea primitiva, debe introducirse en todo el contexto en el cual se encuentra. No se puede, pues, introducirla primero para un contexto, después para otro. Por ejemplo: Si se introduce la negación debemos entenderla tanto en las proposiciones de la forma « - p» como en las proposiciones « - (pvq)«, »( $\checkmark$ x). - fx» y otras. No podemos introducirla primero para una clase de casos y después para otra, pues permanecería dudoso cuando su significado fuese el mismo en los dos casos, y no habría ninguna razón para usar el mismo modo de simbolización en ambos.

(En resumen, que lo que Frege (*Grundgesetze der Arithmetik*) ha dicho acerca de la introducción de los signos mediante definiciones, vale, *mutatis mutandis*, para la introducción de los signos primitivos.)

5.452 La introducción de un nuevo expediente en el simbolismo de la lógica debe ser siempre un acontecimiento pleno de consecuencias. No se puede introducir en lógica ningún nuevo expediente entre paréntesis o al margen que tenga, por así decirlo, un aire absolutamente inocente.

(So kommen in den »Principia Mathematica« von Russen und Whitehead Definitionen und Grundgesetze in Worten vor. Warum hier plötzlich Worte? Dies bedürfte einer Rechtfertigung. Sie fehlt und muß fehlen, da das Vorgehen tatsächlich unerlaubt ist.) Hat sich aber die Einführung eines neuen Behelfes an einer Stelle als nötig erwiesen, so muß man sich nun sofort fragen: Wo muß dieser Behelf nun immer angewandt werden? Seine Stellung in der Logik muß nun erklärt werden.

5.453 Alle Zahlen der Logik müssen sich rechtfertigen lassen.  
Oder vielmehr: Es muß sich herausstellen, daß es in der Logik keine Zahlen gibt.  
Es gibt keine ausgezeichneten Zahlen.

5.454 In der Logik gibt es kein Nebeneinander, kann es keine Klassifikation geben.  
In der Logik kann es nicht Allgemeineres und Spezielleres geben.

5.4541 Die Lösungen der logischen Probleme müssen einfach sein, denn sie setzen den Standard der Einfachheit.  
Die Menschen haben immer geahnt daß es ein Gebiet von Fragen geben müsse, deren Antworten *-a priori-* symmetrisch, und zu einem abgeschlossenen, regelmäßigen Gebilde vereintliegen.  
Ein Gebiet, in dem der Satz gilt: *simplex sigillum veri*.

5.46 Wenn man die logischen Zeichen richtig so hätte man damit auch schon den Sinn aller ihrer Kombinationen eingeführt; also nicht nur »pvq« sondern auch schon »(pv - q)« etc. etc. Man hätte damit auch schon die Wirkung aller nur möglichen Kombinationen von Klammern eingeführt.

(Así, en los *Principia Mathematica* de Russell y Whitehead se encuentran definiciones y proposiciones primitivas en palabras. ¿Por qué aquí palabras de repente? Esto necesitaría una justificación. Esta falta, y tiene que faltar porque el procedimiento es de hecho ilícito.)

Pero si se ha demostrado la necesidad de introducir un nuevo expediente en un lugar, debemos sin más preguntarnos: ¿Dónde debe usarse *siempre* este expediente? Su posición en lógica debe aclararse.

5.453 En lógica todos los números deben ser susceptibles de justificación.  
O mejor; debe resultar esto: que en lógica no hay números.  
No hay números privilegiados.

5.454 En lógica no hay un estar uno al lado del otro, no puede darse ninguna clasificación.  
En lógica no puede darse un más general y un más especial.

5.4541 Las soluciones de los problemas lógicos deben ser sencillas, pues ellas establecen los tipos de la simplicidad.  
Los hombres han tenido siempre la vaga idea de que debía haber una esfera de cuestiones cuyas respuestas *-a priori-* estuviesen simétricamente unidas en una estructura acabada y regular.  
Una esfera en la cual sea válida la proposición: *simplex sigillum veri*.

5.46 Sí se introduce correctamente los signos lógicos, se introduce también con ellos el sentido de todas sus combinaciones; no sólo »pvq«, sino también »-(pv - q)«, etc., etc. Con esto se habría introducido también el efecto de todas las posibles combinaciones de paréntesis.

Und damit wäre es klar geworden, daß die eigentlichen allgemeinen Urzeichen nicht die » $p \vee q$ «, » $(\forall x) . fx$ «, etc. sind, sondern die allgemeinste Form ihrer Kombinationen.

5.461 Bedeutungsvoll ist die scheinbar unwichtige Tatsache, daß die logischen Scheinbeziehungen wie  $\vee$  und  $\supset$ , der Klammern bedürfen –im Gegensatz zu den wirklichen Beziehungen.

Die Benützung der Klammern mit jenen scheinbaren Urzeichen deutet ja schon darauf hin daß diese nicht die wirklichen Urzeichen sind. Und es wird doch wohl niemand glauben, daß die Klammern eine selbständige Bedeutung haben.

5.4611 Die logischen Operationszeichen sind Interpunktionen.

5.47 Es ist klar, daß alles, was sich überhaupt von *vornherein* über die Form aller Sätze sagen läßt, *sich auf einmal* sagen lassen muß.

Sind ja schon im Elementarsatze alle logischen Operationen enthalten. Denn » $fa$ « sagt dasselbe wie » $(\forall x) . fx . x=a$ «.

Wo Zusammengesetztheit- ist, da ist Argument und Funktion, und wo diese sind, sind bereits alle logischen Konstanten.

Man könnte sagen: Die Eine logische Konstante ist das, was *alle* Sätze, ihrer Natur nach, mit einander gemein haben.

Das aber ist die allgemeine Satzform.

5.471 Die allgemeine Satzform ist Das Wesen des Satzes.

5.4711 Das Wesen des Satzes angeben, heißt, das Wesen aller Beschreibung angeben, also das Wesen der Welt.

Y así se pondría en claro que los signos primitivos generales propiamente dichos no son » $p \vee q$ « » $(\forall x) . fx$ «, etc., etc., sino la forma más general de sus combinaciones.

5.461 Es muy significativo el hecho, en apariencia sin importancia, de que las pseudo-relaciones lógicas como  $\vee$  y  $\supset$  -contrariamente a las relaciones reales- tengan necesidad de paréntesis.

El uso de paréntesis con estos signos, aparentemente primitivos, indica que no son verdaderos signos primitivos; y, desde luego, nadie creará que los paréntesis tienen un significado por sí mismos.

5.4611 Los signos de las operaciones lógicas son interpunciones.

5.47 Es claro que todo lo que se pueda decir de *antemano* sobre la forma de *todas* las proposiciones, se puede decir de *una sola vez*.

Pues todas las operaciones lógicas están ya contenidas en las proposiciones elementales. Pues » $fa$ « dice lo mismo que » $(\forall x) . fx . x = a$ «.

Dónde hay composición hay argumento y función, y donde ellos están, ya están todas las constantes lógicas.

Se podría decir: La única constante lógica es aquello que todas las proposiciones tienen en común unas con otras según su naturaleza.

Pero ésta es la forma general de la proposición.

5.471 La forma general de la proposición es la esencia de la proposición.

5.4711 Dar la esencia de la proposición significa dar la esencia de toda descripción; o sea, la esencia del mundo.

5.472 Die Beschreibung der allgemeinsten Satzform ist die Beschreibung des einen und einzigen allgemeinen Urzeichens der Logik.

5.473 Die Logik muß für sich selber sorgen.

Ein *mögliches* Zeichen muß auch bezeichnen können. Alles was in der Logik möglich ist, ist auch erlaubt. (»Sokrates ist identisch« heißt darum nichts, weil es keine Eigenschaft gibt, die »identische« heißt. Der Satz ist unsinnig, weil wir eine willkürliche Bestimmung nicht getroffen haben, aber nicht darum, weil das Symbol an und für sich unerlaubt wäre.)

Wir können uns, in gewissem Sinne, nicht in der Logik irren.

5.4731 Das Einleuchten, von dem Russell so viel sprach, kann nur dadurch in der Logik entbehrlich werden, daß die Sprache selbst jeden logischen Fehler verhindert. – Daß die Logik *a priori* ist, besteht darin, daß nicht unlogisch gedacht werden *kann*.

5.4732 Wir können einem Zeichen nicht den unrechten Sinn geben.

5.47321 Occams Devise ist natürlich keine willkürliche, oder durch ihren praktischen Erfolg gerechtfertigte Regel: Sie besagt, daß unnötige Zeicheneiheiten nichts bedeuten. Zeichen, die Einen Zweck erfüllen, sind logisch äquivalent, Zeichen, die keinen Zweck erfüllen, logisch bedeutungslos.

5.4733 Frege sagt: Jeder rechtmäßig gebildete Satz muß einen Sinn haben; und ich sage; Jeder möglichste Satz ist rechtmäßig gebildet, und wenn er keinen Sinn hat, so kann das nur daran Liegen, daß wir einigen seiner Bestandteile keine *Bedeutung* gegeben haben.

5.472 La descripción de la forma más general de la proposición es la descripción del único y propio signo primitivo general de la lógica.

5.473 La lógica debe bastarse a sí misma.

Un signo *posible* debe también poder designar. Todo lo que en lógica es posible, está también permitido. («Sócrates es idéntico» no quiere decir nada, porque no hay ninguna propiedad que se llame «idéntico». Tal proposición no tiene sentido porque no habíamos establecido ninguna de terminación arbitraria, pero no porque el símbolo sea en y por sí mismo ilícito.)

En cierto sentido, en lógica no podemos equivocarnos.

5.4731 La evidencia, de la cual Russell tanto habla, sólo podría descartarse en lógica si el lenguaje mismo impidiese todo error lógico. –Que la lógica sea un *a priori* consiste en esto, en que no se *puede* pensar ilógicamente.

5.4732 No podemos dar a un signo un sentido falso.

5.47321 El principio de Ockam no es naturalmente una regla arbitraria ni tampoco una regla justificada por su éxito práctico: dice simplemente que todos los elementos *innecesarios* en un simbolismo no significan nada. Los signos que cumplen *un fin* son lógicamente equivalentes; los signos que no cumplen *ningún fin* carecen lógicamente de significado.

5.4733 Frege dice: Toda proposición legítimamente construida debe tener un sentido: y yo digo: Toda proposición posible está legítimamente construida, y si no tiene sentido esto se debe únicamente a que no le hemos dado un *significado* a cualquiera de sus partes constitutivas.

(Wenn wir auch glauben, es getan zu haben.)

So sagt »Sokrates ist identisch« darum nichts, dem gort »identisch« als Eigenschaftswort. keine Bedeutung gegeben haben. Denn, wenn es als Gleichheitszeichen auftritt, so symbolisiert es auf ganz andere Art und Weise –die bezeichnende Beziehung ist eine andere-, also ist auch das Symbol in beiden Fällen ganz verschieden; die beiden Symbole haben nur das Zeichen zufällig miteinander gemein.

5.474 Die Anzahl der nötigen Grundoperationen hängt nur von unserer Notation ab.

5.475 Es kommt nur darauf an, ein Zeichensystem von einer bestimmten Anzahl von Dimensionen –von einer bestimmten mathematischen Mannigfaltigkeit- zu bilden.

5.476 Es ist klar, daß es sich hier nicht um eine *Anzahl von Grundbegriffen* handelt, die bezeichnet werden müssen, sondern um den Ausdruck einer Regel.

5.5 Jede Wahrheitsfunktion ist ein Resultat der successiven Anwendung der Operation (- - - -W) ( $\hat{i}, \dots$ ) auf Elementarsätze. Diese Operation verneint sämtliche Sätze in der rechten Klammer, und ich nenne sie die Negation dieser Sätze.

5.501 Einen Klammerausdruck, dessen Glieder Sätze sind, deute ich –wenn die Reihenfolge der Glieder in der Klammer gleichgültig ist- durch ein Zeichen von der Form »(- $\hat{i}$ )« an. » $\hat{i}$ « ist eine Variable, deren Werte die Glieder des Klammerausdrucks sind; und der Strich über der Variablen deutet an, daß sie ihre sämtlichen Werte in der Klammer vertritt.

(Aunque creamos habérselo dado.)

Así «Sócrates es idéntico» no dice nada, porque no habíamos dado *ningún* significado a la palabra «idéntico» como *adjetivo*. Pues cuando entra como signo de igualdad simboliza de modo y manera completamente distintos –la relación designadora es por completo diferente-, y, por lo tanto, el símbolo es en los dos casos enteramente distinto: los dos símbolos tienen el signo en común sólo por accidente.

5.474 El número de las operaciones necesarias depende *sólo* de nuestra notación.

5.475 Es sólo cuestión de construir un sistema de signos con un número determinado de dimensiones –con una determinada multiplicidad matemática.

5.476 Es claro que no se trata aquí de un *número de ideas primitivas* que deben ser designadas, sino de la expresión de una regla.

5.5 Cada función de verdad es un resultado de la sucesiva aplicación de la operación (- - - -V) ( $\hat{i}, \dots$ ) a las proposiciones elementales.

Esta operación niega todas las proposiciones del paréntesis de la derecha y la llamo la negación de estas proposiciones.

5.501 Una expresión entre paréntesis cuyos términos son proposiciones la indico –si el orden de los términos entre paréntesis es indiferente- con un signo de la forma »(- $\hat{i}$ )«. « $\hat{i}$ » es una variable cuyos valores son los términos de la expresión entre paréntesis, y la línea sobre la variable indica que ésta representa todos su valores en el paréntesis.

(Hat also  $\hat{i}$  etwa die 3 Werte P, Q, R, so ist  $(-\hat{i})=(P, Q, R)$ .)

Die Werte der Variablen werden festgesetzt.

Die Festsetzung ist die Beschreibung der Sätze, welche die Variable vertritt.

Wie die Beschreibung der Glieder des Klammersausdruckes geschieht, ist unwesentlich.

Wir *können* drei Arten der Beschreibung unterscheiden: 1. die direkte Aufzählung. In diesem Fall können wir statt der Variablen einfach ihre konstanten Werte setzen. 2. Die Angabe einer Funktion  $fx$ , deren Werte für alle Werte von  $x$  die zu beschreibenden Sätze sind. 3. Die Angabe eines formalen Gesetzes, nach welchem jene Sätze gebildet sind. In diesem Falle sind die Glieder des Klammersausdruckes sämtliche Glieder einer Formenreihe.

5.502 Ich schreibe also statt  $\langle(- - - - W) (\hat{i}, . . . .)\rangle$   $\langle N(-\hat{i})\rangle$ .  $N(-\hat{i})$  ist die Negation sämtlicher Werte der Satzvariablen  $\hat{i}$ .

5.503 Da sich offenbar leicht ausdrücken läßt, wie mit dieser Operation Sätze gebildet werden können und wie Sätze mit ihr nicht zu bilden sind, so muß dies auch einen exakten Ausdruck finden können.

5.51 Hat  $\hat{i}$  nur einen Wert, so ist  $N(-\hat{i}) = -p$  (nicht  $p$ ), hat es zwei Werte, so ist  $(N(-\hat{i})) = -p - q$  (weder  $p$  noch  $q$ ).

5.511 Wie kann die allumfassende, weltspiegelnde Logik so spezielle Haken und Manipulationen gebrauchen? Nur, indem sich alle diese zu einem unendlich feinen Netzwerk, zu dem großen Spiegel, verknüpfen.

(Así, pues, si  $\hat{i}$  tiene tres valores P, Q, R; entonces  $(-\hat{i})=(P, Q, R)$ .)

Los valores de la variable deben determinarse.

La determinación es la descripción de las proposiciones representadas en la variable.

El modo cómo se haga la descripción de los términos de la expresión entre paréntesis no es esencial.

*Podemos* distinguir tres clases de descripción: 1.<sup>a</sup> La enumeración directa. En este caso podemos poner, simplemente, en lugar de la variable sus valores constantes. 2.<sup>a</sup> La indicación de una función  $fx$ , cuyos valores para todos los valores de  $x$  son las proposiciones a describir. 3.<sup>a</sup> La indicación de una ley formal de acuerdo con la cual se construyen tales proposiciones. En este caso los términos de la expresión entre paréntesis son todos los términos de una serie formal.

5.502 En vez de  $\langle(- - - - V) (\hat{i}, . . . .)\rangle$  escribo, por consiguiente,  $\langle N(-\hat{i})\rangle$ .  $N(-\hat{i})$  es la negación de todos los valores de la variable proposicional  $\hat{i}$ .

5.503 Puesto que es obvio que es fácilmente expresable cómo se pueden construir proposiciones con esta operación y cómo no se deben construir mediante ella, esto tiene también que hallar una expresión exacta.

5.51 Si  $\hat{i}$  tiene sólo un valor, entonces  $N(-\hat{i}) = -p$  (no  $p$ ). Si tiene dos valores, entonces,  $(N(-\hat{i})) = -p - q$  (ni  $p$  ni  $q$ ).

5.511 ¿Cómo es posible que la lógica, que todo lo abarca y que refleja el mundo, use de tan especiales garabatos y manipulaciones? Sólo porque todas están unidas por una trama infinitamente fina al gran espejo.



5.512 » -  $p$ « ist wahr, wenn » $p$ « falsch ist. Also in dem wahren Satz » -  $p$ « ist » $p$ « ein falscher Satz. Wie kann ihn nun der Strich » - « mit der Wirklichkeit zum Stimmen bringen?

Das, was iri » -  $p$ « verneint, ist aber nicht das » - «, sondern dasjenige, was allen Zeichen dieser Notation, welche  $p$  verneinen, gemeinsam ist.

Also die gemeinsame Regel, nach welcher » -  $p$ «, » - -  $p$ «, » -  $p$  v -  $p$ «, » -  $p$ . -  $p$ «, etc. etc. (ad inf.) gebildet werden. Und dies Gemeinsame spiegelt die Verneinung wider.

5.513 Man könnte sagen: Das Gemeinsame aller Symbole, die sowohl  $p$  als  $q$  bejahen, ist der Satz » $p$   $q$ «. Das Gemeinsame aller Symbole, die entweder  $p$  oder  $q$  bejahen, ist der Satz » $p$  v  $q$ «.

Und so kann man sagen: Zwei Sätze sind einander entgegengesetzt, wenn sie nichts miteinander gemein haben, und: Jeder Satz hat nur ein Negativ, weil es nur einen Satz gibt, der ganz außerhalb seiner liegt.

Es zeigt sich so auch in Russells Notation, daß » $q$ :  $p$  v -  $p$ « dasselbe sagt wie » $q$ «; daß » $p$  v -  $p$ « nichts sagt.

5.514 Ist eine Notation festgelegt, so gibt es in ihr eine Regel, nach der alle  $p$  verneinenden Sätze gebildet werden, eine Regel, nach der alle  $p$  bejahenden Sätze gebildet werden, eine Regel, nach der alle  $p$  oder  $q$  bejahenden Sätze gebildet werden, usf. Diese Regeln sind den Symbolen äquivalent und in ihnen spiegelt sich ihr Sinn wider.

5.515 Es muß sich an unseren Symbolen zeigen, daß das, was durch » $v$ «, ». $v$ «, etc. miteinander verbunden ist, Sätze sein müssen.

5.512 » -  $p$ « es verdadera si »  $p$ « es falsa. Así, pues, en la proposición verdadera » -  $p$ «, » $p$ « es una proposición falsa. ¿Cómo es posible que el rasgo » - « la ponga de acuerdo con la realidad?

Aquello que niega en » -  $p$ « no es, sin embargo, » - «, sino aquello que todos los signos de esta notación, que niegan a  $p$ , tienen en común.

De aquí la regla común » -  $p$ «, » - - -  $p$ «, » -  $p$  v -  $p$ «, » -  $p$ . -  $p$ «, etc., etc., según la cual se construyen (*ad infinitum*). Y esto, que es común, refleja la negación.

5.513 Se podría decir: Lo que es común a todos los símbolos que aseveran tanto  $p$  como  $q$ , es la proposición » $p$  .  $q$ «. Lo que es común a todos los símbolos que aseveran  $p$  o  $q$  es la proposición » $p$  v  $q$ «.

Y de modo semejante podríamos decir: Dos proposiciones se oponen la una a la otra cuando no tienen nada en común. Y cada proposición tiene sólo una negativa, porque sólo hay una proposición que se encuentre totalmente fuera de ella.

Así, también en la notación de Russell aparece que » $q$  :  $p$  v. -  $p$ « dice lo mismo que » $q$ « ; » $p$  v -  $p$ « no dice nada.

5.514 Si una notación está fijada, se da con ella una regla según la cual se construyen todas las proposiciones que niegan  $p$ ; una regla según la cual se construyen todas las proposiciones que aseveran  $p$ ; una regla según la cual se construyen todas las proposiciones que aseveran  $p$  o  $q$  y así sucesivamente. Estas reglas son equivalentes a los símbolos, y en ellas se refleja su sentido.

5.515 De nuestros símbolos aparece que lo que está recíprocamente unido por » $v$ «, » . «, etc., deben ser proposiciones.

Und dies ist auch der Fall, denn das Symbol »p« und »q« setzt ja selbst das »v«, » - «, etc. voraus. Wenn das Zeichen »p« in »pvq« nicht für ein komplexes Zeichen steht, dann kann es allein nicht Sinn haben; dann können aber auch die mit »p« gleichsinnigen Zeilen »pvp«, »p. p«, etc. keinen Sinn haben. Wenn aber »pvp« keinen Sinn hat, dann kann auch »pvq« keinen Sinn haben.

5.5151 Muß das Zeichen des negativen Satzes mit dem Zeichen des positiven gebildet werden? Warum sollte man den negativen Satz nicht durch eine negative Tatsache ausdrücken können. (Etwa: Wenn »a« nicht in einer bestimmten Beziehung zu »b« steht, könnte das ausdrücken, daß aRb nicht der Fall ist.)

Aber auch hier ist ja der negative Satz indirekt durch den positiven gebildet.

Der positive Satz muß die Existenz des negativen Satzes voraussetzen und umgekehrt.

5.52 Sind die Werte von  $\hat{i}$  sämtliche Werte einer Funktion  $fx$  für alle Werte von  $x$ , so wird  $N(-\hat{i}) = -(\hat{Y}x).fx$ .

5.521 Ich trenne den Begriff Alle von der Wahrheitsfunktion.

Frege und Russell haben die Allgemeinheit in Verbindung mit dem logischen Produkt oder der logischen Summe eingeführt. So wurde es schwer, die Sätze » $(\hat{Y}x) . fx$ « und » $(x) . fx$ «, in welchen beide Ideen beschlossen liegen, zu verstehen.

5.522 Das Eigentümliche der Allgemeinerbezeichnung ist erstens, daß sie auf ein logisches Urbild hinweist, und zweitens, daß sie Konstante hervorhebt.

5.523 Die Allgemeinerbezeichnung tritt als Argument auf.

Y éste es el caso, pues los símbolos »p« y » q« presuponen » v«, » - «, etc. Si el signo » p« en »pvq« no está por un signo complejo, no puede tener sentido por sí solo; pero entonces los signos »pvp«, »p . p«, etc., que tienen el mismo sentido que » p«, no tienen sentido. Pero si »pvp« no tiene sentido, tampoco puede tenerlo »pvq«.

5.5151 ¿Debe el signo de la proposición negativa construirse con el signo de la positiva? ¿Por qué no se podría expresar la proposición negativa por medio de un hecho negativo? (Por ejemplo: Si »a« no está en una cierta relación con »b«, esto podría expresar que »aRb« no acaece.)

Pero también aquí la proposición negativa está indirectamente construida mediante la positiva.

La *proposición* positiva debe presuponer la existencia de la *proposición* negativa y viceversa.

5.52 Si los valores de  $\hat{i}$  son todos los valores de una función  $fx$ , para todos los valores de  $x$  entonces  $N(-\hat{i}) = N(\hat{Y}x) . fx$ .

5.521 Yo separo el concepto todo de la función de verdad.

Frege y Russell han introducido la generalidad en conexión con el producto lógico o la suma lógica. Se hace así difícil entender la proposición » $(\hat{Y}x) . fx$ « y » $(x) . fx$ «, en la cual las dos ideas quedan encerradas.

5.522 La peculiaridad del signo de generalidad es, en primer lugar, que refiere a un prototipo lógico, y en segundo lugar que pone de relieve las constantes.

5.523 El signo de generalidad interviene como un argumento.

5.524 Wenn die Gegenstände gegeben sind, so sind uns damit auch schon alle Gegenstände gegeben.

Wenn die Elementarsätze gegeben sind, so sind damit auch alle Elementarsätze gegeben.

5.525 Es ist unrichtig, den Satz  $\langle \exists x, fx \rangle$  - wie Russell dies tut- in Worten durch  $\langle fx \text{ ist möglich} \rangle$  wiederzugeben.

Gewißheit, Möglichkeit oder Unmöglichkeit einer Sachlage wird nicht durch einen Satz ausgedrückt, sondern dadurch, daß ein Ausdruck eine Tautologie, ein sinnvoller Satz, oder eine Kontradiktion ist.

Jener Präzedenzfall, auf den man sich immer be rufen möchte, muß schon im Symbol selber liegen.

5.526 Man kann die Welt vollständig durch vollkommen verallgemeinerte Sätze beschreiben, das heißt also, ohne irgendeinen Namen von vornherein einem bestimmten Gegenstand zuzuordnen.

Um dann auf die gewöhnliche Ausdrucksweise zu kommen, muß man einfach nach einem Ausdruck  $\langle \text{es gibt ein } x, \text{ welches...} \rangle$  sagen:

Und dies  $x$  ist  $a$ .

5.5261 Ein vollkommen verallgemeinerter Satz ist, wie jeder andere Satz zusammengesetzt. (Dies zeigt sich daran, daß wir in  $\langle \exists x, \phi \rangle$  .  $\phi x \rangle$  und  $\langle x \rangle$  getrennt erwähnen müssen. Beide stehen unabhängig in bezeichnenden Beziehungen zur Welt, wie im unverallgemeinerten Satz.) Kennzeichen des zusammengesetzten Symbols: Es hat etwas mit *anderen* Symbolen gemeinsam

5.524 Si los objetos están dados, con ellos están dados también *todos los* objetos.

Si las proposiciones elementales están dadas, están dadas con ellas *todas* las proposiciones elementales.

5.525 No es correcto traducir la proposición  $\langle \exists x, fx \rangle$  -como Russell hacen en palabras, poniendo  $\langle fx \text{ es posible} \rangle$ .

Certeza, posibilidad o imposibilidad de un estado de cosas no se expresan por una proposición, sino porque una expresión es una tautología, una proposición con significado o una contradicción.

Aquel precedente al cual siempre se puede apelar debe ya estar en el símbolo mismo.

5.526 Se puede describir plenamente el mundo por proposiciones completamente generalizadas; es decir, sin coordinar de antemano un nombre a un objeto determinado.

Así, pues, para llegar al modo habitual de expresarse se necesita simplemente después de una expresión  $\langle \text{hay una y solo una } x, \text{ que...} \rangle$ , decir:  $y \text{ esta } x \text{ es } a$ .

5.5261 Una proposición completamente generalizada es, como toda otra proposición, compuesta. (Esto se muestra en el hecho de que en  $\langle \exists x, \phi \rangle$  .  $\phi x \rangle$  debemos mencionar  $\langle \phi \rangle$  y  $\langle x \rangle$  separadamente. Así están ambos en relación significativa con el mundo de modo independiente, como ocurre en la proposición no generalizada.)

Característica del símbolo compuesto: tiene algo en común con otros símbolos.

5.5262 Es verändert ja die Wahr- oder Falschheit *jedes* Satzes etwas. am allgemeinen Bau. der Welt. Und der Spielraum, welcher ihrem Bau durch die Gesamtheit der Elementarsätze gelassen wird, ist eben derjenige, welchen die ganz allgemeinen Sätze begrenzen.  
(Wenn ein Elementarsatz wahr ist, so ist damit doch jedenfalls Ein Elementarsatz *mehr* wahr.)

5.53 Gleichheit des Gegenstandes drücke ich durch Gleichheit des Zeichens aus, und nicht mit Hilfe eines Gleichheitszeichens. Verschiedenheit der Gegenstände durch Verschiedenheit der Zeichen.

5.5301 Das die Identität keine Relation zwischen Gegenständen ist, leuchtet ein. Dies wird sehr klar, wenn man z. B. den Satz  $\langle(x): fx \cdot \supset \cdot x=a\rangle$  betrachtet. Was dieser Satz sagt, ist einfach, daß *nur*  $a$  der Funktion  $f$  genügt, und nicht, daß *nur* solche Dinge der Funktion  $f$  genügen, welche eine gewisse Beziehung zu  $a$  haben. Man könnte nun freilich sagen, daß eben *nur*  $a$  diese Beziehung zu  $a$  habe, aber um dies auszudrücken, brauchten wir das Gleichheitszeichen selber.

5.5302 Russells Definition von  $\langle-\rangle$  genügt nicht; weil man nach ihr nicht sagen kann, daß zwei Gegenstände alle Eigenschaften gemeinsam haben. (Selbst wenn dieser Satz nie richtig ist, hat er doch *Sinn*.)

5.5303 Beiläufig gesprochen: Von *zwei* Dingen zu sagen, sie seien identisch, ist ein Unsinn, und von *Einem* zu sagen, es sei identisch mit sich selbst, sagt gar nichts.

5.531 Ich schreibe also nicht  $\langle f(a, b) \cdot a=b\rangle$ , sondern  $\langle f(a, a)\rangle$  (oder  $\langle f(b, b)\rangle$ ). Und nicht  $\langle f(a, b) \cdot -a=b\rangle$ , sondern  $\langle f(a, b)\rangle$ .

5.5262 La verdad o falsedad de cada proposición altera algo en la estructura general del mundo. Y el campo que se deja a esta estructura por la totalidad de las proposiciones elementales es exactamente aquel que delimitan las proposiciones completamente generales.

(Si una proposición elemental es verdadera, entonces, en todo caso, una proposición elemental más es verdadera.)

5.53 Expreso la identidad del objeto por la identidad del signo y no por medio de un signo de identidad. Y la diversidad de los objetos por la diversidad de los signos.

5.5301 Que la identidad no es una relación entre objetos es obvio. Esto se esclarece, por ejemplo, completamente si consideramos la proposición  $\langle(x): fx \cdot \supset \cdot x=a\rangle$ . Lo que esta proposición dice es simplemente que sólo  $a$  satisface la función  $f$ , y no que sólo aquellas cosas que tienen una cierta relación con  $a$  satisfagan la función  $f$ .

Se podría naturalmente decir que en efecto *solamente*  $a$  tiene esta relación respecto de  $a$ , pero para expresar esto necesitaríamos del propio signo de identidad.

5.5302 La definición de Russell de  $\langle-\rangle$  no basta; porque, según ella, no se puede decir que dos objetos tengan todas sus propiedades en común. (Incluso si esta proposición no es nunca verdadera, tiene, sin embargo, *sentido*.)

5.5303 Sea dicho de paso: decir de dos cosas que son idénticas es un sin sentido, y decir de una que es idéntica consigo misma no es decir nada.

5.531 Yo no escribo, pues,  $\langle f(a, b) \cdot a = b\rangle$ , sino  $\langle f(a, a)\rangle$  (o  $\langle f(b, b)\rangle$ ). Y no  $\langle f(a, b) \cdot -a=b\rangle$ , sino  $\langle f(a, b)\rangle$ .

5.532 Und analog: Nicht  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot f(x, y) \rangle$  sondern  $\langle (\exists x) \cdot f(x, x) \rangle$ ; und nicht  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot -x=y \rangle$ , sondern  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot -x=y \rangle$ , sino  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot -x=y \rangle$ , sino  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot -x=y \rangle$ .  
(Also statt des Russell'schen  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \rangle$ :  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot v \cdot (\exists x) \cdot f(x, x) \rangle$ .)

5.5321 Statt  $\langle (x) : fx \supset x=a \rangle$  schreiben wir also z. B.  $\langle (\exists x) \cdot fx \cdot \supset \cdot fa - (\exists x, y) \cdot fx \cdot fy \rangle$ . Und der Satz »nur Ein x befriedigt f()« lautet:  $\langle (\exists x) \cdot fx : - (\exists x, y) \cdot fx \cdot fy \rangle$ .

5.533 Das Gleichheitszeichen ist also kein wesentlicher Bestandteil der Begriffsschrift.

5.534 Und nun sehen wir, daß Scheinsätze wie:  $\langle a=a, a=b \cdot b=c \cdot \supset a=c \rangle$ ,  $\langle (x) \cdot x=x \rangle$ ,  $\langle (\exists x) \cdot x=a \rangle$ , etc. sich in einer richtigen Begriffsschrift gar nicht hinschreiben lassen.

5.535 Damit erledigen sich auch alle Probleme, die an solche Scheinsätze geknüpft waren.

Alle Probleme, die Russells »Axiom of Infinity« mit sich bringt, sind schon hier zu lösen.

Das, was das Axiom of infinity sagen soll, würde sich in der Sprache dadurch ausdrücken, daß es unendlich viele Namen mit verschiedener Bedeutung gäbe.

5.5351 Es gibt gewisse Fälle, wo man in Versuchung gerät, Ausdrücke von der Form  $\langle a = a \rangle$  oder  $\langle p \supset p \rangle$  u. dgl. zu benutzen. Und zwar geschieht dies, wenn man von dem Urbild: Satz, Ding, etc. reden möchte. So hat Russell in den »Principles of Mathematics« den Unsinn »p ist ein Satz« in Symbolen durch  $\langle p \supset p \rangle$  wiedergegeben und als Hypothese vor gewisse Sätze gestellt, damit deren Argumentstellen nur von Sätzen besetzt werden könnten.

5.532 Y análogamente: no  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot f(x, y) \rangle$ , sino  $\langle (\exists x) \cdot f(x, x) \rangle$ ; y no  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot -x=y \rangle$ , sino  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot -x=y \rangle$ .

(Y así en lugar del russelliano  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \rangle$ :  $\langle (\exists x, y) \cdot f(x, y) \cdot v \cdot (\exists x) \cdot f(x, x) \rangle$ .)

5.5321 En lugar de  $\langle (x) : fx \supset x=a \rangle$  escribimos, pues, por ejemplo,  $\langle (\exists x) \cdot fx \cdot \supset \cdot fa - (\exists x, y) \cdot fx \cdot fy \rangle$ . Y la proposición »sólo una x satisface f()«, se lee:  $\langle (\exists x) \cdot fx : - (\exists x, y) \cdot fx \cdot fy \rangle$ .

5.533 El signo de identidad no es, pues, una parte esencial del simbolismo lógico.

5.534 Vemos ahora que pseudo-proposiciones como:  $\langle a=a, a=b \cdot b=c \cdot \supset a=c \rangle$ ,  $\langle (x) \cdot x=x \rangle$ ,  $\langle (\exists x) \cdot x=a \rangle$ , etc., no se pueden escribir por completo en un simbolismo lógico correcto.

5.535 De este modo desaparecen todos aquellos problemas que estaban en conexión con tales pseudoproposiciones.

Aquí están resueltos todos los problemas que lleva consigo el »Axiom of Infinity« de Russell.

Lo que el axioma del infinito quiere decir, se expresaría en el lenguaje por el hecho de que hay un infinito número de nombres con diferentes significados.

5.5351 Hay ciertos casos en los que uno está tentado de utilizar expresiones de la forma  $\langle a=a \rangle$  o  $\langle p \supset p \rangle$ . Así ocurre, por ejemplo, cuando se habla del arquetipo: proposición, cosa, etc. Russell, en los »Principles of Mathematics«, ha traducido en símbolos el sinsentido »p es una proposición« por  $\langle p \supset p \rangle$  y lo ha puesto como hipótesis delante de ciertas proposiciones para mostrar que sus lugares de argumento sólo podrían ocuparlas proposiciones.

(Es ist schon darum Unsinn die Hypothese  $p \supset p$  vor einen Satz zu stellen, um ihm Argumente der richtigen Form zu sichern, weil die Hypothese für einen Nicht-Satz als Argument nicht falsch, sondern unsinnig wird, und weil der Satz selbst durch die unrichtige Gattung von Argumenten unsinnig wird, also sich selbst ebenso gut, oder so schlecht, vor den unrichtigen Argumenten bewahrt, wie die zu diesem Zweck angehängte sinnlose Hypothese.)

5.5352 Ebenso wollte man »Es gibt keine Dinge« ausdrücken durch  $\neg(\exists x) . x=x$ . Aber selbst wenn dies ein Satz wäre, wäre er nicht auch wahr, wenn es zwar »Dinge gäbe«, aber diese nicht mit sich selbst identisch wären?

5.54 In der allgemeinen Satzform kommt der Satz im Satze nur als Basis der Wahrheitsoperationen vor.

5.541 Auf den ersten Blick scheint es, als könne ein Satz in einem anderen auch auf andere Weise vorkommen. Besonders in gewissen Satzformen der Psychologie, wie »A glaubt, daß  $p$  der Fall ist«, oder »A denkt  $p$ «, etc. Hier scheint es nämlich oberflächlich, als stünde der Satz  $p$  zu einem Gegenstand A in einer Art von Relation. (Und in der modernen Erkenntnistheorie (Russell, Moore, etc.) sind jene Sätze auch faßt worden.)

5.542 Es ist aber klar, daß »A glaubt, daß  $p$ «, »A denkt  $p$ «, »A sagt  $p$ « von der Form » $p'$  sagt  $p$ « sind: Und hier handelt es sich nicht um eine Zuordnung von einer Tatsache und einem Gegenstand, sondern um die Zuordnung von Tatsachen durch Zuordnung ihrer Gegenstände.

5.5421 Dies zeigt auch, daß die Seele –das Subjekt etc.– wie sie in der heutigen

(Es ist schon darum Unsinn die Hypothese  $p \supset p$  vor einen Satz zu stellen, um ihm Argumente der richtigen Form zu sichern, weil die Hypothese für einen Nicht-Satz als Argument nicht falsch, sondern unsinnig wird, und weil der Satz selbst durch die unrichtige Gattung von Argumenten unsinnig wird, also sich selbst ebenso gut, oder so schlecht, vor den unrichtigen Argumenten bewahrt, wie die zu diesem Zweck angehängte sinnlose Hypothese.)

5.5352 Igualmente si se quiere expresar «no hay cosas» por  $\neg(\exists x) . x=x$ . Pero incluso si esto fuese una proposición, ¿no sería verdadera si, en efecto, «hubiese cosas», pero que no fuesen idénticas consigo mismas?

5.54 En la forma proposicional general la proposición entra en otra sólo como base de las operaciones de verdad.

5.541 A primera vista parece que una proposición podría entrar en otra de diferente modo.

Especialmente en ciertas formas proposicionales de la psicología, como »A cree que  $p$  acaecerá« o »A piensa  $p$ «, etc.

A una consideración superficial puede parecer que la proposición  $p$  está en una cierta relación con el objeto A.

(Y en la moderna teoría del conocimiento (Russell, Moore, etc.), estas proposiciones se han concebido de este modo.)

5.542 Pero es claro que »A cree que  $p$ «, »A piensa  $p$ «, »A dice  $p$ «, son de la forma » $p'$  dice  $p$ «; y aquí se trata no de la coordinación de un hecho y un objeto, sino de la coordinación de hechos por la coordinación de sus objetos.

5.5421 Esto muestra que el alma –el sujeto, etc.–, como se le concibe en la superficial psicología de hoy, es un absurdo.

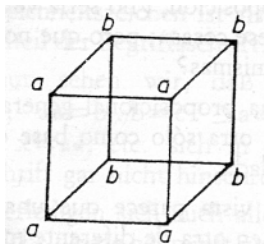
oberflächlichen Psychologie aufgefaßt wird, ein Unding ist.

Eine zusammengesetzte Seele wäre nämlich keine Seele mehr.

5.5422 Die richtige Erklärung der Form des Satzes »A urteilt  $p$ « muß zeigen, daß es unmöglich ist einen Unsinn zu urteilen. (Russells Theorie genügt dieser Bedingung nicht.)

5.5423 Einen Komplex wahrnehmen, heißt, wahrnehmen, daß sich seine Bestandteile einander verhalten.

Dies erklärt wohl auch, daß man die Figur auf



zweierlei Art als Würfel sehen kann; und alle ähnlichen Erscheinungen. Denn wir sehen eben wirklich zwei verschiedene Tatsachen.

(Sehe ich erst auf die Ecken  $a$  und nur flüchtig auf  $b$ , so erscheint  $a$  vorne; und umgekehrt.)

5.55 Wir müssen nun die Frage nach allen möglichen Formen der Elementarsätze *a priori* beantworten. Der Elementarsatz besteht aus Namen. Da wir aber die Anzahl der Namen von verschiedener Bedeutung nicht angeben können, so können wir auch nicht die Zusammensetzung des Elementarsatzes angeben.

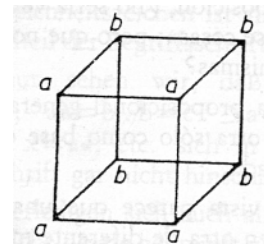
5.551 Unser Grundsatz ist, daß jede Frage, die sich überhaupt durch die Logik entscheiden läßt, sich ohne weiteres entscheiden lassen muß.

Un alma compuesta no sería más un alma.

5.5422 La explicación correcta de la forma de la proposición «A juzga  $p$ » debe mostrar que es imposible juzgar un sinsentido. (La teoría de Russell no satisface esta condición.)

5.5423 Percibir un complejo quiere decir percibir que sus partes constitutivas están combinadas entre sí de tal y tal modo.

Esto quizás explique que la figura



pueda verse de dos modos como un cubo; y todos los demás fenómenos similares. Pues, en realidad, nosotros vemos dos hechos diferentes.

(Si yo me fijo primero en el ángulo  $a$  y sólo de pasada en el  $b$ ,  $a$  parece delante y  $b$  detrás, y viceversa.)

5.55 Debemos ahora responder *a priori* a la cuestión de todas las posibles formas de las proposiciones elementales.

La proposición elemental consta de nombres, pero así como no podemos dar el número de los nombres con diferente significado, tampoco podemos dar la composición de las proposiciones elementales.

5.551 Nuestro principio fundamental es que toda cuestión que pueda revolve por, la lógica, puede resolverse sin más.

(Und wenn wir in die Lage kommen, ein solches Problem durch Ansehen der Welt beantworten zu müssen, so zeigt dies, daß wir auf grundfalscher Fährte sind.)

5.552 Die »Erfahrung«, die wir zum Verstehen der Logik brauchen, - ist nicht die, daß sich etwas so und so verhält, sondern, daß etwas ist: aber das ist eben *keine* Erfahrung.

Die Logik ist vor jeder Erfahrung –daß etwas so ist. Sie ist vor dem Wie, nicht vor dem Was.

5.5521 Und wenn dies nicht so wäre, wie könnten wir die Logik anwenden? Man könnte sagen: Wenn es eine Logik gäbe, auch wenn es keine Welt gäbe, wie könnte es dann eine Logik geben, da es eine Welt gibt.

5.553 Russell sagte, es gäbe einfache Relationen zwischen verschiedenen Anzahlen von Dingen (Individuals). Aber zwischen welchen Anzahlen? Und wie soll sich das entscheiden? –Durch die Erfahrung?

(Eine ausgezeichnete Zahl gibt es nicht.)

5.554 Die Angabe jeder speziellen Form wäre vollkommen willkürlich.

5.5541 Es soll sich *a priori* angeben lassen, ob ich z. B. in die Lage kommen kann, etwas mit dem Zeichen einer 27 stelligen Relation bezeichnen zu müssen.

5.5542 Dürfen wir denn aber überhaupt so fragen? Können wir eine Zeichenform aufstellen und nicht wissen, ob ihr etwas entsprechen könne?

Hat die Frage einen Sinn: Was muß sein, damit etwas der-Fall-sein kann?

(Y si llegásemos a una situación en que tuviésemos necesidad de contemplar el mundo para poder responder a un tal problema, esto sería señal de que seguíamos un camino fundamentalmente equivocado.)

5.552 La «experiencia», de la que, tenemos necesidad para entender la lógica, no es que algo ocurra de tal y tal modo, sino que algo es; pero esto no es experiencia.

La lógica *precede* a toda experiencia –que algo es *así*. Es antes que el cómo, no que el qué.

5.5521 Y si no fuese así, ¿cómo podríamos aplicar la lógica? Se podría decir: Si hubiese una lógica, aunque no hubiese un mundo, ¿cómo podría haber una lógica puesto que hay un mundo?

5.553 Russell dice que hay relaciones simples entre diferentes números de cosas (individuos). Pero ¿entre qué números? Y ¿cómo se decidiría ésto? ¿Por la experiencia?

(No hay números privilegiados.)

5.554 La indicación de cualquier forma especial sería enteramente arbitraria.

5.5541 Se debe poder determinar *a priori*, por ejemplo, si yo podría encontrarme en la necesidad de designar algo con el signo de una relación de 27 términos.

5.5542 Pero ¿podríamos hacernos semejante pregunta? ¿Podríamos establecer una forma de signo sin saber si podría corresponderle algo?

¿Tiene sentido la pregunta: Qué debe ser, para que algo acaezca?



5.555 Es ist klar, wir haben vom Elementarsatz einen Begriff, abgesehen von seiner besonderen logischen Form.

Wo man aber Symbole nach einem System bilden kann, dort ist dieses System das logisch wichtig und nicht die einzelnen Symbole.

Und wie wäre es auch möglich, daß ich es in der Logik mit Formen zu tun hätte, die ich erfinden kann; sondern mit dem muß ich es zu tun haben, was es mir möglich macht, sie zu erfinden.

5.556 Eine Hierarchie der Formen der Elementarsätze kann es nicht geben. Nur was wir selbst konstruieren, können wir voraussehen.

5.5561 Die empirische Realität ist begrenzt durch die Gesamtheit der Gegenstände. Die Grenze zeigt sich wieder in der Gesamtheit der Elementarsätze.

Die Hierarchien sind und müssen unabhängig von der Realität sein.

5.5562 Wissen wir aus rein logischen Gründen, daß es Elementarsätze geben muß, dann muß es jeder wissen, der die Sätze in ihrer unanalysierten Form versteht.

5.5563 Alle Sätze unserer Umgangssprache sind tatsächlich, so wie sie sind, logisch vollkommen geordnet. –Jenes Einfachste, was wir hier angeben sollen, ist nicht ein Gleichnis der Wahrheit, sondern die volle Wahrheit selbst.

(Unsere Probleme sind nicht abstrakt, sondern vielleicht die konkretesten, die es gibt.)

5.557 Die *Anwendung* der Logik entscheidet darüber, welche Elementarsätze es gibt. Was in der Anwendung liegt, kann die Logik nicht vorausnehmen.

Das ist klar: Die Logik darf mit ihrer Anwendung nicht kollidieren.

5.555 Es claro que nosotros tenemos un concepto de la proposición elemental, prescindiendo de su especial forma lógica.

Pero donde se puedan construir símbolos según un sistema, es este sistema lo lógicamente importante, y no los símbolos particulares.

Y como puede ser posible que yo haya de ocuparme en lógica de formas que puedo inventar, yo debo, pues, ocuparme de aquello que me permite inventarlas.

5.556 No puede haber una jerarquía de las formas de las proposiciones elementales. Sólo aquello que nosotros mismos construimos puede preverse.

5.5561 La realidad empírica está limitada por la totalidad de los objetos. El límite aparece de nuevo en la totalidad de las proposiciones elementales.

Las jerarquías son y deben ser independientes de la realidad.

5.5562 Si por razones puramente lógicas nosotros sabemos que debe haber proposiciones elementales, entonces esto debe saberlo cualquiera que entienda las proposiciones en su forma no analizada.

5.5563 Todas las proposiciones de nuestro lenguaje corriente están efectivamente, tal y como son, ordenadas de un modo completamente lógico. La cosa más simple que nosotros debemos indicar aquí no es una imagen de la verdad, sino la propia verdad completa.

(Nuestros problemas no son abstractos, sino quizá los más concretos que hay.)

5.557 La aplicación de la lógica decide qué proposiciones elementales hay.

La lógica no puede anticiparse a aquello que se encuentra en su aplicación.

Esto es claro: la lógica no puede entrar en conflicto con su aplicación.

Aber die Logik muß sich mit ihrer Anwendung berühren.

Also dürfen die Logik und ihre Anwendung einander nicht übergreifen.

5.5571 Wenn ich die Elementarsätze nicht *a priori* atgeben kann, dann muß es zu offenbarem Unsinn führen, sie angeben zu wollen.

5.6 *Die Grenzen meiner Sprache* bedeuten die Grenzen meiner Welt.

5.61 Die Logik erfüllt die Dielt; die Grenzen der Welt sind auch ihre Grenzen. Wir können also in der Logik nicht sagen: Das und das gibt es in der Welt, jenes nicht.

Das würde nämlich scheinbar voraussetzen, daß wir gewisse Möglichkeiten ausschließen, und dies kann nicht der Fall sein, da sonst die Logik über die Grenzen der Welt hinaus müßte: wenn sie nämlich diese Grenzen auch von der anderen Seite betrachten könnte.

Was wir nicht denken können, das können wir nicht denken; wir können also auch nicht *sagen*, was wir nicht denken können.

5.62 Diese Bemerkung gibt den Schlüssel zur Entscheidung der Frage, inwieweit der Solipsismus eine Wahrheit ist.

Was der Solipsismus nämlich *meint*, ist ganz richtig, nur läßt es sich nicht *sagen*, sondern es zeigt sich.

Daß die Welt *meine* Welt ist, das zeigt sich darin, daß die Grenzen *der* Sprache (der Sprache, die allein ich verstehe) die Grenzen *meiner* Welt bedeuten.

5.621 Die Welt und das Leben sind Eins.

5.63 Ich bin meine Welt. (Der Mikrokosmos.)

Pero la lógica debe estar en contacto con su aplicación.

La lógica y su aplicación no deben sobreponerse una a la otra.

5.5571 Si yo no puedo indicar las proposiciones elementales *a priori*, querer indicarlas debe llevar a un obvio sinsentido.

5.6 Los *límites de mi lenguaje* significan los límites de mi mundo.

5.67 La lógica llena el mundo; los límites del mundo son también sus límites.

Nosotros no podemos, pues, decir en lógica: en el mundo hay esto y lo de más allá; aquello y lo otro, no.

Esto parece, aparentemente, presuponer que excluimos ciertas posibilidades, lo que no puede ser, pues, de lo contrario, la lógica saldría de los límites del mundo; esto es, siempre que pudiese considerar igualmente estos límites también desde el otro lado.

Lo que no podemos pensar no podemos pensarlo. Tampoco, pues, podemos *decir* lo que no podemos pensar.

5.62 Esta observación da la clave para decidir acerca de la cuestión de cuanto haya de verdad en el solipsismo.

En realidad, lo que el solipsismo *significa* es totalmente correcto; sólo que no puede *decirse*, sino mostrarse.

Que el mundo es *mi* mundo, se muestra en que los límites *del* lenguaje (*el* lenguaje que yo sólo entiendo) significan los límites de *mi* mundo.

5.621 Mundo y vida son una sola cosa.

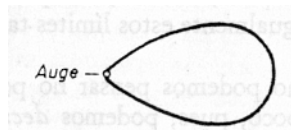
5.63 Yo soy mi mundo. (El microcosmos.)

5.631 Das denkende, vorstellende, Subjekt gibt es nicht. Wenn ich ein Buch schriebe »Die Welt, wie ich sie vorfand«, so wäre darin auch über meinen Leib zu berichten und zu sagen, welche Glieder meinem Willen unterstehen und welche nicht etc., dies ist nämlich eine Methode, das Subjekt zu isolieren, oder vielmehr zu zeigen, daß es in einem wichtigen Sinne kein Subjekt gibt: Von ihm allein nämlich könnte in diesem Buche *nicht* die Rede sein.

5.632 Das Subjekt gehört nicht zur Welt, sondern es

5.633 Wo in der Welt ist ein metaphysisches Subjekt zu merken? Du sagst, es verhält sich hier ganz, wie mit Auge und Gesichtsfeld. Aber das Auge siehst du wirklich *nicht*. Und nichts am *Gesichtsfeld* läßt darauf schliessen, daß es von einem Auge gesehen wird.

5.6331 Das Gesichtsfeld hat nämlich nicht etwa eine solche Form:



5.634 Das hängt damit zusammen, daß kein Teil unserer Erfahrung auch *a priori* ist. Alles, was wir sehen, könnte auch anders sein. Alles, was wir überhaupt beschreiben können, könnte auch anders sein. Es gibt keine Ordnung der Dinge *a priori*.

5.64 Hier sieht man, daß der Solipsismus, streng durchgeführt, mit dem reinen Realismus zusammenfällt. Das Ich des Solipsismus schrumpft zum ausdehnungslosen Punkt zusammen, und es bleibt die ihm koordinierte Realität.

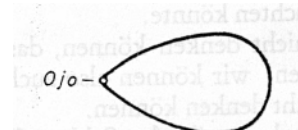
5.631 El sujeto pensante, representante, no existe. Si yo escribiese un libro *EL mundo como yo lo encuentro*, yo debería referirme en él a mí cuerpo y decir qué miembros obedecen a mi voluntad y cuáles no, etc. Este sería un método para aislar al sujeto o aún mejor para mostrar que en un sentido importante no hay sujeto; precisamente sólo de él no se podría hablar en este Libro.

5.632 El sujeto no pertenece al mundo, sino que el mundo pertenece al sujeto.

5.633 ¿Dónde en el mundo puede observarse un sujeto metafísico? Tú dices que aquí ocurre exactamente como con el ojo y el campo de visión; pero tú *no* ves realmente el ojo.

Y nada en *el campo de visión* permite concluir que es visto por un ojo.

5.6331 El campo de visión no tiene ciertamente esta forma:



5.634 Esto está en conexión con el hecho de que ninguna parte de nuestra experiencia es *a priori*.

Todo lo que nosotros vemos podría ser de otro modo.

Todo lo que nosotros podemos describir podría también ser de otro modo.

No hay ningún orden *a priori* de las cosas.

5.64 Vemos aquí cómo el solipsismo llevado estrictamente coincide con el puro realismo. El yo del solipsismo se reduce a un punto inextenso y que da la realidad coordinada con él.

5.641 Es gibt also wirklich einen Sinn, in welchem in der Philosophie nicht-psychologisch vom Ich die Rede sein kann.

Das Ich tritt in die Philosophie dadurch ein, daß die »Welt meine Welt ist«.

Das philosophische Ich ist nicht der Mensch, nicht der menschliche Körper, oder die menschliche Seele, von der die Psychologie handelt, sondern das metaphysische Subjekt, die Grenze –nicht ein Teil der Welt.

6 Die allgemeine Form der Wahrheitsfunktion ist:  $[-p, \hat{i} N(-\hat{i})]$ . Dies ist die allgemeine Form des Satzes.

6.001 Dies sagt nichts anderes, als daß jeder Satz ein Resultat der successiven Anwendung der Operation  $N'(-\hat{i})$  auf die Elementarsätze ist.

6.002 Ist die allgemeine Form gegeben, wie ein Satz gebaut ist, so ist damit auch schon die allgemeine Form davon gegeben, wie aus einem Satz durch eine Operation ein anderer erzeugt werden kann.

6.01 Die allgemeine Form der Operation  $\hat{U}'(-\zeta)$  ist also:  $[-\hat{i}, N(-\hat{i})]'(-\zeta)(, = '[-\hat{i}, N(-\hat{i})]$ . Das ist die allgemeinste Form des Überganges von einem Satz zum anderen.

6.02 Und so kommen wir zu den Zahlen: Ich definiere

$x = \hat{U}^0 x$  Def. Und

$\hat{U}' \hat{U}^v x = \hat{U}^{v+1} x$  Def.

Nach diesen Zeichenregeln schreiben wir also die Reihe  $x, \hat{U}' x, \hat{U}' \hat{U}' x, \hat{U}' \hat{U}' \hat{U}' x, \dots$

So:  $\hat{U}^0 x, \hat{U}^{0+1} x, \hat{U}^{0+1+1} x, \hat{U}^{0+1+1+1} x, \dots$

Also schreibe ich statt » $[x, \hat{i}, \hat{U}' \hat{i}]$ «: » $[\hat{U}^0 x, \hat{U}^v x, \hat{U}^{v+1} x]$ «.

5.641 Hay, pues, ciertamente un sentido en el cual se puede hablar en filosofía del yo de un modo no psicológico.

El yo entra en filosofía por el hecho de que «el mundo es mi mundo».

El yo filosófico no es el hombre, ni el cuerpo humano, ni tampoco el alma humana de la cual trata la psicología, sino el sujeto metafísico, el límite –no una parte del mundo.

6 La forma general de una función de verdad es:  $[-p, \hat{i} N(-\hat{i})]$ .

Esta es la forma general de la proposición.

6.001 Esto no dice otra cosa sino que toda proposición es el resultado de las sucesivas aplicaciones de la operación  $N'(-\hat{i})$  a las proposiciones elementales.

6.002 Dada la forma general según la cual se construye una proposición, se da con ella también la forma general según la cual se puede obtener de una proposición otra proposición por medio de una operación.

6.01 La forma general de la operación  $\hat{U}'(-\zeta)$  es, pues:  $[-\hat{i}, N(-\hat{i})]'(-\zeta)(, = '[-\hat{i}, N(-\hat{i})]$ .

Esta es la forma más general de transición de una proposición a otra.

6.02 Y así llegamos a los números. Yo defino:

$x = \hat{U}^0 x$  Def. y

$\hat{U}' \hat{U}^v x = \hat{U}^{v+1} x$  Def.

Según estas reglas de signos, escribimos también la serie  $x, \hat{U}' x, \hat{U}' \hat{U}' x, \hat{U}' \hat{U}' \hat{U}' x, \dots$

así:  $\hat{U}^0 x, \hat{U}^{0+1} x, \hat{U}^{0+1+1} x, \hat{U}^{0+1+1+1} x, \dots$

Yo escribo, pues, en lugar de » $[x, \hat{i}, \hat{U}' \hat{i}]$ «: » $[\hat{U}^0 x, \hat{U}^v x, \hat{U}^{v+1} x]$ «.

Und definiere:

$0+1=1$  Def.

$0+1+1=2$  Def.

$0+1+1+1=3$  Def.

(usf. )

6.021 Die Zahl ist der Exponent einer Operation.

6.022 Der Zahlbegriff ist nichts anderes als das Gemeinsame aller Zahlen, die allgemeine Form der Zahl.

Der Zahlbegriff ist die variable Zahl.

Und der Begriff der Zahlgleichheit ist die allgemeine Form aller speziellen Zahlgleichheiten.

6.03 Die allgemeine Form der ganzen Zahl ist:  $[0, \hat{i}, \hat{i} + 1]$ .

6.031 Die Theorie der Klassen ist in der Mathematik ganz überflüssig.

Dies hängt damit zusammen, daß die Allgemeinheit, welche wir in der Mathematik brauchen, nicht die *zufällige* ist.

6.1 Die Sätze der Logik sind Tautologien.

6.11 Die Sätze der Logik sagen also Nichts. (Sie sind die analytischen Sätze.)

6.111 Theorien, die einen Satz der Logik gehaltvoll erscheinen lassen, sind immer falsch. Man könnte z. B. glauben, daß die Worte »wahr« und »falsch« zwei Eigenschaften unter anderen Eigenschaften bezeichnen, und da erschiene es als eine merkwürdige Tatsache, daß jeder Satz eine dieser Eigenschaften besitzt. Das scheint nun nichts weniger als selbstverständlich zu sein, ebensowenig selbstverständlich, wie etwa der Satz, »alle Rosen sind entweder gelb oder rot« klänge, auch wenn er wahr wäre. Ja, jener Satz bekommt nun

Y defino:

$0+1=1$  Def.

$0+1+1=2$  Def.

$0+1+1+1=3$  Def.

(etc.)

6.021 El número es el exponente de una operación.

6.022 El concepto de número no es sino aquello que es común a todos los números, la forma general del número.

El concepto de número es el número variable.

Y el concepto de igualdad numérica es la forma general de todas las igualdades numéricas particulares.

6.03 La forma general del número entero es:  $[0, \hat{i}, \hat{i} + 1]$ .

6.031 La teoría de las clases es superflua en matemáticas.

Esto está en conexión con el hecho de que la generalidad de la cual tenemos necesidad en matemáticas, no es la *accidental*.

6.1 Las proposiciones de la lógica son tautologías.

6.11 Por consiguiente, las proposiciones de la lógica no dicen nada. (Son proposiciones analíticas.)

6.11 Las teorías que hacen que una proposición de la lógica aparezca plena de contenido, son siempre falsas. Se puede, por ejemplo, creer que las palabras «verdadero» y «falso» significan dos propiedades entre otras propiedades, y así aparecería como un hecho extraño que toda proposición: poseyese una de estas propiedades. Esto no parece ahora ya tan evidente, no más evidente que la proposición «todas las rosas son amarillas o rojas», aunque fuese verdadera. Así,

ganz den Charakter eines naturwissenschaftlichen Satzes, und dies ist das sichere Anzeichen dafür, daß er falsch aufgefaßt wurde.

6.112 Die richtige Erklärung der logischen Sätze muß ihnen eine einzigartige Stellung unter allen Sätzen geben.

6.113 Es ist das besondere Merkmal der logischen Sätze, daß man am Symbol allein erkennen kann, daß sie wahr sind, und diese Tatsache schließt die ganze Philosophie der Logik in sich. Und so ist es auch eine der wichtigsten Tatsachen, daß sich die Wahrheit oder Falschheit der nichtlogischen Sätze *nicht* am Satz allein erkennen läßt.

6.12 Daß die Sätze der Logik Tautologien sind, das zeigt die formalen –logischen- Eigenschaften der Sprache, der Welt. Daß ihre Bestandteile so verknüpft eine Tautologie ergeben, das charakterisiert die Logik ihrer Bestandteile. Damit Sätze, auf bestimmte Art und Weise verknüpft, eine Tautologie ergeben, dazu müssen sie bestimmte Eigenschaften der Struktur haben. Daß sie *so* verbunden eine Tautologie ergeben, zeigt also, daß sie diese Eigenschaften der Struktur besitzen.

6.1201 Daß z. B. die Sätze » $p$ « und » $\neg p$ « in der Verbindung » $(p \cdot \neg p)$ « eine Tautologie ergeben, zeigt, daß sie einander widersprechen. Daß die Sätze » $p \supset q$ «, » $p$ « und » $q$ « in der Form » $(p \supset q) \cdot (p) : \supset : (q)$ « miteinander verbunden eine Tautologie ergeben, zeigt, daß  $q$  aus  $p$  und  $p \supset q$  folgt. Daß » $(x) \cdot fx : \supset : fa$ « eine Tautologie ist, daß  $fa$  aus  $(x) \cdot fx$  folgt. etc. etc.

pues, aquella proposición ha tomado el carácter de una proposición científica, y ésta es una señal segura de qué había sido falsamente entendida.

6.112 La correcta explicación de las propiedades lógicas debe darla una posición peculiar entre todas las otras proposiciones.

6.113 La señal característica de las proposiciones lógicas está en que se puede reconocer sólo en el símbolo que son verdaderas o falsas; y este hecho contiene en sí toda la filosofía de la lógica. Y es también uno de los hechos –más importantes que la verdad o la falsedad de las proposiciones no lógicas, no se pueda reconocer sólo en la proposición.

6.12 El hecho de que las proposiciones de la lógica sean tautológicas muestra las propiedades formales –lógicas- del lenguaje, del mundo.

Que sus partes constitutivas así unidas den una tautología caracteriza la lógica de sus partes constitutivas.

Para que las proposiciones unidas de modo y manera determinados den una tautología, han de tener determinadas propiedades de estructura.

Que *así* unidas den una tautología indica también que poseen estas propiedades de estructura.

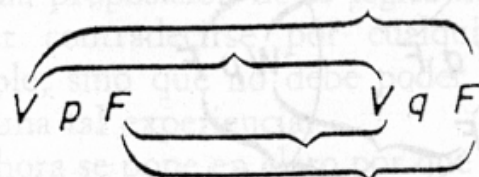
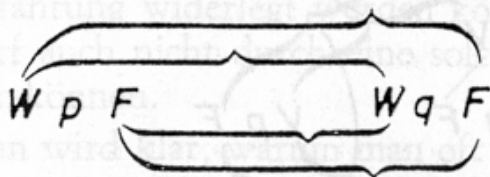
6.1201 Que, por ejemplo, las proposiciones » $p$ « y » $\neg p$ « en la unión » $(p \cdot \neg p)$ « den una tautología, indica que se contradicen entre sí. Que las proposiciones » $p \supset q$ «, » $p$ « y » $q$ « unidas entre sí en la forma » $(p \supset q) \cdot (p) : \supset : (q)$ «, den una tautología, indica que  $q$  procede de  $p$  y  $p \supset q$ . Que » $(x) \cdot fx : \supset : fa$ « sea una tautología indica que  $fa$  se sigue de  $(x) \cdot fx$ , etc., etc.

6.1202 Es ist klar, daß man zu demselben Zweck statt der Tautologien auch die Kontradiktionen verwenden könnte.

6.1202 Es claro que pueden utilizarse con este fin las contradicciones en lugar de las tautologías.

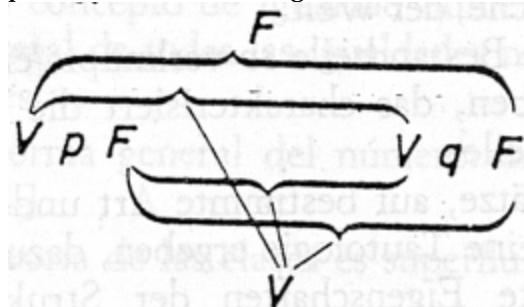
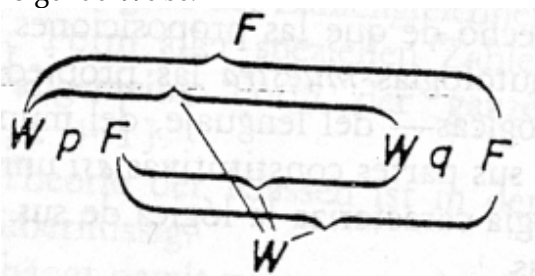
6.1203 Um eine Tautologie als solche zu erkennen, kann man sich, in den Fällen, in welchen in der Tautologie keine Allgemeinheitsbezeichnung vorkommt, folgender anschaulichen Methode bedienen: Ich schreibe statt » $p$ «, » $q$ «, » $r$ « etc. » $WpF$ «, » $WqF$ «, » $WrF$ « etc. Die Wahrheitskombination drücke ich durch Klammern aus. Z. B.:

6.1203 Para reconocer una tautología como tal en los casos en que no entra en la tautología el signo de generalidad, podemos usar el siguiente método intuitivo: Escribo « $VpF$ », « $VqF$ », « $VrF$ », etc., en lugar de « $p$ », « $q$ », « $r$ », etc. Expreso las combinaciones de verdad por medio de paréntesis. Por ejemplo:



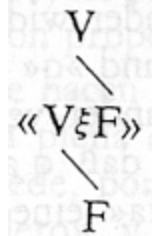
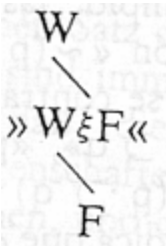
und die Zuordnung der Wahr- oder Falschheit des ganzen Satzes und der Wahrheitskombinationen der Wahrheitsargumente durch Striche auf folgende Weise:

y la coordinación de la verdad o falsedad de toda la proposición con las combinaciones de verdad de los argumentos de verdad, por líneas, del modo siguiente:

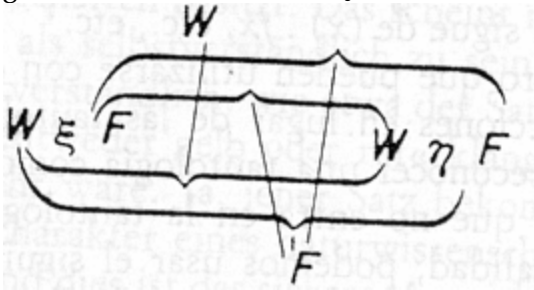


Dies Zeichen würde also z. B. den Satz  $p \supset q$  darstellen. Nun will ich z. B. den Satz  $\sim (p \cdot \sim p)$  (Gesetz des Widerspruchs) daraufhin untersuchen, ob er eine Tautologie ist. Die Form » $\sim \hat{i}$ « wird in unserer Notation

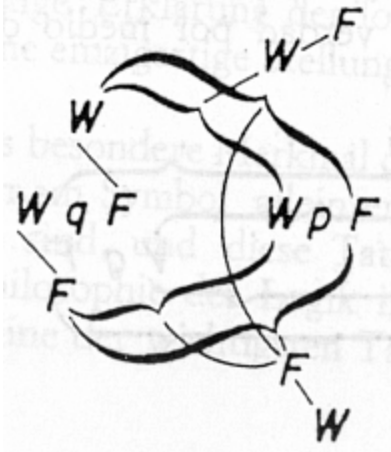
Este signo, por ejemplo, representaría la proposición  $p \supset q$ . Quiero ahora, por ejemplo, investigar si una proposición como  $\sim (p \cdot \sim p)$  (principio de contradicción) es una tautología. La forma « $\sim \hat{i}$ » se escribe en nuestra notación



geschrieben; die Form » î . ç « so:



Daher lautet der Satz - (p, - q) so:

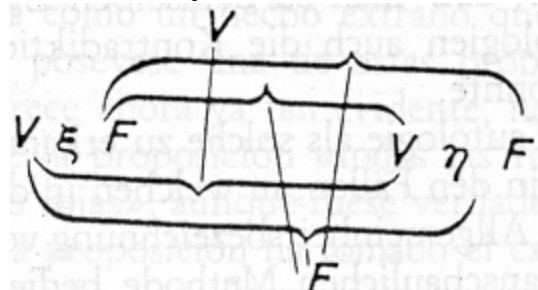


Setzen wir statt »q« »p« ein und untersuchen die Verbindung der äußersten W und F mit den innersten, so ergibt sich, daß die Wahrheit des ganzen Satzes *allen* Wahrheitskombinationen seines Argumentes, seine Falschheit keiner der Wahrheitskombinationen zugeordnet ist.

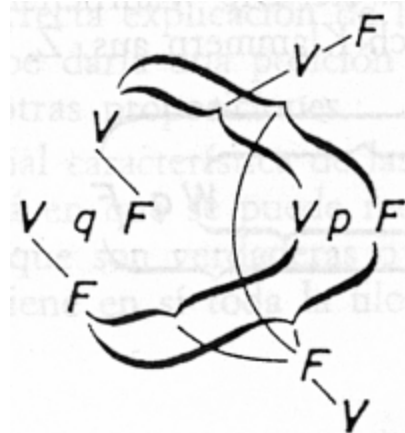
6.121 Die Sätze der Lögik demonstrieren die logischen Eigenschaften der Sätze, indem sie sie zu nichtssagenden Sätzen verbinden.

Diese Methode könnte man auch eine Nullmethode nennen. Im logischen Satz werden Sätze miteinander ins Gleichgewicht gebracht und der Zustand des Gleichgewichts zeigt dann an, wie diese Sätze logisch beschaffen sein müssen.

La forma « î . ç » así:



Por lo tanto, la proposición - (p . - q) resulta así:



Si ponemos « p » en lugar de « q » y examinamos la combinación más externa de las V y de las F con aquella más interna, resulta que la verdad de la proposición entera está coordinada con todas las combinaciones de verdad de sus argumentos; su falsedad con ninguna de las combinaciones de verdad.

6.121 Las proposiciones de la lógica demuestran las propiedades lógicas de las proposiciones que no dicen nada.

A este método se le podría llamar un método cero. En la proposición lógica, las proposiciones se ponen en equilibrio recíproco, y el estado de equilibrio indica cómo deben construirse lógicamente estas proposiciones.



6.122 Daraus ergibt sich, daß wir auch ohne die logischen Sätze auskommen können, da wir ja in einer entsprechenden Notation die formalen Eigenschaften der Sätze durch das bloße Ansehen dieser Sätze erkennen können.

6.1221 Ergeben z. B. zwei Sätze » $p$ « und » $q$ « in der Verbindung » $p \supset q$ « eine Tautologie, so ist klar, daß  $q$  aus  $p$  folgt.

Daß z. B. » $q$ « aus » $p \supset q$  .  $p$ « folgt, ersehen wir aus diesen beiden Sätzen selbst, aber wir können es auch so zeigen, indem wir sie zu » $p : \supset q$  .  $p : \supset : q$ « verbinden und nun zeigen, daß dies eine Tautologie ist.

6.1222 Dies wirft ein Licht auf die Frage, warum die logischen Sätze nicht durch die Erfahrung bestätigt werden können, ebenso wenig, wie sie durch die Erfahrung widerlegt werden können. Nicht nur muß ein Satz der Logik durch keine mögliche Erfahrung widerlegt werden können, sondern er darf auch nicht durch eine solche bestätigt werden können.

6.1223 Nun wird klar, warum man oft fühlte, als wären die »logischen Wahrheiten« von uns zu »fordern«. Wir können sie nämlich insofern fordern, wir eine genügende Notation fordern können.

6.1224 Es wird jetzt auch klar, warum die Logik die Lehre von den Formen und vom Schließen genannt wurde.

6.123 Es ist klar: Die logischen Gesetze dürfen nicht selbst wieder logischen Gesetzen unterstehen.

(Es gibt nicht, wie Russell meinte, für jede »Type« eigenes Gesetz des Widerspruchs, sondern Eines genügt, da es auf sich selbst nicht anendet wird.)

6.122 De aquí resulta que podríamos también pasar sin las proposiciones lógicas, ya que en una notación correspondiente podríamos reconocer las propiedades formales de las proposiciones por una simple inspección.

6.1221 Si, por ejemplo, dos proposiciones, » $p$ « y » $q$ «, dan una tautología en la conexión » $p \supset q$ «, entonces es claro que  $q$  se sigue de  $p$ .

Que, por ejemplo, » $q$ « se siga de » $p \supset q$  .  $p$ « lo vemos de estas dos mismas proposiciones; pero lo podíamos indicar también así: uniéndolas a » $p \supset q$  .  $p : \supset q$ « y mostrando que esto es una tautología.

6.1222 Esto arroja luz sobre la cuestión de por qué las proposiciones lógicas no pueden ser confirmadas por la experiencia, lo mismo que contradecirlas la experiencia.

Una proposición de la lógica no sólo no debe poder contradecirse por cualquier experiencia posible, sino que no debe poder ser confirmada por una tal experiencia.

6.1223 Ahora se pone en claro por qué se siente a menudo que las »verdades lógicas« deben ser »postuladas« por nosotros: nosotros podemos, efectivamente, postularlas en cuanto podemos postular una adecuada notación.

6.1224 Y se pone también en claro por qué se ha llamado a la lógica la teoría de las formas y de la inferencia.

6.123 Es claro que las leyes de la lógica no pueden a su vez obedecer a las leyes de la lógica.

(No hay, como pensaba Russell, para cada »tipo« un principio particular de contradicción; uno basta, ya que no es aplicable a sí mismo.)

6.1231 Das Anzeichen des logischen Satzes ist *nicht* die Allgemeingültigkeit.

Allgemein sein, heißt ja nur: Zufälligerweise für alle Dinge gelten. Ein unverallgemeinerter Satz kann ja ebensowohl tautologisch sein als ein verallgemeinerter.

6.1232 Die logische Allgemeingültigkeit könnte man wesentlich nennen, im Gegensatz zu jener zufälligen, etwa des Satzes »alle Menschen sind sterblich«. Sätze, wie Russells »*Axiom of reducibility*« sind nicht logische Sätze, und dies erklärt unser Gefühl: Daß sie, wenn wahr, so doch nur durch einen günstigen Zufall wahr sein könnten.

6.1233 Es läßt sich eine Welt denken, in der das Axiom of reducibility nicht gilt. Es ist aber klar, daß die Logik nichts mit der Frage zu schaffen hat, ob unsere Welt wirklich so ist oder nicht.

6.124 Die logischen Sätze beschreiben das Gerüst der Welt, oder vielmehr, sie stellen es dar. Sie »handeln« von nichts. Sie setzen voraus, daß Namen Bedeutung, und Elementarsätze Sinn haben: Und dies ist ihre Verbindung mit der Welt. Es ist klar, daß es etwas über die Welt anzeigen muß, daß gewisse Verbindungen von Symbolen –welche wesentlich einen bestimmten Charakter haben– Tautologien sind. Hierin liegt das Entscheidende. Wir sagten, manches an den Symbolen, die wir gebrauchen, wäre willkürlich, manches nicht. In der Logik drückt nur dieses aus: Das heißt aber, in der Logik drücken nicht wir mit Hilfe der Zeichen aus, was wir wollen, sondern in der Logik sagt die Natur der naturnotwendigen Zeichen selbst aus: Wenn wir die logische Syntax irgendeiner Zeichensprache kennen, dann sind bereits alle Sätze der Logik gegeben.

6.1231 La característica de las proposiciones lógicas *no* es su validez general.

Ser general significa, pues, solo valer de modo accidental para todas las cosas. Una proposición no generalizada puede ser tautológica tanto cuanto una generalizada.

6.1232 La validez lógica general podría llamarse esencial en contraposición a la accidental; por ejemplo: la de la proposición «todos los hombres son mortales». Proposiciones como el «Axioma de reducibilidad» de Russell no son proposiciones lógicas, y esto explica nuestro sentimiento de que aunque fuesen verdaderas sólo podrían serlo por una feliz casualidad.

6.1233 Se puede pensar un mundo en el cual el axioma de reducibilidad no sea válido. Pero es claro que la lógica no tiene nada que ver con la cuestión de si nuestro mundo es realmente así o no.

6.124 Las proposiciones lógicas describen la armazón del mundo o, mejor, la presentan. No «tratan» de nada, presuponen que los nombres tienen significado, y las proposiciones elementales, sentido; y ésta es su conexión con el mundo. Es claro que debe manifestar algo sobre el mundo el hecho de que resulten tautologías de uniones de símbolos, que tienen esencialmente un carácter determinado. Este es el punto decisivo. Decimos que en los símbolos que utilizamos algunas cosas son arbitrarias y otras no. La lógica expresa solamente esto último; pero esto significa que en lógica *nosotros* no expresamos por medio de los signos lo que queremos, sino que en lógica habla la naturaleza misma de los signos esencialmente necesarios. Si nosotros conocemos la sintaxis lógica de un lenguaje de signos cualquiera, entonces todas las proposiciones de la lógica están ya dadas.

6.125 Es ist möglich, und zwar auch nach der alten Auffassung der Logik, von vornherein eine Beschreibung aller »wahren« logischen Sätze zu geben.

6.1126 Darum kann es in der Logik auch *nie* Überraschungen geben.

6.126 Ob ein Satz der Logik angehört, kann man berechnen, indem man die logischen Eigenschaften des *Symbols* berechnet.

Und dies tun wir, wenn wir einen logischen Satz »beweisen«. Denn, ohne uns um einen Sinn und eine Bedeutung zu kümmern, bilden wir den logischen Satz aus anderen nach bloßen *Zeichenregeln*.

Der Beweis der logischen Sätze besteht darin, daß wir sie aus anderen logischen Sätzen durch successive Anwendung gewisser Operationen entstehen lassen, die aus den ersten immer wieder Tautologien erzeugen. (Und zwar *folgen* aus einer Tautologie nur Tautologien.)

Natürlich ist diese Art zu zeigen, daß ihre Sätze Tautologien sind, der Logik durchaus unwesentlich. Schon darum, weil die Sätze, von welchen der Beweis ausgeht, ja ohne Beweis zeigen müssen, daß sie Tautologien sind.

6.1261 In der Logik sind Prozeß und Resultat äquivalent. (Darum keine Überraschung.)

6.1262 Der Beweis in der Logik ist nur ein mechanisches Hilfsmittel zum leichteren Erkennen der Tautologie, wo sie kompliziert ist.

6.125 Es posible también, según la vieja concepción de la lógica, dar de antemano una descripción de todas las «verdaderas» proposiciones lógicas.

6.1251 Por lo tanto, en lógica *jamás* puede haber sorpresas.

6.126 Es posible calcular si una proposición pertenece a la lógica calculando las propiedades lógicas del *símbolo*.

Y esto hacemos cuando «probamos» una proposición lógica. Pues sin preocuparnos del sentido y significado formamos la proposición lógica desde otras, según meras *reglas simbólicas*.

La prueba de una proposición lógica consiste en esto; en obtenerla de otras proposiciones lógicas por la aplicación sucesiva de ciertas operaciones con las cuales se continúa obteniendo de las primeras proposiciones nuevas tautologías. (Pues de una tautología solo tautologías se *siguen*.)

Naturalmente, este modo de manifestar que sus proposiciones son tautológicas, no es esencial a la lógica. Y es así por esta razón, porque las proposiciones de las cuales comienza la prueba deben indicar, sin pruebas, que son tautologías.

6.1261 En lógica, proceso y resultado son equivalentes. (No caben, pues, sorpresas.)

6.1262 La prueba en lógica es sólo un expediente mecánico para facilitar el reconocimiento de la tautología, cuando es complicada.

6.1263 Es wäre ja auch zu merkwürdig, wenn man einen sinnvollen Satz *logisch* aus anderen beweisen könnte, und einen logischen Satz *auch*. Es ist von vornherein klar daß der logische Beweis eines sinnvollen Satzes und der Beweis in der Logik zwei ganz verschiedene Dinge sein müssen.

6.1264 Der sinnvolle Satz sagt etwas aus, und sein Beweis zeigt, daß es so ist; in der Logik ist jeder Satz die Form eines Beweises.

Jeder Satz der Logik ist ein in Zeichen dargestellter *modus ponens*. (Und den *modus ponens* kann man nicht durch einen Satz ausdrücken.)

6.1265 Immer kann man die Logik so auffassen, daß jeder Satz sein eigener Beweis ist.

6.127 Alle Sätze der Logik sind gleichberechtigt, es gibt unter ihnen nicht wesentlich Grundgesetze und abgeleitete Sätze.

Jede Tautologie zeigt selbst, daß sie eine Tautologie ist.

6.1271 Es ist klar, daß die Anzahl der »logischen Grundgesetze« willkürlich ist, denn man könnte die Logik ja aus Einem Grundgesetz ableiten, indem man einfach z. B. aus Freges Grundgesetzen das logische Produkt bildet. (Frege würde vielleicht sagen, daß dieses Grundgesetz nun nicht mehr unmittelbar einleuchte. Aber es ist merkwürdig, daß ein so exakter Denker wie Frege sich auf den Grad des Einleuchtens als Kriterium des logischen Satzes berufen hat.)

6.13 Die Logik ist keine Lehre, sondern ein Spiegelbild der Welt.  
Die Logik ist transcendental.

6.2 Die Mathematik ist eine logische Methode.

6.1263 Sería, sin duda, sorprendente que se pudiese probar *lógicamente* una proposición con significado por otra, y *también* una proposición lógica. Es claro de antemano que la prueba lógica de una proposición con significado y la prueba *en* lógica deben ser dos cosas por completo diferentes.

6.1264 La proposición con significado dice algo, y su prueba muestra que esto es así; en lógica toda proposición es la forma de una prueba.

Toda proposición de lógica es un *modus ponens* presentado en signos. (Y el *modus ponens* no puede ser expresado por una proposición.)

6.1265 La lógica se puede concebir siempre de tal modo que cada proposición sea su propia prueba.

6.127 Todas las proposiciones de la lógica tienen igual dignidad. No hay ningunas de ellas que sean proposiciones primitivas por esencia y otras derivadas.

Toda tautología muestra por sí-misma que es una tautología.

6.1271 Es claro que el número de «proposiciones lógicas primitivas» es arbitrario, pues se puede deducir la lógica de una sola proposición primitiva, formando, por ejemplo, el producto lógico de las proposiciones primitivas de Frege. (Frege diría, quizá, que esta proposición primitiva no era del modo más inmediato evidente, pero es extraño que un pensador tan exacto como Frege tenga que recurrir al grado de evidencia como criterio de la proposición lógica.)

6.13 La lógica no es una doctrina, sino un reflejo del mundo.

La lógica es transcendental.

6.2 La matemática es un método lógico.

Die Sätze der Mathematik sind Gleichungen, also Scheinsätze.

6.21 Der Satz der Mathematik drückt keinen Gedanken aus.

6.211 Im Leben ist es ja nie der mathematische Satz, den wir brauchen, sondern wir benütze den mathematischen Satz *nur*, um aus Sätzen, welche nicht der Mathematik angehören, auf andere zu schließen, welche gleichfalls nicht der Mathematik angehören.

(In der Philosophie führt die Frage »wozu gebrauchen wir eigentlich jenes Wort, jenen Satz« immer wieder zu wertvollen Einsichten.)

6.22 Die Logik der Welt, die die Sätze der Logik in den Tautologien zeigen, zeigt die Mathematik in den Gleichungen.

6.23 Wenn zwei Ausdrücke durch das Gleichheitszeichen verbunden werden, so heißt das, sie sind durch einander ersetzbar. Ob dies aber der Fall ist, muß sich an den beiden Ausdrücken selbst zeigen.

Es charakterisiert die logische Form zweier Ausdrücke, daß sie durch einander ersetzbar sind.

6.231 Es ist eine Eigenschaft der Bejahung, daß man sie als doppelte Verneinung auffassen kann.

Es ist eine Eigenschaft von »  $1+1+1+1$ «, daß man es als » $(1+1)+(1+1)$ « auffassen kann.

6.232 Frege sagt, die beiden Ausdrücke haben dieselbe Bedeutung, aber verschiedenen Sinn.

Las proposiciones de la matemática son ecuaciones, y, por consiguiente, pseudo-proposiciones.

6.21 Las proposiciones matemáticas no expresan ningún pensamiento.

6.211 No es, pues, nunca, en la vida, una proposición matemática lo que nosotros necesitamos, sino que utilizamos las proposiciones matemáticas *sólo* para inferir de proposiciones que no pertenecen a la matemática otras proposiciones, las cuales, igualmente, no pertenecen a las matemáticas.

(En filosofía, la cuestión «¿Con qué fin usamos propiamente tal palabra, tal proposición? », lleva siempre a resultados valiosos.)

6.22 La lógica del mundo, que en las proposiciones de la lógica aparece en tautologías, aparece en matemáticas en ecuaciones.

6.23 Si dos expresiones están unidas por el signo de igualdad, esto significa que puede sustituirse la una por la otra. Pero si éste es el caso, ambas expresiones deben mostrarlo por sí mismas.

Es característico de la forma lógica de dos expresiones que sean recíprocamente sustituibles.

6.231 Es una propiedad de la afirmación que se la pueda concebir como una negación doble.

Es una propiedad de »  $1+1+1+1$ «, que pueda ser concebido como » $(1+1)+(1+1)$ «.

6.232 Frege dice que las dos expresiones tienen el mismo significado, pero distinto sentido.

Das Wesentliche an der Gleichung ist aber, daß sie nicht notwendig ist, um zu zeigen, daß die beiden Ausdrücke, die das Gleichheitszeichen verbindet, dieselbe Bedeutung haben, da sich dies aus den beiden Ausdrücken selbst ersehen läßt.

6.2321 Und, daß die Sätze der Mathematik bewiesen werden können, heißt ja nichts anderes, als daß ihre Richtigkeit einzusehen ist, ohne daß das, was sie ausdrücken, selbst mit den Tatsachen auf seine Richtigkeit hin verglichen werden muß.

6.2322 Die Identität der Bedeutung zweier Ausdrücke läßt sich nicht *behaupten*. Denn um etwas von ihrer Bedeutung behaupten zu können, muß ich ihre Bedeutung kennen: und indem ich ihre Bedeutung kenne, weiß ich, ob sie dasselbe oder verschiedenes bedeuten.

6.2323 Die Gleichung kennzeichnet nur den Standpunkt, von welchem ich die beiden Ausdrücke betrachte, nämlich vom Standpunkte ihrer Bedeutungsgleichheit.

6.233 Die Frage, ob man zur Lösung der mathematischen Probleme die Anschauung brauche, muß dahin beantwortet werden, daß eben die Sprache hier die nötige Anschauung liefert.

6.2331 Der Vorgang des *Rechnens* vermittelt eben diese Anschauung.  
Die Rechnung ist kein Experiment.

6.234 Die Mathematik ist eine Methode der Logik.

6.2341 Das Wesentliche der mathematischen Methode ist es, mit Gleichungen zu arbeiten. Auf dieser Methode beruht es nämlich, daß jeder Satz der Mathematik sich von selbst verstehen muß.

Pero lo esencial en la ecuación consiste en que no es necesaria para indicar que ambas expresiones, que están unidas por el signo de igualdad, tienen el mismo significado: pues esto puede percibirse de las dos expresiones por sí mismas.

6.2321 Y que las proposiciones de las matemáticas puedan probarse, no significa otra cosa que su exactitud es reconocible sin necesidad de comparar, con los hechos, en cuanto a su exactitud, lo que ellas expresan.

6.2322 La identidad del significado de dos expresiones no puede ser *aseverada*. Pues para poder afirmar algo sobre su significado debo conocer su significado, y si lo conozco, entonces sé si significan la misma o distinta cosa.

6.2323 La ecuación caracteriza sólo el punto de vista desde el cual considero las dos expresiones, es decir, el punto de vista de su igualdad de significado.

6.233 A la cuestión de si tenemos necesidad de la intuición para resolver los problemas matemáticos, se debe responder que en este caso el lenguaje mismo ofrece la intuición necesaria.

6.2331 El proceso del *cálculo* proporciona precisamente esta intuición.  
El cálculo no es un experimento.

6.234 La matemática es un método de la lógica.

6.2341 Lo esencial del método matemático consiste en trabajar con ecuaciones. De este método depende, en efecto, que toda proposición matemática pueda entenderse por sí misma.

6.24 Die Methode der Mathematik, zu ihren Gleichungen zu kommen, ist die Substitutionsmethode. Denn die Gleichungen drücken die Ersetzbarkeit zweier Ausdrücke aus, und wir schreiten von einer Anzahl von Gleichungen zu neuen Gleichungen vor, indem wir, den Gleichungen entsprechend, Ausdrücke durch andere ersetzen.

6.241 So lautet der Beweis des Satzes  $2 \times 2 = 4$ :

$$\begin{aligned} & (\dot{U}^v)^i x = \dot{U}^{vx} i' x \text{ Def.} \\ \dot{U}^{2x2} x = (\dot{U}^2)^2 x = (\dot{U}^2)^{1+1} x = \dot{U}^2 \dot{U}^2 x = \dot{U}^{1+1} \dot{U}^{1+1} x \\ & x = (\dot{U} \dot{U})' (\dot{U} \dot{U})' x = \dot{U} \dot{U} \dot{U} \dot{U} x = \dot{U}^{1+1+1+1} x = \dot{U}^4 x. \end{aligned}$$

6.3 Die Erforschung der Logik bedeutet die Erforschung *aller Gesetzmäßigkeit*. Und außerhalb der Logik ist alles Zufall.

6.31 Das sogenannte Gesetz der Induktion kann jedenfalls kein logisches Gesetz sein, denn es ist offenbar ein sinnvoller Satz. – Und darum kann es auch kein Gesetz *a priori* sein.

6.32 Das Kausalitätsgesetz ist kein Gesetz, sondern die Form eines Gesetzes.

6.321 »Kausalitätsgesetz«, das ist ein Gattungsname. Und wie es in der Mechanik, sagen wir, Minimum-Gesetze gibt, -etwa der kleinsten Wirkung- so gibt es in der Physik Kausalitätsgesetze, Gesetze von der Kausalitätsform.

6.3211 Man hat ja auch davon eine Ahnung gehabt, daß es ein »Gesetz der kleinsten Wirkung« geben müsse, ehe man genau wußte, wie es lautete. (Hier, wie immer, stellt sich das *a priori* Gewisse als etwas rein Logisches heraus.)

6.24 El método por el cual la matemática obtiene sus ecuaciones es el método de sustitución.

Pues las ecuaciones expresan la sustituibilidad de dos expresiones, y nosotros procedemos de un número dado de ecuaciones a otras nuevas ecuaciones, sustituyendo las expresiones por otras, de acuerdo con las ecuaciones.

6.241 Así, la prueba de la proposición  $2 \times 2 = 4$  es la siguiente:

$$\begin{aligned} & (\dot{U}^v)^i x = \dot{U}^{vx} i' x \text{ Def.} \\ \dot{U}^{2x2} x = (\dot{U}^2)^2 x = (\dot{U}^2)^{1+1} x = \dot{U}^2 \dot{U}^2 x = \dot{U}^{1+1} \dot{U}^{1+1} x \\ & x = (\dot{U} \dot{U})' (\dot{U} \dot{U})' x = \dot{U} \dot{U} \dot{U} \dot{U} x = \dot{U}^{1+1+1+1} x = \dot{U}^4 x. \end{aligned}$$

6.3 La investigación lógica significa la investigación de toda regularidad. Y fuera de la lógica todo es casual.

6.31 La llamada ley de inducción no puede en ningún caso ser una ley lógica, pues es, visiblemente, una proposición con significado. Por consiguiente, no puede ser una ley *a priori*.

6.32 La ley de causalidad no es una ley, sino la forma de una ley\*.

6.321 La «ley de causalidad» es un nombre de clase, y lo mismo que en mecánica hay, por ejemplo, las leyes del *minimum* –tales como la ley de la acción mínima-, así, en física, hay leyes de causalidad, leyes de la forma de causalidad.

6.3211 Los hombres tienen de hecho la idea de que debe haber una «ley de la mínima acción», incluso antes de saber exactamente cómo sería. (Aquí como siempre, aquello que es cierto *a priori* resulta algo puramente lógico.)

---

\* Es decir, no la forma de una ley particular, sino una cierta clase de ley. (Nota de Bertrand Russell.)

6.33 Wir *glauben* nicht a priori an ein Erhaltungsgesetz, sondern wir *wissen* a priori die Möglichkeit einer logischen Form.

6.34 Alle jene Sätze, wie der Satz vom Grunde, von der Kontinuität in der Natur, vom kleinsten Aufwande in der Natur etc. etc., alle diese sind Einsichten a priori über die mögliche Formgebung der Sätze der Wissenschaft.

6.341 Die Newtonsche Mechanik z. B. bringt die Weltbeschreibung auf eine einheitliche Form. Denken wir uns eine weiße Fläche, auf der unregelmäßige schwarze Flecken Urären. Wir sagen nun: Was für ein Bild immer hierdurch entsteht, immer kann ich seiner Beschreibung beliebig nahe kommen, indem ich die Fläche mit einem entsprechend feinen quadratischen Netzwerk bedecke und nun von jedem Quadrat sage, daß es weiß oder schwarz ist. Ich werde auf diese Weise die Beschreibung der Fläche auf eine einheitliche Form gebracht haben. Diese Form ist beliebig, denn ich hätte mit dem gleichen Erfolge ein Netz aus dreieckigen oder sechseckigen Maschen verwenden können. Es kann sein, daß die Beschreibung mit Hilfe eines Dreiecks-Netzes einfacher geworden wäre; das heißt, daß wir die Fläche mit einem größeren Dreiecks-Netz genauer beschreiben könnten als mit einem feineren quadratischen (oder umgekehrt) usw. Den verschiedenen Netzen entsprechen verschiedene Systeme der Weltbeschreibung. Die Mechanik bestimmt eine Form der Weltbeschreibung, indem sie sagt: Alle Sätze der Weltbeschreibung müssen aus einer Anzahl gegebener Sätze – den mechanischen Axiomen – auf eine gegebene Art und Weise erhalten werden. Hierdurch liefert sie die Bausteine zum Bau des wissenschaftlichen Gebäudes und sagt:

6.33 Nosotros no *creemos a priori* en una ley de conservación, pero *conocemos* a priori la posibilidad de una forma lógica.

6.34 Todas las proposiciones tales como el principio de razón, la ley de la continuidad de la naturaleza, del mínimo de gasto en la naturaleza, etcétera, etc., todas son intuiciones a priori acerca de las posibles formas que se podrían dar a las proposiciones de la ciencia.

6.341 La mecánica newtoniana, por ejemplo, reduce la descripción del universo a una forma unitaria. Imaginémonos una superficie blanca con manchas negras irregulares. Digamos: Cualquier clase de figura que resulte puedo siempre aproximarla, tanto cuanto quiera, a su descripción si cubro la superficie con una malla reticular suficientemente fina, diciendo de cada cuadrícula que es blanca o negra. Habré reducido así la descripción de la superficie a una forma unitaria. Esta forma es arbitraria, pues yo hubiese podido aplicar con igual éxito una malla con aberturas triangulares o hexagonales. Pudiera ocurrir que la descripción hecha con una malla triangular fuese más sencilla; esto quiere decir que con una malla triangular más gruesa podríamos describir la superficie más exactamente que con una cuadrangular más fina, o al revés, y así sucesivamente.

A las diferentes mallas corresponden diversos sistemas de descripción del universo. La mecánica determina una forma de descripción diciendo: todas las proposiciones de la descripción del mundo deben obtenerse de un modo dado por un número dado de proposiciones – los axiomas de la mecánica –. Proporciona los ladrillos para construir el edificio de la ciencia y dice: cualquier edificio que tú quisieras levantar lo debes construir siempre con estos y solo con estos ladrillos.



Welches Gebäude immer du aufführen willst, jedes mußt du irgendwie mit diesen und nur diesen Bausteinen zusammenbringen.

(Wie man mit dem Zahlensystem jede beliebige Anzahl, so muß man mit dem System der Mechanik jeden beliebigen Satz der Physik hinschreiben können.)

6.342 Und nun sehen wir die gegenseitige Stellung von Logik und Mechanik. (Man könnte das Netz auch aus verschiedenartigen Figuren etwa aus Dreiecken und Sechsecken bestehen lassen.) Daß sich ein Bild, wie das vorhin erwähnte, durch ein Netz von gegebener Form beschreiben läßt, sagt über das Bild *nichts* aus. (Denn dies gilt für jedes Bild dieser Art.) Das aber charakterisiert das Bild, daß es sich durch ein bestimmtes Netz von *bestimmter* Feinheit *vollständig* beschreiben läßt.

So auch sagt es nichts über die Welt aus, daß sie sich durch die Newtonsche Mechanik beschreiben läßt; wohl aber, daß sie sich so durch jene beschreiben läßt, wie dies eben der Fall ist. Auch das sagt etwas über die Welt, daß sie sich durch die eine. Mechanik einfacher beschreiben läßt als durch die andere.

6.343 Die Mechanik ist ein Versuch, alle *wahren* Sätze, die wir zur Weltbeschreibung brauchen, nach Einem Plane zu konstruieren.

6.3431 Durch den ganzen logischen Apparat hindurch sprechen die physikalischen Gesetze doch von den Gegenständen der Welt.

6.3432 Wir dürfen nicht vergessen, daß die Weltbeschreibung durch die Mechanik immer die ganz allgemeine ist. Es ist in ihr z.B. nie von *bestimmten* materiellen Punkten die Rede, sondern immer nur von *irgendwelchen*.

(Lo mismo que con el sistema de los números se debe ser capaz de escribir arbitrariamente cualquier número, así con el sistema de la mecánica se debe poder escribir arbitrariamente cualquier proposición de la física.)

6.342 Ahora vemos la recíproca posición de la lógica y la mecánica. (Se podría construir la malla con figuras de diferentes clases; por ejemplo, con triángulos y hexágonos.) Que una figura como la arriba citada se pueda describir por una malla de una forma dada no dice *nada* sobre la figura misma. (Pues esto es válido para todas las figuras de esta clase.) Pero *aquello* que caracteriza a la figura-es el hecho de que se la pueda describir *completamente* con una determinada malla de *determinada* finura.

Así, pues, nada dice acerca del universo que se le pueda describir por la mecánica newtoniana; pero sí dice algo que se le pueda describir así como de hecho se le describe. Y también dice algo sobre el mundo que se le pueda describir más sencillamente por una mecánica que por otra.

6.343 La mecánica es un intento de construir según un plan único todas las proposiciones *verdaderas* que se necesitan para la descripción del mundo.

6.3431 A través de su completo aparato lógico, las leyes físicas hablan aún de los objetos del mundo.

6.3432 No debemos olvidar que la descripción del mundo por la mecánica es siempre completamente general. No se habla nunca de puntos materiales *determinados*, sino sólo de algunos puntos *cualesquiera*.

6.35 Obwohl die Flecke in unserem Bild geometrische Figuren sind, so kann doch selbstverständlich die Geometrie gar nichts über ihre tatsächliche Form und Lage sagen. Das Netz aber ist *rein* geometrisch, alle seine Eigenschaften können *a priori* angegeben werden.

Gesetze, wie der Satz vom Grunde, etc., handeln vom Netz, nicht von dem, was das Netz beschreibt.

6.36 Wenn es ein Kausalitätsgesetz gäbe, so könnte es lauten: »Es gibt Naturgesetze«. Aber freilich kann man das nicht sagen: es zeigt sich.

6.361 In der Ausdrucksweise Hertz's könnte man sagen: Nur *gesetzmäßige* Zusammenhänge sind *denkbar*.

6.3611 Wir können keinen Vorgang mit dem »Ablauf der Zeit« vergleichen –diesen gibt es nicht-, sondern nur mir einem anderen Vorgang (etwa mit dem Gang des Chronometers).

Daher ist die Beschreibung des zeitlichen Verlaufs nur so möglich, daß wir uns auf einen anderen Vorgang stützen.

Ganz Analoges gilt für den Raum. Wo man z.B. sagt, es könne keines von zwei Ereignissen (die sich gegenseitig ausschließen) eintreten, weil *keine Ursache* vorhanden sei, warum das eine eher als das andere eintreten solle, da handelt es sich in Wirklichkeit darum, daß man gar nicht *eines* der beiden Ereignisse beschreiben kann, wenn nicht irgendeine Asymmetrie vorhanden ist. Und *wenn* eine solche Asymmetrie vorhanden ist, so können wir diese als *Ursache* des Eintreffens des einen Und Nicht-Eintreffens des anderen auffassen.

6.35 Por cuanto en nuestra figura las manchas son figuras geométricas, la geometría no puede evidentemente decir nada sobre su forma y posición efectivas. Pero la malla es *puramente* geométrica, y todas sus propiedades pueden darse *a priori*.

Leyes como el principio de razón, etc., tratan de la malla y no de lo que la malla describe.

6.36 Si hubiese una ley de causalidad, podría decirse así: «Hay leyes naturales.»

Pero no se puede, naturalmente, decir: se muestra.

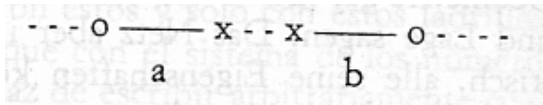
6.361 En la terminología de Hertz se podría decir: Sólo conexiones *regulares son pensables*.

6.3611 No se puede comparar un proceso con el «transcurso del tiempo» -tal cosa no existe-, sino sólo con otro proceso (tal que la marcha del cronómetro).

Por lo tanto, la descripción del proceso temporal sólo es posible en cuanto lo refiramos a otro proceso.

Esto es exactamente análogo para el espacio. Cuando, por ejemplo, se dice que de dos acontecimientos que se excluyen recíprocamente ninguno de los dos puede ocurrir, porque no hay *ninguna* causa, por la cual deba ocurrir uno mejor que el otro. En realidad, somos incapaces de describir uno de los dos acontecimientos si no se da una cierta clase de asimetría. Y si hay tal asimetría, podemos considerarla como la *causa* del acontecer del uno y del no acontecer del otro.

6.36111 Das Kantsche Problem von der rechten und linken Hand, die man nicht zur Deckung bringen kann, besteht schon in der Ebene, ja im eindimensionalen Raum, wo die beiden kongruenten Figuren a und b auch nicht zur Deckung gebracht werden können, ohne aus diesem Raum



herausbewegt zu werden. Rechte und linke Hand sind tatsächlich vollkommen kongruent. Und daß man sie nicht zur Deckung bringen kann, hat damit nichts zu tun.

Den rechten Handschuh könnte man an die linke Hand ziehen, wenn man ihn im vierdimensionalen Raum umdrehen könnte.

6.362 Was sich beschreiben läßt, das kann auch geschehen, und was das Kausalitätsgesetz ausschliessen soll, das läßt sich auch nicht beschreiben.

6.363 Der Vorgang der Induktion besteht darin, daß wir das *einfachste* Gesetz annehmen, das mit unseren Erfahrungen in Einklang zu bringen ist.

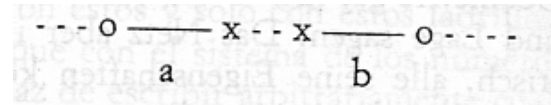
6.3631 Dieser Vorgang hat aber keine logische, sondern nur eine psychologische Begründung.

Es ist klar, daß kein Grund vorhanden ist, zu glauben, es werde nun auch wirklich der einfachste Fall eintreten.

6.36311 Daß die Sonne morgen aufgehen wird, ist eine Hypothese; und das heißt: wir *wissen* nicht, ob sie aufgehen wird.

6.37 Einen Zwang, nach dem Eines geschehen müßte, weil etwas anderes geschehen ist, gibt es nicht. Es gibt nur eine *logische* Notwendigkeit.

6.36111 El problema kantiano de la mano derecha y de la mano izquierda, que no se puede hacer que coincidan superponiéndolas, se da ya en el plano, aunque siempre en el espacio unidimensional, en el que dos figuras congruentes, a y b, no pueden coincidir sin sacarlas fuera de su espacio,



La mano derecha y la izquierda son en realidad completamente congruentes, y el hecho de que no se puedan hacer coincidir no tiene nada que ver con ello.

Se podría meter el guante derecho en la mano izquierda si fuese posible darle la vuelta en un espacio cuatridimensional.

6.362 Lo que se puede describir también puede ocurrir, y lo que está excluido por la ley de la causalidad no puede describirse.

6.363 El proceso de inducción consiste en admitir la ley *más simple* que pueda armonizarse con nuestra experiencia.

6.3631 Este proceso, pues, no tiene fundamentación lógica, sino sólo psicológica.

Es claro que no hay ningún fundamento para creer que realmente acontezca el acontecimiento más simple.

6.36311 Que el sol amanezca mañana es una hipótesis: y esto significa que no *sabemos* si amanecerá.

6.37 No existe la necesidad de que una cosa deba acontecer porque otra haya acontecido; hay sólo una necesidad lógica.

6.371 Der ganzen modernen Weltanschauung liegt die Täuschung zugrunde, daß die sogenannten Naturgesetze die Erklärungen der Naturerscheinungen seien.

6.372 So bleiben sie bei den Naturgesetzen als bei etwas Unantastbarem stehen, wie die älteren bei Gott und dem Schicksal.

Und sie haben ja beide Recht, und Unrecht. Die Alten sind allerdings insofern klarer, als sie einen klaren Abschluß anerkennen, während es bei dem neuen System scheinen soll, als sei alles erklärt.

6.373 Die Welt ist unabhängig von meinem Willen.

6.374 Auch wenn alles, was wir wünschen, geschähe, so wäre dies doch nur, sozusagen, eine Gnade des Schicksals, denn es ist kein *logischer* Zusammenhang zwischen Willen und Welt, der dies verbürgte, und den angenommenen physikalischen Zusammenhang könnten wir doch nicht selbst wieder wollen.

6.375 Wie es nur eine *logische* Notwendigkeit gibt, so gibt es auch nur eine *logische* Unmöglichkeit.

6.3751 Daß z.B. zwei Farben zugleich an einem Ort des Gesichtsfeldes sind, ist unmöglich und zwar *logisch* unmöglich, denn es ist durch die *logische* Struktur der Farbe ausgeschlossen.

Denken wir daran, wie sich d in der Physik Teilchen nicht *digkeiten* haben zu gleicher Zeit zwei Geschwindigkeiten haben kann; das heißt, daß es nicht zu gleicher Zeit an zwei Orten sein kann; das heißt, daß Teilchen an verschiedenen Orten zu Einer Zeit nicht identisch sein können.

6.371 A la base de toda la moderna concepción del mundo está la ilusión de que las llamadas leyes naturales sean la explicación de los fenómenos naturales.

6.372 Así, los modernos confían en las leyes naturales como en algo inviolable, lo mismo que los antiguos en Dios y en el destino.

Y ambos tienen razón y no la tienen; pero los antiguos eran aún más claros, en cuanto reconocían un límite preciso, mientras que el sistema moderno quiere aparentar que *todo* está explicado.

6.373 El mundo es independiente de mi voluntad.

6.374 Aunque todo lo que deseáramos ocurriese, esto sería solamente, por así decirlo, una merced de la suerte, pues no hay conexión lógica entre voluntad y mundo que pueda garantizar tal cosa, ni nosotros podríamos a su vez querer esta supuesta conexión física.

6.375 Lo mismo que sólo hay una necesidad lógica, así sólo hay una imposibilidad lógica.

6.3751 Que dos colores, por ejemplo, se encuentren simultáneamente en un punto del campo visual, es imposible, lógicamente imposible, porque lo excluye la estructura lógica del color.

Consideremos cómo se presenta esta contradicción en física. Más o menos como sigue: Una partícula..no puede tener dos velocidades al mismo tiempo; es decir, que no puede al mismo tiempo estar en dos sitios; es decir, que .partículas en diferentes lugares y al mismo tiempo no pueden ser idénticas.

(Es ist klar, daß das logische Produkt zweier Elementarsätze weder eine Tautologie noch eine Kontradiktion sein kann. Die Aussage, daß ein Punkt des Gesichtsfeldes zu gleicher Zeit zwei verschiedene Farben hat, ist eine Kontradiktion.)

6.4 Alle Sätze sind gleichwertig.

6.41 Der Sinn der Welt muß außerhalb ihrer liegen. In der Welt ist alles wie es ist und geschieht alles wie es geschieht; es gibt in ihr keinen Wert –und wenn es ihn gäbe, so hätte er keinen Wert: Wenn es einen Wert gibt, der Wert hat, so muß er außerhalb alles Geschehens und So-Seins liegen. Denn alles Geschehen und So-Sein ist zufällig.

Was es nicht-zufällig macht, kann nicht *in* der Welt liegen; denn sonst wäre dies wieder zufällig.

Es muß außerhalb der Welt liegen.

6.42 Darum kann es auch keine Sätze der Ethik geben. Sätze können nichts Höheres ausdrücken.

6.421 Es ist klar, daß sich die Ethik nicht aussprechen läßt.

Die Ethik ist transcendental.

(Ethik und Aesthetik sind Eins.)

6.422 Der erste Gedanke bei der Aufstellung eines ethischen Gesetzes von der Form »du sollst. . . « ist: Und was dann, wenn ich es nicht tue? Es ist aber klar, daß die Ethik nichts mit Strafe und Lohn im gewöhnlichen Sinne zu tun hat.

(Es claro que el producto lógico de dos proposiciones elementales no puede ser ni una tautología ni una contradicción. La afirmación de que un punto del campo visual tenga dos colores diferentes al mismo tiempo es una contradicción.)

6.4 Todas las proposiciones tienen igual valor.

6.41 El sentido del mundo debe quedar fuera del mundo. En el mundo todo es como es y sucede como sucede: *en* él no hay ningún valor, y aunque lo hubiese no tendría ningún valor.

Si hay un valor que tenga valor, debe quedar fuera de todo lo que ocurre y de todo ser-así. Pues todo lo que ocurre y todo ser-así son casuales.

Lo que lo hace no casual no puede quedar en el mundo, pues de otro modo sería a su vez casual.

Debe quedar fuera del mundo.

6.42 Por lo tanto, puede haber proposiciones de ética.

Las proposiciones no pueden expresar nada más alto.

6.421 Es claro que la ética no se puede expresar.

La ética es transcendental.

(Ética y estética son lo mismo.)

6.422 El primer pensamiento que surge cuando se propone una ley ética de la forma «tú debes», es: ¿y qué si no lo hago? Pero es claro que la ética no se refiere al castigo o al premio en el sentido común de los términos.

Also muß diese Frage nach den *Folgen* einer Handlung belanglos sein. –Zum Mindesten dürfen diese Folgen nicht Ereignisse sein. Denn etwas muß doch an jener Fragestellung richtig sein. Es muß zwar eine Art von ethischem Lohn und ethischer Strafe geben, aber diese müssen in der Handlung selbst liegen. (Und das ist auch klar, daß der Lohn etwas Angenehmes, die Strafe etwas Unangenehmes sein muß.)

6.423 Vom Willen als dem Träger des Ethischen kann nichtgesprochen werden. Und der Wille als Phänomen interessiert nur die Psychologie.

6.43 Wenn das gute oder böse Wollen die Welt ändert, so kann es nur die Grenzen der Welt ändern, nicht die Tatsachen; nicht dass was durch die Sprache ausgedrückt werden kann. Kurz, die Welt muß dann dadurch überhaupt eine andere werden. Sie muß sozusagen als Ganzes abnehmen oder zunehmen. Die Welt des Glücklichen ist eine andere als die des Unglücklichen.

6.4311 Wie auch beim Tod die Welt sich nicht ändert, sondern aufhört.

6.4311 Der Tod ist kein Ereignis des Lebens. Den Tod erlebt man nicht. Wenn man unter Ewigkeit nicht unendliche Zeitdauer, sondern Urzeitlichkeit versteht, dann lebt der ewig, der in der Gegenwart lebt. Unser Leben ist ebenso endlos, wie unser Gesichtsfeld grenzenlos ist.

Así, pues, la cuestión acerca de las *consecuencias* de una acción debe ser irrelevante. Al menos, estas consecuencias, no pueden ser acontecimientos. Pues debe haber algo justo en la formulación de la cuestión. Sí que debe haber una especie de premio y de castigo ético, pero deben encontrarse en la acción misma.

(Y esto es también claro, que el premio debe ser algo agradable y el castigo algo desagradable.)

6.423 De la voluntad como sujeto de la ética no se puede hablar. Y la voluntad como la psicología.

6.43 Sí la voluntad, buena o mala, cambia el mundo, sólo puede cambiar los límites del mundo, no los hechos. No aquello que puede expresarse con el lenguaje.

En resumen, de este modo el mundo se convierte, completamente, en otro. Debe, por así decirlo, crecer o decrecer como un todo.

El mundo de los felices es distinto del mundo de los infelices.

6.431 Así, pues, en la muerte el mundo no cambia, sino cesa.

6.4311 La muerte no es ningún acontecimiento de la vida.

La muerte no se vive.

Si por eternidad se entiende no una duración temporal infinita, sino la intemporalidad, entonces vive eternamente quien vive en el presente. Nuestra vida es tan infinita como ilimitado nuestro campo visual.

6.4312 Die zeitliche Unsterblichkeit der Seele des Menschen, das heißt also ihr ewiges Fortleben nach dem Tode, ist nicht nur auf keine Weise verbürgt, sondern vor allem leistet diese Annahme gar nicht das, was man immer mit ihr erreichen denn dadurch ein Rätsel gelöst, daß ich ewig fortlebe? Ist denn dieses ewige Leben dann nicht ebenso rätselhaft wie das gegenwärtige? Die Lösung des Rätsels des Lebens in Raum und Zeit liegt *außerhalb* von Raum und Zeit.  
(Nicht Probleme der Naturwissenschaft sind ja zu lösen.)

6.432 Wie die Welt ist, ist für das Höhere vollkommen gleichgültig. Gott offenbart sich nicht in der Welt.

6.4321 Die Tatsachen gehören alle nur zur Aufgabe, nicht zur Lösung.

6.44 Nicht *wie* die Welt ist, ist das Mystische, sondern *daß* sie ist.

6.45 Die Anschauung der Welt *sub specie aeterni* ist ihre Anschauung als –begrenztes-Ganzes. Das Gefühl der Welt als begrenztes Ganzes ist das mystische.

6.5 Zu einer Antwort, die man nicht aussprechen kann, kann man auch die Frage nicht aussprechen.

*Das Rätsel* gibt es nicht.

Wenn sich eine Frage überhaupt stellen läßt, so *kann* sie auch beantwortet werden.

6.51 Skeptizismus ist *nicht* unwiderleglich, sondern offenbar unsinnig, wenn er bezweifeln will, wo nicht gefragt werden kann.

Denn Zweifel kann nur bestehen, wo eine Frage besteht; eine Frage nur, wo eine Antwort besteht, und diese nur, wo etwas *gesagt* werden *kann*.

6.4312 La inmortalidad temporal del alma humana, esto es, su eterno sobrevivir aun después de la muerte, no solo no está garantizada de ningún modo, sino que tal suposición no nos proporciona en principio lo que merced a ella se ha deseado siempre conseguir. ¿Se resuelve quizás un enigma por el hecho de yo sobreviva eternamente? Y esta vida eterna ¿no es tan enigmática como la presente? La solución del enigma de la vida en el espacio y en el tiempo está *fuera* del espacio y del tiempo.

(No son los problemas de la ciencia natural los que hemos de resolver aquí.)

6.432 Cómo sea el mundo, es completamente indiferente para lo que está más alto. Dios no se revela *en* el mundo.

6.4321 Los hechos pertenecen todos sólo al problema, no a la solución.

6.44 No es lo místico como sea el mundo, sino *que* sea el mundo.

6.45 La visión del mundo *sub specie aeterni* es su contemplación como un todo – limitado–.

Sentir el mundo como un todo limitado es lo místico.

6.5 Para una respuesta que no se puede expresar, la pregunta tampoco puede expresarse.

No hay *enigma*.

Si se puede plantear una cuestión, también se *puede* responder.

6.51 El escepticismo no es irrefutable, sino claramente sin sentido si pretende dudar allí en donde no se puede plantear una pregunta.

Pues la duda sólo puede existir cuando hay una pregunta; una pregunta, sólo cuando hay una respuesta, y ésta únicamente cuando se *puede* decir algo.

6.52 Wir fühlen, das selbst, wenn alle *möglichen* wissenschaftlichen Fragen beantwortet sind, unsere Lebensprobleme noch gar nicht berührt sind. Freilich bleibt dann eben keine Frage mehr; und eben dies ist die Antwort.

6.521 Die Lösung des Problems des Lebens merkt man am Verschwinden dieses Problems. (Ist nicht dies der Grund, warum Menschen, denen der Sinn des Lebens nach langen Zweifeln klar wurde, warum diese dann nicht sagen konnten, worin dieser Sinn bestand.)

6.522 Es gibt allerdings Unausprechliches. Dies *zeigt* sich, es ist das Mystische.

6.53 Die richtige Methode der Philosophie wäre eigentlich die: Nichts zu sagen, als was sich sagen läßt, also Sätze der Naturwissenschaft –also etwas, .was mit Philosophie nichts zu tun hat-, und dann immer, wenn ein anderer etwas Metaphysisches sagen wollte, ihm nachzuweisen, daß er gewissen Zeichen in seinen Sätzen keine Bedeutung gegeben hat. Diese Methode wäre für den anderen unbefriedigend –er hätte nicht das Gefühl, daß wir ihn Philosophie lehrten- aber *sie* wäre die einzig streng richtige.

6.54 Meine Sätze erläutern dadurch, daß sie der, welcher mich versteht, am Ende als unsinnig erkennt, wenn er durch sie –auf ihnen- über sie hinausgestiegen ist. (Er muß sozusagen die Leiter wegwerfen, nachdem er auf ihr hinaufgestiegen ist.) Er muß diese Sätze überwinden, dann sieht er die Welt richtig.

7 Wovon man nicht sprechen kann, darüber muß man schweigen.

6.52 Nosotros sentimos que incluso si todas las posibles cuestiones científicas pudieran responderse, el problema de nuestra vida no habría sido más penetrado. Desde luego que no queda ya ninguna pregunta, y precisamente ésta es la respuesta.

6.521 La solución del problema de la vida está en la desaparición de este problema.

(¿No es ésta la razón de que los hombres que han llegado a ver claro el sentido de la vida después de mucho dudar, no sepan decir en qué consiste este sentido?)

6.522 Hay, ciertamente, lo inexpresable, lo que se *muestra* a si mismo; esto es lo místico.

6.53 El verdadero método de la filosofía sería propiamente éste: no decir nada, sino aquello que se puede decir; es decir, las proposiciones de la ciencia natural –algo, pues, que no tiene nada que ver con la filosofía-; y siempre que alguien quisiera decir algo de carácter metafísico, demostrarle que no ha dado significado a ciertos signos en sus proposiciones. Este método dejaría descontentos a los demás – pues no tendrían el sentimiento de que estábamos enseñándoles filosofía-, pero sería el único estrictamente correcto.

6.54 Mis proposiciones son esclarecedoras de este modo; que quien me comprende acaba por reconocer que carecen de sentido, siempre que el que comprenda haya salido a través de ellas fuera de ellas. (Debe., pues, por así decirlo, tirar la escalera después de haber subido.)

Debe superar estas proposiciones; entonces tiene la justa visión del mundo.

7 De lo que no se puede hablar, mejor es callarse.