

S.FRISH, A.TIMOREVA

# Curso de Física General

TOMO **3**





С. ФРИШ, А. ТИМОРЕВА

---

**КУРС ОБЩЕЙ ФИЗИКИ**

ТОМ III

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА» МОСКВА

S. FRISH, A. TIMOREVA

---

CURSO  
DE FISICA  
GENERAL

TOMO III

Segunda edición

TRADUCIDO DEL RUSO  
por el ingeniero ANTONIO MOLINA GARCIA

MOSCU

*Editorial Mir*

CDU 530 (075.8) = 60

*На испанском языке*

*Impreso en la URSS*

*Derechos reservados*

1973

# INDICE

## SÉPTIMA PARTE

### OPTICA

#### Capítulo XXII. Propiedades principales de la luz

250. Introducción . . . . .	9
251. Leyes de la reflexión y refracción de la luz . . . . .	16
252. Reflexión total . . . . .	21
253. Principio de Fermat . . . . .	24
254. Medición de la velocidad de la luz . . . . .	28
255. Teoría ondulatoria de la luz. Principio de Huygens . . . . .	36
256. Interferencia de la luz . . . . .	40
257. Formación de ondas estacionarias . . . . .	44
258. Polarización de la luz . . . . .	46
259. Teoría electromagnética de la luz . . . . .	50
260. Energía y cantidad de movimiento del flujo luminoso. Presión luminosa . . . . .	56

#### Capítulo XXIII. Interferencia y difracción de la luz

261. Procedimientos para observar la interferencia de la luz . . . . .	61
262. Interferencia por reflexión en una lámina transparente . . . . .	65
263. Aplicación de los fenómenos de interferencia . . . . .	75
264. Interferómetros. Su utilización . . . . .	78
265. Interferometría . . . . .	83
266. Principio de Huygens-Fresnel . . . . .	88
267. Composición gráfica de las amplitudes . . . . .	96
268. Difracción por obstáculos opacos . . . . .	100
269. Difracción de rayos paralelos . . . . .	108
270. Difracción por varias rendijas. Redes de difracción . . . . .	115
271. Dispersión y poder separador de una red de difracción . . . . .	122
272. Espectroscopia de gran poder separador . . . . .	126
273. Difracción por redes espaciales . . . . .	130
274. Espectroscopia de rayos X y análisis estructural röntgenográfico . . . . .	136

#### Capítulo XXIV. Paso de la luz a través de medios isótropos y de sus superficies de separación

275. Interacción entre la luz y el medio . . . . .	144
276. Absorción de la luz . . . . .	145
277. Paso de la luz a través del límite entre dos medios transparentes . . . . .	148
278. Reflexión de la luz por los metales . . . . .	160
279. Dispersión de la luz . . . . .	163
280. Observación de la dispersión . . . . .	170
281. Uso de los aparatos espectroscópicos . . . . .	176
282. Velocidad de grupo de la luz . . . . .	181

§ 283.	Propagación de la luz en una sustancia ópticamente heterogénea	184
§ 284.	Paso de la luz a través de sustancias turbias	186
<b>Capítulo XXV. Paso de la luz a través de sustancias anisótropas</b>		
285.	Paso de la luz a través de una sustancia anisótropa	191
286.	Superficies de onda en un cristal uniaxial	195
287.	Construcción de los rayos ordinario y extraordinario en los cristales uniaxiales	198
288.	Cristales biaxiales	204
289.	Aparatos polarizadores	208
290.	Interferencia de rayos polarizados. Polarización elíptica y circular	212
291.	Una lámina de cristal entre dos nicoles	217
292.	Doble refracción artificial	221
293.	Doble refracción en un campo eléctrico	223
294.	Giro del plano de polarización	226
295.	Giro magnético del plano de polarización	230
<b>Capítulo XXVI. Propagación de la luz en medios en movimiento</b>		
296.	Experimentos con cuerpos en movimiento	234
297.	Teoría de la relatividad	240
298.	Consecuencias de la transformación de la teoría de la relatividad	247
299.	La óptica de los cuerpos en movimiento y la teoría de la relatividad	250
§ 300.	Mecánica de la teoría de la relatividad	257
<b>Capítulo XXVII. Flujo luminoso y termodinámica de la radiación</b>		
301.	Sensibilidad relativa. Flujo luminoso	264
302.	Intensidad luminosa, luminosidad e iluminación	268
303.	Luminancia (brillo fotométrico)	272
304.	Unidades de medición de las magnitudes fotométricas	276
305.	Percepción de la luz	280
306.	Medición de las magnitudes fotométricas	286
307.	Radiación de temperatura	292
308.	Cuerpo negro (radiador ideal)	296
309.	Leyes de la radiación del cuerpo negro	300
310.	Distribución de la emitancia del cuerpo negro entre las longitudes de onda	302
311.	Fuentes de luz	305
312.	Pirometría óptica	310
<b>Capítulo XXVIII. Óptica geométrica aplicada</b>		
313.	Introducción	315
314.	Reflexión y refracción en una superficie plana	318
315.	Refracción en una superficie esférica	321
316.	Aumento de una superficie esférica refringente	326
317.	Lentes delgadas	330
318.	Sistema de superficies centradas. Planos principales	333
319.	Posiciones de los focos y de los planos principales de un sistema	339



§ 320. Sistema telescópico . . . . .	345
§ 321. Defectos de los sistemas ópticos y procedimientos para corregirlos . . . . .	348
§ 322. Aberración cromática . . . . .	355
§ 323. Flujo luminoso que pasa por un sistema óptico . . . . .	358
§ 324. Pupilas de entrada y de salida . . . . .	362
§ 325. Sistema óptico del ojo . . . . .	366
§ 326. Luminancia subjetiva . . . . .	370
§ 327. Instrumentos ópticos visuales . . . . .	371
§ 328. Aparatos proyectores e iluminadores . . . . .	380
§ 329. Poder separador de los instrumentos ópticos . . . . .	384
§ 330. Fenómenos de difracción en el microscopio . . . . .	388

### Capítulo XXIX. Fotones

§ 331. Teoría clásica de la radiación del electrón y límites dentro de los cuales puede aplicarse . . . . .	393
§ 332. Efecto fotoeléctrico . . . . .	398
§ 333. Fórmula de Einstein y su comprobación experimental . . . . .	403
§ 334. Propiedades corpusculares de la luz . . . . .	407
§ 335. Aplicaciones prácticas del efecto fotoeléctrico . . . . .	412
§ 336. Difusión de los rayos X . . . . .	415
§ 337. Fotoquímica . . . . .	422

## OCTAVA PARTE

### FISICA ATOMICA

### Capítulo XXX. Estructura de los átomos y de las moléculas

§ 338. Introducción . . . . .	426
§ 339. Modelo nuclear del átomo . . . . .	429
§ 340. Leyes de los espectros atómicos . . . . .	438
§ 341. Naturaleza de los términos espectrales . . . . .	443
§ 342. Estructura del átomo de hidrógeno y de los iones semejantes a él . . . . .	449
§ 343. Orbitas elípticas . . . . .	459
§ 344. Cuantificación espacial; momentos magnéticos de los átomos . . . . .	464
§ 345. Influencia de los campos magnéticos y eléctricos externos sobre el espectro . . . . .	468
§ 346. Espectros de los metales alcalinos . . . . .	474
§ 347. Dificultades de la teoría de Bohr; hipótesis del spin del electrón . . . . .	478
§ 348. Modelo vectorial del átomo . . . . .	481
§ 349. Sistema periódico de Mendelóiev . . . . .	485
§ 350. Constitución de las capas electrónicas . . . . .	490
§ 351. Espectros de rayos X . . . . .	495
§ 352. Intensidad de las rayas espectrales. Probabilidades de transición . . . . .	503
§ 353. Estructura de las moléculas . . . . .	509
§ 354. Espectros de vibración de las moléculas . . . . .	512
§ 355. Espectros de rotación de las moléculas . . . . .	519
§ 356. Estados electrónicos de las moléculas diatómicas . . . . .	525
§ 357. Disociación de las moléculas . . . . .	527
§ 358. Influencia de la isotopía en los espectros moleculares . . . . .	533
§ 359. Difusión de combinación de la luz . . . . .	536
§ 360. Luminiscencia de los cuerpos líquidos y sólidos . . . . .	541

### Capítulo XXXI. Mecánica cuántica

§	361. Propiedades ondulatorias de las partículas elementales	548
§	362. Ecuación de Schrödinger	553
§	363. Límites de la aplicación de la teoría clásica	558
§	364. Partículas en una caja de potencial. Paso a través de una barrera de potencial	564
§	365. El átomo de hidrógeno y la mecánica cuántica	568
§	366. Estadísticas clásica y cuántica	572

### Capítulo XXXII. Transformación nuclear natural y artificial

§	367. Núcleo atómico y su característica	577
§	368. Radiactividad natural	581
§	369. Ley de desplazamiento	585
§	370. Métodos de observación de los fenómenos radiactivos	589
§	371. Desintegración alfa	594
§	372. Espectros de rayos $\gamma$ y la conversión interna	598
§	373. Desintegración beta	602
§	374. Desintegración nuclear por choque con partículas $\alpha$	606
§	375. Neutrones	611
§	376. Radiactividad artificial. Positrones	616
§	377. Transformaciones nucleares producidas por partículas aceleradas artificialmente	621
§	378. Momentos nucleares	629
§	379. Estructura de los núcleos atómicos	633
§	380. Fisión nuclear. Obtención de la reacción en cadena	638
§	381. Energética nuclear	641
§	382. Rayos cósmicos	646
§	383. Mesones. Origen de los rayos cósmicos	651
§	384. Propiedades de las partículas elementales	657

Apéndice	665
----------	-----

Índice alfabético	671
-------------------	-----

## SEPTIMA PARTE

### OPTICA

#### CAPITULO XXII

#### *Propiedades principales de la luz*

§ 250. **Introducción.** El propósito inicial de la Optica o estudio de la luz fue responder a la pregunta, ¿por qué ve el hombre los objetos que le rodean?

Algunos filósofos de la Grecia antigua suponían por ejemplo, que la percepción de los objetos con los ojos era algo análogo, hasta cierto punto, a su percepción por medio del tacto. Estos filósofos opinaban que de los ojos humanos salían unos tentáculos invisibles que se dirigían al objeto que miraban. Esta forma de imaginarse el fenómeno es propia de cualquier mentalidad ingenua, como lo demuestran metáforas tan ordinarias como las de «palpo con la vista», «una mirada penetrante», etc. Pero en la misma Grecia antigua se expresó también la opinión de que la luz procede de los cuerpos. Ciertos cuerpos, en condiciones determinadas, son fuentes de luz, la cual al llegar a nuestros ojos, produce la sensación de la vista. Otros cuerpos pueden verse gracias a que absorben la luz o cambian la dirección en que ésta se propaga (reflejándola o dispersándola). De esta forma la palabra «luz» comenzó a utilizarse para designar el fenómeno objetivo que tiene lugar fuera de nosotros y que al influir sobre el ojo provoca la sensación subjetiva de la vista. La Física generalizó posteriormente este concepto de la «luz» haciéndolo extensivo a un conjunto más amplio de fenómenos objetivos de igual naturaleza producidos por la propagación de ondas electromagnéticas cortas, independientemente de que

sean capaces o no de producir en el hombre la sensación subjetiva de la vista. En este sentido será en el que utilizaremos la palabra «luz» en nuestro curso.

Los sabios griegos señalaron como una de las principales cualidades de la luz su *propagación rectilínea en las sustancias homogéneas*. Esta propagación rectilínea se deduce del hecho de que, cuando el foco luminoso es pequeño, los objetos opacos producen sombras bien definidas. La forma que tiene la sombra recogida sobre una pantalla corresponde a la de la proyección geométrica del objeto obtenida por medio de un haz de rectas que parten de

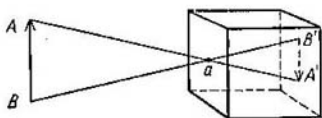


Fig. 1. Obtención de la imagen en la cámara oscura.

un centro de proyección cuya posición coincide con la del foco luminoso. En estas condiciones la recta geométrica puede representarse físicamente con ayuda de un hilo tensado fuertemente. Cuando las distancias son tan grandes que es imposible utilizar hilos, se recurre al razonamiento inverso, es decir, la línea recta se identifica con el sentido de la propagación de la luz en una sustancia homogénea. De esta forma, los problemas de la reproducción física de una recta geométrica y de la propagación rectilínea de la luz están íntimamente ligados entre sí.

Otro hecho que pone de manifiesto la propagación rectilínea de la luz es el que da la posibilidad de conseguir imágenes de los objetos a través de orificios pequeños. Esta imagen puede obtenerse por medio de la «cámara oscura» que fue descrita en el siglo XVI. Esta cámara no es más que una caja en una de cuyas paredes se practica un pequeño orificio *a* (fig. 1). El rayo de luz procedente del punto *A* del objeto, al propagarse en línea recta, pasa a través del orificio *a* y produce una pequeña huella luminosa en el punto *A'* de la pared trasera de la cámara oscura. El conjunto de puntos luminosos así producidos por los rayos que parten de distintos sitios del objeto *AB* reproducen su imagen invertida *A'B'*.

Otra cualidad de la luz que hay que destacar es la propiedad que tienen sus rayos de no perturbarse entre sí cuando se cruzan. En condiciones normales los rayos que parten de objetos diferentes se cortan entre sí multitud de veces, pero estas intersecciones no impiden que cada uno de los rayos se propague sin depender de los demás. Los rayos de los objetos situados a un lado del obser-

vador cortan a los procedentes de los objetos que dicho observador tiene enfrente, pero esta circunstancia no impide que estos últimos sean vistos claramente.

Hasta comienzos del siglo XIX el desarrollo de la Óptica se basó principalmente en la idea de que los rayos de luz se propagan en línea recta, a pesar de que ya en el siglo XVII se habían puesto de manifiesto hechos que indicaban cómo en realidad existen casos que difieren de dicha propagación rectilínea de la luz. Por ejemplo, se observó que la imagen obtenida en la cámara oscura perdía nitidez cuando el orificio *a* se hacía demasiado pequeño. Esta pérdida de nitidez puede explicarse suponiendo que, cuando las dimensiones del orificio son pequeñas, los rayos se desvían sensiblemente después de atravesarlo. También se observó que cuando la luz pasa a través de orificios muy estrechos practicados en una pantalla opaca, detrás de dicha pantalla se produce una serie sucesiva de zonas claras y oscuras. Asimismo se producen series consecutivas de zonas claras y oscuras en los bordes de las sombras obtenidas con focos luminosos pequeños. En la actualidad estos fenómenos, conocidos con los nombres de interferencia y difracción de la luz, están perfectamente estudiados. Las zonas que se forman en los bordes de las sombras son más anchas cuando el pequeño foco de luz y la pantalla en que se observa la sombra están alejados considerablemente del objeto. En la fig. 1 (véase el apéndice) se muestra una fotografía obtenida por B. Arkádiev de la sombra de una mano que sostiene un disco. La fotografía 1,*a* representa el caso en que la mano se encuentra entre un foco puntual y una pantalla, situados entre sí a 2 m de distancia, y la 1,*b*, el caso en que la distancia entre el foco luminoso y la pantalla es de 7 m. Como puede verse, en este último caso la sombra no coincide con la proyección geométrica del objeto; obsérvese la mancha blanca que aparece en el centro de la sombra del disco. Estas fotografías ponen de manifiesto claramente que existen discrepancias apreciables con respecto a la propagación rectilínea de la luz. A pesar de esto, en un gran número de casos puede considerarse que la luz se propaga en línea recta con bastante exactitud.

Esta propagación rectilínea hizo pensar que la luz era un flujo de partículas que partiendo de un foco luminoso se movían rectilínea y uniformemente a través de las sustancias homogéneas. Pero esta hipótesis no podía explicar satisfactoriamente ni el hecho que hemos indicado de la desviación de la luz por detrás de los obstáculos ni la propiedad de los rayos luminosos de no perturbarse mutuamente cuando se cruzan. A finales del siglo XVII escribía Huygens: «Si tenemos en cuenta... que unos rayos de luz pasan a través de otros sin estorbarse entre sí, queda absolutamente claro que cuando vemos un objeto luminoso no es porque exista un transporte de materia que desde dicho objeto llega a nosotros, a través

del aire, lo mismo que una bala o una flecha». Al desechar la hipótesis corpuscular de la luz Huygens supuso que ésta debía tener naturaleza ondulatoria, es decir, que los focos luminosos originan ondas que se propagan en un medio elástico, llamado éter, que llena todo el espacio accesible a nuestras observaciones. De esta forma, a finales del siglo XVII fueron propuestas dos teorías de la luz: una de ellas, la *corpuscular*, consideraba la luz como un flujo de partículas emitidas en línea recta por los cuerpos luminosos y la otra, la *ondulatoria*, consideraba la luz como una propagación de ondas en un medio hipotético continuo llamado éter.

Generalmente se suele reconocer como autor y defensor de la teoría corpuscular a Newton, a pesar de que en su célebre «Optica», cuya primera edición apareció en el año 1704, utilizó tanto las ideas corpusculares como las ondulatorias. Newton consideraba que el argumento fundamental en pro de la teoría corpuscular era el de la propagación rectilínea de la luz. No obstante, él veía también la dificultad con que tropezaba dicha teoría al intentar explicar las franjas claras y oscuras que se forman en los bordes de las sombras. Newton tuvo que admitir que los rayos de luz pueden tener «períodos de reflexión fácil y períodos de paso fácil». Newton hizo intentos de unificar ambas teorías. A propósito de esto escribió: «Cuando un rayo de luz incide sobre la superficie de un cuerpo transparente cualquiera y se refracta o refleja en él, ¿no puede ocurrir que con ello provoque la formación de ondas u oscilaciones?... Y, ¿no es posible que estas ondas adelanten a los rayos de luz y que al ir adelantándolos sucesivamente sean ellas las que den lugar a los períodos de reflexión fácil o de paso fácil?»

Huygens se opuso a la teoría corpuscular. En su «Tratado de la luz», aparecido en el año 1690, escribía que la luz «se difunde lo mismo que el sonido, es decir, formando superficies esféricas u ondas: llamo ondas a estas superficies por su semejanza con las que se originan en el agua cuando en ella cae una piedra».

M. Lomonósov fue partidario consecuente de la teoría ondulatoria de la luz e intentó relacionar los movimientos ondulatorios luminosos con los de las partículas de la materia. En 1753 Lomonósov dio a conocer a la Academia de Ciencias su propósito de realizar experimentos con una cuerda vibrante en el vacío, para comprobar si dichas vibraciones producen emisión de luz. Posteriormente fueron llevados a cabo estos experimentos, los cuales, aunque dieron resultados negativos, tienen gran interés histórico como primer intento de demostrar directamente la teoría ondulatoria de la luz. En el año 1756, en la Asamblea solemne de la Academia de Ciencias, M. Lomonósov pronunció su «Discurso sobre el origen de la luz o nueva teoría sobre los colores». En este Discurso criticó la teoría corpuscular (o de la «fluencia» de las partículas del éter, según expresión de Lomonósov) y dijo: «Por esto, si el éter no puede

tener movimiento de traslación (fluencia) y el de rotación origina calor sin luz, solamente queda un tercer movimiento del éter, el oscilatorio, que pueda ser causa de la luz».

Pero a pesar de que las teorías de Huygens y de Lomonósov establecieron verdaderamente la naturaleza ondulatoria de la luz, aún no contenían de una forma precisa la característica principal del proceso ondulatorio, es decir, su doble periodicidad, en tiempo y en espacio, ni la posibilidad que de ella se deduce de explicar los fenómenos de la interferencia y de la difracción de la luz. Huygens llegó a negar la periodicidad de las ondas luminosas escribiendo que «...no hay que figurarse que estas ondas se suceden unas a otras a distancias iguales». La periodicidad del proceso luminoso en tiempo y en espacio, característica de las oscilaciones que se propagan, fue formulada concretamente y por vez primera por el miembro de la Academia de San Petersburgo L. Euler. Pero los fenómenos de la interferencia y difracción de la luz solamente pudieron explicarse, basándose en esta teoría, después de los trabajos de Young y Fresnel, llevados a cabo a principios del siglo XIX. Entonces se demostró que la luz se propaga por ondas de longitud muy pequeña: la luz visible, es decir, la que puede ser percibida por el ojo humano, tiene una longitud de onda comprendida entre los límites de  $0,76 \mu$  a  $0,4 \mu$  (según los colores), es decir, una longitud del orden de cienmilmésimas de centímetro. A esta pequeñez de la longitud de onda es a la que se debe que la desviación que experimenta la luz cuando bordea obstáculos en condiciones normales sea tan insignificante que parezca que se propaga en línea recta (véase el § 266).

La teoría ondulatoria de la luz admitida en la primera mitad del siglo XIX explicaba las oscilaciones luminosas como vibraciones elásticas de un medio continuo constituido por el éter universal. Después del descubrimiento de las ondas electromagnéticas por Maxwell y Hertz (t. II, § 246) se logró demostrar que las ondas luminosas son ondas electromagnéticas de pequeña longitud. De esta forma surgió la *teoría electromagnética de la luz*, que desempeñó un gran papel en el desarrollo de toda la Física a finales del siglo XIX y comienzos del XX. La teoría electromagnética de la luz puso de manifiesto la unidad de los fenómenos luminosos y electromagnéticos y confirmó una vez más el principio fundamental del materialismo dialéctico, la profunda concatenación de todos los fenómenos de la naturaleza.

En los párrafos sucesivos de este curso examinaremos primeramente las propiedades fundamentales de la luz desde el punto de vista de su propagación rectilínea y después daremos a conocer los hechos que sirvieron de base para establecer la naturaleza ondulatoria de la luz y la electromagnética de las ondas luminosas.

Los físicos rusos y soviéticos han contribuido notablemente al desarrollo de los conocimientos sobre la luz. A principios del siglo

XIX V. Petrov estudió, de la forma más completa que nadie lo hiciera hasta él, el fenómeno de la luminiscencia de los cuerpos sólidos y líquidos (§ 360). En el año 1888 A. Stoliétov descubrió el fenómeno que denominó «actino-eléctrico». Este fenómeno, que ahora se conoce con el nombre de efecto fotoeléctrico, consiste en la emisión espontánea de electrones por cuerpos sometidos a la acción de la luz; este acontecimiento jugó un importante papel en el desarrollo de nuestros conocimientos sobre la naturaleza de la luz. A. Bielopolski y B. Goltzin fueron los primeros en confirmar experimentalmente la relación que existe entre la longitud de una onda luminosa y la velocidad de traslación del foco que la emite (efecto Doppler, véase t. I, § 113). En 1901 P. Liébedev demostró con sus experimentos, extraordinariamente precisos y brillantes, la existencia de la presión luminosa vaticinada por la teoría electromagnética de la luz. D. Rozhdiéstvenski realizó en los años 1910-1912 la investigación de la dispersión anómala de la luz que se reconoce como clásica.

Las investigaciones llevadas a cabo a finales del siglo XIX y comienzos del XX revelaron que al variar la longitud de las ondas se producen cambios cualitativos en las propiedades de la luz.

Los estudios concretos realizados posteriormente sobre la distribución de la energía en el espectro del cuerpo negro (§ 331) y sobre el efecto fotoeléctrico (§ 333) pusieron de manifiesto que las radiaciones de pequeña longitud de onda (como la de los rayos de la luz visible y otros más cortos) tienen propiedades que sobrepasan el marco de los puntos de vista clásicos. En 1900 Planck lanzó la hipótesis de que la luz es emitida en porciones discretas cuya energía es igual a  $h\nu$ , donde  $\nu$  es la frecuencia de la luz y  $h$  la constante de Planck, igual a  $6,624 \cdot 10^{-27}$  ergios-s. Einstein demostró en 1905 que las regularidades fundamentales del efecto fotoeléctrico se explican inmediatamente suponiendo que la luz es absorbida en estas mismas porciones discretas  $\epsilon = h\nu$ . De esta forma quedó establecido que el *flujo luminoso tiene estructura discontinua*. Esta circunstancia condujo de nuevo a la idea de los corpúsculos luminosos, los cuales recibieron el nombre de *fotones*. Cada fotón tiene una energía determinada y una determinada cantidad de movimiento. La energía del fotón es tanto mayor cuanto mayor es la frecuencia  $\nu$ . En las emisiones de baja frecuencia (rayos infrarrojos invisibles) la energía de los fotones es tan pequeña que es muy difícil de descubrir la estructura discontinua de estos rayos; prácticamente sólo manifiestan propiedades ondulatorias. En la luz visible la energía de los fotones es mayor y sus rayos presentan simultáneamente propiedades ondulatorias y corpusculares. Cuando la longitud de onda de los rayos es muy pequeña (rayos X y rayos de elementos radiactivos) la energía de los fotones es muy grande relativamente y sus propiedades corpusculares se observan con facilidad.



*La luz tiene a la vez propiedades corpusculares y ondulatorias.* El desarrollo ulterior de la Física ha demostrado que esta dualidad de la naturaleza de la luz no es sólo inherente a ella, sino que es extensiva a cualquier flujo de «partículas» elementales, como átomos aislados, electrones, etc. Desde el punto de vista de una ciencia que pretenda limitarse a concepciones mecanicistas esta dualidad es incomprensible. Por eso esta dualidad de la naturaleza de la luz sirvió de pretexto a muchos físicos idealistas para renunciar a las concepciones materialistas, para intentar oponer la «luz» a la «materia», para desistir del principio de la causalidad, etc.

La inconsistencia de estas conclusiones es evidente. La dejación de las concepciones mecanicistas de la Física clásica no significa de ninguna manera el abandono de la concepción materialista del mundo. Lenin, en su libro «Materialismo y Empiriocriticismo», escribía\*): «Desde luego, es del todo absurdo decir que el materialismo tenga por «menor» la realidad de la conciencia o afirme forzosamente el cuadro mecánico y no el electromagnético, ni cualquier otro cuadro infinitamente más complejo del mundo, como *materia en movimiento*». La síntesis de las propiedades ondulatorias y corpusculares puede hacerse únicamente sobre la base del materialismo dialéctico, el cual afirma que en todo fenómeno natural se manifiestan contradicciones, pero que estas contradicciones no excluyen, sino que presuponen su unidad dialéctica.

Los físicos soviéticos han desempeñado un papel muy importante en el desarrollo de la nueva teoría de la luz.

A. Ioffe y N. Dobronrávov realizaron una serie de experimentos sobre el efecto fotoeléctrico elemental, los cuales confirmaron directamente que la energía luminosa es absorbida en porciones discretas cuya magnitud viene determinada por el producto de la constante de Planck  $h$  por la frecuencia de la radiación luminosa  $\nu$ .

S. Vavílov elaboró un procedimiento que permite descubrir por medio de observaciones visuales las fluctuaciones de los flujos luminosos débiles, debidas a su estructura discontinua.

D. Rozhdiéstvenski hizo una gran aportación al desarrollo de la Espectroscopia con sus trabajos sobre la dispersión anormal o anómala y sobre la teoría de los átomos.

Los físicos moscovitas L. Mandelshtam y G. Landsberg descubrieron una nueva forma de difusión de la luz, que recibió el nombre de difusión de combinación\*\*), fenómeno muy importante para comprender los procesos de interacción que existen entre la luz y la materia. N. Básov y A. Prójorov emplearon la emisión estimulada para obtener los generadores cuánticos o «laser».

\*) V. I. Lenin, «Materialismo y empiriocriticismo», ed. en español, Moscú, 1948, pág. 321.

\*\*) Se suele llamar «efecto Raman» (véase el § 359). (N. del T.)

Los físicos soviéticos nunca han separado la teoría de la práctica. La industria óptica soviética, basándose en los últimos datos científicos, ha alcanzado éxitos extraordinarios y juega un gran papel en la economía nacional. Las ondas luminosas se emplean para realizar mediciones longitudinales exactas y para comprobar los artículos más precisos; el efecto fotoeléctrico encuentra aplicación en las ramas más diversas de la técnica; los espectros atómicos y moleculares, la difusión de combinación de la luz y otros fenómenos ópticos se utilizan en los métodos modernos de análisis para determinar la composición de los distintos materiales. El campo de aplicación práctica de los fenómenos ópticos se ensancha de día en día.

§ 251. Leyes de la reflexión y refracción de la luz. Las primeras leyes de los fenómenos ópticos que se establecieron se basaban en la

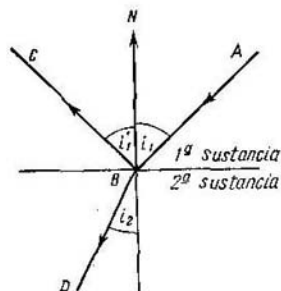


Fig. 2. Reflexión y refracción de los rayos en la superficie de separación de dos sustancias transparentes.

idea de que la luz está formada por rayos rectilíneos. Estas leyes se referían a los cambios de dirección que experimenta la luz al propagarse, cuando se refleja o cuando pasa de un cuerpo transparente a otro.

El caso más simple de cambio de dirección de la luz es el que se observa cuando ésta atraviesa la superficie plana y lisa que separa dos cuerpos transparentes (dipolo plano), por ejemplo, el aire y un vidrio o un vidrio y el agua. En este caso el rayo incidente  $AB$  (fig. 2) se divide en dos, uno reflejado  $BC$  y otro refractado  $BD$ .

La ley que determina la dirección del rayo reflejado era conocida ya por Euclides (en el siglo III a. de n.e.).

El rayo reflejado  $BC$  se encuentra en el mismo plano que el incidente  $AB$  y que la perpendicular  $BN$  levantada en el punto de incidencia, pero por el lado opuesto a esta perpendicular; el ángulo de reflexión  $i_1'$  es igual al ángulo de incidencia  $i_1$ :

$$i_1' = i_1. \quad (1)$$

La ley de la refracción no fue formulada exactamente hasta principios del siglo XVII, es decir, mucho después que la de la reflexión. Según esta ley el rayo refractado  $BD$  (fig. 2) se encuentra en el mismo plano que el rayo incidente  $AB$  y que la perpendicular  $BN$  levantada en el punto de incidencia; la razón del seno del ángulo de incidencia  $i_1$  al seno del ángulo de refracción  $i_2$  es una magnitud cons-

tante para dos medios dados:

$$\frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_2} = n_{21}. \quad (2)$$

La magnitud  $n_{21}$  se llama *índice relativo de refracción* del segundo medio con relación al primero.

La experiencia demuestra que si un rayo que parte del segundo medio (fig. 3) incide sobre la superficie de separación formando con

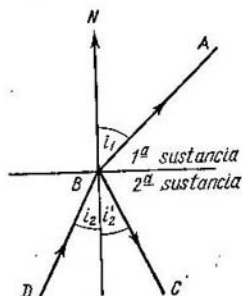


Fig. 3. Reflexión y refracción de los rayos en la superficie de separación de dos sustancias transparentes.

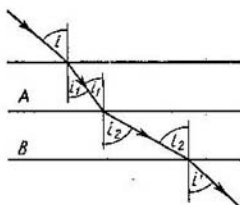


Fig. 4. Refracción de los rayos al pasar a través de dos láminas de caras planas y paralelas.

ella un ángulo  $i_2$ , al pasar al primer medio formará un ángulo  $i_1$ , que estará relacionado con el  $i_2$  por la misma fórmula (2):

$$\frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_2} = n_{21}.$$

Pero por otra parte es evidente que

$$\frac{\text{sen } i_2}{\text{sen } i_1} = n_{12}, \quad (2a)$$

donde  $n_{12}$  será el índice relativo de refracción del primer medio con relación al segundo. Comparando las fórmulas (2) y (2a) podemos establecer la relación que existe entre ambos índices:

$$n_{12} = \frac{1}{n_{21}}; \quad (3)$$

de esta forma, el índice de refracción del primer medio con respecto al segundo y el índice de refracción del segundo medio con relación al primero son magnitudes recíprocamente inversas.

El índice de refracción de cualquier sustancia con relación al vacío se llama *índice absoluto de refracción* de dicha sustancia y se designa con la letra  $n$ . La palabra «absoluto» suele omitirse, por lo que cuando se habla del índice de refracción de una sustancia dada debe entenderse que se trata del «absoluto».

Veamos lo que ocurre con dos láminas de caras planas y paralelas  $A$  y  $B$  (fig. 4), de sustancias transparentes distintas, que se encuentran en contacto directo. Supongamos que sobre la primera lámina incide un rayo procedente del vacío formando con ella un ángulo  $i$ . Después de atravesar las dos láminas el rayo vuelve a salir al vacío formando un ángulo de refracción  $i'$ . La experiencia demuestra que  $i' = i$ , es decir, que la luz, después de pasar por las dos láminas, sigue una dirección paralela a la inicial.

Aplicando consecutivamente la ley de la refracción a las tres superficies de separación entre los medios\*), obtendremos:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } i_1} = n_1, \quad \frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_2} = n_{21}, \quad \frac{\text{sen } i_2}{\text{sen } i'} = \frac{1}{n_2}.$$

Donde  $n_1$  y  $n_2$  son respectivamente los índices de refracción de las sustancias de que están hechas las láminas y  $n_{21}$  es el índice relativo de refracción de la segunda sustancia respecto a la primera. De las dos primeras igualdades se deduce que

$$n_{21} = \frac{1}{n_1} \frac{\text{sen } i}{\text{sen } i_2},$$

mientras que la última da

$$\frac{\text{sen } i'}{\text{sen } i_2} = n_2,$$

de donde, si  $i' = i$ , obtenemos:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (4)$$

De esta forma llegamos a la conclusión de que *el índice de refracción relativo de las dos sustancias es igual al cociente de dividir entre sí sus respectivos índices de refracción absolutos*.

Después de esto, la ley de la refracción de la luz en el límite entre dos medios transparentes puede representarse de la forma:

$$\frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (5)$$

o más simétricamente

$$n_1 \text{ sen } i_1 = n_2 \text{ sen } i_2. \quad (5a)$$

La reflexión de la luz se observa no solamente en los límites entre dos sustancias transparentes. La luz se refleja en mayor o menor grado en cualquier cuerpo. Los cuerpos pulimentados reflejan la

\*) Estas superficies se llaman *planos dioptrios*. (N. del T.)

luz de acuerdo con la misma ley que las superficies que limitan dos sustancias transparentes, es decir, la luz se refleja en ellos formando un ángulo  $i'$  igual al ángulo  $i$ . Esta reflexión se llama especular. La intensidad de la luz reflejada depende de la naturaleza de la superficie reflectora y puede variar mucho: un espejo plateado bien pulimentado puede reflejar hasta el 96% de la luz que incide sobre él; las superficies negras pulimentadas reflejan menos del 1% de la luz incidente. La intensidad de la luz reflejada depende también del ángulo de incidencia.

Además de la reflexión especular existe la *reflexión difusa*. Esta última hace que la luz se refleje más o menos uniformemente en todos los sentidos. Las superficies que producen una difusión absolutamente uniforme de la luz incidente se llaman *absolutamente mates*. En realidad no existen superficies que cumplan exactamente esta condición. No obstante, se aproximan al mate absoluto la superficie de la porcelana sin esmaltar, la del papel de dibujo, la de la nieve, etc. Tampoco existen superficies que reflejen perfectamente la luz. En la mayoría de los casos la reflexión tiene un máximo en la dirección del ángulo de reflexión especular. La distribución de la intensidad de la luz reflejada difusa, de acuerdo con el ángulo de reflexión, puede representarse gráficamente por medio de vectores, aplicados al punto de incidencia de la luz, cuya longitud sea igual a la intensidad de ésta en dicha dirección. La envolvente de los extremos de estos vectores representará la distribución de la intensidad de la luz reflejada. Un diagrama de este tipo se muestra en la fig. 5. El hecho de que exista el máximo  $C$  en la dirección de la reflexión especular indica que el cuerpo en cuestión no es absolutamente mate, es decir, que «brilla» en una dirección determinada.

Las leyes de la refracción y reflexión de la luz sirven de base para construir los aparatos ópticos que tienen por objeto cambiar la dirección de los rayos luminosos y obtener imágenes. En las leyes de la refracción se funda la estructura de las lentes, que permiten reunir o dispersar los haces de luz y obtener imágenes de los objetos. La obtención de imágenes por medio de sistemas refractores y reflectores será estudiada en el capítulo XXVIII.

Examinemos ahora unos cuantos ejemplos sobre la aplicación de las leyes de la reflexión y refracción de la luz.

*Ejemplo 1.* Demostrar que si un espejo plano gira un ángulo  $\alpha$  el rayo de luz reflejado por él girará un ángulo igual a  $2\alpha$ .

Supongamos que el rayo  $AB$  incide sobre el espejo plano  $CC'$  formando un ángulo  $i$ . El ángulo de reflexión será  $i' = i$  y el rayo reflejado  $BD$  formará

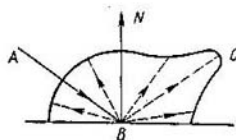


Fig. 5. Distribución de la intensidad cuando la luz se refleja difusamente.

con el rayo incidente  $AB$  un ángulo igual a  $2i$ . Cuando el espejo gira un ángulo  $\alpha$  (fig. 6, donde la nueva posición del espejo se representa por la línea de puntos  $C_1C_1'$ ), la perpendicular  $BN$  también girará un ángulo  $\alpha$ , el de incidencia se hará igual a  $i + \alpha$  y el rayo reflejado  $BD$  formará con el rayo incidente  $AB$  un ángulo igual a  $2i + 2\alpha$ . Como el ángulo que antes del giro formaba este rayo con el  $AB$  era  $2i$ , resulta que habrá girado un ángulo  $2i + 2\alpha - 2i = 2\alpha$ .

*Ejemplo 2.* Demostrar que la imagen que produce un objeto puntual en un espejo plano es un punto virtual que se encuentra aparentemente detrás del espejo y a una distancia de su superficie igual a la que media entre el objeto y dicho espejo.

Recordemos que se llama imagen puntual de un objeto  $P$  el punto de intersección  $P'$  de los rayos emitidos por dicho objeto después de pasar por el sistema

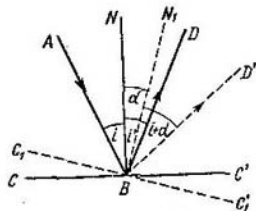


Fig. 6. Cuando el espejo gira un ángulo igual a  $\alpha$  el rayo reflejado gira un ángulo igual a  $2\alpha$ .

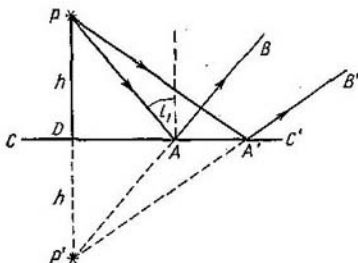


Fig. 7. Formación de la imagen virtual  $P'$  cuando la luz se refleja en un espejo plano.

óptico (o de reflejarse en él). En aquellos casos en que no se encuentran los propios rayos, sino sus prolongaciones, se dice que la imagen es virtual.

Veamos lo que ocurre con un rayo que parte del objeto puntual  $P$  (fig. 7) y que se refleja en un punto cualquiera  $A$  de un espejo plano  $CC'$ . Bajemos una perpendicular  $PD$  desde el punto  $P$  a la superficie del espejo  $CC'$ . Supongamos que la prolongación del rayo  $AB$  corta a la prolongación de la perpendicular  $PD$  en el punto  $P'$  y llamemos  $i_1$  al ángulo de incidencia del rayo  $PA$ .

Los triángulos rectángulos  $DPA$  y  $DP'A$  son iguales entre sí, puesto que tienen común el lado  $DA$  y el  $\angle PAD = \angle P'AD$ . De aquí se deduce que el segmento  $h = DP' = DP$ . Como el rayo  $PA$  fue elegido arbitrariamente, esta correlación será cierta también para cualquier otro rayo  $PA'B'$ , es decir, las prolongaciones de todos los rayos se cortarán en un mismo punto  $P'$ , situado aparentemente detrás del plano del espejo y a una distancia de él  $h = PD$ , igual a la que hay por delante entre el objeto  $P$  y dicho espejo. Como el punto  $P'$  no es el de intersección de los rayos, sino el de encuentro de sus prolongaciones, este punto será una imagen virtual del punto  $P$ .

*Ejemplo 3.* Demostrar que si un rayo incide sobre la cara de un prisma formando un ángulo pequeño y este prisma tiene un ángulo de refracción  $A$  también pequeño, el ángulo de desviación del rayo será  $\delta = A(n - 1)$ , independientemente del ángulo de incidencia ( $n$  es el índice de refracción de la sustancia de que está hecho el prisma). Llamemos  $i_1$  (fig. 8) al ángulo de incidencia del rayo con la primera cara del prisma e  $i_2$  al ángulo de refracción correspondiente, y sean  $i_2$  e  $i_2'$ , respectivamente, el ángulo de incidencia y el de refracción en la segunda

cara\*). Según la ley de la refracción

$$\text{sen } i_1 = n \text{ sen } i'_1, \quad \text{sen } i'_2 = n \text{ sen } i_2.$$

El ángulo  $i_1$  es pequeño por las propias condiciones del problema, por consiguiente,  $i'_1$  también lo será. Pero en este caso, como el ángulo de refracción del prisma  $A$  es pequeño, también lo será el ángulo  $i_2$ . De aquí se deduce que los senos pueden ser substituidos por los propios ángulos y las correlaciones anteriores tomarán la forma:

$$i_1 = n i'_1, \quad i'_2 = n i_2. \quad (6)$$

El ángulo de desviación  $\delta$  que buscamos es ángulo externo del  $\triangle BCD$ , por lo tanto, es igual a la suma de los dos ángulos del triángulo que no son adyacentes suyos:

$$\delta = (i_1 - i'_1) + (i'_2 - i_2),$$

de donde basándonos en la igualdad (6) obtenemos

$$\delta = i'_1 (n - 1) + i_2 (n - 1) = (n - 1) (i'_1 + i_2). \quad (7)$$

El ángulo formado en el punto  $E$  por la intersección de las perpendiculares a las caras  $N_1$  y  $N_2$  es igual al ángulo refractor  $A$  del prisma y al mismo tiempo es ángulo externo del  $\triangle BED$ , de donde  $i'_1 + i_2 = A$ .

Poniendo este valor de  $i'_1 + i_2$  en (7), hallamos:

$$\delta = A (n - 1),$$

que es lo que queríamos demostrar.

§ 252. Reflexión total. Cuando la luz pasa de una sustancia cuyo índice de refracción es menor (o de menor densidad óptica) a otra de mayor índice de refracción (o de mayor densidad óptica) se acerca a la normal. Por el contrario, cuando pasa de una sustancia de mayor densidad óptica a otra de menor densidad, el rayo se separa de la normal. Es evidente que en este caso existe un ángulo de incidencia  $i_{lim}$  menor que  $\pi/2$  para el cual el ángulo de refracción  $i_2$  es igual a  $\pi/2$ , es decir, un ángulo para el cual el rayo refractado sale rasante a la superficie de refracción. La experiencia demuestra que cuando los ángulos de incidencia  $i_1 > i_{lim}$  no se produce rayo refractado: en este caso la luz incidente se refleja totalmente. Este fenómeno recibe el nombre de *reflexión total* y el ángulo  $i_{lim}$  se llama *ángulo límite*. El valor de este ángulo límite  $i_{lim}$  se determina partiendo de la condición de que  $i_2 = \pi/2$ , de donde, según la ley de la refracción [fórmula (5) del § 251], tendremos:

$$\text{sen } i_{lim} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1)$$

Esta igualdad pueden cumplirla los valores reales del ángulo  $i_{lim}$  solamente cuando  $n_2 \leq n_1$ , de donde se deduce, que la reflexión

\*) El ángulo  $i'_1$  suele llamarse *ángulo de emergencia del rayo*. (N. del T.)

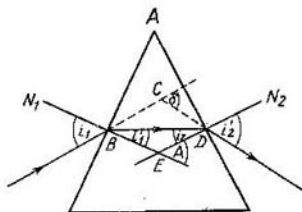


Fig. 8. Refracción de los rayos en un prisma.

total puede producirse exclusivamente cuando la luz pasa de una sustancia de mayor densidad óptica a otra de menor densidad. Por ejemplo, podrá producirse la reflexión total cuando la luz pase del vidrio al aire, pero nunca cuando pase del aire al vidrio.

A medida que el ángulo de incidencia se aproxima al ángulo límite, la intensidad del rayo refractado disminuye, mientras que la del reflejado aumenta.

En la fig. 9 se muestran una serie de casos de refracción de la luz al pasar de una sustancia de mayor densidad óptica a otra menos densa con distintos ángulos de incidencia  $i_1$ . El grosor de los trazos

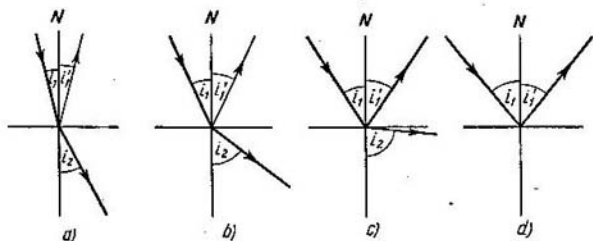


Fig. 9. Refracción de la luz al pasar de una sustancia ópticamente más densa a otra ópticamente menos densa, con distintos ángulos de incidencia  $i_1$ .

indica la intensidad de los rayos representados. La fig. 9, *a* corresponde al caso en que el rayo incide formando un ángulo  $i_1$  pequeño; en estas condiciones la intensidad del rayo reflejado es pequeña y la del refractado, grande. A medida que va aumentando el ángulo de incidencia  $i_1$ , va disminuyendo la intensidad del rayo refractado (fig. 9, *b*). Cuando el ángulo de incidencia se aproxima mucho al ángulo límite (fig. 9, *c*) el rayo refractado es casi rasante y muy débil, mientras que el reflejado tiene una intensidad que se aproxima a la del rayo incidente. Cuando los ángulos de incidencia son mayores que el ángulo límite  $i_{lim}$ , desaparece el rayo refractado (fig. 9, *d*) y tiene lugar la reflexión total, es decir, la luz se refleja totalmente.

Si un haz de rayos de luz en forma de cono, con ángulo de abertura igual a  $2i_1$ , pasa de una sustancia menos densa a otra de mayor densidad óptica (fig. 10, *a*), en la segunda sustancia se formará un haz cuyo ángulo de abertura  $2i_2$  será menor.\*)

A un haz cuyo ángulo de abertura sea igual a  $\pi$  en el medio menos denso, le corresponderá en el medio más denso ( $n_2 > n_1$ ) un haz con

\*) En realidad el haz de rayos después de refractado deja de formar un haz cuyos rayos se cortan en un punto (véase el § 314).



ángulo de abertura igual a  $2i_{2\text{lim}}$  (fig. 10, b), donde el ángulo  $i_{2\text{lim}}$  satisfará la correlación

$$\text{sen } i_{2\text{lim}} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Por esto, si cuando estamos sumergidos en el agua miramos hacia arriba, vemos todo el cielo reducido a una mancha circular cuyo

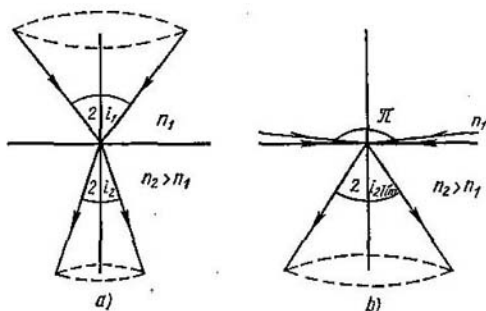


Fig. 10. Conos de rayos correspondientes al paso de la luz de un medio ópticamente menos denso a otro ópticamente más denso.

radio angular  $i_{2\text{lim}} = \text{arc sen } \frac{n_1}{n_2}$ . Como para el aire, prácticamente,  $n_1 = 1$  y para el agua  $n_2 = 1,33$ , tendremos que, en nuestro caso,  $i_{2\text{lim}} \cong 49^\circ$ . Es decir, los rayos de luz procedentes del aire no se propagan en el agua más allá de los límites de un cono cuyo ángulo de abertura tiene  $49^\circ$ .

El fenómeno de la reflexión total se utiliza mucho en los aparatos ópticos para obtener reflexiones. En la fig. 11 se muestra un prisma rectangular de reflexión total que permite producir un giro de  $90^\circ$  en la marcha del rayo de luz. El rayo  $AB$  experimenta en el punto  $B$  una reflexión total. En la fig. 12 puede verse la marcha de dos rayos en un prisma de reflexión total que permite invertirlos: el rayo  $I$ , que antes de incidir en el prisma era el superior, después de refractado es el inferior.

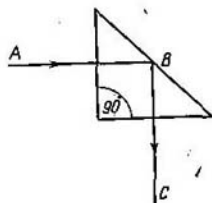


Fig. 11. Prisma rectangular de reflexión total.

La gran resistencia mecánica y química del vidrio hace que los prismas de reflexión total sean preferibles a los espejos metálicos

pulimentados, cuyas superficies se rayan fácilmente y pierden pronto su brillo a causa de la corrosión.

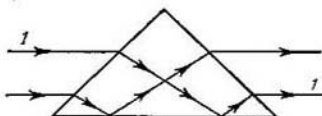


Fig. 12. Inversión de los rayos con un prisma de reflexión total.

§ 253. Principio de Fermat. En toda sustancia homogénea desde el punto de vista óptico, es decir, en toda sustancia cuyos puntos se caractericen por tener el mismo índice de refracción, la luz se propaga en línea recta, o sea, siguiendo la distancia más corta entre dos puntos dados. Cuando la luz pasa de unas sustancias a otras se refleja y refracta en sus superficies de separación y el camino que recorre es una línea quebrada. En los medios no homogéneos, donde el índice de refracción  $n$  varía continuamente de un punto a otro, los rayos de luz se refractan continuamente formando líneas curvas. Si los haces luminosos son estrechos se producen además los fenómenos de difracción que indicamos en el § 250. Pero si hacemos abstracción de estos últimos, la propagación de la luz en las sustancias no homogéneas se determina por el principio general que lleva el nombre de *principio de Fermat* (establecido en el año 1679). Para formular este principio hay que introducir primeramente el concepto de *camino óptico o recorrido óptico*.

En las sustancias homogéneas se entiende por camino óptico  $l$  el producto del camino geométrico  $s$  por el índice de refracción  $n$  de la sustancia en cuestión:

$$l = ns. \quad (1)$$

Cuando la sustancia no es homogénea hay que dividir el camino geométrico que sigue el rayo en una serie de porciones  $ds$  tan pequeñas como sea necesario para que en cada una de ellas pueda considerarse constante el índice de refracción  $n$ . En este caso la magnitud del camino óptico elemental será

$$dl = n ds,$$

y el camino óptico total será igual a la suma de todos los caminos ópticos elementales  $dl$ , es decir, vendrá expresado por la integral

$$l = \int^B n ds, \quad (2)$$

donde la integral se toma a lo largo de la curva  $AB$  (fig. 13) que sigue la luz al propagarse desde el punto  $A$  hasta el  $B$ .

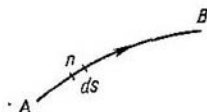


Fig. 13. Determinación del camino óptico.

Según el principio de Fermat *la luz se propaga recorriendo un camino óptico cuya longitud es extrema, es decir, mínima, máxima o estacionaria.*

El principio de Fermat también es válido cuando la luz se propaga en un medio formado por una serie de sectores homogéneos colindantes.

La condición necesaria para que el camino óptico sea extremo se reduce a que la variación de la integral (2) sea igual a cero:

$$\delta \int_A^B n \, ds = 0; \quad (3)$$

esta expresión es la fórmula matemática del principio de Fermat.

Examinemos ahora varios casos particulares que demuestran la exactitud del principio de Fermat.

Por ejemplo, si la luz va del punto  $A$  al  $B$  (fig. 14), reflejándose en la superficie plana  $CC'$ , siempre que se cumpla la ley de la reflexión el camino recorrido será mínimo.

Efectivamente, consideremos además del camino  $ADB$  que cumple la ley de la reflexión, cualquier otro camino  $AD'B$ . Bajemos desde el punto  $B$  una perpendicular  $BE$  a la superficie reflectora y tomemos sobre su prolongación un segmento  $EB' = EB$ . Unamos los puntos  $D$  y  $D'$  con el punto  $B'$ . Tendremos dos triángulos,  $BDE$  y  $B'DE$ , iguales entre sí, de donde  $DB = DB'$ ; de la misma forma obtendremos que  $D'B = D'B'$ . Por lo tanto, el camino  $ADB$  será igual a

$$AD + DB = AD + DB', \quad (4)$$

y el camino  $AD'B$  igual a

$$AD' + D'B = AD' + D'B'. \quad (4a)$$

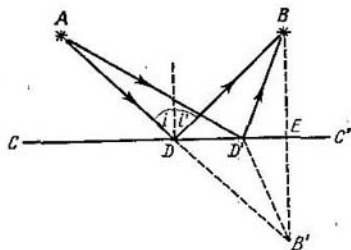


Fig. 14. Cuando la luz se refleja en un espejo plano el camino óptico  $ADB$  es más corto que el  $AD'B$ .

Como puede verse en la figura,

$$\angle ADB' = i + i' + (90^\circ - i') + (90^\circ - i'),$$

donde  $i$  e  $i'$  son respectivamente los ángulos de incidencia y de reflexión. Según la ley de la reflexión  $i' = i$ , de donde  $\angle ADB' = 180^\circ$ , es decir, la línea  $ADB'$  es una recta y, por consiguiente, cualquiera que sea la posición del punto  $D'$ , siempre que no coincida con el  $D$ , la línea  $AD'B'$  será una línea quebrada. Y como la longitud de cualquier línea quebrada que une dos puntos es mayor que la de la recta trazada entre ellos, de acuerdo con (4) y (4a), tendremos que

$$AD + DB < AD' + D'B. \quad (5)$$

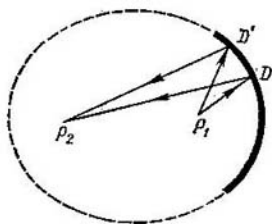


Fig 15. Reflexión de los rayos en la superficie de un elipsoide: los caminos ópticos  $P_1DP_2$  y  $P_1D'P_2$  tienen la misma longitud.

En este caso la luz se propaga en un medio homogéneo y su camino óptico solamente se diferencia del geométrico en el factor constante  $n$  (índice de refracción). Por esto, la desigualdad (5) (según la cual la longitud geométrica del camino  $ADB$  es menor que la de cualquier otro camino  $AD'B$ ) demuestra que cuando se cumple la ley de la reflexión el camino óptico es el más corto (mínimo).

El caso en que los caminos ópticos son estacionarios corresponde a la reflexión en una superficie especular cóncava en forma de elipsoide de revolución. Supongamos que la luz parte de un punto  $P_1$ , situado en uno de los focos de un elipsoide (fig. 15). En este caso la luz, después de reflejarse en cualquier punto  $D$  del espejo, irá a parar al segundo foco  $P_2$ . Y como sabemos que la suma de los dos radios vectores trazados desde ambos focos a un punto cualquiera de la elipse es constante, tendremos que el camino  $P_1DP_2$  será igual a cualquier otro  $P_1D'P_2$ , donde  $D'$  puede ser un punto cualquiera que se encuentre en la superficie del espejo elíptico.

Finalmente, podemos imaginarnos una superficie cóncava que tenga la propiedad de que los rayos reflejados en ella recorran un camino óptico máximo. Supongamos que un rayo procedente del foco  $P_1$  de un elipsoide de revolución se refleja en el punto  $D$  de dicho elipsoide (fig. 16; la superficie elíptica está representada por la línea de trazo punteado) y después pasa por el segundo foco  $P_2$ . Tracemos una superficie cóncava  $aa'$  tangente a la del elipsoide en el punto  $D$ , de forma que todos sus puntos se encuentren dentro de dicho elipsoide. En estas condiciones el rayo  $P_1D$  también puede

considerarse como reflejado por la superficie  $aa'$ . Pero cualquier camino  $P_1D'P_2$  será más corto que el  $P_1DP_2$ , puesto que el punto  $D'$  se encuentra dentro del elipsoide.

Demostremos ahora que cuando la luz se refracta en un dioptrio plano, es decir, en la superficie plana que separa dos sustancias homogéneas, el camino óptico cumple la condición de ser extremo (máximo o mínimo).

Supongamos que un rayo  $ADB$  (fig. 17) se refracta en el punto  $D$ , cuya situación viene determinada por el segmento  $x$ , medido a partir de la base de la

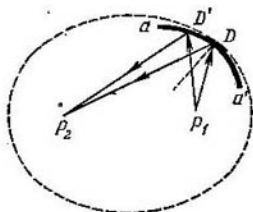


Fig. 16. El camino óptico del rayo  $P_1DP_2$ , que se refleja en la superficie  $aa'$ , es más largo que el del rayo  $P_1D'P_2$ .

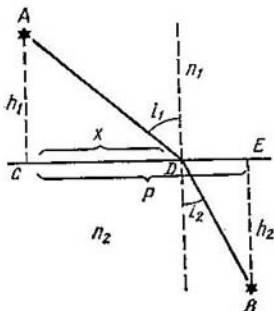


Fig. 17. Cuando se cumple la ley de la refracción, el camino óptico  $ADB$  es mínimo.

perpendicular  $AC$ . Tracemos una perpendicular desde el punto  $B$  a la superficie de separación de los dos medios y llamemos  $p$  al segmento  $CE$ . Para un par de puntos dados  $A$  y  $B$  la longitud  $p$  será constante.

El camino óptico del rayo  $ADB$  será igual a

$$l = n_1 AD + n_2 DB, \quad (6)$$

donde  $n_1$  y  $n_2$  son respectivamente los índices de refracción de las dos sustancias. En la figura puede verse que

$$AD = \sqrt{h_1^2 + x^2}$$

y

$$DB = \sqrt{h_2^2 + (p-x)^2},$$

donde  $h_1$  y  $h_2$  son las longitudes de las perpendiculares  $AC$  y  $BE$ . Poniendo estos valores de  $AD$  y  $DB$  en (6), obtenemos

$$l = n_1 \sqrt{h_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}. \quad (7)$$

La condición necesaria para que el camino óptico sea extremo se reduce a que  $\frac{dl}{dx} = 0$ .

Derivando la expresión (7), hallamos

$$\frac{dl}{dx} = n_1 \frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - n_2 \frac{p-x}{\sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}} = 0. \quad (8)$$

Pero en la figura vemos que

$$\frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} = \operatorname{sen} i_1.$$

y

$$\frac{p-x}{\sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}} = \operatorname{sen} i_2,$$

siendo  $i_1$  el ángulo de incidencia e  $i_2$  el ángulo de refracción; de donde, según (8):

$$n_1 \operatorname{sen} i_1 = n_2 \operatorname{sen} i_2,$$

es decir, el camino que cumple la condición de ser extremo satisface a su vez la ley de la refracción. El signo de la segunda derivada puede servir para comprobar que este camino es mínimo.

§ 254. Medición de la velocidad de la luz. El primer intento de medición de la velocidad de la luz fue realizado por Galileo en el año 1607. Para esto situó dos observadores, provistos de sendas linternas, en dos colinas. Uno de los observadores emitía un destello y el otro, al percibirlo, devolvía la señal con su linterna. Como la velocidad de la luz es finita, la señal debería volver al primer observador con cierto retraso  $\Delta t$ . Si la distancia recorrida por la luz al ir y volver era igual a  $2L$ , la velocidad de la luz  $c = \frac{2L}{\Delta t}$ . Durante este experimento el tiempo  $\Delta t$  resultó ser no mayor que el invertido por el segundo observador en devolver la señal. El fracasado experimento de Galileo demostró que, de ser finita, la velocidad de la luz debería ser muy grande. Poco después, basándose en observaciones astronómicas, fue establecido que la velocidad de la luz es finita y más tarde se consiguió medir dicha velocidad en la Tierra. Teniendo en cuenta que la velocidad de la luz en el vacío es una de las principales constantes físicas, estudiaremos varios de los procedimientos utilizados para determinarla siguiendo su orden cronológico.

1. Procedimiento astronómico de Roemer. El astrónomo del observatorio de París Ole Roemer descubrió en 1676 que existen ciertas discrepancias en la periodicidad de los eclipses de los satélites de Júpiter. Durante una mitad del año terrestre el intervalo entre dos eclipses consecutivos es más corto que durante la otra mitad del año. Este fenómeno se explica porque la velocidad de la luz es finita. Supongamos que la dirección de un rayo de luz procedente de Júpiter  $J$  (fig. 18) coincide con la de la tangente a la órbita de la Tierra en el punto  $A$ . Si en el punto  $A$  la Tierra se mueve alejándose

de Júpiter, la luz tiene que darle alcance y el lapso  $T'$  entre dos eclipses sucesivos del satélite de Júpiter es mayor que el intervalo real  $T_0$

$$T' = T_0 + \Delta t.$$

Teniendo en cuenta que el tiempo  $T'$  es pequeño en comparación con el que emplea la Tierra en dar una vuelta alrededor del Sol, puede considerarse que la Tierra se mueve, durante este tiempo  $T'$ , en el sentido del rayo  $JA$ . El retraso  $\Delta t$  será, pues, aproximadamente igual al tiempo que tarda la luz en cubrir el camino que recorre la Tierra por su órbita durante el tiempo  $T_0$ , es

decir,  $\Delta t = \frac{v}{c} T_0$ , donde  $v$  es la velocidad de la Tierra por su órbita y  $c$  es la velocidad de la luz. De donde

$$T' = T_0 + \frac{v}{c} T_0. \quad (1)$$

Del mismo modo, en el punto  $B$ , cuando la Tierra se acerca a Júpiter, el intervalo  $T''$  entre dos eclipses consecutivos será menor que el tiempo real  $T_0$  en una magnitud  $\Delta t$ :

$$T'' = T_0 - \frac{v}{c} T_0. \quad (2)$$

Cuando la Tierra se encuentra en otras posiciones orbitales estos retrasos o adelantos serán menores.

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2) con respecto a  $c$ , obtenemos

$$c = \frac{T' + T''}{T' - T''} v.$$

Si se conoce el intervalo máximo  $T'$  y el mínimo  $T''$  entre los eclipses y la velocidad de la Tierra por su órbita  $v$ , la correlación que acabamos de deducir permite hallar la velocidad de la luz  $c$ .

Las mediciones realizadas por Roemer dieron como resultado la velocidad de 215 000 km/s. Las mediciones astronómicas modernas dan el valor aproximado de 300 000 km/s.

**2. Procedimiento de la aberración de la luz.** A principios del siglo XVIII los astrónomos observaron que las coordenadas de las estrellas «fijas» experimentan una pequeña variación periódica: durante un año terrestre cada una de estas estrellas describe en el firmamento una elipse, que tiene la particularidad de que su semeje mayor, observado con un ángulo  $\Delta\varphi = 40,9''$ , es igual para todas las estrellas. El grado de alargamiento de la elipse depende de la posición que tengan las estrellas con relación al plano de la eclíptica; las estrellas que se encuentran en dirección perpendicular a dicho plano

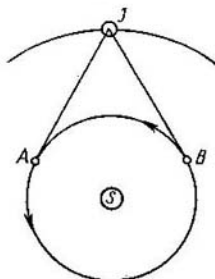


Fig. 18. Determinación de la velocidad de la luz por los eclipses de los satélites de Júpiter.

describen una elipse cuya excentricidad es mínima, mientras que las estrellas que se hallan en el plano de la eclíptica describen una elipse que se confunde con un segmento rectilíneo.

Este fenómeno, que se conoce con el nombre de *aberración*, se debe a que la velocidad de propagación de la luz es finita. Supongamos que la verdadera dirección a una estrella  $S$  (fig. 19)

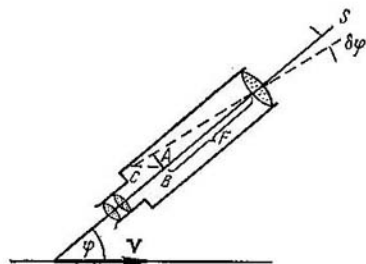


Fig. 19. Aberración de la luz.

forma un ángulo  $\varphi$  con la dirección de la velocidad de la Tierra  $v$  y consideremos que la observación se realiza con un telescopio cuyo eje coincide con la verdadera dirección a dicha estrella. Debido al movimiento de la Tierra, la imagen  $B$  de la estrella resultará un poco desviada respecto al eje del telescopio e irá a parar al punto  $C$ , puesto que durante el tiempo  $\Delta t$  que tarda la luz en recorrer el tubo del telescopio, este último se desplaza

junto con la Tierra en la dirección de la velocidad  $v$ . Es evidente que el segmento  $BC$  es igual al camino recorrido por el telescopio (junto con la Tierra) durante el tiempo  $\Delta t$ , de donde se deduce que  $BC = v\Delta t$ . Como la imagen de la estrella se recoge en el plano focal principal del objetivo del telescopio, tendremos que  $\Delta t = \frac{F}{c}$ , siendo  $F$  la distancia focal del objetivo del telescopio y  $c$  la velocidad de la luz; de donde

$$BC = \frac{v}{c} F. \quad (3)$$

Como quiera que la imagen de la estrella se recoge en el punto  $C$  en lugar de en el  $B$ , la dirección aparente de la estrella forma un ángulo  $\delta\varphi$  con relación a la verdadera dirección. Este ángulo recibe el nombre de ángulo de aberración, y como puede verse en la fig. 19 viene determinado por la correlación:

$$\delta\varphi = \frac{AB}{F} = \frac{BC \operatorname{sen}(\angle ACB)}{F}.$$

El ángulo  $ACB = \varphi - \delta\varphi$ ; y como el ángulo  $\delta\varphi$  es pequeño, aproximadamente tendremos

$$\angle ACB = \varphi \quad \text{y} \quad \delta\varphi = \frac{BC \operatorname{sen} \varphi}{F}.$$

Poniendo aquí en lugar de  $BC$  su valor según (3), obtendremos

$$\delta\varphi = \frac{v}{c} \operatorname{sen} \varphi, \quad (4)$$



de donde se deduce que el ángulo de aberración no depende de la distancia focal del telescopio  $F$ , sino que viene determinado exclusivamente por la relación entre la velocidad de la Tierra  $v$  y la velocidad de la luz  $c$  y por el ángulo  $\varphi$ . Como quiera que durante el movimiento anual de la Tierra por su órbita el ángulo  $\varphi$  entre el vector velocidad de la Tierra  $v$  y la dirección de la estrella varía constantemente, la posición que ocupan aparentemente las estrellas en el firmamento describe una elipse. Los mayores valores absolutos de  $\text{sen } \varphi$  son los correspondientes a  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  y  $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ , por consiguiente, la magnitud angular  $\Delta\varphi$  del semieje mayor de la elipse, de acuerdo con la fórmula (4), será

$$\Delta\varphi = \frac{v}{c} \text{sen } \frac{\pi}{2} - \frac{v}{c} \text{sen } \frac{3\pi}{2} = 2 \frac{v}{c},$$

de donde la velocidad de la luz

$$c = \frac{2v}{\Delta\varphi}.$$

Aplicando el valor de  $\Delta\varphi$  que dimos anteriormente y el valor conocido de la velocidad de traslación de la Tierra por su órbita  $v$ , puede obtenerse la velocidad de la luz  $c$ . Por este procedimiento se obtuvo que  $c = 303\,000$  km/s.

3. Procedimiento de la rueda dentada. El primero que midió la velocidad de la luz en las condiciones propias de la Tierra fue Fizeau. Ocurrió esto en el año 1849 y se empleó para ello el procedimiento de la rueda dentada. Este procedimiento coincide en esencia

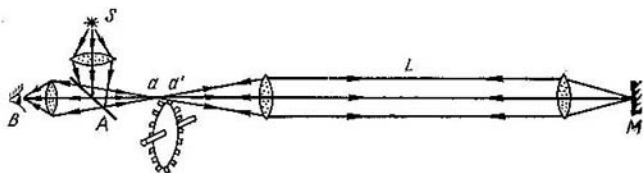


Fig. 20. Determinación de la velocidad de la luz por el procedimiento de la rueda dentada.

con el propuesto por Galileo, con la única diferencia de que uno de los observadores se sustituye por un espejo y el obturador a mano de la linterna, por una rueda dentada que gira rápidamente y que unas veces deja pasar el haz luminoso y otras lo intercepta. El esquema de este procedimiento se muestra en la fig. 20. La luz procedente del foco  $S$  se refleja en el espejo semitransparente  $A$ , pasa luego entre los dientes  $aa'$  de la rueda, llega al espejo  $M$ , se refleja en él y, de regreso,

después de atravesar el espejo semitransparente  $A$ , va a parar al ojo del observador  $B$ .

Cuando la rueda dentada da vueltas puede girar cierto ángulo durante el tiempo  $\Delta t$  que transcurre mientras la luz llega al espejo  $M$  y retorna. Si al ocurrir esto el sitio en que se encontraba el hueco, por el que pasó antes el rayo, lo ocupa el diente más próximo, la luz reflejada no podrá pasar ni ser vista por el observador. Pero cuando la rueda gire un ángulo suficiente para que la luz reflejada en el espejo  $M$  pueda pasar de regreso por el hueco formado entre los dientes inmediatos, el observador volverá a verla. Si el movimiento giratorio de la rueda es aún más rápido, la luz volverá a ser invisible.

El tiempo  $\Delta t$  puede medirse directamente siempre que se conozca el número de revoluciones de la rueda  $\nu$  correspondiente, por ejemplo, a la primera interceptación de la luz que retorna del espejo  $M$ . Sea  $n$  el número de dientes de la rueda, entonces

$$\Delta t = \frac{1}{2n\nu} \quad (5)$$

Por otra parte, como ya dijimos, este intervalo es el que la luz emplea en recorrer dos veces la base  $L$  (una en un sentido y otra en el contrario), por lo tanto,

$$\Delta t = \frac{2L}{c} \quad (6)$$

Igualando entre sí las expresiones (5) y (6), obtenemos que

$$c = 4nLv.$$

Fizeau tomó la distancia  $2L = 14$  km. Como resultado de su experimento obtuvo para la velocidad de la luz el valor de 315 000 km/s. Posteriormente se han hecho experimentos más exactos por este mismo procedimiento, tomando una base mayor. Con  $2L = 46$  km se obtuvo un valor de  $c = 299\,870 \pm 50$  km/s. Últimamente, en lugar de la rueda dentada se ha utilizado como dispositivo interruptor del haz luminoso la célula de Kerr (véase el § 293). Esto ha permitido reducir la base hasta 15 m, es decir, disponer todos los aparatos dentro del laboratorio.

4. Procedimiento del espejo giratorio (Foucault, 1868). El esquema de este procedimiento se muestra en la fig. 21. La luz procedente del foco  $S$ , después de atravesar la lámina semitransparente  $M$ , incide sobre el espejo  $A$ , el cual gira alrededor de un eje  $O$  perpendicular al plano de la figura. El rayo reflejado en el espejo  $A$  va a parar a un segundo espejo  $B$ . Este último es cóncavo y está situado de tal forma que el eje  $O$  pasa por su centro de curvatura. Después de reflejarse en el espejo  $B$ , el rayo vuelve hacia atrás y produce en el punto  $S'$  la imagen del foco. Si el espejo  $A$  gira la luz sigue reflejándose en la misma dirección mientras el rayo resbala por el espejo

cóncavo  $B$ , puesto que siempre incide sobre éste a lo largo de uno de sus radios, es decir, perpendicularmente a su superficie. De esta forma, al ir girando el espejo  $A$ , la imagen del foco  $S'$  permanece inmóvil. Pero cuando  $A$  forma un ángulo suficiente para que el rayo se salga de los límites del espejo cóncavo  $B$ , la imagen  $S'$  desaparece. Si el espejo  $A$  da vueltas, la imagen  $S'$  parpadea, pero a medida que la rotación va siendo más rápida el parpadeo se hace tan frecuente que el ojo deja de percibirlo. Al mismo tiempo, cuando la velocidad

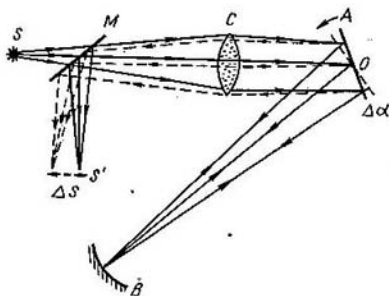


Fig. 24. Determinación de la velocidad de la luz por el procedimiento del espejo giratorio.

de rotación es suficientemente grande, la imagen  $S'$  se desplaza un poco. Esto se debe a que durante el intervalo  $\Delta t$  que tarda la luz en ir desde el espejo  $A$  hasta el  $B$  y viceversa, el espejo  $A$  tiene tiempo de recorrer un ángulo  $\Delta\alpha$  y el rayo reflejado de girar un ángulo  $2\Delta\alpha$  (véase el § 251) y, como consecuencia, la imagen  $S'$  se desplaza una magnitud  $\Delta s$ ,

$$\Delta s = 2\Delta\alpha \cdot l, \quad (7)$$

donde  $l$  es la longitud del haz luminoso que va desde la lente  $C$  hasta el sitio en que se forma la imagen  $S'$ .

Por otra parte, si  $\omega$  es la velocidad angular del movimiento giratorio del espejo  $A$ , el ángulo de giro  $\Delta\alpha = \omega\Delta t$ . Pero como  $\Delta t$  es el tiempo que tarda la luz en recorrer el camino entre  $A$  y  $B$  y viceversa. llamando  $L$  a este último, tendremos:

$$\Delta t = \frac{2L}{c},$$

y, por consiguiente

$$\Delta\alpha = \omega \frac{2L}{c}. \quad (8)$$

Las fórmulas (7) y (8) nos permiten hallar la velocidad de la luz

$$c = \frac{4\omega Ll}{\Delta s}.$$

Para hacerlo no hay más que medir directamente los valores de  $\omega$ ,  $L$ ,  $l$  y  $\Delta s$ .

En los experimentos que hizo Foucault la distancia  $L$  era igual a 4 m, y el espejo  $A$  giraba a 800 revoluciones por segundo. El valor que se obtuvo para la velocidad de la luz fue de  $298\,000 \pm 500$  km/s. Este valor es demasiado pequeño. Nuevos experimentos realizados en 1891 por el procedimiento del espejo giratorio dieron un valor de  $c = 299\,810 \pm 50$  km/s.

5. Procedimiento del prisma giratorio. Michelson aunó en cierto sentido el procedimiento de la rueda dentada con el del espejo giratorio y creó una instalación provista de un espejo prismático giratorio. La inexactitud del procedimiento de la rueda dentada se debe

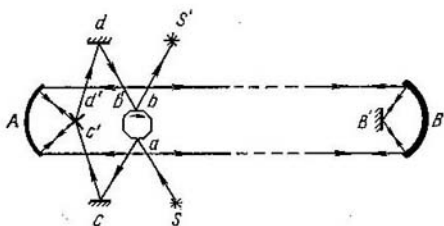


Fig. 22. Determinación de la velocidad de la luz por el procedimiento del prisma giratorio.

a que la luz queda interceptada no solamente cuando le cierra el paso la parte central del diente, sino también en el momento en que se lo impide el borde de este último. Por lo tanto, el instante de la desaparición de la imagen no se determina con precisión. Esta circunstancia influye también cuando se aumenta la velocidad de rotación de la rueda lo necesario para que la luz pase por el siguiente hueco entre dientes: el momento en que la imagen vuelve a aparecer no puede fijarse exactamente. Tampoco es suficientemente preciso el procedimiento del espejo giratorio, puesto que en él se toma una base  $L$  demasiado pequeña y la desviación de la imagen  $\Delta s$  en los experimentos de Foucault sólo medía 0.7 mm. El procedimiento del prisma giratorio excluye estos defectos. Su esquema general se muestra en la fig. 22.

La luz de un foco  $S$  se reflejaba en una de las caras de un espejo prismático octogonal de acero y mediante los espejos planos  $c$  y  $c'$

se dirigía al espejo cóncavo  $A$ . Desde este espejo  $A$ , que se encontraba en una montaña, la luz iba a parar en forma de haz paralelo a los espejos  $B$  y  $B'$ , situados en otra montaña. Las cumbres de las dos montañas en que hizo Michelson su experimento distaban entre sí 35,4 km. La luz reflejada en los espejos  $B$  y  $B'$  volvía a incidir sobre el espejo  $A$  y luego, por medio de los espejos planos  $d'$  y  $d$  se dirigía a la cara del prisma  $b$  y producía la imagen del foco en el punto  $S'$ . Cuando el prisma se encontraba en reposo, la cara  $b$  era la opuesta a la  $a$ . Pero cuando el prisma giraba, su velocidad angular se podía regular de tal forma que, mientras la luz recorría el espacio básico en ambos sentidos, el prisma tenía tiempo de dar  $1/8$  de vuelta y, el lugar de la cara  $b$  era ocupado por la  $b'$ , en la cual se reflejaba la luz. Si el prisma hubiese girado exactamente un  $1/8$  de vuelta la imagen reflejada habría permanecido en el mismo sitio  $S'$ . Pero de hecho la cara  $b'$  no ocupaba exactamente el sitio de la  $b$  y, por consiguiente, la imagen  $S'$  se desplazaba un poco. Este desplazamiento se podía medir. De esta forma, en lugar de la sustitución de un hueco entre dientes por otro, como ocurría en el procedimiento de la rueda dentada, tenemos la sustitución de una cara del espejo prismático por otra y, al mismo tiempo, el desplazamiento de la imagen  $S'$ , que desempeña un papel correctivo análogo al que jugaba en el procedimiento del espejo giratorio. Esto da la posibilidad de medir con más precisión que en los experimentos anteriores el tiempo  $\Delta t$  que tarda la luz en recorrer la distancia básica.

Las mediciones realizadas por este procedimiento dieron el valor  $c = 299\,796 \pm 4$  km/s.

En todos los procedimientos descritos hasta ahora la velocidad de la luz se medía en el aire y después se calculaba su valor en el vacío, partiendo del valor del índice de refracción establecido para el aire (véase el § 251). Pero cuando las distancias básicas que se toman son muy grandes (que son las que proporcionan mediciones más exactas) comienza a influir la heterogeneidad del aire y la reducción al valor en el vacío es más difícil. Para evitar este inconveniente, Michelson volvió a medir la velocidad de la luz en el año 1932, también por el procedimiento del prisma giratorio pero haciendo que ésta se propagara dentro de un tubo en el que se practicó el vacío. Este tubo tenía una longitud de 1,6 km y la luz lo recorría en uno y otro sentido 10 veces, con lo que la longitud total del camino recorrido por la luz era de cerca de 16 km. En estas condiciones se obtuvo un valor de  $c = 299\,774 \pm 2$  km/s.

En la tabla I se comparan los resultados de una serie de mediciones de la velocidad de la luz realizadas por diferentes procedimientos.

En la actualidad se admite como valor más probable de la velocidad de la luz en el vacío el de

$$c = 299\,776 \pm 4 \text{ km/s.}$$

Tabla I

Procedimiento de medición	Año	Velocidad de la luz en km/s
Espejo giratorio	1894	299 810±50
Rueda dentada	1902	299 870±50
Prisma giratorio	1926	299 796±4
Célula de Kerr *	1928	299 778±10
Prisma giratorio (propagación de la luz dentro de un tubo vacío)	1932	299 774±2

\* El procedimiento para determinar la velocidad de la luz empleando la célula de Kerr se describe en el § 293.

En la mayoría de los casos puede considerarse que el valor  $c = 2,998 \cdot 10^{10}$  cm/s tiene un grado de exactitud suficiente. Como valor aproximado se acepta el de  $c = 3 \cdot 10^{10}$  cm/s.

§ 255. Teoría ondulatoria de la luz. Principio de Huygens. Como dijimos en la introducción, Huygens propuso a finales del siglo XVII la hipótesis de que la luz está formada por ondas que se propagan en un medio elástico continuo, llamado éter, que llena todos los espacios «vacíos» y que penetra todos los cuerpos. M. Lomonósov mantuvo este mismo punto de vista sobre la naturaleza de la luz. Esta hipótesis suponía que las ondas luminosas se propagaban en el éter como ondas mecánicas elásticas.

Huygens estudió experimentalmente el problema de la *propagación del frente de onda* y estableció el principio que lleva su nombre y que partiendo de una posición dada de dicho frente permite hallar su situación en cualquier momento posterior. Este principio fue expuesto en el t. I, § 107. Aquí sólo recordaremos su enunciación: todo punto alcanzado por el frente de onda puede considerarse como una fuente independiente de ondas elementales; el nuevo frente de onda será la envolvente de todas las ondas hemisféricas elementales que se produzcan (fig. 23).

Los rayos son familias de rectas perpendiculares al frente de onda.

El principio de Huygens permite explicar desde el punto de vista ondulatorio las leyes de la reflexión y refracción de la luz. Supongamos que sobre el límite que separa dos sustancias cuyos índices de refracción son respectivamente  $n_1$  y  $n_2$  incide un frente de onda plano  $AB$  (fig. 24); a este frente corresponde el haz de rayos paralelos que forman con la normal  $AN$  un ángulo  $i_1$ . Cada uno de los puntos del límite de separación a que llega el frente de onda se convierte, según el principio de Huygens, en fuente de nuevas ondas esféricas.

El primer punto del límite de separación a que llega el frente de onda es el  $A$ . Y mientras el otro extremo del frente  $B$  llega hasta dicho límite en el punto  $C$ , en torno al  $A$  se forma un frente hemisférico de radio  $AD = BC$  que se propaga en dirección contraria en la primera sustancia. En torno a los puntos intermedios del límite de separación se formarán ondas hemisféricas cuyos radios serán menores. El plano  $DC$ , tangente a todas estas ondas hemisféricas elementales, determina la dirección del frente de las ondas reflejadas. Supongamos que los rayos de este frente de onda forman con la normal

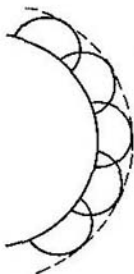


Fig. 23. Formación de las ondas secundarias.

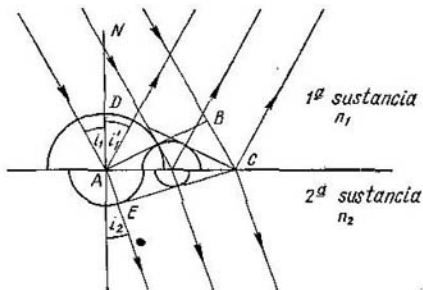


Fig. 24. Formación de las ondas reflejadas y refractadas en la superficie de separación de dos sustancias transparentes.

$AN$  un ángulo  $i'_1$ . Analicemos los triángulos rectángulos  $ABC$  y  $ADC$  estos triángulos tienen común la hipotenusa  $AC$  e iguales los catetos  $AD = BC$ . Por consiguiente, el  $\triangle ABC = \triangle ADC$ , de donde

$$\angle BAC = \angle DCA.$$

Pero el  $\angle BAC$  es igual al ángulo de incidencia  $i_1$ , mientras que el  $\angle DCA$  es el ángulo de reflexión  $i'_1$ , de donde

$$i'_1 = i_1,$$

es decir, se cumple la ley de la reflexión.

Para demostrar la ley de la refracción tendremos en cuenta la velocidad de propagación de la luz en ambas sustancias. Supongamos que la luz se propaga en la primera sustancia con la velocidad  $v_1$  y en la segunda con la velocidad  $v_2$ . Admitamos que durante el tiempo que tarda el extremo  $B$  del frente de onda en propagarse en la primera sustancia desde el punto  $B$  hasta el  $C$ , en la segunda sustancia se forma en torno al punto  $A$  una onda hemisférica elemental de radio  $AE$ . Entonces, el plano tangente  $EC$  determinará la posición del frente de las ondas refractadas.

Entre el radio  $AE$  de la onda hemisférica formada en torno al punto  $A$  en la segunda sustancia y el radio  $AD$  de la que se origina en la primera, alrededor de este mismo punto, debe existir la misma relación que entre las velocidades de la luz en estas dos sustancias

$$\frac{AD}{AE} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (1)$$

Por el triángulo rectángulo  $AEC$  tenemos

$$\text{sen } \angle ACE = \frac{AE}{AC}. \quad (2)$$

Por el triángulo rectángulo  $ADC$  tenemos

$$\text{sen } \angle ACD = \frac{AD}{AC}. \quad (3)$$

Dividiendo miembro a miembro la correlación (3) por la (2), obtenemos

$$\frac{\text{sen } \angle ACD}{\text{sen } \angle ACE} = \frac{AD}{AE},$$

de donde, de acuerdo con (1):

$$\frac{\text{sen } \angle ACD}{\text{sen } \angle ACE} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Pero el ángulo  $ACD$  es igual al ángulo de incidencia  $i_1$ , y el ángulo  $ACE$  es igual al ángulo de refracción  $i_2$ , de donde

$$\frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_2} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (4)$$

La relación de las velocidades de la luz  $v_1/v_2$  es una magnitud constante para el par de sustancias de que se trate, de donde la relación (4) expresa la ley de la refracción.

Comparando esta correlación (4) con la fórmula ordinaria de la ley de la refracción

$$\frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

obtenemos

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (5)$$

Como vemos, la teoría ondulatoria no sólo permite explicar la ley de la refracción, sino que también establece la correlación entre los índices de refracción y las velocidades de propagación de la luz.

Según la fórmula (5) los índices de refracción de las dos sustancias son inversamente proporcionales a las velocidades con que la luz se propaga en ellas. En las sustancias cuya densidad óptica es mayor la



luz se propaga más despacio que en aquellas que tienen una densidad óptica menor.

El índice de refracción en el vacío es igual a la unidad, de donde la velocidad de propagación de la luz  $v$  en cualquier sustancia estará relacionada con la de propagación de la luz en el vacío  $c$  por la fórmula

$$v = \frac{c}{n}, \quad (6)$$

donde  $n$  es el índice de refracción de la sustancia dada. Los cuerpos transparentes tienen  $n > 1$  y la velocidad de propagación de la luz en ellos es menor que en el vacío.

La teoría corpuscular de la luz también explica las leyes de la reflexión y refracción, pero conduce a una relación diferente entre los índices de refracción y las velocidades de propagación de la luz.

La ley de la reflexión se explica directamente admitiendo que los corpúsculos luminosos rebotan en la superficie reflectora como si fueran cuerpos elásticos. Como vimos en el § 18 del t. I, si una esfera choca elásticamente con una pared rebota formando con ella un ángulo igual al de incidencia.

Para explicar por esta teoría la ley de la refracción hay que admitir que, al pasar de una sustancia a otra, la componente normal  $v_n$  de la velocidad de la partícula luminosa varía, mientras que su componente tangencial  $v_t$  permanece invariable. Por la fig. 25 tenemos

$$\text{sen } i_1 = \frac{v_{1t}}{v_1}, \quad \text{sen } i_2 = \frac{v_{2t}}{v_2},$$

donde  $v_1$  es la velocidad de las partículas en la primera sustancia y  $v_2$  es su velocidad en la segunda. Suponiendo, de acuerdo con lo antedicho, que  $v_{2t} = v_{1t}$ , obtenemos

$$\frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_2} = \frac{v_2}{v_1}. \quad (7)$$

Para una pareja de sustancias determinada la relación  $v_2/v_1$  es una magnitud constante y la fórmula (7) expresa la ley de la refracción. Pero si comparamos esta expresión con la fórmula ordinaria de la ley de la refracción

$$\frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \text{obtenemos que } \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_2}{v_1};$$

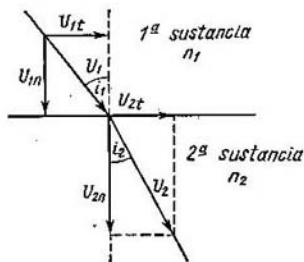


Fig. 25. Explicación de la refracción de los rayos desde el punto de vista corpuscular.

es decir, según la teoría corpuscular los índices de refracción de dos sustancias son directamente proporcionales a las velocidades de propagación de la luz en ellos. Esta ley afirma, pues, que en las sustancias de mayor densidad óptica la luz se propaga más de prisa que en las de menor densidad.

Como puede verse, las teorías ondulatoria y corpuscular de la luz conducen a dos funciones diferentes de los índices de refracción con respecto a las velocidades con que se propaga la luz en medios distintos. Esta circunstancia da la posibilidad de comprobar experimentalmente ambas teorías. Pero la comprobación antedicha no se realizó hasta que en el año 1868 el procedimiento del espejo giratorio permitió medir la velocidad de la luz sobre una base de poca longitud. Foucault intercaló entre el espejo giratorio *A* (fig. 21, § 254) y el espejo cóncavo *B* un tubo lleno de agua. En estas condiciones la imagen *S'* se desplazó más que cuando no se intercalaba el agua, es decir, el experimento dio la razón a la teoría ondulatoria: la luz se propaga más despacio en los medios de mayor densidad óptica que en los de menor densidad. Poco antes de realizarse este experimento la teoría ondulatoria había obtenido ya un fundamento sólido en el campo de los fenómenos de la difracción e interferencia de la luz, los cuales indicaban directamente la naturaleza ondulatoria de la luz.

§ 256. Interferencia de la luz. Como ya dijimos, en el siglo XVII ya se conocían los hechos de que la luz se desvía hacia el campo de la sombra geométrica y de que al superponerse los haces luminosos se producen franjas claras y oscuras que se suceden entre sí. El fenómeno de la desviación de la luz hacia el campo de la sombra geométrica recibió el nombre de *difracción* y el de la composición de los haces luminosos que da lugar a la formación de las franjas claras y oscuras, el de *interferencia de la luz*. Del fenómeno de la interferencia se deduce que al superponerse dos flujos luminosos no sólo pueden reforzarse, sino también debilitarse entre sí. Esta propiedad de los flujos luminosos pone de manifiesto directamente su naturaleza ondulatoria, puesto que dos trenes de ondas se refuerzan entre sí en los sitios en que las crestas y las depresiones de las ondas de uno de ellos coinciden respectivamente con las del otro, y se debilitan en los lugares en que las crestas se superponen a las depresiones. Los fenómenos de interferencia habían sido observados en las ondas mecánicas, como, por ejemplo, en las ondas que se producen en la superficie del agua y en las ondas elásticas sonoras (véase el t. I, § 116). Pero en el campo de la óptica los resultados de la composición de los haces luminosos no fueron interpretados exactamente hasta que Young, en el año 1802, los explicó basándose en las ideas ondulatorias, a pesar de que, como ya dijimos, Newton también intentó explicar la formación de las franjas claras y oscuras atribuyendo a la luz las propiedades periódicas de reflejarse o pasar a través de capas transparentes delgadas

(«períodos» de fácil refracción o reflexión). Las ideas ondulatorias de Young fueron desarrolladas ampliamente por Fresnel durante la primera mitad del siglo XIX.

Young realizó el experimento siguiente: tomó una pantalla opaca en la que había un pequeño orificio  $A$  (fig. 26) iluminado intensamente por un foco. De acuerdo con el principio de Huygens este orificio se convierte en una nueva fuente de ondas hemisféricas. Estas ondas iban a parar a otros dos orificios pequeños  $B_1$  y  $B_2$ , practicados en otra pantalla, los cuales se convertían a su vez en fuentes de ondas. Estas últimas ondas se superponían unas a otras en la región  $D$ . Como las vibraciones que se originan en los orificios  $B_1$  y  $B_2$  están provocadas por una misma onda incidente, se realizan en una misma fase y con una misma amplitud. Las ondas que parten de los orificios  $B_1$  y  $B_2$  se encuentran entre sí, en cada uno de los puntos de la región  $D$ , con una diferencia de marcha que depende del camino recorrido. Esta diferencia de marcha hace que las ondas se refuercen o se debiliten mutuamente. Por esto es por lo que se observa, la sucesión de franjas claras y oscuras.

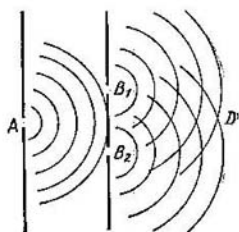


Fig. 26. Esquema del experimento de Young.

Estudiemos ahora este experimento de Young más detenidamente, partiendo de la tesis establecida en el § 109 del t. I, según la cual *las ondas cuyos períodos son iguales interfieren por refuerzo alcanzando un máximo cuando la diferencia de marcha entre ellas  $\Delta$  es igual a un número entero de longitudes de onda  $\lambda$ :*

$$\Delta = \pm k\lambda, \quad (1)$$

siendo  $k$  un número entero, e *interfieren por atenuación dando lugar a un mínimo cuando la diferencia de marcha es igual a un número impar de semiondas:*

$$\Delta = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

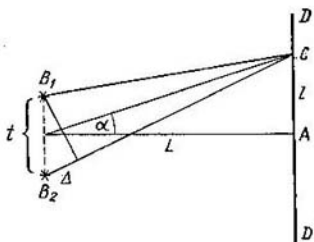


Fig. 27. Esquema para el cálculo de la diferencia de marcha entre los rayos  $B_1C$  y  $B_2C$ .

Supongamos que las fuentes puntuales de ondas  $B_1$  y  $B_2$  se encuentran entre sí a una distancia  $t$  (fig. 27). En los puntos  $B_1$  y  $B_2$  las vibraciones tienen la misma fase. Supongamos también que el resultado de la interferencia de las ondas se observa sobre la pantalla  $DD'$ ,

separada de los puntos  $B_1$  y  $B_2$  por una distancia  $L$ , grande en comparación con  $t$ . Determinemos la diferencia de marcha  $\Delta$  con que llegan las ondas al punto  $C$ , situado a una distancia  $l$  del centro  $A$  de la pantalla. Partiendo de la condición de que  $t$  y  $l$  son mucho menores que  $L$ , obtendremos aproximadamente que

$$\frac{\Delta}{t} = \frac{l}{L}, \text{ de donde } \Delta = \frac{l}{L} t.$$

Según la condición (1) en el punto  $C$  se formará una franja clara si

$$\Delta = \frac{l}{L} t = \pm k\lambda, \quad (3)$$

y, según la condición (2), la franja será oscura si

$$\Delta = \frac{l}{L} t = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

De esto se deduce que las franjas claras se encontrarán, con respecto al centro  $A$  de la pantalla, a unas distancias

$$l = \pm k \frac{\lambda}{t} L, \quad (4)$$

donde  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ . Las franjas oscuras estarán comprendidas entre la claras. La distancia entre dos franjas claras sucesivas  $\Delta l$  será

$$\Delta l = \frac{\lambda}{t} L. \quad (4a)$$

La situación de las franjas claras puede hallarse también por el ángulo  $\alpha = \frac{l}{L}$  (fig. 27) aplicando la fórmula (3):

$$\alpha = k \frac{\lambda}{t}.$$

La distancia angular entre dos franjas claras (u oscuras) sucesivas  $\Delta \alpha$  será

$$\Delta \alpha = \frac{\lambda}{t}. \quad (4b)$$

Por la igualdad (4b) vemos que la distancia angular entre las franjas viene determinada por la relación  $\lambda/t$ , es decir, por la razón de la longitud de onda  $\lambda$  a la distancia entre los focos  $t$ . Esta relación  $\lambda/t$  no debe ser pequeña, puesto que de lo contrario las franjas de interferencia se encontrarán entre sí a unas distancias angulares demasiado pequeñas. La experiencia demuestra que deben tomarse dos focos  $B_1$  y  $B_2$  muy próximos, para que las franjas se encuentren unas de otras a distancias angulares sensibles. Así,  $\Delta \alpha$  será igual a  $10^{-3}$  (lo que corresponde a una distancia entre las franjas igual a 1 mm cuando  $L = 1$  m) si los orificios  $B_1$  y  $B_2$  se encuentran separados

por una distancia  $t = 0,5$  mm. Como según la expresión (4b)

$$\lambda = \Delta\alpha \cdot t,$$

deducimos que la longitud de las ondas luminosas es una magnitud muy pequeña, del orden de  $5 \cdot 10^{-5}$  cm.

Cuando el experimento se hace con luz blanca todas las franjas, a excepción de la central correspondiente a  $k = 0$ , presentan diferentes colores y el número de las franjas que se observa es pequeño. Cuando se utiliza luz monocromática de cualquier color, las franjas tienen este mismo color y son mucho más numerosas. Si se trata de luz roja las franjas se encuentran entre sí a grandes distancias angulares  $\Delta\alpha$ , mientras que si la luz es azul estas distancias son menores. De aquí se deduce que *las luces de distintos colores se diferencian entre sí por sus longitudes de onda: los rayos rojos tienen mayor longitud de onda, mientras que los azules la tienen menor; la luz blanca es una mezcla de ondas de distintas longitudes, es decir, de rayos de distintos colores*. Las mediciones realizadas demuestran que a los rayos de los distintos colores les corresponden aproximadamente los intervalos de longitudes de onda que se indican en la tabla II, expresados en micras (es decir, en milésimas de milímetro)

Los rayos cuyas longitudes de onda son mayores de  $0,76 \mu$  o menores de  $0,40 \mu$  no pueden ser percibidos por el ojo humano. Los primeros reciben el nombre de rayos *infrarrojos* y los segundos el de rayos *ultravioletas*. La luz que tiene una longitud de onda determinada se llama *monocromática*.

Cuando los valores de  $k$  son grandes, las franjas de los distintos colores de la luz blanca se superponen y producen una iluminación homogénea. Esto explica el hecho de que el número de franjas de interferencia que se observan con la luz blanca sea limitado.

Tiene importancia destacar, que al hacer el experimento de Young los orificios  $B_1$ ,  $B_2$  y  $A$  deben ser pequeños, porque únicamente cuando las dimensiones del orificio  $A$  son pequeñas se consigue un frente

Tabla II

Color de la luz	Intervalo aproximado de longitudes de onda $\lambda$ en $\mu$
Rojo	0,76—0,63
Anaranjado	0,63—0,60
Amarillo	0,60—0,57
Verde	0,57—0,50
Azul verdoso	0,50—0,45
Azul	0,45—0,43
Violeta	0,43—0,40

de onda regular, que representa parte de una esfera y que asegura la igualdad de las fases de las oscilaciones que se producen en los orificios  $B_1$  y  $B_2$  y, por consiguiente, una diferencia de marcha determinada entre las ondas que coinciden en un punto cualquiera  $C$  de la pantalla. Si no existiera una diferencia de fases constante el reforzamiento de las ondas no se produciría en los mismos puntos durante todo el tiempo y las franjas perderían nitidez. Cuando la iluminación se realiza con dos focos independientes, en los puntos de la pantalla no se obtienen diferencias de marcha constantes y, por consiguiente, no pueden producirse franjas de interferencia. *Los focos que vibran en fases iguales o con una diferencia de fases constante se llaman coherentes. Los focos coherentes son los únicos que pueden producir franjas de interferencia dispuestas de una forma determinada.*

Dos focos independientes, por ejemplo, dos bujías o dos lámparas eléctricas, no son coherentes. Cada uno de estos focos está formado por un número enorme de átomos o de moléculas, los cuales son a su vez focos elementales independientes. Entre las fases en que vibran los átomos de ambos focos no existe ninguna relación constante. Por esta razón, las vibraciones procedentes de los átomos de estos dos focos se superponen unas a otras y producen una iluminación media homogénea. No obstante pueden realizarse experimentos basados en esquemas en los cuales, de forma artificial, se crean focos luminosos coherentes dividiendo la luz de un foco en dos haces. Estos experimentos serán descritos más adelante (§ 261).

§ 257. **Formación de ondas estacionarias.** En el t. I, al estudiar la cinemática de las ondas, vimos que no solamente pueden interferir las ondas que se propagan en un mismo sentido, sino también las que lo hacen en sentidos opuestos. Al componer ondas desentendidos opuestos cuyas frecuencias y amplitudes son iguales se originan las llamadas *ondas estacionarias*. Estas ondas se caracterizan por tener *nodos*, es decir, puntos donde las vibraciones se compensan entre sí constantemente, y *vientres*, o sitios en que la amplitud de dichas vibraciones es máxima. Los nodos consecutivos se encuentran entre sí a la distancia de  $\lambda/2$ ; esta misma distancia es la que separa los vientres. Entre cada nodo y el vientre más próximo a él hay una distancia igual a  $\lambda/4$ . En el campo de los fenómenos mecánicos las ondas estacionarias se forman, por ejemplo, cuando se refleja una onda que se propaga desde el extremo de una cuerda a lo largo de ella. Si el extremo de la cuerda está sujeto, en este punto se origina un nodo (fig. 28), debido a la pérdida de una semionda por reflexión en el extremo sujeto.

Las ondas luminosas estacionarias fueron descubiertas experimentalmente en el año 1890 por Wiener. Unas ondas de longitud determinada se reflejaban en un espejo metálico  $AB$  (fig. 29) y formaban un tren de ondas estacionarias. Sobre el espejo, y formando con él un

ángulo agudo  $\varphi$ , se colocaba una lámina transparente de vidrio  $CC'$  recubierta de una capa muy fina de emulsión fotográfica preparada con colodión (el espesor de esta capa era aproximadamente igual a  $1/20$  de la longitud de la onda luminosa). En los sitios en que se

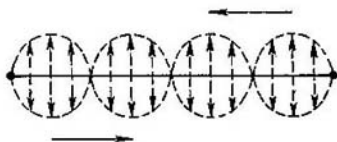


Fig. 28. Formación de ondas estacionarias como resultado de la interferencia de dos ondas que se encuentran.

encontraban los vientres (en la fig. 29 se señalan con trazos punteados) tenía lugar un proceso fotográfico: después de revelar la placa estos sitios resultaban ennegrecidos; en los lugares en que se hallaban los nodos la emulsión no se alteraba. La distancia  $l$  entre los vientres

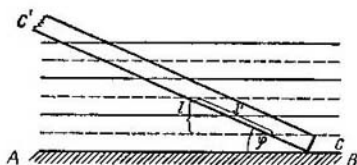


Fig. 29. Formación de ondas estacionarias junto a la superficie de un espejo.

contiguos, como ya dijimos, era igual a  $\lambda/2$ , es decir, a la mitad de la longitud de la onda luminosa. La distancia  $l'$  entre los sitios ennegrecidos de la placa fotográfica era:

$$l' = \frac{l}{\sin \varphi} = \frac{\lambda}{2 \sin \varphi};$$

cuando el ángulo  $\varphi$  es pequeño la distancia  $l'$  es mucho mayor que  $\lambda$ , lo que permite distinguir con facilidad las franjas negras que se forman en la placa. Wiener tomó en sus experimentos un ángulo  $\varphi$  del orden de  $1'$ , al cual correspondía una distancia  $l'$  del orden de 1 mm. Junto a la superficie del espejo se encontraba un nodo, lo que indica que al reflejarse la luz en dicho espejo se produce un cambio de fase cuyo valor es  $\pi$ .

El hecho de que en las ondas estacionarias se forme un nodo junto a la superficie metálica reflectora puede demostrarse también utilizando el fenómeno de la fosforescencia. Para esto, una parte de una

placa reflectora de vidrio se platea y, después, toda ella se recubre de una capa de sustancia fosforescente cuyo espesor debe ser igual a una pequeña fracción de la longitud de la onda luminosa. La placa se ilumina con luz de longitud de onda determinada, capaz de provocar la fosforescencia. En estas condiciones resulta que la sustancia fosforescente solamente brilla en los sitios donde no hay plata. Esto ocurre porque allí donde la luz se refleja en la plata se forman ondas estacionarias que tienen un nodo junto a la superficie reflectora. (La luz que se refleja en la superficie del espejo no origina ondas estacionarias porque la amplitud de la onda de luz reflejada es mucho menor que la de la luz que incide).

La formación de las ondas estacionarias puede utilizarse también para obtener fotografías en colores. Para ello una placa fotográfica (con una capa gruesa de emulsión) se coloca sobre un espejo de mercurio (fig. 30). La luz que

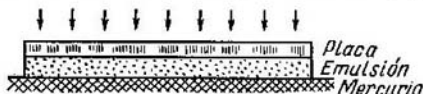


Fig. 30. Procedimiento para obtener fotografías en colores por medio de las ondas estacionarias.

incide perpendicularmente forma en el recubrimiento de la placa ondas estacionarias. El proceso fotográfico tiene lugar solamente en los sitios en que se forman los vientres, por lo que después del revelado se obtiene una serie de capas de plata reducida paralelas a la superficie de la placa. Si al hacer la fotografía la placa se ilumina con luz de un color determinado cuya longitud de onda sea  $\lambda_1$ , la distancia entre las capas de plata será igual a  $\lambda_1/2$ . Al mirar después esta placa, la luz que incide sobre ella perpendicularmente se reflejará en las sucesivas capas de plata, con la particularidad de que la diferencia de marcha de las ondas reflejadas en dos capas consecutivas será igual a  $\lambda_1$ . Si la longitud de onda de la luz incidente  $\lambda = \lambda_1$ , las ondas reflejadas se reforzarán entre sí al interferir. Las ondas de cualquier otra longitud tendrán una diferencia de marcha distinta de  $\lambda$  y no se reforzarán entre sí. Efectivamente, supongamos, por ejemplo, que la diferencia de marcha de los rayos que se reflejan en capas contiguas es igual a  $\lambda/4$ . En este caso la diferencia de marcha de los rayos reflejados en las capas primera y tercera será igual a  $\lambda/2$  y se anularán entre sí; lo mismo ocurrirá con los rayos que se reflejan en las capas segunda y cuarta, y así sucesivamente.

En el caso general, cuando la diferencia de marcha entre las ondas reflejadas en dos capas consecutivas es igual a  $p\lambda$  (siendo  $p < 1$ ), se atenuarán entre sí aquellas ondas que se reflejen en las capas primera y  $k$ , en la segunda y en la  $k + 1$ , etc., donde  $k$  cumple la condición:  $k - 1 = \frac{1}{2p}$ .

Si la placa se ilumina con luz blanca, del conjunto de las ondas que forman dicha luz solamente se reforzarán aquellas cuya longitud  $\lambda = \lambda_1$ . Por esta razón, a la luz reflejada parece que la placa tiene el color de la luz con que fue impresionada la fotografía.

§ 258. Polarización de la luz. Los fenómenos de interferencia que hemos descrito en los párrafos anteriores pueden explicarse lo



mismo si se admite que las ondas luminosas son transversales como si admitimos que son longitudinales. Pero existen ciertos procesos en los cuales se pone de manifiesto la diferencia entre las ondas transversales y longitudinales. Cuando una onda transversal se propaga en el sentido  $aa'$  (fig. 31, *a*), todos los puntos del medio vibran en un plano determinado  $AB$ . Por consiguiente, la onda transversal tiene distintas propiedades con relación a los diversos planos que pasan por su dirección de avance. Con las ondas longitudinales no ocurre

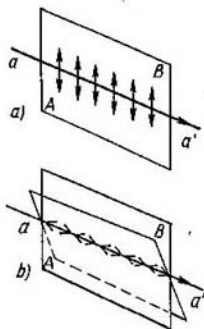


Fig. 31. Esquema de las vibraciones en una onda transversal (*a*) y en una longitudinal (*b*).

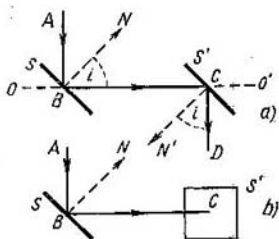


Fig. 32. Polarización de la luz por reflexión en las superficies de dos vidrios.

lo mismo, sino que las vibraciones se efectúan a lo largo de la dirección  $aa'$  en que se propaga la onda y, por lo tanto, sus propiedades con respecto a cualquier plano  $AB$  (fig. 31, *b*) que pase por la dirección de avance serán iguales.

La luz que irradian la mayoría de los focos ordinarios, por ejemplo, los sólidos caldeados, no pone de manifiesto directamente aquellas propiedades que pudieran demostrar el carácter transversal de sus vibraciones. Este carácter transversal de las vibraciones luminosas solamente se consigue descubrir después que la luz experimenta ciertas variaciones, como, por ejemplo, la de reflejarse en el límite de un medio transparente. Supongamos que el rayo  $AB$  (fig. 32) se refleja en el punto  $B$  de la superficie del vidrio plano  $S$ , formando un ángulo  $i$ , y que después se refleja por segunda vez en el punto  $C$  de la superficie de otro vidrio plano  $S'$ , formando un ángulo igual a  $i$ . Si se hace girar la superficie  $S'$  alrededor del eje  $OO'$ , que coincide con la dirección del rayo incidente  $BC$ , el ángulo de incidencia  $i$  permanecerá invariable y sólo cambiará la posición del plano de incidencia de la luz sobre la superficie  $S'$  con respecto al plano de incidencia sobre la

superficie  $S$ . La experiencia demuestra que la intensidad del rayo  $CD$  depende de la posición relativa de ambos planos de incidencia: el rayo  $CD$  tendrá una intensidad máxima cuando los planos de incidencia sean paralelos entre sí (fig. 32,  $a$ ) y una intensidad mínima cuando estos planos sean perpendiculares (fig. 32,  $b$ ).

De esta forma la luz, después de reflejarse una vez, pone de manifiesto que la intensidad de los rayos reflejados depende de la orientación del plano de incidencia. La luz que tiene esta propiedad recibe el nombre de *luz polarizada*.

Cuando el ángulo  $i$  tiene cierto valor y los planos de incidencia sobre ambas superficies son perpendiculares entre sí, el rayo no se refleja en absoluto en la segunda superficie. En este caso se dice que la luz está *totalmente polarizada*. Según la ley enunciada por Brewster, la luz se polariza totalmente cuando el ángulo de incidencia  $i$  cumple la condición

$$\operatorname{tg} i = n, \quad (1)$$

siendo  $n$  el índice de refracción del medio en cuya superficie tiene lugar la reflexión\*). Se ha convenido considerar como *polarizada en el plano de incidencia la luz reflejada en una superficie transparente bajo un ángulo que satisfaga la ley de Brewster*.

Al introducir este concepto de plano de polarización podemos decir que los rayos polarizados se reflejan con una intensidad máxima cuando el plano de polarización coincide con el de incidencia y que la reflexión es nula cuando el plano de polarización es perpendicular al de incidencia.

Los hechos mencionados son fáciles de comprobar si se admite que las ondas luminosas son transversales. En las ondas que emiten la mayoría de las fuentes luminosas las vibraciones no están orientadas, sino que se realizan en planos diversos. La luz compuesta por estas vibraciones se llama *luz natural*. Cuando la luz está polarizada parcialmente las vibraciones tienen lugar preferentemente en un plano; si está totalmente polarizada sólo se realizan en un plano determinado, de la forma que se representa en la fig. 31,  $a$ . La intensidad con que se reflejan las ondas en el límite de una sustancia transparente depende del ángulo que forma el plano de la vibración con el de incidencia.

Como quiera que de por sí no está claro cuál es el ángulo que deben formar los planos de vibración y de incidencia para que las ondas se reflejen con la intensidad máxima, tampoco puede estarlo si el plano de las vibraciones coincide o no con el que hemos llamado plano de polarización. Esta cuestión sólo puede resolverse basándose en la teoría electromagnética de la luz, como indicaremos en los § 259 y 277.

\*) En realidad, cuando la luz se refleja formando el ángulo de Brewster presenta huellas de polarización elíptica, lo que se explica por la existencia de una película heterogénea en la superficie.

Al formular la ley de Brewster consideramos que la luz incide sobre el límite de una sustancia transparente que linda con el vacío y tuvimos en cuenta exclusivamente el rayo reflejado. Estudiemos ahora con más detenimiento el caso en que la luz pasa a través del límite de separación entre *dos sustancias* cuyos índices de refracción son respectivamente  $n_1$  y  $n_2$ . Cuando el rayo  $AB$  (fig. 33) cae sobre el límite que separa ambos medios formando un ángulo de incidencia  $i_1$ , se originan dos rayos: uno reflejado  $BC$  y otro refractado  $BD$ . Este último forma con la normal un ángulo  $i_2$  que cumple la ley de la refracción:

$$\text{sen } i_1 = \frac{n_2}{n_1} \text{sen } i_2. \quad (2)$$

Supongamos que el rayo  $AB$  es de luz natural, es decir, que en él existen vibraciones en todos los sentidos. Si el ángulo de incidencia satisface la ley de Brewster, que ahora toma la forma

$$\text{tg } i_1 = \frac{n_2}{n_1}, \quad (1a)$$

el rayo reflejado  $BD$  se polariza *parcialmente en el plano perpendicular al de incidencia*. Cuando el rayo incidente es de luz natural, el refractado nunca se polariza por completo. Su grado de polarización será máximo cuando el ángulo de incidencia  $i_1$  sea igual al de Brewster. Si se cumple la ley de Brewster, según la fórmula (1a) tenemos

$$\text{sen } i_1 = \frac{n_2}{n_1} \cos i_1.$$

Poniendo este valor del seno de  $i_1$  en la fórmula de la refracción (2) obtendremos

$$\cos i_1 = \text{sen } i_2.$$

Y como tanto  $i_1$  como  $i_2$  son agudos, de la última igualdad se deduce que

$$i_1 + i_2 = \frac{\pi}{2}, \quad (3)$$

de donde se desprende a su vez, que cuando la luz incide sobre el límite que separa dos sustancias transparentes formando un ángulo igual al de Brewster, el rayo reflejado y el refractado son perpendiculares entre sí.

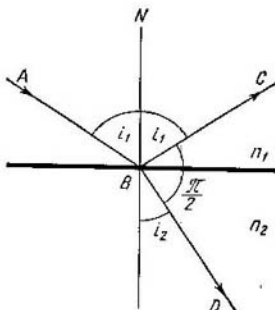


Fig. 33. Cuando la luz incide formando el ángulo de Brewster el rayo reflejado  $BC$  es perpendicular a refractado  $BD$ .

§ 259. Teoría electromagnética de la luz. En la década del setenta del siglo pasado Maxwell desarrolló la teoría de los fenómenos electromagnéticos que condujo al descubrimiento de las ondas electromagnéticas (t. II, § 246). Las ondas electromagnéticas experimentan reflexiones y refracciones en los límites de los medios transparentes a ellas y ponen de manifiesto fenómenos de difracción, interferencia y polarización. Las ondas electromagnéticas son transversales. En todos estos sentidos son semejantes a las ondas luminosas. Para establecer definitivamente la identidad entre las ondas electromagnéticas y las luminosas había que demostrar que unas y otras se propagan en el vacío a la misma velocidad. La teoría de Maxwell permitió calcular la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en el vacío, la cual resultó ser igual a la relación que existe entre la unidad electromagnética de intensidad de la corriente y la unidad electrostática. De aquí se deduce la posibilidad de comparar la velocidad de la luz en el vacío con la velocidad a que, según la teoría, deben propagarse las ondas electromagnéticas. La importancia de esta comparación fue advertida por A. Stoliétov, el cual elaboró un método experimental exacto para comparar las unidades electromagnética y electrostática de intensidad de la corriente. Los resultados de sus mediciones previas fueron dados a conocer por Stoliétov en el congreso de los naturalistas rusos celebrado en el año 1876. En la actualidad, la relación entre la unidad electromagnética y electrostática de intensidad de la corriente ha sido medida con gran precisión, obteniéndose para ella el valor de  $(2,9978 \pm 0,0001) \cdot 10^{10}$  cm/s. Este valor coincide, dentro de los límites del error de medición, con el de la velocidad de la luz en el vacío, que es igual, según las mediciones directamente realizadas, a  $(2,99776 \pm 0,00004) \cdot 10^{10}$  cm/s. De esta forma surgió la *teoría electromagnética de la luz*, confirmada posteriormente por multitud de hechos de los cuales varios serán dados a conocer más adelante.

Las ondas electromagnéticas que se generan junto a los vibradores eléctricos sólo se diferencian de las ondas luminosas por su longitud: las primeras tienen una longitud del orden de unos metros, mientras que la de las luminosas es del orden de  $5 \cdot 10^{-6}$  cm. Las ondas electromagnéticas de gran longitud se generan por la vibración de las cargas eléctricas de cuerpos macroscópicos, mientras que las ondas luminosas son producidas por las vibraciones de los electrones dentro de los átomos y de las moléculas.

La onda electromagnética se caracteriza por las vibraciones de dos vectores, es decir, por las del vector intensidad de campo eléctrico  $E$  y por las del vector excitación magnética  $H$  (t. II, § 246). Estos dos vectores oscilan en planos perpendiculares entre sí pero en fases iguales. La velocidad de propagación de la onda  $v$  es perpendicular a las direcciones de los vectores  $E$  y  $H$ .

En la fig. 34 las oscilaciones del vector  $E$  se representan con línea de trazo continuo y se producen en el plano  $XOZ$ ; las oscilaciones del vector  $H$  están representadas por una línea punteada y se realizan en el plano  $YOZ$ ; la onda se propaga en el sentido positivo del eje  $OZ$ .

La teoría de Huygens y Fresnel, que consideraba la luz como una propagación de vibraciones elásticas en el éter, estaba relacionada únicamente con un vector, que determinaba la elongación de las partículas del éter. Esta teoría encontró serias dificultades cuando se trató de explicar la intensidad y la polarización de los

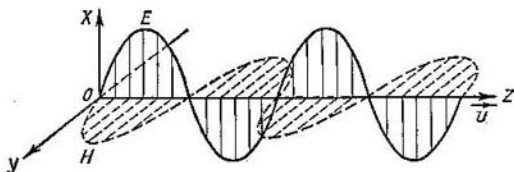


Fig. 34. Onda electromagnética.

rayos reflejados y refractados que se producen cuando la luz pasa a través del límite que separa dos sustancias transparentes. Para dar una idea completa de los fenómenos relacionados con el paso de la luz a través del límite de separación entre dos medios transparentes es necesario indicar qué parte de la luz incidente se refleja, qué parte se refracta y en qué estado de polarización se encuentran el rayo reflejado y el refractado. En el § 251 señalamos que la fracción de luz que se refleja o se refracta depende del ángulo de incidencia, el cual tiene un valor determinado para cada par de cuerpos colindantes. El estado de polarización de los rayos también depende de los ángulos con que la luz incide y se refracta.

Todas estas relaciones de dependencia fueron halladas por Fresnel a principios del siglo pasado, con la particularidad de que partió para ello de la teoría del éter elástico. Pero al cumplirse las condiciones necesarias en el plano de separación entre dos medios (sustancias) elásticos resultaba que las vibraciones luminosas debían tener parcialmente un carácter longitudinal y, por consiguiente, la luz reflejada no podía polarizarse totalmente con ningún ángulo de incidencia. Pero esto contradecía los resultados experimentales. Para evitar esta contradicción Fresnel tuvo que admitir que la elasticidad del éter era la misma en las diversas sustancias, aunque su densidad fuera diferente. Pero esta hipótesis también encontró toda una serie de dificultades cuando se intentó hacer extensiva la teoría a los cristales. La deducción de las fórmulas de Fresnel exentas de con-

tradiciones fue posible únicamente cuando se partió de la base de la teoría electromagnética de la luz (véase el § 277). Esta teoría demuestra que cuando los rayos se reflejan formando el ángulo de Brewster el vector intensidad de campo  $E$  del rayo reflejado oscila en un plano perpendicular al de incidencia, mientras que el vector excitación magnética  $H$  oscila en este último plano. En el § 258 señalábamos que, convencionalmente, todo rayo reflejado bajo el ángulo de Brewster se considera polarizado en el plano de incidencia. Por lo tanto resulta que en la onda polarizada el vector

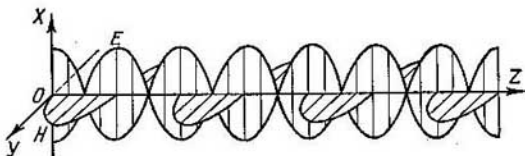


Fig. 35. Onda electromagnética estacionaria.

excitación magnética vibra en el plano de polarización y el vector intensidad de campo en uno normal a aquél.

Al llegar al límite entre dos sustancias los vectores intensidad de campo y excitación magnética quedan sometidos a diferentes condiciones. Esto hace que cuando se forman ondas estacionarias como resultado de su reflexión en un espejo metálico, los vientres del vector intensidad de campo coincidan con los nodos del vector excitación magnética y viceversa (fig. 35). El vector intensidad de campo  $E$  tiene un nodo en la superficie del espejo, mientras que el vector excitación magnética tiene en este sitio un vientre. En el § 257 describimos el experimento de Wiener quien, por medio de fotografías, descubrió las ondas estacionarias que se forman al reflejarse la luz en un espejo plano, con la particularidad de que junto a la misma superficie del espejo se encontraba un nodo. De aquí se deduce que la acción fotoquímica producida en la capa fotográfica se debe a las vibraciones del vector intensidad de campo; lo mismo puede decirse de otros efectos producidos por la luz, como la luminiscencia, el efecto fotoeléctrico o los efectos fisiológicos.

Los experimentos realizados con ondas estacionarias obtenidas con luz polarizada permiten comprobar directamente que el vector intensidad de campo de la onda luminosa oscila perpendicularmente al plano de polarización. Estos experimentos consisten en lo siguiente: la luz, polarizada en el plano de incidencia, se refleja en una superficie metálica especular formando un ángulo de  $45^\circ$ . Como en este caso el vector intensidad de campo oscila en un plano perpendicular al de incidencia, se tiene que las oscilaciones de los

vectores intensidad de campo correspondientes a las ondas incidente y reflejada son paralelas entre sí (fig. 36, a). Por esta razón se interfieren y forman ondas estacionarias que se observan en realidad. Si el vector intensidad de campo oscilara en el plano de polari-

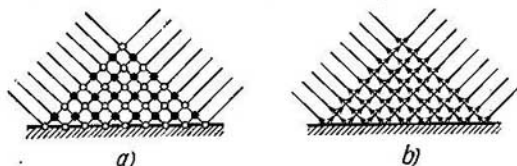


Fig. 36. Esquema del experimento con las ondas estacionarias obtenidas con luz polarizada.

zación, los sentidos de sus vibraciones en las ondas incidente y reflejada serían perpendiculares entre sí (fig. 36, b) y no se produciría la interferencia ni se formarían ondas estacionarias.

La longitud de las ondas que emiten los átomos y las moléculas no se reduce al intervalo comprendido entre  $0,76 \mu$  y  $0,4 \mu$ , entre

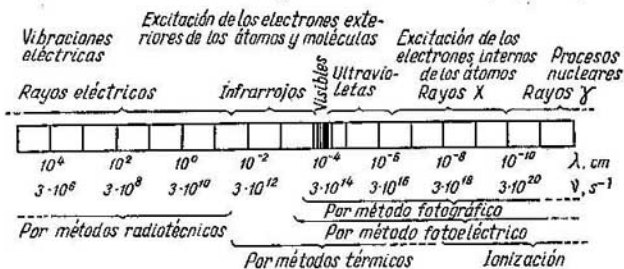


Fig. 37. Escala de las ondas electromagnéticas.

cuyos límites se encuentran las ondas capaces de actuar sobre nuestros ojos y producir sensaciones visuales subjetivas. Los cuerpos incandescentes, los gases que se iluminan bajo la acción de la descarga eléctrica y otras fuentes de luz emiten simultáneamente ondas de longitudes mayores de  $0,76 \mu$  y menores de  $0,4 \mu$ . Los métodos modernos de generación de ondas electromagnéticas por medio de vibradores macroscópicos también permiten obtener ondas cuyas longitudes abarcan un gran intervalo. Finalmente, existen procedimientos para provocar ondas electromagnéticas mucho más cortas que las luminosas.

En la fig. 37 se muestra la *escala de ondas electromagnéticas*. En su parte central se indica la longitud de las ondas  $\lambda$  en centí-

metros y su frecuencia  $\nu$  en  $s^{-1}$  (hertzios). En la parte superior se indica el procedimiento empleado para generarlas y en la inferior, el utilizado para registrarlas. El intervalo que abarca desde  $\lambda = 7,6 \cdot 10^{-5}$  cm hasta  $\lambda = 4 \cdot 10^{-5}$  cm es el que corresponde a las *ondas luminosas* que percibe el ojo humano. Pero los rayos visibles pueden registrarse también por varios procedimientos objetivos, como son: el fotográfico, el fotoeléctrico y el térmico (partiendo del calentamiento que producen). Más allá de los rayos visibles de gran longitud de onda se encuentran los *rayos infrarrojos*, que nuestro ojo no percibe. Estos rayos son emitidos por las mismas fuentes que los visibles, es decir, por los cuerpos incandescentes, por los gases que se iluminan al producirse descargas eléctricas, etc.

Hasta longitudes aproximadas de  $\lambda = 1,2 \cdot 10^{-4}$  cm pueden descubrirse por procedimientos fotográficos y hasta  $\lambda = 6 \cdot 10^{-4}$  cm por procedimientos fotoeléctricos. Los procedimientos térmicos son más universales y con ellos se han observado rayos infrarrojos con longitudes de onda de cerca de  $1,5 \cdot 10^{-1}$  cm, es decir, aproximadamente, hasta de 1,5 mm.

Los procedimientos modernos de generación de ondas electromagnéticas por medio de lámparas catódicas (t. II, § 241) permiten obtener ondas cuyas longitudes pueden tener desde kilómetros hasta varios centímetros. Estas ondas se utilizan en radiotécnica. En 1906 P. N. Liébedev, valiéndose de vibradores minúsculos, obtuvo ondas electromagnéticas de longitud  $\lambda = 4$  mm. M. A. Levítskaia, también con vibradores muy pequeños, consiguió ondas electromagnéticas con longitudes de décimas de milímetro. En 1924 V. K. Arkádiev y A. A. Glagóleva-Arkádieva produjeron ondas de cerca de 0,1 mm de longitud. En calidad de generador emplearon las chispas que se producían entre limaduras de hierro suspendidas en aceite. De esta forma, las ondas electromagnéticas cuya longitud es de décimas de milímetro pueden conseguirse y registrarse por dos procedimientos diferentes: como rayos eléctricos ultracortos y como rayos infrarrojos de onda larga.

Más acá de las ondas cortas, a partir de las visibles, se encuentran los *rayos ultravioletas*. Estos últimos, hasta llegar a  $\lambda = 1,8 \times 10^{-5}$  cm pueden ser estudiados por los mismos procedimientos experimentales que los rayos visibles. En la región de las longitudes de onda menores de  $1,8 \cdot 10^{-5}$  cm se encuentran grandes dificultades debido a que estos rayos son absorbidos por casi todas las sustancias, incluso por el aire. Estas dificultades fueron vencidas mediante el empleo de aparatos de vacío especiales (los llamados espectrógrafos de vacío) y de placas fotográficas que no contienen gelatina. En la actualidad, gracias a los espectrógrafos de vacío, se han estudiado los rayos ultravioletas hasta longitudes de onda del orden de  $6 \cdot 10^{-7}$  cm.



En el año 1895 Roentgen descubrió unos nuevos rayos, que se producen cuando un flujo de electrones rápidos choca con cuerpos sólidos. Estos rayos no se ven a simple vista, pero tienen la propiedad de provocar fluorescencia visible en muchos cuerpos sólidos (platinocianuro de bario, blanda de zinc y otros), de influir sobre las placas fotográficas y de ionizar el aire. Actualmente, para producir los rayos X o de Roentgen se utilizan tubos de vacío en los cuales la fuente de electrones es un cátodo caliente  $K$  (fig. 38). Enfrente de este cátodo se coloca un cuerpo sólido macizo  $A$ , llamado *anticátodo*, en el cual chocan los electrones. Para comunicar a los electrones la velocidad necesaria, entre el cátodo  $K$  y el anticátodo  $A$  se aplica una diferencia de potencial  $V_1 - V_2$  del orden de varias decenas de miles de voltios. La superficie del anticátodo es la que sirve de fuente de rayos X. Estos rayos tienen un gran poder de penetración, pudiendo pasar a través de muchos cuerpos opacos a la luz visible, como, por ejemplo, a través del papel negro, de la madera, etc.

Los rayos X son emitidos por los electrones de las capas internas de los átomos, mientras que los rayos visibles, los infrarrojos y los ultravioletas son emitidos por los electrones de las capas exteriores de los átomos y de las moléculas y por estas últimas al girar u oscilar. El campo de los rayos X estudiados hasta la fecha se extiende desde  $\lambda = 10^{-8}$  cm hasta  $\lambda = 10^{-10}$  cm y aún menores. El campo de los rayos X de onda larga se superpone al de los ultravioletas y entra en la región en que son intensamente absorbidos por las sustancias. Por el contrario, los rayos X de pequeña longitud de onda, como ya dijimos, casi no son absorbidos.

Finalmente, en aquellos procesos que tienen lugar dentro de los núcleos atómicos, o al frenarse los electrones más rápidos, se producen los llamados *rayos  $\gamma$* , los cuales tienen longitudes de onda iguales a  $10^{-9}$  cm o menores.

Es decir, la Física moderna opera con una escala de ondas electromagnéticas que abarca un campo extraordinariamente amplio. Estas ondas son emitidas por vibradores muy diversos y registradas por procedimientos que se diferencian mucho entre sí, pero su naturaleza electromagnética es única, se propagan en el vacío a una misma velocidad y todas ellas producen fenómenos de interferencia y difracción. No obstante, como dijimos en la introducción, al variar la longitud de las ondas aparecen diferencias cualitativas: los rayos que se caracterizan por tener longitudes de onda pequeñas son los que con mayor claridad ponen de manifiesto sus propiedades corpusculares al mismo tiempo que las ondulatorias.



Fig. 38. Tubo de rayos X.

§ 260. **Energía y cantidad de movimiento del flujo luminoso.** Presión luminosa. Las ondas luminosas transportan energía. Esta, energía la reciben del foco luminoso y la ceden al cuerpo que las absorbe. *Recibe el nombre de flujo luminoso o de energía radiante a través de una superficie la cantidad de energía transportada por la luz a través de dicha superficie en la unidad de tiempo.* Por lo tanto, el flujo luminoso tiene dimensiones de potencia y puede medirse en ergios por segundo, en vatios, etc. La medición de flujo de energía radiante en unidades absolutas puede efectuarse esquemáticamente de

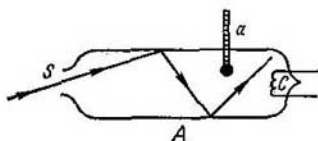


Fig. 39. Medición del flujo de energía luminosa en unidades absolutas.

la forma siguiente. La energía luminosa penetra a través del orificio  $S$  (fig. 39) en un recipiente cerrado  $A$  cuyas paredes son absorbentes. Si las dimensiones del orificio  $S$  son pequeñas la luz es absorbida prácticamente en su totalidad dentro del recipiente  $A$ , independientemente de la longitud de onda que tenga, puesto que la parte de luz que vuelva a salir por el orificio  $S$  será insignificante. A consecuencia de esta absorción de la energía luminosa empezarán a calentarse las paredes de la vasija. Y si las condiciones de intercambio térmico son constantes, llegará un momento en que se establecerá el equilibrio térmico. Este equilibrio corresponderá a una temperatura  $T$  determinada, que podrá medirse con el termómetro  $a$ . Una vez medida la temperatura  $T$ , se cierra la entrada de energía luminosa en el recipiente  $A$ , y conservando las mismas condiciones de intercambio térmico se procede a calentar el recipiente por medio de una corriente eléctrica que se hace pasar por la espiral  $C$ . La intensidad de la corriente se regula de tal forma que la temperatura  $T$  continúe siendo la misma que antes. Evidentemente, esto ocurrirá cuando la potencia que desarrolla la corriente en la espiral sea igual a la potencia del flujo luminoso. Como la potencia de la corriente eléctrica puede medirse en unidades absolutas conociendo la intensidad de la corriente y la resistencia del conductor, por este procedimiento puede medirse también, en unidades absolutas, el flujo de energía luminosa.

El ojo humano puede percibir potencias extraordinariamente pequeñas. Cuando se dan las condiciones de sensibilidad máxima del ojo, basta con que incida sobre la superficie de la pupila un flujo de  $2 \cdot 10^{-9}$  ergios/s de potencia para que se produzca una sensación

visual. Pero el procedimiento de medición de la potencia de la luz por medio del calentamiento que produce, que acabamos de describir, es mucho menos sensible y con él solamente pueden medirse flujos mucho más potentes. Existen otros procedimientos más sensibles para registrar objetivamente y medir el flujo luminoso (véase el § 306), pero las ventajas que ofrece el método descrito son: la de poderse realizar la apreciación en medidas absolutas y la de ser igualmente útil cualesquiera que sean las longitudes de onda de la luz.

La teoría electromagnética de la luz demuestra que esta última ejerce presión sobre la superficie que la refleja o absorbe. A esta conclusión puede llegarse teniendo en cuenta que el flujo luminoso no sólo tiene energía, sino también cantidad de movimiento. Si en el vacío se propaga en una dirección determinada un flujo luminoso y la energía correspondiente a una unidad de volumen es igual a  $w$ , la cantidad de movimiento correspondiente a esta unidad de volumen será igual a  $K = \frac{w}{c}$ , siendo  $c$  la velocidad de la luz en el vacío (véase el § 334). El vector cantidad de movimiento  $\mathbf{K}$  está dirigido en el sentido de la propagación de la luz. Si como resultado de la acción mutua entre la luz y un cuerpo cualquiera (por ejemplo, como resultado de la absorción o de la reflexión) se produce una variación en el vector cantidad de movimiento  $\mathbf{K}$ , sobre el cuerpo actuará el impulso de la fuerza  $\mathbf{f}\Delta t$ , cuya relación con la variación de la cantidad de movimiento  $\Delta\mathbf{K}$  será:

$$\mathbf{f}\Delta t = \Delta\mathbf{K},$$

donde  $\Delta t$  es el tiempo durante el cual se produce la variación del vector cantidad de movimiento en la magnitud  $\Delta\mathbf{K}$ . Por lo tanto, sobre el cuerpo que absorbe o refleja la luz debe actuar una determinada fuerza  $\mathbf{f}$ . La magnitud de la componente normal de esta fuerza, referida a la unidad de superficie del cuerpo, nos da la magnitud de la *presión luminosa*  $p$  que actúa sobre ella. Para calcular esta presión  $p$ , supongamos que sobre la superficie  $\Delta S$  incide perpendicularmente un flujo luminoso cuya densidad volumétrica de energía es  $w$ . Supongamos también que la superficie  $\Delta S$  absorbe totalmente los rayos que sobre ella inciden. En este caso la luz queda absorbida y su cantidad de movimiento se hará igual a cero. Por consiguiente, durante el tiempo  $\Delta t$  se producirá en la cantidad de movimiento una variación  $\Delta\mathbf{K}$  numéricamente igual a la cantidad de movimiento correspondiente al volumen de un paralelepípedo que tenga una sección transversal igual a  $\Delta S$  y una longitud  $l = c\Delta t$  (fig. 40). El volumen de este paralelepípedo será igual a  $c\Delta t\Delta S$  y la cantidad de movimiento que le corresponde es

$$K = \frac{w}{c} c\Delta t\Delta S = w\Delta t\Delta S.$$

De esta igualdad obtenemos que la presión  $p$ , que actúa sobre la superficie  $\Delta S$ , será

$$p = \frac{K}{\Delta t \Delta S} = w.$$

Es decir, la presión ejercida sobre la superficie absorbente será numéricamente igual a la densidad volumétrica de la energía del flujo luminoso.

Cuando la superficie es totalmente reflectora, si los rayos inciden sobre ella perpendicularmente, la luz cambiará el sentido de su propagación y saldrá en sentido contrario. Entonces, la densidad de la energía será igual en los flujos incidente y reflejado, es decir,

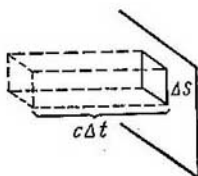


Fig. 40. Esquema para el cálculo de la presión luminosa.

la variación de la cantidad de movimiento será igual a  $2K$  y la magnitud de la presión luminosa  $p = 2w$ , o sea, dos veces mayor que en el caso de la absorción. Finalmente, si la superficie no es totalmente reflectora, sino que tiene un índice de reflexión  $\rho < 1$ , una parte de la energía  $(1 - \rho)w$  será absorbida y otra parte, igual a  $\rho w$ , será reflejada. Como resultado la presión luminosa será

$$p = (1 - \rho)w + 2\rho w = (1 + \rho)w. \quad (1)$$

Esta expresión puede transformarse teniendo en cuenta que la densidad del flujo de energía luminosa  $u$  está relacionada con la densidad de la energía  $w$  por la ecuación (véase el t. I, § 112)

$$u = wc,$$

donde  $c$  es la velocidad de la luz. Basándonos en esto, en la fórmula (1) podemos poner  $u/c$  en lugar de  $w$  y obtendremos que

$$p = \frac{u}{c} (1 + \rho). \quad (2)$$

La expresión (2) puede obtenerse también como consecuencia directa de la teoría electromagnética de la luz.

Como quiera que la velocidad de propagación de la luz  $c$  es muy grande, la presión que ejercen los flujos luminosos que se pueden obtener prácticamente es pequeña. Así, la presión que los rayos

solares directos ejercen los días claros, cuando la absorción es total, es igual a 0,4 mg por metro cuadrado. Esta presión es difícil de notar por lo insignificante de su valor. El primero en medir experimentalmente la presión luminosa fue el profesor de la Universidad de Moscú P. N. Liébedev (1901). El elemento fundamental del aparato de Liébedev consiste en una suspensión muy ligera, colgada

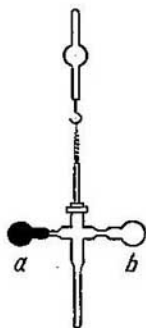


Fig. 41. Aletas *a* y *b* para observar la presión luminosa.

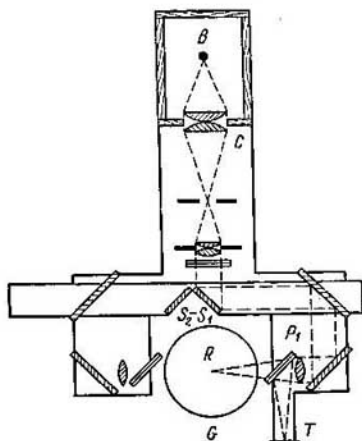


Fig. 42. Esquema del artificio de P.N. Liébedev para medir la presión luminosa.

de un hilo, a la que iban sujetas unas aletas *a* y *b* (fig. 41), también muy ligeras, de las cuales una (por ejemplo, la *a*) estaba pintada de negro y la otra se mantenía brillante. Esta suspensión se introducía en un recipiente *G*, en el cual se hacía el vacío (fig. 42). La luz procedente de la lámpara de arco *B* se dirigía por medio de un sistema de lentes y espejos sobre una de las aletas (en el punto *R* de la fig. 42). La presión luminosa hacía que la suspensión girase y que se fuera torciendo el hilo en que estaba colgada. Valiéndose de los espejos *S*<sub>1</sub> y *S*<sub>2</sub> se podía iluminar una u otra cara de la aleta y de esta forma variar el sentido de la torsión del hilo. Esta torsión se observaba por medio de un tubo y de un espejito, que también iba sujeto al hilo. Comparando las torsiones que se producían al iluminar la aleta negra y la brillante, P. N. Liébedev pudo establecer que la presión que soporta la superficie negra es dos veces menor que

la que sufre la superficie reflectora, lo cual se corresponde perfectamente con la teoría.

Dirigiendo con la lamina  $P_1$  una porción determinada del flujo luminoso sobre el termoelemento  $T$ , se podía medir la magnitud de la energía luminosa incidente y comprobar cuantitativamente los datos teóricos. Según las mediciones realizadas por Liébedev, la magnitud de la presión luminosa resultó encontrarse dentro de los límites del error de observación y coincidía con la calculada por la fórmula (2).

La presión luminosa era muy difícil de descubrir experimentalmente y aún más de medir con exactitud, puesto que el giro de la suspensión podía estar determinado por toda una serie de causas secundarias. En primer lugar, entre estas causas hay que incluir el llamado efecto radiométrico, producido por el calentamiento junto a la superficie de la aleta de los restos del gas que contenía el recipiente.

Posteriormente (en 1908) Liébedev resolvió otro problema experimental aún más difícil, el de descubrir y medir la presión luminosa sobre los gases. Este trabajo confirmó la exactitud de la hipótesis de F. Bredíjin, que consideraba que la formación de las colas de los cometas se debe a las fuerzas que tienden a alejar del Sol las partículas que las constituyen. Estas fuerzas repulsivas vienen determinadas por la presión que sobre dichas partículas ejercen los rayos solares.

## *Interferencia y difracción de la luz*

§ 261. Procedimientos para observar la interferencia de la luz. En el capítulo anterior se indicó que las ondas luminosas son vibraciones electromagnéticas. No obstante, para explicar los fenómenos fundamentales de la interferencia y de la difracción de la luz basta conocer el carácter ondulatorio de su propagación, sin necesidad de tener en cuenta la naturaleza electromagnética de este proceso. Por esta razón, en los párrafos siguientes nos ocuparemos de las ondas luminosas caracterizándolas únicamente por su amplitud, fase, longitud de onda y velocidad de propagación, haciendo caso omiso de que para su definición exacta hay que considerar la existencia de dos vectores, es decir, del vector intensidad de campo  $\mathbf{E}$  y del vector excitación magnética  $\mathbf{H}$ .

En el § 256 señalábamos que dos focos luminosos independientes, por ejemplo, dos lámparas eléctricas, no son coherentes y, por consiguiente, no pueden servir para observar el fenómeno de la interferencia. A continuación vamos a examinar una serie de experimentos en las cuales se crean artificialmente focos coherentes.

1. **Espejos de Fresnel.** Fresnel propuso utilizar como focos coherentes las dos imágenes que una misma fuente real de luz produce en dos espejos planos. El esquema de este experimento de Fresnel se muestra en la fig. 43, donde  $A_1O$  y  $A_2O$  son dos espejos planos colocados formando un ángulo  $\varphi$ ;  $S$  es el foco luminoso, que se encuentra a una distancia  $r$  del punto de contacto de los dos espejos  $O$ . Para construir las imágenes que el foco  $S$  produce en los dos espejos partiremos del hecho de que la imagen virtual que reproduce todo espejo plano se encuentra aparentemente detrás de él y a una distancia de su superficie igual a la que media por delante entre el objeto y dicha superficie (véase el § 251). Tomando como centro el punto  $O$ , tracemos una circunferencia de radio  $r = OS$  y bajemos desde el punto  $S$  una perpendicular a la prolongación de la recta  $OA_1$ ; el punto  $B_1$  de intersección de la prolongación de esta perpendicular con la circunferencia nos dará la imagen del punto  $S$  en el primer espejo  $OA_1$ . De la misma forma construiremos la imagen  $B_2$  que produce en el segundo espejo  $OA_2$ . Por otra parte, la imagen  $B_2$  se encuentra en el mismo punto a que se trasladaría la  $B_1$  si el primer espejo  $OA_1$  girara en un ángulo  $\varphi$ . Por lo tanto,  $\angle B_1OB_2 = 2\varphi$  (véase el § 251) y la distancia lineal  $t$  entre  $B_1$  y  $B_2$  será aproximadamente igual a  $2\varphi r$ :

$$t \approx 2\varphi r. \quad (1)$$

La luz de ambas imágenes  $B_1$  y  $B_2$  incide sobre la pantalla  $DD'$ , que se encuentra a una distancia  $L_0$  de los espejos. La pantalla  $E$  impide que llegue a la  $DD'$  la luz directa del foco  $S$ . Como quiera que ambas imágenes  $B_1$  y  $B_2$  reproducen las vibraciones de un mismo foco real, son coherentes, y en la pantalla  $DD'$  se observan las franjas de interferencia. Según la fórmula (4a) del § 256, la distancia entre estas franjas

$$\Delta l = \frac{\lambda}{t} L,$$

donde  $L$  es la distancia desde los focos hasta el sitio en que se observan las franjas. Poniendo en esta fórmula en lugar de  $t$  su valor

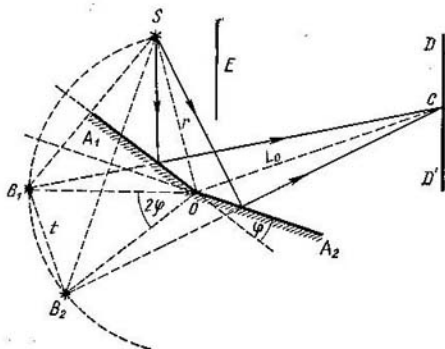


Fig. 43. Espejos de Fresnel.

según (1) y teniendo en cuenta que, aproximadamente,  $L = L_0 + r$ , obtenemos que

$$\Delta l = \frac{L_0 + r}{2\varphi r} \lambda, \quad \text{de donde} \quad \lambda = \frac{2\varphi r}{L_0 + r} \Delta l.$$

Como en esta última fórmula todas las magnitudes del segundo miembro pueden medirse, es evidente que el experimento con los espejos de Fresnel hace posible la medición de la longitud de las ondas luminosas  $\lambda$ .

En el experimento de Fresnel hay que poner los espejos de manera que formen entre sí un ángulo  $\varphi$  muy pequeño, ya que de lo contrario las franjas resultan demasiado estrechas. El foco luminoso se toma en forma de una rendija estrecha paralela a la arista  $O$  que forman los espejos. En estas condiciones los máximos de la interferencia tienen el aspecto de franjas rectas paralelas. Si la observación se hace con luz blanca, se obtiene una franja central blanca



( $k = 0$  y se refuerzan los rayos de todas las longitudes de onda  $\lambda$ ) y todas las demás coloreadas.

2. **Biprisma de Fresnel.** Este experimento es una variante simplificada del anterior. La luz procedente de un foco  $S$  se refracta en dos prismas con pequeños ángulos de refracción  $A$  y  $A'$  (fig. 44), unidos por sus bases. Estos prismas desvían los rayos en sentidos

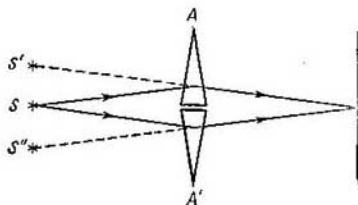


Fig. 44. Biprisma de Fresnel.

opuestos y, de esta forma, se producen los dos focos coherentes virtuales  $S'$  y  $S''$ . Los rayos de estos focos, al superponerse en la región  $D$ , producen las franjas de interferencia.

3. **Espejo de Lloyd.** En el experimento propuesto por Lloyd interfieren los rayos que proceden directamente de un foco  $S$  (fig. 45)

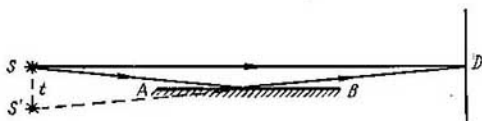


Fig. 45. Esquema del experimento de Lloyd.

con los que se reflejan en la superficie del espejo  $AB$ . Estos últimos se comportan como si vinieran del foco virtual  $S'$ , coherente con el  $S$ . Para que la distancia  $t$  entre  $S$  y  $S'$  sea suficientemente pequeña, los rayos deben reflejarse en el espejo formando un ángulo de reflexión de cerca de  $90^\circ$ . Como foco luminoso se emplea una rendija paralela al plano del espejo.

Una particularidad de las figuras de interferencia que se observan con el espejo de Lloyd es la de que la *franja central que se obtiene no es brillante, sino oscura*. Esto indica que los rayos que recorren un mismo camino geométrico se encuentran, en el experimento de Lloyd, con una diferencia de marcha de  $\lambda/2$ . Esta «pérdida» de una semionda (o en otras palabras, esta variación de fase en  $\pi$ ) se

produce cuando la luz se refleja en la superficie del vidrio, cuyo índice de refracción es mayor que el del aire. Más adelante veremos en qué casos se produce la pérdida de una semionda al reflejarse la luz en medios transparentes.

4. Experimento de Linnik. En todos los experimentos para estudiar la interferencia que hemos descrito hasta ahora los dos focos coherentes se encontraban en una recta perpendicular a la dirección media de propagación de la luz. El primero en proponer un experimento en el que los focos coherentes  $S$  y  $S'$  se encuentran en la misma línea a lo largo de la cual se propaga la luz fue el físico soviético V. P. Linnik, en 1935. El esquema de este experimento es el siguiente: la luz procedente de un foco puntual  $S$  (fig. 46) produce una onda esférica  $AB$ . En el camino que recorre la onda  $AB$  se interpone una lámina semitransparente de caras planas y paralelas que, aunque debilita un poco la onda  $AB$ , no deforma su superficie. En esta lámina se practica un pequeño orificio  $S'$ , el cual, de acuerdo con el principio de Huygens, hace las veces de origen de una nueva onda esférica  $A'B'$  cuyo centro es  $S'$ . Las ondas  $AB$  y  $A'B'$  son coherentes y producen

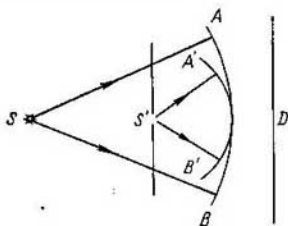


Fig. 46. Esquema del experimento de V. P. Linnik.

en la pantalla  $D$  franjas de interferencia en forma de anillos.

El foco  $S$  puede tomarse también en forma de raya delgada (de rendija iluminada en una pantalla opaca) y el orificio  $S'$  en forma de rendija paralela a aquélla. En este caso las franjas de interferencia que se producen en la pantalla  $D$  tienen la forma de líneas paralelas.

En todas las consideraciones anteriores hemos partido de que el foco luminoso era puntual. Solamente en este caso las franjas de interferencia que se obtienen son perfectamente definidas. Si las fuentes de luz tienen dimensiones finitas, esto da lugar a que las franjas de interferencia pierdan nitidez o desaparezcan por completo. Con objeto de establecer las dimensiones tolerables de los focos examinaremos el esquema del experimento de interferencia más simple, es decir, el correspondiente a la fig. 27. Pero ahora vamos a considerar que los focos coherentes  $B_1B'_1$  y  $B_2B'_2$  (fig. 47) tienen una extensión finita  $d$ . Dividiendo cada uno de estos focos en dos partes iguales, cuya extensión será  $d/2$ , consideremos estas mitades como si fueran focos

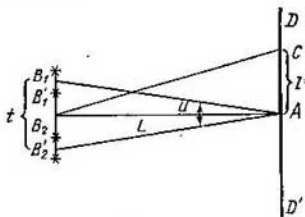


Fig. 47. Esquema para el cálculo de las dimensiones tolerables de los focos.

luminosos puntuales. Cada paraja de focos puntuales producirá un sistema de franjas de interferencia.

Estos dos sistemas de franjas de interferencia estarán desviados entre sí en una magnitud igual a la distancia que hay entre las mitades de cada uno de los focos  $B_1B_1$  y  $B_2B_2$ , es decir, en la magnitud

$$\delta l = \frac{d}{2}. \quad (2)$$

Las franjas brillantes de cada uno de los sistemas estarán separadas entre sí, según la fórmula (4a) del § 256, por una distancia

$$\Delta l = \frac{\lambda}{t} L, \quad (3)$$

donde  $t$  es la distancia entre los focos,  $L$  es la distancia desde los focos hasta la pantalla y  $\lambda$  la longitud de onda de la luz que interfiere.

Si la desviación  $\delta l$  de una de las figuras de interferencia con respecto a la otra es igual a  $1/2\Delta l$ , las franjas brillantes de uno de los sistemas coincidirán con las oscuras del otro y la figura de interferencia se desvanecerá por completo. Generalmente se admite que las franjas son aún suficientemente nítidas cuando la desviación de una de las figuras de interferencia con respecto a la otra es igual a  $1/4\Delta l$ . Basándonos en esto y aplicando las fórmulas (2) y (3) obtenemos la siguiente condición cuyo cumplimiento garantiza que las franjas de interferencia pueden observarse:

$$d \leq \frac{1}{2} \frac{\lambda}{t} L \quad (4)$$

Para valorar las dimensiones tolerables que deben tener los focos supongamos que  $t = 5$  mm y  $L = 1$  m. Entonces, para  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  cm, de acuerdo con (4) tendremos que

$$d \leq \frac{1}{2} \frac{5 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-1}} \cdot 10^3 \text{ cm} = 0,05 \text{ mm}.$$

Transformemos la fórmula (4) introduciendo en ella el ángulo  $u$ , bajo el cual se ve la distancia  $t$  entre los focos cuando se mira desde el centro de la pantalla  $A$  (fig. 47). Entonces

$$\operatorname{tg} \frac{u}{2} = \frac{t/2}{L}.$$

Considerando que el ángulo  $u$  es pequeño obtendremos, aproximadamente, que  $u = t/L$ , lo que nos permite escribir la fórmula (4) de la forma:

$$d \leq \frac{1}{2} \frac{\lambda}{u}. \quad (4a)$$

De la fórmula (4a) se deduce que cuanto mayor sea el ángulo  $u$  tanto menores deberán ser las dimensiones de los focos que permiten ver aún la figura de interferencia.

§ 262. Interferencia por reflexión en una lámina transparente. Son muy frecuentes los casos de interferencia que se producen cuando un haz de rayos luminosos se refleja en las dos superficies de una lámina transparente. Estudiaremos separadamente dos de estos casos: primero, el de la interferencia de haces paralelos producidos

por reflexión en las superficies también paralelas de una lámina plana y, segundo, el de la interferencia de los haces que se originan por reflexión en las superficies de una lámina cuyo espesor varía de un punto a otro. En el primer caso se producen las llamadas *franjas de interferencia de igual inclinación* y, en el segundo, *franjas de interferencia de igual espesor*.

1. **Franjas de interferencia de igual inclinación.** Examinemos el caso de una lámina homogénea de espesor  $t$  (fig. 48) cuyas superficies planas  $AA'$  y  $BB'$  son paralelas entre sí. Supongamos que con el foco puntual  $S$  y una lente  $L_1$  se obtiene un haz de rayos paralelos  $aa_1$ ,

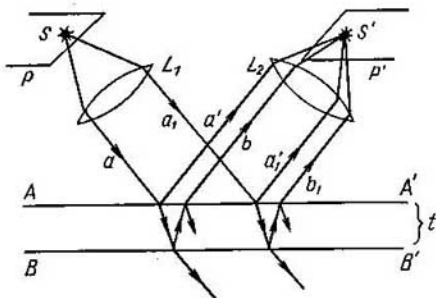


Fig. 48. Interferencia de dos haces al reflejarse en una lámina de caras planas y paralelas.

Este haz pasa parcialmente a través de la lámina transparente y parcialmente se refleja en ella. Como quiera que la reflexión tiene lugar en las superficies  $AA'$  y  $BB'$ , se producen dos haces reflejados  $a'a_1$  y  $bb_1$  con una diferencia de marcha determinada. Estos haces se encuentran después en el punto  $S'$ , del plano focal principal de la lente  $L_2$ . Veamos el resultado de su interferencia en este punto. Según el valor que tenga la diferencia de marcha, las vibraciones de ambos haces se reforzarán o se debilitarán más o menos entre sí.

Para calcular la diferencia de marcha tomaremos del haz el rayo  $a$  (fig. 49), que incide sobre la primera superficie en el punto  $A$  formando un ángulo de incidencia  $i_1$ . Este rayo se refleja parcialmente, formando el rayo  $a'$ , y parcialmente se refracta, después de lo cual incide sobre la segunda superficie de la lámina en el punto  $B$ . Aquí vuelve a refractarse y reflejarse parcialmente. Lo mismo ocurre en el punto  $C$ , en el cual se produce un rayo refractado  $b$  que será paralelo al  $a'$ . Tracemos desde el punto  $C$  una perpendicular  $CE$  a la dirección del rayo  $a'$ . Entonces, considerando que el índice de refracción de la lámina es  $n$  y que el del medio que la rodea (el

aire) es igual a la unidad, obtenemos que la diferencia de marcha  $\Delta$  entre los rayos  $a'$  y  $b$  será:

$$\Delta = (AB + BC) n - \left( AE + \frac{1}{2} \lambda \right), \quad (1)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz que se emplea. La magnitud  $\lambda/2$  representa una diferencia de marcha complementaria que se produce al reflejarse el rayo  $a$  en el límite entre el aire y la lámina

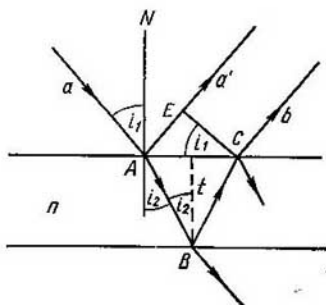


Fig. 49. Esquema para el cálculo de la diferencia de marcha entre los rayos reflejados en una lámina de caras planas y paralelas.

(compárese con lo dicho en el § 261); si el medio que rodea a la lámina tuviera un índice de refracción mayor que el de ella, la pérdida de esta semionda se produciría al reflejarse el rayo en el punto  $B$ . De acuerdo con la fig. 49 tenemos

$$AB = BC = \frac{t}{\cos i_2}, \quad (2)$$

siendo  $t$  el espesor de la lámina y  $i_2$  el ángulo de refracción. También se deduce de la figura que

$$AE = AC \operatorname{sen} i_1 = 2t \cdot \operatorname{tg} i_2 \cdot \operatorname{sen} i_1.$$

Aplicando la ley de la refracción:  $\operatorname{sen} i_1 = n \operatorname{sen} i_2$ , escribamos la expresión de  $AE$  en la forma:

$$AE = 2tn \frac{\operatorname{sen}^2 i_2}{\cos i_2}. \quad (3)$$

Poniendo en la expresión de la diferencia de marcha (1) en lugar de  $AB$ ,  $BC$  y  $AE$  sus valores según (2) y (3), hallamos:

$$\Delta = 2tn \frac{1 - \operatorname{sen}^2 i_2}{\cos i_2} - 1/2\lambda$$

$$\Delta = 2tn \cos i_2 - 1/2\lambda. \quad (4)$$

Esta expresión también puede transformarse un poco introduciendo en ella, en lugar del ángulo de refracción  $i_2$ , el ángulo de incidencia  $i_1$ . Aplicando la ley de la refracción hallaremos:

$$\cos i_2 = \sqrt{1 - \sin^2 i_2} = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 i_1},$$

después de lo cual la expresión (4) toma el aspecto:

$$\Delta = 2t \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - 1/2\lambda. \quad (4a)$$

Como la lente no modifica en absoluto la diferencia de marcha (véase el § 253), tendremos que  $\Delta$  representa la diferencia de marcha con que los rayos convergen en el punto  $S'$ . Si  $\Delta = k\lambda$ , donde  $k = 0, 1, 2, \dots$ , en el punto  $S'$  se produce un máximo, si  $\Delta = (2k + 1)\lambda/2$ , en el punto  $S'$  se obtiene un mínimo. De esta forma, como resultado de la interferencia de los rayos reflejados en las superficies  $AA'$  y  $BB'$ , la imagen resultante del punto depende de la diferencia de marchas\*) y puede ser más o menos brillante.

Supongamos ahora que como fuente de luz (fig. 48) no tomamos un punto aislado  $S$ , sino una porción de superficie luminosa  $P$ . De no existir interferencia (por ejemplo, si en lugar de la lámina  $AA'BB'$  pusiéramos un espejo metálico plano) en el plano focal principal de la lente  $L_2$  obtendríamos una imagen de la superficie  $P$  que tendría la forma de la superficie  $P'$ . Pero debido a la interferencia

Fig. 50. Formación de las curvas de igual inclinación.

de los haces reflejados en la lámina sólo se reproducen claramente aquellos puntos luminosos de la superficie  $P$  que tienen  $\Delta = k\lambda$ , donde  $\Delta$  viene dada por la fórmula (4a). El número entero  $k$  se llama orden de la interferencia. Cuando  $k = k_0$  esta serie de puntos, según (4a), debe satisfacer la condición  $i_1 = \text{const}$ ; esta serie de puntos se encuentra en la curva  $aa'$  formada por la intersección de la superficie  $P$  (fig. 50) con un cono cuyo eje es la por-

\*) Cuando  $\Delta = (2k + 1)\lambda/2$  la intensidad de la imagen  $S'$  no será igual a cero, puesto que las amplitudes de las ondas que interfieren, producidas por la reflexión en las superficies  $AA'$  y  $BB'$ , no son exactamente iguales entre sí.

pendicular  $AN$  y cuyo ángulo de abertura es igual a  $2i_1$ . A esta curva le corresponde en el plano  $P'$  la franja brillante  $bb'$ . Para otros valores de  $k$ , diferentes de  $k_0$ , se producen otras franjas brillantes. Entre ellas se encuentran franjas más oscuras. De esta manera, en el plano focal principal de la lente  $L_2$  se forma un sistema de franjas de interferencia. Cada una de estas franjas corresponde a un valor constante del ángulo  $i_1$ , es decir, igual a la inclinación de los rayos con respecto a la perpendicular  $AN$ . He aquí por qué las franjas de interferencia que estamos estudiando se denominan *franjas de igual inclinación*. De lo expuesto se deduce que las franjas de igual inclinación se producen en el plano focal principal de la lente  $L_2$  y que para poderlas observar se necesita que la fuente luminosa sea ancha (es decir, una porción de superficie luminosa  $P$ ).

La interferencia también se produce con los rayos que pasan a través de la lámina, pero en este caso la figura ofrece menos nitidez debido a que la intensidad de los haces luminosos que atraviesan la lámina es mucho mayor que la del rayo que experimenta la doble refracción en las superficies  $BB'$  y  $AA'$  (en el § 272 nos referimos a la posibilidad de obtener con estos rayos franjas de interferencia bien definidas).

La figura de interferencia que acabamos de estudiar es la que se observa con luz monocromática de longitud de onda  $\lambda$  determinada. Cuando la luz no es monocromática y está comprendida en cierto intervalo de longitudes de onda, cada ángulo de incidencia  $i_1$  da lugar a un máximo para cada una de las longitudes de onda  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ , que cumplen la condición:

$$\Delta = k\lambda_1 = (k+1)\lambda_2 = (k+2)\lambda_3 = \dots \quad (5)$$

De esto resulta, que las franjas de diferente longitud de onda se superponen unas a otras. Cuanto mayor sea el espesor  $l$  de la lámina, tanto mayor será el valor del número entero  $k$  y, por consiguiente, de acuerdo con (5), será menor la diferencia entre las longitudes de onda  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ , cuyas franjas se superponen. Para una misma longitud de onda  $\lambda$  las franjas de los diferentes órdenes estarán tanto más próximas unas a otras cuanto más gruesa sea la lámina. Por esta razón, resumiendo, podemos decir: cuanto más gruesa sea la lámina más próximas se encontrarán las franjas y más intensa será la superposición de las que tienen diferentes longitudes de onda. Esta superposición de las franjas hace que, cuando una lámina gruesa se ilumina con luz blanca, en el plano focal de la lente  $L_2$  se produzca una iluminación más o menos homogénea y que las franjas de interferencia no se perciban. De esta forma, las franjas de interferencia de igual inclinación producidas por una lámina gruesa solamente pueden observarse cuando la luz es monocromática en grado suficiente. Además, como las dimensiones generales de las láminas gruesas son grandes, es más difícil conseguir que sean homo-

gónicas (es decir, que tengan un índice de refracción constante) y que sus caras sean planas y paralelas. Por esto es mucho más sencillo observar las franjas de interferencia que se forman por reflexión de la luz en las superficies de una lámina delgada. Para las láminas muy delgadas el orden de la interferencia es pequeño y las franjas pueden verse incluso cuando la luz que se emplea para la iluminación es blanca, en cuyo caso las franjas resultan coloreadas.

En los fenómenos de interferencia provocados por dos focos luminosos de pequeñas dimensiones (espejos de Fresnel, etc.), en todas las regiones en que las ondas procedentes de dichos focos se superponen pueden distinguirse los sitios en que las vibraciones tienen un máximo o un mínimo. Esto permite observar las franjas de interferencia directamente en una pantalla, sin necesidad de lentes. Pero para observar las franjas de igual inclinación, como vimos anteriormente, se necesita un foco luminoso ancho. Esto da lugar a que en cada punto de la región en que se superponen los haces luminosos, reflejados en las dos superficies planas y paralelas de la lámina, converjan ondas procedentes de diferentes puntos del foco luminoso y a que las franjas no puedan observarse directamente. Estas franjas de interferencia, como ya vimos, se observan únicamente en el plano focal principal de la lente  $L_2$ . En otras palabras, la lente  $L_2$  debe estar «enfocada al infinito». Por esto suele decirse que las franjas de igual inclinación están localizadas en el infinito.

Para demostrar las franjas de interferencia de igual inclinación se puede utilizar una hoja delgada de mica homogénea. Las superficies de las hojas de

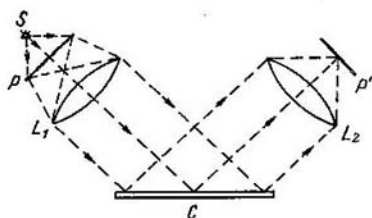


Fig. 51. Esquema para la observación de las franjas de igual inclinación cuando los rayos se reflejan en las superficies de una lámina de mica.

mica suelen ser suficientemente planas y paralelas. El esquema general de la instalación se muestra en la fig. 51. Como foco luminoso se emplea una lámpara de mercurio  $S$ : La luz de esta lámpara produce un espectro que tiene un número reducido de rayas espectrales de longitudes de onda determinadas, capaces de producir franjas de interferencia bien definidas. El vidrio esmerilado  $P$ , iluminado por la lámpara de mercurio, hace las veces de fuente luminosa ancha. La lente  $L_1$  proporciona haces de luz paralelos que inciden sobre la hoja de mica  $C$ . Colocando la pantalla  $P'$  en el plano focal principal de la lente  $L_2$  se pueden



observar en ella las franjas de igual inclinación. Para que las franjas de interferencia se vean bien en la pantalla, ésta debe colocarse, como ya hemos dicho, en el plano focal principal de la lente  $L_2$ .

La lente  $L_2$  y la pantalla pueden sustituirse directamente por el ojo del observador. En este caso el papel de la lente  $L_2$  lo desempeña el sistema refractor del ojo (el cristalino y la córnea). Si el ojo no está acomodado, es decir, si está dispuesto para ver los objetos que se encuentran muy alejados (en el «infinito»), las franjas de igual inclinación se forman sobre la retina, sin necesidad de lentes de ninguna clase.

2. Franjas de interferencia de igual espesor. Veamos ahora el caso de una lámina transparente cuyas caras no sean paralelas entre sí. En este caso también se producen rayos reflejados en las dos superficies  $AA'$  y  $BB'$ . Supongamos que un rayo  $a$ , procedente

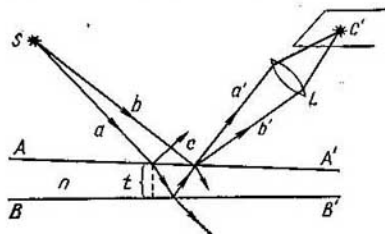


Fig. 52. Interferencia de los rayos al reflejarse en una lámina de caras no paralelas.

de un foco puntual  $S$  (fig. 52), después de reflejarse en la superficie  $BB'$  y de sufrir una doble refracción  $AA'$ , da lugar a la formación de un rayo  $a'$ , que pasando por el punto  $C$  incide sobre la lente  $L$ . Como quiera que los rayos del foco  $S$  tienen direcciones diversas, entre ellos habrá alguno, como el  $b$ , que incidirá sobre el punto  $C$  de la superficie  $AA'$ . En este punto el rayo se reflejará en parte (y en parte se refractará, pero esto último no nos interesa ahora) y da lugar a un rayo  $b'$ , que formará con el rayo  $a'$  un ángulo determinado. Los rayos  $a'$  y  $b'$ , después de pasar por la lente  $L$ , vuelven a cortarse en el punto  $C'$ , que será la imagen del punto  $C$ . Tanto el rayo  $a'$  como el  $b'$  proceden de un mismo foco puntual  $S$ , por lo tanto son coherentes y deben interferir. El hecho de que en el punto  $C'$  se produzca un máximo o un mínimo depende de que la diferencia de marcha  $\Delta$  entre los rayos  $a'$  y  $b'$  sea igual a un número par o impar de semiondas.

Si el ángulo que forman las superficies  $AA'$  y  $BB'$  es pequeño y el foco luminoso  $S$  se encuentra lejos de la lámina, la diferencia de marcha  $\Delta$  viene expresada, aproximadamente, por la fórmula (4a). Cuando el foco se encuentra lejos de la lámina, los ángulos que forman los rayos al incidir sobre ella son casi iguales entre sí

y, por lo tanto, la diferencia de marcha  $\Delta$  se debe únicamente al espesor de la lámina  $t$ . En estas condiciones, si al punto  $C$  le corresponde un máximo en el  $C'$ , situado, en el plano focal de la lente  $L$  conjugada con la superficie  $AA'$  de la lámina, también le corresponderá un máximo al conjunto de todos los puntos  $C_i$  de la superficie  $AA'$  de dicha lámina que se encuentran en los sitios en que ésta tiene igual espesor. De esta forma, las franjas de interferencia que se obtienen en el plano focal de la lente  $L$  corresponden a los sitios en que la lámina tiene el mismo espesor, por cuya razón se les da la denominación de *franjas de igual espesor*. Es evidente que si la lámina tiene forma de cuña las franjas de interferencia de igual espesor serán rectas paralelas a la arista de la cuña.

Como hemos dicho, las franjas de igual espesor se observan en el plano focal de la lente  $L$ , conjugada con la superficie  $AA'$  de la lámina. En otras palabras, para que en la pantalla aparezcan claramente estas franjas de interferencia la lente  $L$  debe estar enfocada a la superficie  $AA'$  de la lámina, es decir:

*Las franjas de interferencia de igual espesor están localizadas en la superficie reflectora de la lámina.*

Las franjas de igual espesor pueden observarse a simple vista, sin necesidad de la lente  $L$ . En este caso el papel de lente lo desempeña el sistema refractor del ojo, el cual deberá enfocarse (acomodarse) a la superficie de la lámina.

Si la luz que se emplea no es monocromática las franjas correspondientes a las diferentes longitudes de onda se superponen de la misma forma que esto ocurre cuando se trata de franjas de igual inclinación. Por esto, si las láminas son gruesas y su espesor variable, las franjas de interferencia sólo se pueden observar con luz monocromática. La falta de paralelismo entre las caras de las láminas debe ser pequeña, ya que de lo contrario las franjas de igual espesor se encontrarán demasiado próximas unas a otras. En las láminas muy delgadas las franjas pueden verse incluso con luz blanca. En este caso las franjas son irisadas. Supongamos que en un lugar cualquiera el espesor de la lámina es tal, que la diferencia de marcha  $\Delta$  en el punto  $C_1$  (fig. 53) es igual a  $\lambda$  para los rayos rojos que tienen, por ejemplo, una longitud de onda de  $0,70 \mu$ . A estos rayos les corresponde, por consiguiente, un máximo en el punto  $C_1$ . Pero en este caso la diferencia de marcha en este mismo punto  $C_1$  será igual a  $2\lambda$  para los rayos ultravioletas de longitud de onda igual a  $0,35 \mu$  y estos rayos también producirán un máximo. Todos los rayos visibles cuyas longitudes de onda sean distintas de  $0,70 \mu$  se debilitarán entre sí en mayor o menor grado. De esta forma, el punto dado de la lámina da lugar a un máximo de color rojo. Análogamente los demás puntos de la lámina que producen diferencias de marcha dan lugar a máximos de otros colores (por ejemplo, el punto  $C_2$ ).

Admitamos que una lámina delgada tiene en una de sus partes un espesor constante  $t_1$  y en otra parte un espesor, también constante,  $t_2$  (fig. 54). Entonces, toda la primera parte de la lámina

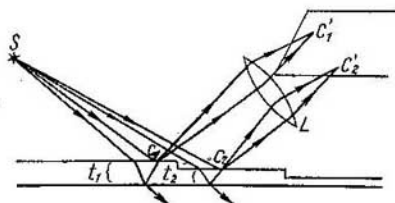


Fig. 53. Formación de los máximos correspondientes a diferentes espesores de la lámina,  $t_1$  y  $t_2$ .

(siempre que el ángulo de incidencia  $i_1$  sea constante) producirá una diferencia de marcha  $\Delta_1$ , mientras que la segunda parte ocasionará una diferencia de marcha  $\Delta_2$ . De acuerdo con lo expuesto anteriormente, cuando esta lámina se ilumine con luz blanca sus dos partes darán máximos con rayos de diferente longitud de onda.

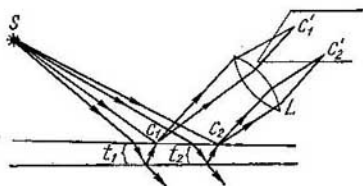


Fig. 54. Aparición de los colores en las láminas delgadas.

y sus coloraciones parecerán diferentes. Esta coloración producida por la interferencia de los rayos reflejados recibe el nombre de *colores de las láminas delgadas*. Es evidente que si varía el ángulo de incidencia de la luz  $i_1$  variará también la diferencia de marcha y, por consiguiente, cambiará el color de la lámina.

Los colores de las láminas delgadas pueden observarse fácilmente en las películas jabonosas (pompas de jabón), en las delgadísimas capas de aceite que se forman sobre el agua, en las capas de aire que quedan entre dos láminas transparentes, etc.

Examinemos varios casos particulares de franjas de igual espesor.

*Ejemplo 1.* Las caras de una cuña de vidrio ( $n = 1,5$ ) forman entre sí un ángulo  $\alpha = 0,1'$ . Sobre la superficie de la cuña incide normalmente un haz

de rayos monocromáticos (fig. 55) cuya longitud de onda  $\lambda = 0,5\mu$ . Hallar la distancia que hay entre las franjas.

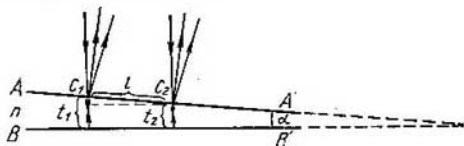


Fig. 55. Interferencia producida por una cuña.

*Solución.* En este caso el ángulo  $i_1 = 0$  y según la fórmula (4a) la diferencia de marcha  $\Delta$  será aproximadamente igual a

$$\Delta = 2tn - 1/2\lambda.$$

Supongamos que los puntos  $C_1$  y  $C_2$  corresponden a dos franjas brillantes consecutivas; entonces, en estos puntos tendremos unas diferencias de marcha  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$ .

$$\Delta_1 = 2t_1n - 1/2\lambda = k\lambda,$$

$$\Delta_2 = 2t_2n - 1/2\lambda = (k-1)\lambda,$$

donde  $t_1$  y  $t_2$  son los espesores de la cuña en los puntos  $C_1$  y  $C_2$  (suponiendo que  $t_2 < t_1$ ). Restando miembro a miembro estas dos igualdades, hallamos

$$2n(t_1 - t_2) = \lambda,$$

de donde obtenemos que

$$t_1 - t_2 = \frac{\lambda}{2n}. \quad (6)$$

Llamando  $l$  a la distancia entre las franjas que buscamos, de acuerdo con la fig. 55, tendremos

$$l \approx \frac{t_1 - t_2}{\alpha},$$

donde el ángulo  $\alpha$  deberá expresarse en radianes. Poniendo en esta igualdad en lugar de  $t_1 - t_2$  su valor según (6), obtenemos

$$l \approx \frac{\lambda}{2n\alpha} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 1,5 \cdot 2,9 \cdot 10^{-5}} \text{ cm} = 0,56 \text{ cm}.$$

Es decir, las franjas se encuentran en la superficie de la cuña a una distancia entre sí de 5,6 mm. Este problema puede resolverse en sentido contrario, o sea, conociendo la distancia entre las franjas de interferencia de igual espesor se puede hallar el ángulo  $\alpha$  de la cuña. Este procedimiento se utiliza en la práctica para hallar los ángulos de las cuñas cuando estos ángulos son muy pequeños.

*Ejemplo 2.* Sobre la superficie plana  $BB'$  de un vidrio (fig. 56) se encuentra una lente planoconvexa  $AA'$  cuyo radio de curvatura es  $R$ . Entre la lente y la superficie del vidrio queda una capa de aire. Hallar la forma que tendrán las franjas de igual espesor que se produzcan al reflejarse la luz en las superficies que limitan esta capa de aire. Considerar que la luz incide sobre la lente normalmente.

*Solución.* Los sitios en que la capa de aire tiene igual espesor forman círculos de radio  $r$  con centro en  $O$ , que es el punto de contacto de la lente con la superficie  $BB'$ . Cuando  $r \ll R$  y los rayos inciden perpendicularmente, la diferencia de marcha  $\Delta$  viene determinada, aproximadamente, por la fórmula (4a). Considerando que el índice de refracción del aire  $n = 1$ , obtenemos:

$$\Delta = 2t + \lambda/2.$$

Delante de  $\lambda/2$  ponemos ahora el signo más, porque la pérdida de la media onda se produce al reflejarse la luz en el límite entre la capa de aire y la superficie del vidrio  $BB'$ . La condición para que se formen franjas de interferencia brillantes será:

$$\Delta = 2t + \lambda/2 = k\lambda, \quad (7)$$

donde  $k$  es un número entero. De acuerdo con la figura tenemos que cuando  $r \ll R$  aproximadamente,

$$t = \frac{r^2}{2R}.$$

Poniendo este valor de  $t$  en (7), hallamos

$$\frac{r^2}{R} = (k - 1/2)\lambda,$$

de donde

$$r = \sqrt{(k - 1/2)\lambda R}. \quad (8)$$

Es decir, las franjas de interferencia de igual espesor tendrán en este caso la forma de anillos concéntricos cuyos radios vienen dados por la fórmula (8). En el punto de contacto de la lente con la superficie del vidrio plano queda una capa muy delgada de aire cuyo espesor es mucho menor que la longitud de onda. Por esto, la diferencia de marcha entre los rayos, en este punto, es debida exclusivamente a la pérdida de la semionda que se produce al reflejarse en la superficie  $BB'$ . Como resultado de esto  $\Delta$  resulta igual a  $\lambda/2$  y en el centro de la figura de interferencia, es decir, en el punto  $O$ , se observa una mancha oscura.

Cuando se emplea luz blanca las franjas de interferencia son irisadas y el número de anillos que se ven es pequeño, puesto que cuando  $k$  es grande los anillos de las diferentes longitudes de onda se superponen entre sí y se desvanecen.

Newton fue el primero que observó y descubrió este tipo de franjas de interferencia de igual espesor, que se conocen con el nombre de *anillos de Newton*. Pero como Newton no conocía aún la interferencia de las ondas luminosas, no pudo dar una explicación exacta a este fenómeno y tuvo que admitir que la luz tiene «períodos de reflexión fácil y períodos de paso fácil» (véase el § 250).

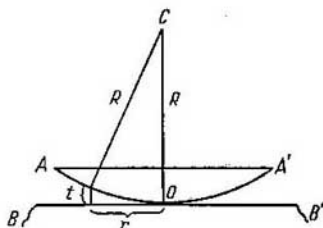


Fig. 56. Formación de los anillos de Newton.

§ 263. Aplicación de los fenómenos de interferencia. En el párrafo anterior indicamos que por medio de la interferencia de la luz se podían medir ángulos pequeños formados por dos planos. Pero los fenómenos de interferencia pueden utilizarse también para toda una serie de mediciones exactas; su campo de aplicación en los experimentos físicos y en la producción se amplía rápidamente. En este

párrafo vamos a estudiar algunas aplicaciones elementales de la interferencia.

1. **Inspección de la calidad de las superficies.** En los aparatos ópticos se exige una gran precisión en el acabado de las superficies. Como ya dijimos, las superficies planas de los espejos o las esféricas de las lentes no deben diferir de las correspondientes superficies geométricas ideales en más de una pequeña fracción ( $1/4$  o menos) de la longitud de la onda luminosa. La comprobación de esta alta calidad de las superficies se realiza por medio de interferencias.

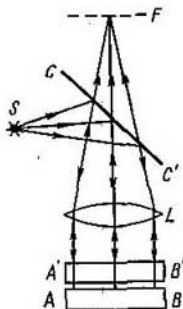


Fig. 57. Aparato para comprobar la calidad de las superficies.

Examinemos un problema sencillo de determinación del grado de aproximación de la superficie de una lámina de vidrio a la de un plano ideal. Esta determinación se realiza con un «vidrio de prueba» de alta calidad, una de cuyas superficies difiere de la del plano geométrico ideal en una magnitud no mayor de  $1/20$  de la longitud de la onda luminosa. La superficie que se ensaya se aprieta contra la del «vidrio de prueba» de manera que entre ellas queda una capa de aire delgada. Al pasar la luz a través de esta capa de aire se producen franjas de interferencia de igual espesor. Para observarlas se utiliza el simple dispositivo que muestra la fig. 57, en el cual  $S$  es el foco luminoso,  $CC'$  es un espejo semiplateado y  $L$  es la lente que proporciona el haz de rayos paralelos que sirve para iluminar

la lámina que se ensaya y que está colocada sobre el «vidrio de prueba». Los rayos reflejados en la superficie  $AB$  del «vidrio de prueba» y en la  $A'B'$  de la lámina que se ensaya, pasan a través del espejo semiplateado  $CC'$  y forman en el plano focal  $F$  de la lente  $L$  franjas de igual espesor. La forma más simple de estas franjas es la que se obtiene cuando la capa de aire que hay entre las superficies  $AB$  y  $A'B'$  tiene la forma de cuña de ángulo pequeño. Esto se puede conseguir si después de quitarles bien el polvo se aprietan más por un lado al colocarlas una sobre otra. Cuando las dos superficies son idealmente planas entre ellas queda una tenue capa de aire en forma de cuña y las franjas de igual espesor tienen el aspecto de rectas paralelas a la arista de la cuña. Cualquier divergencia respecto al plano ideal da lugar a que se curven las franjas de interferencia. En la fig. 58,  $a$  y  $b$  pueden verse las formas que toman dichas franjas cuando la superficie que se ensaya tiene una prominencia o una cavidad. Apretando un extremo u otro de la lámina se puede variar la posición de la arista de la cuña y de esta manera analizar la calidad de la superficie en todos los sitios.

Para conseguir que las franjas de interferencia sean nítidas hay que utilizar luz monocromática. Para esto se emplea como foco luminoso  $S$  (fig. 57) una lámpara de mercurio, la cual produce un espectro que, en la región visible, consta de un pequeño número de rayas bastante alejadas entre sí. La luz de una de estas rayas (generalmente la verde) se selecciona por medio de un filtro.

2. **Medición de pequeñas variaciones de longitud.** Las franjas de igual espesor se utilizan también para medir variaciones muy pequeñas en el espesor de cualquier capa. Si dos superficies cualesquiera forman entre sí una cuña, como ya hemos visto, la luz reflejada en ellas produce franjas de igual espesor en forma de rectas paralelas entre sí. La diferencia de marcha en el punto en que se produce una franja brillante es igual a

$$\Delta_1 = 2d_1n - \frac{1}{2}\lambda = k\lambda.$$

Si estas superficies se alejan la una de la otra conservando el ángulo  $\alpha$  que forman entre sí, el espesor  $d_1$  de la cuña en el punto dado comenzará a aumentar y la diferencia de marcha  $\Delta_1$  dejará de ser igual a  $k\lambda$ . Es evidente que la diferencia de marcha  $\Delta_1$  será ahora igual a  $k\lambda$  en un punto más cercano a la arista de la cuña y, por consiguiente, las franjas se desplazarán hacia el lado en que se encuentra dicha arista. Cuando el espesor  $d$  alcanza un valor  $d_2$ , para el que la diferencia de marcha  $\Delta$  es igual a  $(k+1)\lambda$ , en el punto dado vuelve a encontrarse una franja brillante, con la particularidad de que en este caso se cumplirá la igualdad

$$\Delta_2 = 2d_2n - \frac{1}{2}\lambda = (k+1)\lambda.$$

De las dos últimas igualdades se deduce que al desplazamiento de la figura de interferencia en una franja corresponde una variación del espesor de la cuña en el punto dado igual a la magnitud

$$d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2n}.$$

Si el desplazamiento de dicha figura es de  $\kappa$  franjas, la variación del espesor será igual a

$$d_{\kappa+1} - d_1 = \kappa \frac{\lambda}{2n}.$$

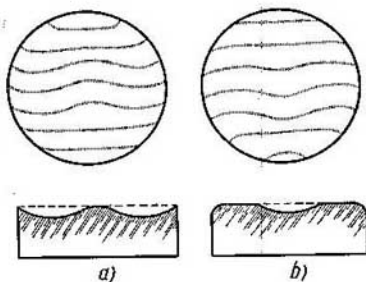


Fig. 58. Formas que presentan las franjas de interferencia de igual espesor cuando la superficie tiene una prominencia (a) o una cavidad (b).

Como la longitud de onda  $\lambda$  es una magnitud del orden de  $5 \cdot 10^{-5}$  cm, el desplazamiento de las franjas de interferencia permite medir variaciones de espesor del orden de  $10^{-5}$  cm.

Este procedimiento se utiliza, por ejemplo, para medir con exactitud el coeficiente de dilatación térmica de sólidos cuyas probetas tienen pequeñas dimensiones. Para esto se emplea un aparato llamado dilatómetro de interferencia, cuyo esquema se muestra en la fig. 59. Este aparato consta de un anillo  $CC'$ , que generalmente es de cuarzo fundido que tiene un coeficiente de dilatación térmica muy pequeño y perfectamente medido. Sobre este anillo descansa una lámina de vidrio cuyas caras son planas. El cuerpo  $D$  que se ensaya, después de haber pulimentado perfectamente sus caras superior e inferior,

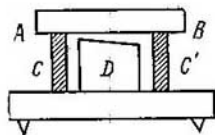


fig. 59. Dilatómetro de interferencias.

se coloca dentro del anillo. Este cuerpo  $D$  se sitúa de tal manera que entre su cara superior y la superficie  $AB$  de la lámina de vidrio quede una capa de aire en forma de cuña. Cuando el aparato se ilumina desde arriba se observan las franjas de igual espesor. Si en estas condiciones se calienta el conjunto, como el coeficiente de dilatación térmica del cuerpo  $D$  es diferente del que tiene el anillo  $CC'$ , varía el espesor de la capa de aire y las franjas de interferencia

se desplazan. Por el desplazamiento de las franjas puede medirse la variación de las dimensiones del cuerpo y, por consiguiente, calcular su coeficiente de dilatación térmica.

El procedimiento de las interferencias se utiliza también para medir pequeñas variaciones de longitud provocadas por otras causas, como son: el alargamiento mecánico, la flexión, etc. V. P. Linnik construyó un aparato especial, llamado microinterferómetro, que sirve para medir la profundidad de los arañazos, abolladuras y otros defectos de las superficies pulimentadas.

§ 264. Interferómetros. Su utilización. Estudiemos ahora una serie de aparatos llamados *interferómetros* cuya principal aplicación es medir índices de refracción. El más simple de los aparatos de este tipo es el *interferómetro de Jamin*, cuyo esquema puede verse en la fig. 60. Este interferómetro está formado por dos gruesas láminas de vidrio de caras planas y paralelas  $ABB'A'$  y  $CDD'C'$  de igual espesor  $t$ . Un rayo procedente del foco luminoso  $S$  incide sobre la cara  $AB$  de la primera lámina y es parcialmente reflejado y parcialmente refractado. El rayo refractado se refleja en la cara posterior  $A'B'$ . Como resultado aparecen dos rayos  $1$  y  $2$  que van a incidir sobre la segunda lámina y que vuelven a reflejarse parcialmente en su cara delantera  $CD$  y parcialmente en su cara trasera  $C'D'$ .



Gracias a todas estas reflexiones tenemos cuatro rayos  $I'$ ,  $I$ ,  $2$  y  $2'$ , de los cuales el  $1^\circ$  y el  $2^\circ$  se superponen e interfieren.

Al reflejarse en la lámina  $ABB'A'$ , entre los rayos  $I$  y  $2$  se produce una diferencia de marcha  $\Delta_1$  [véase la fórmula (4) del § 262],

$$\Delta_1 = 2tn \cos i_2 - \frac{1}{2} \lambda,$$

donde  $i_2$  es el ángulo de incidencia del rayo sobre la cara  $A'B'$  de la lámina y  $n$  es el índice de refracción del material de que está

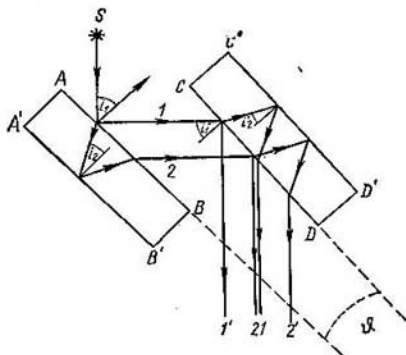


Fig. 60. Esquema del interferómetro de Jamin.

hecha. Al reflejarse en la segunda lámina, entre los rayos  $I$  y  $2$  se produce una diferencia de marcha

$$\Delta_2 = 2tn \cos i'_2 - \frac{1}{2} \lambda,$$

donde  $i'_2$  es el ángulo de incidencia del rayo sobre la cara  $C'D'$  de la segunda lámina.

La diferencia de marcha total  $\Delta$  entre estos rayos, producida por la reflexión en ambas láminas será:

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = 2tn (\cos i'_2 - \cos i_2). \quad (1)$$

Si las dos láminas son perfectamente paralelas entre sí  $i'_2 = i_2$  y  $\Delta = 0$ , es decir, entre los rayos  $I$  y  $2$  no se produce diferencia de marcha y, por consiguiente, se refuerzan mutuamente. Si las láminas forman entre sí un ángulo  $\theta$ , diferente de cero, los rayos  $I$  y  $2$  adquirirán una diferencia de marcha  $\Delta$ , que dependerá de  $\theta$  y del ángulo de incidencia de la luz  $i_1$  sobre la superficie  $AB$ .

Por la fórmula (1) tenemos:

$$\Delta = 4tn \operatorname{sen} \frac{i_2 + i'_2}{2} \operatorname{sen} \frac{i_2 - i'_2}{2}.$$

Cuando el ángulo  $\theta$  entre las láminas es pequeño, los ángulos  $i'_2$  e  $i_2$  se diferencian poco entre sí y de la última fórmula obtenemos aproximadamente

$$\Delta = 2tn \operatorname{sen} i_2 \cdot \delta i_2, \quad (2)$$

donde  $\delta i_2$  es la diferencia entre los ángulos  $i_2 - i'_2$ .

La magnitud  $\delta i_2$  puede relacionarse con el ángulo  $\theta$  entre las láminas del modo siguiente: suponiendo que  $i_1$  e  $i'_1$  son respectivamente los ángulos de incidencia de la luz sobre las láminas  $ABB'A'$  y  $CDD'C'$ , tendremos que  $i'_1 = i_1 - \theta$ , y por la ley de la refracción,

$$\operatorname{sen} i_1 = n \operatorname{sen} i_2,$$

$$\operatorname{sen} i'_1 = \operatorname{sen} (i_1 - \theta) = n \operatorname{sen} i'_2.$$

Restando miembro a miembro estas dos igualdades, hallamos

$$\operatorname{sen} i_1 - \operatorname{sen} (i_1 - \theta) = n (\operatorname{sen} i_2 - \operatorname{sen} i'_2),$$

o, aproximadamente, cuando  $\theta$  es pequeño,

$$\cos i_1 \cdot \theta = n \cos i_2 \cdot \delta i_2,$$

de donde se obtiene que

$$\delta i_2 = \frac{1}{n} \frac{\cos i_1}{\cos i_2} \cdot \theta. \quad (3)$$

Esta expresión puede transformarse teniendo en cuenta que

$$\frac{\cos i_1}{\cos i_2} = \frac{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 i_1}}{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 i_2}} = n \frac{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 i_1}}{\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2 i_1}}.$$

Poniendo este valor de  $\cos i_1 / \cos i_2$  en la fórmula (3), hallamos:

$$\delta i_2 = \frac{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 i_1}}{\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2 i_1}} \theta. \quad (4)$$

En el interferómetro, por lo general, el ángulo de incidencia de los rayos  $i_1 = 45^\circ$  y el índice de refracción del vidrio es aproximadamente igual a 1,55. Partiendo de estos valores numéricos de  $i_1$  y de  $n$ , de la fórmula (4) se deduce aproximadamente que

$$\delta i_2 = \frac{1}{2} \theta. \quad (4a)$$

Poniendo este valor de  $\delta i_2$  en la fórmula (2) obtenemos la siguiente expresión aproximada de la diferencia de marcha  $\Delta$  entre los rayos 1 y 2.

$$\Delta = tn \operatorname{sen} i_2 \cdot \theta. \quad (5)$$

Si la primera lámina del interferómetro se ilumina con un haz de rayos paralelos de luz monocromática, cualquiera que sea el par de rayos se producirá una misma diferencia de marcha. Después de refle-

jarse los rayos en ambas láminas se obtiene un campo uniformemente iluminado cuya brillantez depende del valor de  $\Delta$ . La brillantez es máxima cuando la diferencia de marcha  $\Delta$  es igual a un número entero de longitudes de onda y mínima cuando esta diferencia  $\Delta$  es igual a un número impar divisible por  $\lambda/2$ . Si sobre la primera lámina incide un haz de rayos divergentes a cada par de estos rayos le corresponderá un valor diferente del ángulo  $i_2$  y, según la fórmula (5), un valor diferente de  $\Delta$ . Como resultado se produce un sistema de franjas de interferencia en el que cada una de ellas corresponde a un valor determinado de  $i_2$ , es decir, es una franja de igual inclinación.

Las láminas del interferómetro de Jamin son gruesas para que los haces de rayos 1 y 2 queden bien separados entre sí. Esto hace posible interponer en la trayectoria de uno de estos haces cualquier sustancia refractora y de esta forma provocar una diferencia de marcha complementaria  $\Delta'$  entre dichos haces. Supongamos, por ejemplo, que a uno de los haces se le interpone una capa de una sustancia cuyo espesor es  $l$  y cuyo índice de refracción es  $n_2$ . Entonces, entre los rayos se producirá una diferencia complementaria de marcha

$$\Delta' = l(n_2 - n_1), \quad (6)$$

siendo  $n_1$  el índice de refracción del aire. Si esta diferencia de marcha  $\Delta' = k\lambda$ , la figura de interferencia se desplazará en  $k$  franjas. La magnitud  $k$  también puede ser, evidentemente, un número quebrado. Determinando  $k$  y conociendo el espesor de la lámina  $l$ , se puede hallar por medio de la fórmula (6) la diferencia entre los índices de refracción  $n_2 - n_1$ . Este procedimiento da la posibilidad de descubrir diferencias muy pequeñas entre los índices de refracción. Por ejemplo, si la figura de interferencia se desplaza en  $1/5$  de franja, siendo  $l = 10$  cm y  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  cm, tenemos que

$$n_2 - n_1 = \frac{k\lambda}{l} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10} = 10^{-6}.$$

Este interferómetro se emplea por su gran sensibilidad para medir los índices de refracción de los gases que se diferencian muy poco de la unidad. Para esto se le interpone a cada uno de los haces una cubeta. Las dos cubetas son exactamente iguales y se cierran por ambos extremos con tapas de vidrio de caras planas y paralelas también iguales. Una de las cubetas se llena del gas que se analiza, mientras que de la otra se extrae el aire. En estas condiciones, en la fórmula (6)  $n_1$  debe tomarse igual a la unidad, con lo que para el índice de refracción  $n_2$  que se busca obtenemos

$$n_2 = \frac{\Delta'}{l},$$

donde  $l$  es la longitud de la cubeta.

Otro tipo de interferómetro es el de Michelson.

En este aparato interfieren dos haces luminosos *I* y *II* (fig. 61) que se producen al reflejarse en el espejo semitransparente  $G_1$ , la luz que procede del foco *S*. El haz *I* incide normalmente sobre el espejo plano fijo  $M_1$ , se refleja en él y, después de atravesar el espejo semitransparente  $G_1$ , va a parar al anteojo *A*. El haz *II* incide perpendicularmente sobre el espejo plano  $M_{II}$ . Este último espejo puede desplazarse por unas guías, paralelamente a sí mismo, por medio de un tornillo micrométrico. Después de reflejarse en el espejo  $M_{II}$  y en el semitransparente  $G_1$ , el haz *II* también va a parar al anteojo *A*. El haz *II* pasa tres veces a través del espesor de la lámina  $G_1$ , mientras que el haz *I* solamente la atraviesa una vez (consideramos que la cara plateada del espejo semitransparente  $G_1$  está vuelta hacia el foco *S*). Para compensar la diferencia de marcha que esta circunstancia produce entre los haces, en el camino que sigue el haz *I* se interpone una segunda lámina transparente de caras planas y paralelas  $G_2$ , cuyo espesor es exactamente igual que el de la lámina  $G_1$ .

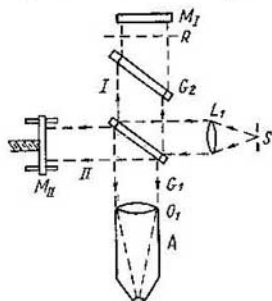


Fig. 61. Esquema del interferómetro de Michelson.

interferencia que es el resultado de la reflexión de la luz en dos planos: en el  $R$  y en el  $M_1$ . Por esto la figura que se observa coincide con la que se produce al reflejarse la luz en una lámina transparente (§ 262). Si los planos  $R$  y  $M_1$  son rigurosamente paralelos entre sí, en el interferómetro se observan franjas de igual inclinación en forma de círculos. La diferencia de marcha entre los haces *I* y *II* es  $\Delta = 2t \cos \varphi$ , donde  $t$  es la distancia entre los planos  $R$  y  $M_1$ , y  $\varphi$  es el ángulo de incidencia que forman los rayos con el espejo  $M_1$ . Los anillos brillantes se producen donde los valores de  $\varphi$  cumplen la condición:  $2t \cos \varphi = k\lambda$ , siendo  $k$  un número entero. Si los planos  $R$  y  $M_1$  están situados formando ángulo agudo entre sí actuarán lo mismo que una cuña y en el interferómetro podrán observarse franjas de igual espesor en forma de rectas paralelas a la arista de la cuña.

Las superficies de las lentes (objetivos) pueden inspeccionarse con un interferómetro de Michelson. Para esto el objetivo que se comprueba se introduce en una de las ramas del interferómetro a la vez que el espejo plano se sustituye por uno convexo cuyo centro coincide con el foco del objetivo *F*. En estas condiciones el haz de rayos paralelos, después de pasar por el objetivo y de reflejarse

en el espejo convexo, pasa de nuevo por el objetivo y sus rayos vuelven a ser paralelos. Si el objetivo carece totalmente de aberraciones los haces de luz de las dos ramas del interferómetro producen al encontrarse un campo uniformemente iluminado. Si el objetivo tiene aberraciones se ven anillos oscuros en aquellos sitios en que dicho objetivo produce una diferencia de marcha complementaria. Este procedimiento da la posibilidad de descubrir no sólo las discrepancias del objetivo respecto a la forma que se exige, sino también los defectos originados por la falta de homogeneidad del vidrio.

Los objetivos pueden comprobarse de una forma análoga realizando la interferencia de dos frentes de onda por el procedimiento de Linnik (§ 261). Para ello, entre el foco luminoso  $S$  y la lámina con el orificio  $S'$  (fig. 46) se coloca la lente  $L$  que se ensaya. El frente de onda que se origina junto al orificio puntual  $S'$  tiene forma de esfera regular, mientras que el frente de onda producido por la lente  $L$ , si ésta tiene aberraciones, estará deformado. Estas deformaciones del frente de onda pueden determinarse por las formas que tienen las franjas de interferencia que se observan.

**§ 265. Interferometría.** El desarrollo de la ciencia y de la técnica planteó ante la metrología la necesidad de realizar mediciones de extraordinaria precisión. En muchas ramas de la producción en serie, en las que tiene gran importancia que las piezas sean intercambiables, las diferencias entre las dimensiones de estas últimas no pueden exceder de algunas micras. Esto a su vez plantea la cuestión de crear patrones exactos de las magnitudes físicas y en particular un patrón de longitud.

Cuando se estableció el sistema de unidades «absolutas» *CGS* (t. I, § 3) se intentó elegir una unidad «natural» de longitud que con el tiempo no pudiera variar ni perderse. En calidad de esta unidad se propuso tomar una fracción determinada de la longitud de un meridiano terrestre. Pero la verificación de los patrones de longitud prácticamente utilizables con la longitud del meridiano terrestre representa un problema muy difícil y que no se puede resolver con la exactitud necesaria. Por esta razón, más adelante, se tomó como prototipo de patrón de longitud la distancia que hay entre dos trazos practicados en una regla especial de platino iridiado que se conserva en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas de Sévres (Francia). Esta regla fue el patrón primario del metro. Al mismo tiempo que el patrón primario se fabricaron 32 patrones tipo que se distribuyeron entre diversos países. En la URSS se conservan dos de estos metros tipo a los que corresponden respectivamente los números 14 y 28. Con el tiempo se apreció cierta diferencia entre las longitudes de los distintos patrones, diferencia que llegó a alcanzar  $0,7 \mu$ . Estas diferencias se deben probablemente a una variación lenta de la estructura de la aleación platino-iridio. Y como es evidente que ninguna regla patrón sólida puede garantizarse contra estas variaciones, es lógico adoptar un nuevo patrón de longitud. En calidad de tal puede tomarse la longitud de onda de cualquier raya del espectro excitada en determinadas condiciones. La longitud de las ondas luminosas depende únicamente de las

leyes físicas fundamentales y, por consiguiente, sobre ella no influyen las propiedades casuales de los materiales. Finalmente, las ondas luminosas son cómodas de utilizar en la práctica a pesar de que sus longitudes son pequeñas. El procedimiento interferencial permite comparar con la longitud de una onda luminosa o entre sí longitudes grandes (del orden de un metro) garantizando una gran exactitud.

De esta forma surgió una nueva rama de la metrología, la interferometría que utiliza para las mediciones exactas y para la comparación de longitudes la interferencia de la luz.

La primera comparación de la longitud de una onda luminosa con la longitud de un metro normal fue realizada por Michelson

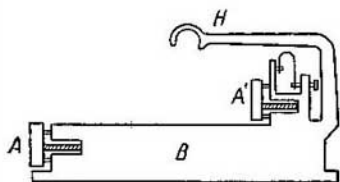


Fig. 62. Patrón de longitud.

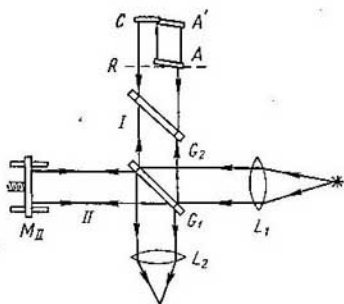


Fig. 63. Esquema del experimento para comparar la longitud de una onda luminosa con la de un patrón de longitud.

en 1890—1895. La longitud del metro normal fue comparada con la de la onda de la raya roja del cadmio. Se eligió esta raya por su gran nitidez. La comparación se llevó a cabo con un interferómetro de Michelson. La idea del método que se siguió para la medición consistió en contar el número de anillos de interferencia de igual inclinación que se desplazan al trasladar el espejo del interferómetro en una magnitud igual a la longitud de un patrón. La longitud de este patrón se tomó igual a 0,39 mm, ya que de ser ésta mayor hubiera sido fácil equivocarse al contar los anillos.

El aspecto exterior del patrón de longitud se muestra en la fig. 62.

Un robusto prisma metálico *B* soporta dos espejos *A* y *A'*, los cuales pueden colocarse de forma que queden paralelos entre sí. El brazo *H* sirve para desplazar el patrón. La distancia entre las

superficies reflectoras de los espejos  $A$  y  $A'$  determina la longitud del patrón.

El patrón  $AA'$  se coloca en el interferómetro en lugar del espejo fijo y junto a él se sitúa un espejo plano  $C$  (fig. 63). El interferómetro puede iluminarse si se desea con luz blanca o con la luz de la raya roja del cadmio. La superficie del espejo  $C$  se coloca de forma que quede rigurosamente paralela al plano  $R$ , el cual representa la imagen del espejo móvil  $M_{II}$  obtenida por medio de la lámina semiplataada  $G_1$ . Los espejos del patrón  $A$  y  $A'$  (paralelos entre sí) se colocan formando un pequeño ángulo con el plano  $R$  y, al principio, de tal manera que el espejo  $A$  corte al plano  $R$  según una línea vertical.

Como quiera que el plano  $R$  es la imagen del espejo  $M_{II}$ , para determinar el tipo de la figura de interferencia se puede tomar en consideración en lugar de la diferencia de marcha entre los haces  $I$  y  $II$ , la que hay entre el espejo dado ( $A$ ,  $A'$  o  $C$ ) y el «espejo»  $R$ .

Cuando el plano  $R$  se encuentra en la posición indicada se pueden observar, con la luz blanca, las franjas de interferencia de igual espesor que se producen debido a la diferencia de marcha entre el espejo del patrón  $A$  y el plano  $R$  o, con la luz de la raya del cadmio, los anillos de interferencia de igual inclinación del espejo  $C$ , paralelo al plano  $R$ . Primeramente el aparato se ilumina con la luz blanca y se observan las franjas de igual espesor. La existencia entre ellas de una franja nula indica que el plano  $R$  corta en realidad al espejo  $A$ . Desplazando un poco el espejo  $M_{II}$  puede conseguirse que la línea de corte coincida con el centro del espejo  $A$ . Hecho esto, el aparato se ilumina con la luz roja de la raya del cadmio y se observan los anillos de igual inclinación. Mientras se observan estos anillos se empieza a separar el espejo móvil  $M_{II}$  de manera que el plano  $R$  se traslade en la dirección que va desde el primer espejo  $A$  (del patrón) hasta el segundo espejo  $A'$ . Con esto los anillos se van aproximando al centro y desaparecen en él. A cada uno de los anillos desaparecidos le corresponde un desplazamiento del plano  $R$  igual a  $\lambda/2$ . El número de anillos que desaparecen se va contando y se sigue desplazando el espejo  $M_{II}$  hasta que el plano  $R$  corta al espejo  $A'$ . La colocación de este último puede hacerse valiéndose de las franjas de interferencia de igual espesor producidas por la luz blanca, de manera análoga a como se hizo para conseguir que el plano  $R$  cortara al espejo  $A$ . De esta forma queda establecido que el plano  $R$  se ha trasladado una magnitud igual a la distancia que hay entre los espejos del patrón  $A$  y  $A'$ . El número de anillos llegados al centro da el de longitudes de onda de la raya roja del cadmio que caben en dicha distancia.

Las mediciones llevadas a cabo demostraron que al desplazarse el plano  $R$  desde el espejo  $A$  hasta el  $A'$  del patrón de 0,39 mm de longitud desaparecieron 1 212,35 anillos, de donde se deduce

que la longitud de este patrón  $l_1$  era:

$$l_1 = \frac{1\,212,35}{2} \lambda_{\text{Cd}},$$

donde  $\lambda_{\text{Cd}}$  es la longitud de onda de la línea roja del cadmio.

La segunda parte del trabajo consistió en comparar la longitud del patrón de 0,39 mm con la de otros patrones sucesivos, los cuales se hicieron de tal manera que la longitud de cada uno de los siguientes era igual aproximadamente al doble de la del anterior. Las longitudes de estos patrones también se compararon entre sí por medio del interferómetro. La longitud del patrón máximo se tomó igual a 10 cm. Este último se comparó con la longitud del metro normal trasladándolo diez veces en una magnitud igual a su propia longitud. Michelson halló por este procedimiento que en la longitud del metro normal caben 1 553 163,5 longitudes de onda de la raya roja del cadmio, de donde resulta que la longitud de onda de esta raya es  $\lambda_{\text{Cd}} = 6\,438,4722 \cdot 10^{-10}$  m.

Poco tiempo después Fabry y Perot repitieron la comparación del metro normal con la longitud de una onda luminosa utilizando para ello los nítidos anillos de interferencia que producía el patrón ideado por ellos (§ 272). Esta medición dio como resultado que la longitud de la onda de la raya roja del cadmio  $\lambda_{\text{Cd}} = 6\,438,6496 \times 10^{-10}$  m. La notable diferencia entre este valor y el obtenido por Michelson no se debe a errores de uno u otros autores, sino a que este último resultado corresponde al aire seco a la temperatura de 15° C y presión de 760 mm Hg, mientras que Michelson no introdujo la corrección correspondiente a la humedad del aire. Si la longitud de la onda luminosa se refiere al vacío, resulta que el metro normal contiene 1 552 734,8 longitudes de onda de la raya roja del cadmio.

En el año 1960 la Conferencia Internacional de Pesas y Medidas tomó la resolución de admitir como unidad primaria de longitud la longitud de onda de la raya anaranjada del isótopo 86 del criptón ( $\text{Kr}^{86}$ ). Esta sustitución de la raya roja del cadmio por la anaranjada del criptón se debe a que esta última es más homogénea (monocromática) y con ella se pueden observar franjas de interferencia nítidas cuando las diferencias de marcha son grandes. Por medio de la interferometría se ha comparado con gran exactitud la longitud de onda de la raya anaranjada del criptón 86 con la del antiguo patrón. La nueva definición del metro en el sistema internacional (t. I, § 3) se basa en la relación que existe entre la longitud del metro y la de la onda de la raya anaranjada del  $\text{Kr}^{86}$  referida al vacío:

$$1\text{m} = 1\,650\,763,73\lambda(\text{Kr}^{86}).$$

La longitud de este nuevo metro se aproxima mucho a la del metro antiguo determinado por medio de la regla de platino iridiado.



La longitud de onda de la raya anaranjada del  $\text{Kr}^{86}$ , expresada en metros y referida al vacío, es igual a

$$\lambda_{\text{vac}} = 6\,057,8021 \cdot 10^{-10} \text{ m.}$$

Expresándola como generalmente se hace en angstrom ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ ) y refiriéndola al aire, se obtiene:

$$\lambda_{\text{aire}} = 6\,056.1122 \text{ \AA.}$$

La posibilidad de comparar grandes longitudes con la de una onda luminosa ha permitido un nuevo planteamiento del problema de los patrones del metro. El metro patrón a que nos referimos al principio de este párrafo se definía como la distancia entre *dos trazos* grabados en una regla de platino iridiado. Este tipo de patrón se llama *de trazos*. Sus defectos desde el punto de vista moderno son evidentes. Por el procedimiento de las interferencias sólo se puede comparar la longitud de una onda luminosa con la distancia que hay entre dos superficies especulares reflectoras con la particularidad de que esta distancia puede determinarse con una precisión de hasta pequeñas fracciones de longitud de onda. Los trazos hechos en la regla son mucho más gruesos: su anchura mide varias micras. Por esta razón en todas las medidas realizadas el mayor error se cometía en la última etapa, es decir, al comparar la longitud de uno de los patrones intermedios con la longitud del metro patrón.

Mucho más moderna es la medida de *caras paralelas* en forma de barra metálica cuyos extremos tienen superficies pulimentadas como espejos, lisas hasta fracciones de longitud de onda y paralelas entre sí hasta esta misma exactitud. En las medidas de caras paralelas se toma como longitud la distancia entre sus superficies extremas.

En la actualidad las mediciones se ven facilitadas por el hecho de que la longitud de onda de muchas rayas espectrales se conoce ya con un alto grado de exactitud. Esto evita el tener que contar directamente la cantidad de ondas que caben en la longitud dada. Así, por ejemplo, la longitud del patrón de Fabry y Perot (es decir, la distancia entre sus espejos; véase el § 272) puede compararse fácilmente con la longitud de una onda luminosa haciendo coincidir los anillos de interferencia de dos rayas espectrales distintas. Para simplificar supongamos que al observar en el patrón los anillos de igual inclinación de dos rayas cuyas respectivas longitudes de onda son  $\lambda$  y  $\lambda'$ , ambas producen en el centro del patrón una mancha brillante. En este caso tendremos las correlaciones

$$2t = k\lambda, \quad 2t = k'\lambda', \quad (1)$$

donde  $k$  y  $k'$  son números enteros. Si conocemos de antemano las magnitudes  $t$ ,  $\lambda$  y  $\lambda'$  con suficiente precisión, la determinación de los dos números enteros  $k$  y  $k'$  capaces de satisfacer las igualdades (1) se hace unívoca. Pero al determinar el valor del número entero  $k$  expresamos al mismo tiempo la longitud  $t$  del patrón en longitudes de onda  $\lambda$ . Si la elección de los números enteros resulta insegura por cualquier causa, debe utilizarse una tercera raya. Este procedimiento puede adaptarse también para comparar la longitud de dos medidas (galgas) de caras paralelas.

El procedimiento de la coincidencia simplifica mucho el trabajo de comparación de la longitud del metro patrón con la longitud de una onda luminosa. En la URSS un grupo de científicos bajo la dirección de M. F. Románova realizó la comparación de un metro tipo de caras (extremos) paralelas con la longitud de onda de la raya roja del cadmio valiéndose de un solo patrón intermedio. Este último era del tipo de los patrones de Fabry y Perot y estaba formado por un tubo metálico en cuyos extremos iban sujetos por contacto óptico dos espejos semiplateados. En el patrón se podía hacer el vacío. Su longitud era igual a 111,6 mm. Esta longitud se comparó por el procedimiento de la coincidencia con la onda de la raya roja del cadmio. Como segunda raya se tomó, la verde del

cadmio, cuya longitud de onda  $\lambda = 5\,085,8210 \cdot 10^{-10}$  m, y como control se adoptaron tres rayas del criptón. El segundo patrón también era tubular y tenía una longitud 9 veces mayor que la del primero. La construcción de los patrones fue tan exacta que la longitud del segundo sólo difería en  $0,5\mu$  de la del primero multiplicada por nueve. Esto hizo posible observar las franjas de interferencia con luz blanca, pasando el haz luminoso sucesivamente por los dos patrones. Las franjas se producían gracias a la pequeña diferencia de marcha que había entre los rayos, los cuales experimentaban nuevas reflexiones en el patrón pequeño y una en el grande. La observación de estas franjas permitía comparar la longitud de los patrones.

La longitud del patrón grande era algo mayor que un metro. El metro tipo de caras paralelas se colocaba dentro de este patrón. Entre los extremos de este metro y los dos espejos del patrón quedaban unos espacios estrechos que también se medían por el procedimiento de la coincidencia. Así se halló la longitud del metro de caras paralelas expresada en longitudes de onda de la raya roja del cadmio.

§ 266. Principio de Huygens-Fresnel. Una característica común a la propagación de todas las ondas es su propiedad de desviarse al pasar un obstáculo (es decir, producir difracción). Pero las proporciones de esta desviación dependen de la relación que existe entre las dimensiones del obstáculo y la longitud de onda. Por ejemplo, las ondas grandes que se propagan por la superficie del agua rodean por completo a un pilote, mientras que las olas pequeñas (cabbrillas) forman detrás del pilote una zona de «sombra» bien definida.

El principio de Huygens permite construir la nueva posición del frente de onda trazando la envolvente a las ondas elementales que se producen en cualquier punto de la posición que ocupaba dicho frente en un momento anterior. Esta construcción demuestra la desviación que sufre la onda después de pasar un obstáculo (compárese con lo dicho en el t. I, § 107). La fig. 64 representa una onda plana  $BB'$  que incide sobre un obstáculo  $AA'$  provisto de un orificio  $a$ . Parte del frente de esta onda llega al orificio  $a$  y cada uno de los puntos de dicho orificio se convierte en una fuente de ondas hemisféricas elementales. La envolvente de estas ondas elementales es plana solamente en su parte central, mientras que en los bordes se curva. De acuerdo con esto, los rayos (perpendiculares a la superficie de onda) se tuercen, es decir, se difractan en los bordes del orificio. No obstante, la descripción que nos da el principio de Huygens dista mucho de ser completa, puesto que no nos da la posibilidad de hallar la amplitud de las oscilaciones que se propagan en distintos sentidos. Y como la energía de las vibraciones viene dada por el cuadrado de la amplitud, la intensidad de las ondas que se tuercen queda indeterminada. Este defecto del principio de Huygens se subsana por medio del procedimiento de cálculo propuesto por Fresnel que está basado en un conocimiento más profundo del proceso ondulatorio y en el cual se tienen en cuenta las amplitudes y las fases de las vibraciones.

Supongamos que la superficie  $S$  (fig. 65) representa la posición de un frente de onda en un momento dado. Para determinar la vibración en el punto  $P$  que se encuentra delante del frente a una distancia  $r_0$ , según Fresnel, hay que hallar las vibraciones que llegan al punto  $P$  de todos los elementos de la superficie  $S$ , y después sumarlas teniendo en cuenta sus amplitudes y fases. La amplitud de las

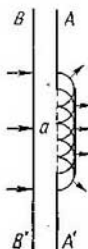


Fig. 64. Difracción de una onda plana al pasar por el orificio  $a$  del obstáculo  $AA'$ .

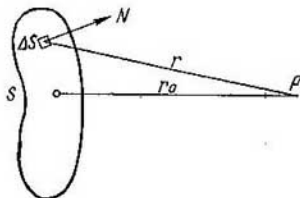


Fig. 65. Las vibraciones en el punto  $P$  se determinan sumando las que provienen de cada uno de los elementos de la superficie  $S$ .

vibraciones que llegan al punto  $P$  procedentes del elemento de superficie  $\Delta S$  depende de las dimensiones de este elemento, de la distancia  $r$  y del ángulo que forma la dirección  $r$  con la perpendicular a la superficie  $N$ . La fase de la vibración se determina por el camino  $r$  recorrido por las ondas. La suma de estas vibraciones elementales es problema que atañe al cálculo integral y que, en términos generales, puede ser muy complicado. Pero en los casos más simples, es decir, en aquellos en que existe simetría, como demostró Fresnel, la integración puede sustituirse por una simple suma algebraica o gráfica.

Analicemos el caso del paso de la luz por un orificio redondo. Sea  $A$  (fig. 66) un foco puntual de luz y  $C'C''$  un orificio redondo practicado en una pantalla opaca que se encuentra a una distancia  $R$  de  $A$ . Este orificio deja pasar únicamente una parte de la onda esférica procedente de  $A$ . Determinemos el efecto que produce esta onda en el punto  $P$  que se encuentra a una distancia  $r_0$  del orificio  $C'C''$  en la recta  $AA'$  que pasa por el centro del mismo. Para esto dividimos mentalmente la superficie de onda  $S$  en zonas anulares (zonas de Fresnel) de tal forma que las distancias que separen del punto  $P$  los bordes de dos zonas contiguas se diferencien entre sí en una semionda:

$$B_1P - B_0P = B_2P - B_1P = B_3P - B_2P = \dots = \frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

Entonces las vibraciones que llegan al punto  $P$  desde las partes correspondientes a dos zonas contiguas tendrán una diferencia de marcha de  $\lambda/2$ , es decir, llegarán al punto  $P$  en fases opuestas.

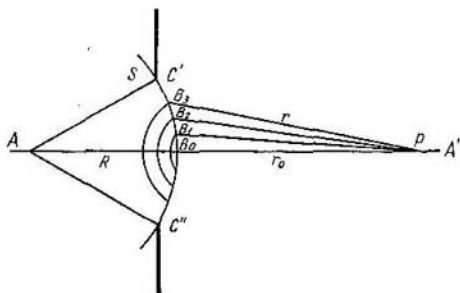


Fig. 66. Construcción de las zonas anulares.

La amplitud de las vibraciones procedentes de una zona tomada aisladamente depende del área de dicha zona, de la distancia  $r$  que hay desde ella hasta el punto  $P$  y del ángulo de inclinación que

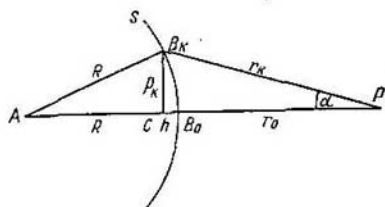


Fig. 67. Esquema para el cálculo de las dimensiones de las zonas anulares.

existe entre  $r$  y la perpendicular a la superficie de la zona. Demostremos ante todo que las áreas de las distintas zonas son aproximadamente iguales.

Llamemos  $\rho_k$  al radio de la zona  $k$ . De acuerdo con la fig. 67 tenemos

$$\rho_k^2 = R^2 - (R - h)^2 = r_k^2 - (r_0 + h)^2, \quad (1a)$$

de donde

$$h = \frac{r_k^2 - r_0^2}{2(R + r_0)}. \quad (2)$$

Pero según (1) la distancia que hay hasta la zona  $k$ , es decir  $r_k$ , es mayor que la distancia  $r_0$  en la magnitud  $k \frac{\lambda}{2}$ :

$$r_k = r_0 + k \frac{\lambda}{2}; \text{ de donde } r_k^2 - r_0^2 = kr_0\lambda + k^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2.$$

Considerando que la longitud de onda  $\lambda$  es mucho menor que la distancia  $r_0$ , obtenemos aproximadamente:

$$r_k^2 - r_0^2 = kr_0\lambda, \quad (3)$$

después de lo cual la igualdad (2) tomará la forma

$$h = k \frac{r_0}{R+r_0} \frac{\lambda}{2}. \quad (2a)$$

El área del segmento circular de radio  $\rho_k$  es igual a

$$\Delta S_k = 2\pi R h.$$

Poniendo aquí en lugar de  $h$  su valor según (2a), obtenemos:

$$\Delta S_k = k \frac{2\pi R r_0}{R+r_0} \frac{\lambda}{2}.$$

Dentro de los límites de este segmento caben  $k$  zonas anulares, por lo que el área de una zona  $\Delta S$  puede representarse como la diferencia entre el área de este segmento y la del segmento que abarca  $(k-1)$  zonas:

$$\Delta S = \Delta S_k - \Delta S_{k-1} = k \frac{2\pi R r_0}{R+r_0} \frac{\lambda}{2} - (k-1) \frac{2\pi R r_0}{R+r_0} \frac{\lambda}{2},$$

de donde

$$\Delta S = \frac{\pi R r_0}{R+r_0} \lambda.$$

Por lo tanto, el área de la zona con la aproximación indicada no depende de su número  $k$ , es decir, las áreas de todas las zonas son aproximadamente iguales. Por consiguiente, la amplitud de las vibraciones que llegan al punto  $P$  procedentes de las distintas zonas sólo depende de la distancia  $r_k$  y del ángulo que la dirección  $r_k$  forma con la perpendicular a la superficie de la zona. Al aumentar el número de la zona  $k$  aumentará también la distancia  $r_k$  y el ángulo de inclinación, por lo que las amplitudes  $a_k$  de las vibraciones que llegan hasta el punto  $P$  de las distintas zonas deben disminuir monótonamente al ir aumentando el número  $k$  de dichas zonas:

$$a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > \dots > a_k > a_{k+1} > \dots$$

Como quiera que las fases de las vibraciones que llegan al punto  $P$  procedentes de dos zonas contiguas son contrarias, la amplitud  $A_k$  de la vibración resultante, producida por la acción de  $k$  zonas,

será:

$$A_k = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - \dots \pm a_k, \quad (4)$$

donde el signo del último miembro será positivo cuando  $k$  sea impar y negativo cuando  $k$  sea par. Es evidente que si el número de zonas es par, su efecto se debilita por parejas y la amplitud de la vibración resultante  $A_k$  en el punto  $P$  será insignificante; cuando el número de zonas es impar el efecto de una de las zonas queda sin debilitarse y la amplitud  $A_k$  será mayor que cuando dicho número es par.

El valor de la amplitud  $A_k$  de la vibración resultante puede obtenerse con más exactitud dividiendo todos los términos impares de la suma (4) en dos sumandos:  $a_1 = \frac{a_1}{2} + \frac{a_1}{2}$ ;  $a_3 = \frac{a_3}{2} + \frac{a_3}{2}$ , etc. De esta forma, cuando  $k$  es impar obtenemos:

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \left( \frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2} \right) + \left( \frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2} \right) + \dots \\ \dots + \left( \frac{a_{k-2}}{2} - a_{k-1} + \frac{a_k}{2} \right) + \frac{a_k}{2}. \quad (4a)$$

Si  $k$  es par obtenemos

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \left( \frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2} \right) + \left( \frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2} \right) + \dots \\ \dots + \left( \frac{a_{k-3}}{2} - a_{k-2} + \frac{a_{k-1}}{2} \right) + \frac{a_{k-1}}{2} - a_k. \quad (4b)$$

Como las amplitudes  $a_k$ , según hemos dicho, disminuyen monótonamente al aumentar el número  $k$ , aproximadamente podemos admitir que la amplitud de las vibraciones producidas por una zona cualquiera  $k$  es igual a la semisuma de las amplitudes de las vibraciones que producen las zonas  $(k-1)$  y  $(k+1)$ :

$$a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2},$$

de donde todos los sumandos de las series (4a) y (4b) encerrados entre paréntesis serán iguales a cero y, por consiguiente, cuando  $k$  es impar:

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \frac{a_k}{2}, \quad (5)$$

y cuando  $k$  es par:

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \frac{a_{k-1}}{2} - a_k. \quad (5a)$$

Si el número de zonas  $k$  es suficientemente grande, las amplitudes de las oscilaciones producidas por las zonas  $(k-1)$  y  $k$  se diferenciarán poco entre sí, de donde aproximadamente

$$\frac{a_{k-1}}{2} - a_k = -\frac{a_k}{2}.$$

De esta forma, las igualdades (5) y (5a) toman el aspecto:

$$A_k = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_k}{2}, \quad (6)$$

donde el signo más corresponde a un número impar de zonas y el signo menos a un número par de las mismas.

El número de zonas que cabe en la parte del frente de onda que la pantalla no cierra depende de la relación que existe entre las dimensiones del orificio y la longitud de onda  $\lambda$  y del sitio en que aquél se encuentre. Según la fórmula (1a) el radio  $\rho_k$  de la zona  $k$  viene determinado por la igualdad

$$\rho_k^2 = r_k^2 (r_0 + h)^2 = r_k^2 - r_0^2 - 2r_0h - h^2.$$

Suponiendo que  $h$  es mucho menor que  $r_0$ , podemos despreciar el miembro  $h^2$ , entonces

$$\rho_k^2 = r_k^2 - r_0^2 - 2r_0h.$$

Poniendo en esta igualdad en lugar de  $h$  su valor según (2a), obtenemos

$$\rho_k^2 = r_k^2 - r_0^2 - k \frac{r_0^2}{R + r_0} \lambda,$$

y finalmente, sustituyendo, según (3),  $r_k^2 - r_0^2$  por  $kr_0\lambda$ , hallamos

$$\rho_k^2 = k \frac{r_0 R}{R + r_0} \lambda,$$

de donde

$$\rho_k = \sqrt{k \frac{r_0 R}{R + r_0}}. \quad (7)$$

Evidentemente  $\rho_k$  es al mismo tiempo el radio del orificio de la pantalla que analizamos. De aquí resulta que un orificio de radio  $\rho$  abre una parte del frente de onda en la cual cabe un número de zonas

$$k = \frac{\rho}{\lambda} \frac{\rho(R + r_0)}{r_0 R}. \quad (8)$$

Cuando el frente de onda que llega a la pantalla es plano ( $R = \infty$ ) la fórmula (8) toma la forma:

$$k = \frac{\rho}{\lambda} \frac{\rho}{r_0}.$$

o

$$k = \frac{\rho}{\lambda} \alpha, \quad (8a)$$

donde  $\alpha = \frac{\rho}{r_0}$  es el ángulo bajo el cual se observa el orificio de la pantalla desde el punto  $P$ .

La amplitud de la vibración resultante en el punto  $P$  depende del número de zonas abiertas  $k$ . Cuando se dan la longitud de onda,

la distancia a que se encuentra la pantalla y las dimensiones del orificio que hay en ésta ( $\lambda$ ,  $R$  y  $\rho$ ), el número de zonas abiertas  $k$  viene determinado por la posición del punto  $P$ . Para diferentes puntos  $P$  el número  $k$  será distinto. En aquellos puntos  $P$  para los que  $k$  es impar la amplitud de la vibración resultante  $A_k$  será mayor, y en aquellos puntos  $P$  para los que  $k$  sea par, será menor. El cuadrado de la amplitud determina la energía de la vibración. A su vez la energía de las vibraciones luminosas determina la iluminación. De esta forma, al avanzar a lo largo de la recta  $B_0A'$  (fig. 66) nos encontraremos unas veces con mayor iluminación y otras con menor.

Cuando se dan  $R$  y  $r_0$ , es decir, la posición del foco luminoso, la pantalla con el orificio y el punto de observación  $P$ , la iluminación de este último dependerá de las dimensiones del orificio  $\rho$  y de la relación que exista entre éstas y la longitud de onda  $\lambda$ .

De esta forma llegamos a la conclusión de que *la luz no se propaga en línea recta; la iluminación en el punto  $P$  depende de las dimensiones y de la posición que tenga el orificio  $C'C''$  y viene determinada por la acción de todos los puntos que se encuentran en la parte abierta del frente de onda.*

Si las dimensiones del orificio  $C'C''$  se aumentan hasta el infinito, es decir, si se deja abierta toda la superficie del frente de onda  $S$ , la acción de la última zona  $a_k$  se hará infinitamente pequeña y, de acuerdo con (6), la amplitud de la vibración resultante  $A_\infty$ , en el punto  $P$ , será igual a

$$A_\infty = \frac{a_1}{2}.$$

Si las dimensiones del orificio  $C'C''$  son tales que, con relación al punto  $P$ , en la superficie del orificio cabe un número de zonas impar, la amplitud de las vibraciones en el punto  $P$  será

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \frac{a_k}{2},$$

es decir, *mayor* que cuando el frente está abierto por completo. El valor de  $A_k$  será máximo en un punto  $P$  para el cual en la superficie del orificio solamente quepa la primera zona. En este caso  $A_1 = a_1$ , es decir, será dos veces mayor que  $A_\infty$ .

Cuando el número de zonas abiertas es grande,  $\frac{a_k}{2}$  será pequeño y la amplitud de la vibración resultante  $A_k$  se diferenciará poco de la amplitud  $A_\infty$  correspondiente al frente abierto por completo. De aquí se deduce que las dimensiones del orificio  $C'C''$  dejan de influir en la iluminación del punto  $P$  cuando el número de zonas abiertas es grande. Si la luz se propagara en línea recta, las dimensiones del orificio no deberían influir en absoluto en la iluminación del punto  $P$ . De aquí deducimos que *las conclusiones a que conducen la teoría ondulatoria y la idea de la propagación rectilínea de*



la luz comienzan a coincidir cuando el número de zonas abiertas es grande. Aplicando las expresiones de  $k$  que hemos deducido es fácil calcular en qué condiciones puede ser grande el número de zonas que caben en la superficie del orificio. Por ejemplo, en el caso del frente de onda plano ( $R = \infty$ ), para un punto  $P$  situado a una distancia  $r_0 = 50$  cm de un orificio de radio  $\rho = 5$  mm y siendo la longitud de onda de la luz  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  cm, de acuerdo con (8a)

$$k = \frac{0,5}{5 \cdot 10^{-5}} \frac{0,5}{50} = 100.$$

Es decir, en estas condiciones en el área del orificio cabe ya un número suficiente de zonas y aunque se continúen aumentando las dimensiones de aquél esto no influirá prácticamente en la iluminación del punto  $P$ , es decir, el resultado será el mismo que si la luz se propagara en línea recta. Pero para un punto  $P$  que se encuentre a 50 m de distancia de este mismo orificio de radio  $\rho = 5$  mm, en el área de este último sólo cabrá una zona y la influencia del carácter ondulatorio de la propagación de la luz se dejará sentir claramente.

Los resultados obtenidos por Fresnel pueden comprobarse fácilmente con un experimento cuyo esquema se muestra en la fig. 68. Una fuente de luz muy intensa  $S$  (por ejemplo, el cráter de un arco voltaico) se proyecta por medio de

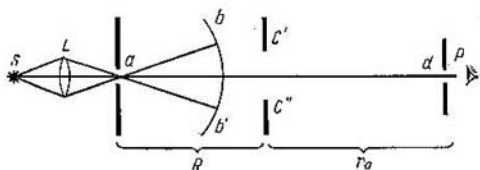


Fig. 68. Esquema para demostrar que la iluminación depende del número de zonas de Fresnel abiertas.

la lente  $L$  sobre una pantalla opaca en la que hay un pequeño orificio  $a$ . Este orificio sirve a su vez de foco puntual de luz y produce un frente de onda esférico  $bb'$ . Para observar la acción de este frente colocaremos un ojo en el punto  $P$ . Con objeto de fijar el ojo en una dirección perfectamente determinada es conveniente colocar delante de él una pantalla opaca provista de un orificio  $d$  y mirar a través del mismo. En el camino a recorrer por el frente de onda se interpone un diafragma de iris cuya abertura es el orificio  $C'C''$ . Al variar las dimensiones del orificio del diafragma llegarán al ojo las vibraciones correspondientes a un número de zonas par o impar y harán que éste perciba unas veces más luz y otras menos.

Las dimensiones convenientes del orificio del diafragma pueden calcularse por la fórmula (7). Si desde el foco principal  $a$  hasta el diafragma se toma una distancia  $R = 10$  m y la distancia  $r_0$  desde dicho diafragma hasta el ojo del

observador es también igual a 10 m, según (7), tendremos que si  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  cm

$$\rho_k = \sqrt{\frac{10^3 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^3} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{k}} \text{ cm} \approx 0,17 \cdot \sqrt{k} \text{ cm.}$$

Como puede verse, en estas condiciones el radio de la zona central es igual a 1,7 mm y el de la novena zona igual a 5,1 mm. Estas dimensiones del orificio son fáciles de conseguir con un buen diafragma de iris, y a medida que van aumentando no es difícil apreciar a simple vista los reforzamientos y debilitaciones periódicas de la luz.

§ 267. Composición gráfica de las amplitudes. A las mismas conclusiones que sacamos en el § 266 se puede llegar también por el procedimiento de la composición gráfica de las vibraciones, con la particularidad de que para esto no es necesario construir las zonas anulares de forma que las vibraciones que de ellas proceden lleguen al punto  $P$  (fig. 67) en fases opuestas. Podemos examinar zonas tan estrechas como se desee.

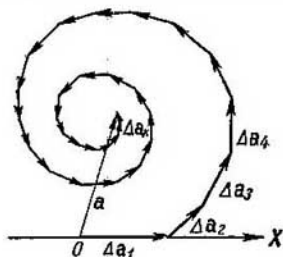


Fig. 69. Suma gráfica de los vectores amplitud de las vibraciones procedentes de las distintas zonas.

Para la composición gráfica de las vibraciones aplicaremos el concepto de vector amplitud  $a$  (véase el t. I, § 100). Se entiende por vector amplitud un vector  $a$  cuya longitud es igual a la amplitud y que forma con un eje  $OX$  dado un ángulo  $\alpha$  correspondiente a la fase inicial de la vibración que se estudia. Cuando se suman varios movimientos vibratorios representados por medio de vectores  $a_i$ , la vibración resultante estará representada por un vector  $a$  igual a la suma vectorial de los vectores  $a_i$ ; la longitud del vector  $a$  nos dará la amplitud y el ángulo que forme con el eje  $OX$  expresará la fase inicial de la vibración resultante.

Dividamos la superficie libre del frente de onda en zonas anulares muy estrechas. La vibración que llega al punto  $P$  desde la primera zona estará representada por un vector  $\Delta a_1$ . Supongamos que la fase inicial de esta vibración es igual a cero. En este caso, en la fig. 69 el vector  $\Delta a_1$  se situará a lo largo del eje  $OX$ . La amplitud de la vibración que llega al punto  $P$  procedente de la segunda zona es algo menor que la de la primera zona; además esta vibración estará un poco retardada en fase respecto a la vibración producida por la primera zona. Por lo tanto, la vibración que la segunda zona produce en el punto  $P$  se representará con el vector  $\Delta a_2$ , cuya longitud será menor que la del vector  $\Delta a_1$ , y el cual formará un ángulo algo mayor con el eje  $OX$ . Tracemos este vector a partir del extremo

de la vibración que la segunda zona produce en el punto  $P$  se representará con el vector  $\Delta a_2$ , cuya longitud será menor que la del vector  $\Delta a_1$ , y el cual formará un ángulo algo mayor con el eje  $OX$ . Tracemos este vector a partir del extremo

del  $\Delta a_1$ , como se muestra en la fig. 69. La vibración debida a la tercera zona se representa con el vector  $\Delta a_3$ , cuya longitud es más pequeña aún y que forma un ángulo un poco mayor con el eje  $OX$ , y así sucesivamente. El conjunto de los vectores  $\Delta a_i$  forma una línea quebrada en espiral. La vibración resultante en el punto  $P$  vendrá representada por el vector  $a$ , que une el punto  $O$  con el extremo del vector  $\Delta a_n$  correspondiente a la vibración procedente de la última zona abierta.

Supongamos que las zonas se han trazado de tal forma que la diferencia de fases entre las vibraciones de las zonas contiguas es constante e igual, por ejemplo, a  $\pi/6$ . En la fig. 70,  $a$  puede verse la suma de los primeros seis vectores  $\Delta a_i$ . En este caso el último de los

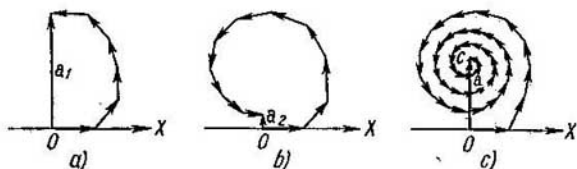


Fig. 70. Suma de los vectores amplitud de las vibraciones precedentes: de la primera zona (a), de las dos primeras zonas (b) y del frente de onda abierto por completo (c).

seis vectores tiene fase opuesta a la del vector  $\Delta a_1$ , de donde las primeras seis zonas examinadas corresponderán en este caso a la primera zona de Fresnel. De esta forma el vector  $a_1$  corresponde a la vibración que produce la primera zona de Fresnel. De la misma forma, el vector  $a_2$  (fig. 70, b) representa la vibración debida a las dos primeras zonas de Fresnel, y así sucesivamente. Como puede verse, la longitud del vector  $a_2$  es menor que la del vector  $a_1$ , lo que está de acuerdo con la deducción sacada en el párrafo anterior, según la cual la amplitud de la vibración en el punto  $P$  es mayor cuando sólo hay una zona abierta que cuando hay dos. En general, el valor de la amplitud de la vibración que obtenemos en el punto  $P$  será unas veces mayor y otras menor, dependiendo del número de zonas abiertas. A un frente de onda abierto por completo le corresponderá un número de zonas infinitamente grande y una convergencia asintótica de la quebrada hacia el centro  $C$  (fig. 70, c). De aquí se deduce que la longitud del vector  $a_\infty$  que une los puntos  $O$  y  $C$ , da la amplitud de las vibraciones producidas en el punto  $P$  por un frente de onda abierto por completo. Comparando las figuras 70, a y 70, c puede verse que  $a_\infty = \frac{a_1}{2}$ , lo que coincide con el resultado de la suma algébrica realizada en el § 266.

En el límite, tomando zonas infinitamente estrechas, se obtiene un número infinitamente grande de vectores  $\Delta a_i$  de longitud infinitamente pequeña y cada uno de ellos formará un ángulo infinitamente pequeño con el vector anterior. Como resultado de esto la línea quebrada de la fig. 70,  $c$  se convierte en la espiral representada en la fig. 71.

Estudiemos ahora el caso de un frente de onda plano que incide sobre una pantalla opaca en la que hay un orificio redondo. En este caso, según la fórmula (8a) del § 266, a cada punto de la espiral, por ejemplo, al punto  $B$  de la fig. 71, le corresponderá un valor determinado de la relación  $\frac{\rho}{\lambda} \alpha$ , donde  $\rho$  es el radio del orificio y  $\alpha$  el ángulo bajo el cual se observa este orificio desde el punto  $P$

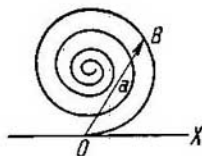


Fig. 71. Cuando las zonas se toman infinitamente estrechas la línea quebrada que forman los vectores amplitud se convierte en una espiral.

(fig. 67). La longitud del vector  $a$ , que une el punto  $O$  con el  $B$ , da la amplitud de las vibraciones que produce en el punto  $P$  toda la parte del frente de onda que deja abierta el orificio redondo que estudiamos. Supongamos, por ejemplo, que mientras permanece invariable el radio  $\rho$  del orificio, se traslada el punto  $P$  a lo largo del eje  $AA'$  (fig. 66), es decir, que varía el ángulo  $\alpha$ . A este traslado le corresponderá un desplazamiento continuo del punto  $B$  por la espiral. Al ocurrir esto, la longitud del vector  $OB = a$  aumentará o disminuirá periódicamente, hecho que indica cómo la iluminación varía periódicamente a lo largo del eje  $AA'$  (fig. 66). A este mismo resultado llegamos en el párrafo 266 por medio

de la suma algébrica, con la única diferencia de que allí la construcción de las zonas de Fresnel solamente permitía hallar las amplitudes de la iluminación en aquellos puntos  $P$  para los que el número de zonas abiertas era igual a un número entero. Ahora, gracias a que las zonas consideradas son infinitamente pequeñas, podemos hallar la amplitud de las vibraciones en cualquier punto  $P$ .

En adelante, cuando estudiemos los diferentes casos de difracción, emplearemos este procedimiento gráfico de composición de las vibraciones.

En el procedimiento de cálculo propuesto por Fresnel existen algunas confusiones de principio. Figurémonos un foco puntual  $A$  (fig. 72) en torno al cual se forma un frente de onda esférico  $BCED$  en un momento dado. Para determinar la amplitud de las vibraciones en el punto  $P$  tendremos que componer en este punto las vibraciones que llegan a él procedentes de todas las partes del frente de onda  $CBD$ . La parte  $DEC$  del frente (es decir, la parte «posterior») no se tiene en cuenta en el cálculo. Si trazamos una perpen-

dicular externa  $N$  a la superficie, según lo dicho anteriormente, la amplitud de las vibraciones que llegan al punto  $P$  depende del valor del ángulo  $\gamma$  que forma la dirección  $r$  con la perpendicular  $N$ . Las vibraciones que tienen mayor amplitud son las que llegan a  $P$  procedentes del elemento de superficie que se encuentra junto al punto  $B$ , donde el ángulo  $\gamma = 0$ . Las amplitudes de las vibraciones que proceden de los elementos de superficie próximos a los puntos  $C$  y  $D$ , donde  $\gamma = \pi/2$ , son iguales a cero. También hay que considerar iguales a cero las amplitudes de las vibraciones

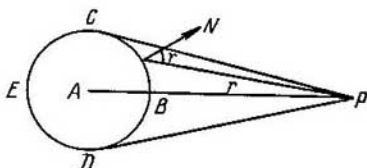


Fig. 72. El método de Fresnel tiene en cuenta únicamente las vibraciones procedentes de la mitad «delantera»  $CBD$  del frente de onda esférico.

producidas por todos aquellos elementos de superficie en que  $\gamma > \pi/2$ . De esta forma no se tienen en cuenta las vibraciones de la mitad «posterior» de la superficie de onda. Esta es una de las circunstancias que la teoría de Fresnel no fundamenta.

El segundo defecto del procedimiento de Fresnel consiste en que da un valor falso de la fase inicial de la vibración en el punto  $P$ . El valor de la fase de la vibración resultante en el punto  $P$ , hallado por el medio de la composición gráfica de las vibraciones que llegan de las diferentes zonas de un frente abierto por completo, se diferencia en  $\pi/2$  del valor real.

Efectivamente, supongamos que sobre una pantalla con un orificio incide una onda plana. Si el orificio es tan pequeño que con relación a un punto determinado  $P$  solamente está abierta una pequeña parte de la zona central de Fresnel, la vibración en el punto  $P$  estará representada en la fig. 70, c por la primera flecha (vector), paralela al eje  $OX$ . Cuando el frente está abierto por completo la vibración en el punto  $P$  se representará por el vector  $a_{\infty}$ , perpendicular al eje  $OX$ . Según esto la fase de las vibraciones procedentes de un frente de onda plano infinito debería retrasarse en  $\pi/2$  respecto a la fase de las vibraciones procedentes de un orificio pequeño, es decir, de las vibraciones que se propagan en forma de onda hemisférica elemental.

No obstante, el procedimiento de Fresnel es útil, puesto que con él se consiguen valores exactos de las amplitudes de las vibraciones y, por consiguiente, de la iluminación. Y en la mayoría de

los problemas lo importante es precisamente conocer la iluminación.

El cálculo exacto de la difracción sólo puede obtenerse basándose en la teoría electromagnética de la luz. El resultado depende en parte del carácter del material de que está hecha la pantalla que bordean las ondas. Para cuerpos conductores de formas geométricas simples los cálculos exactos fueron realizados por V. A. Fok.

§ 268. **Difracción por obstáculos opacos.** Como ya dijimos, los fenómenos de difracción se observan cuando los haces luminosos son interceptados parcialmente por obstáculos opacos. La difracción que se observa en estas condiciones directamente, sin necesidad de emplear sistemas ópticos, se llama *difracción de Fresnel*. Estos casos de difracción pueden analizarse por el procedimiento de las zonas que expusimos en el párrafo anterior. Estudiemos algunos casos particulares de difracción de Fresnel.

1. **Difracción por un orificio circular.** Sea  $A$  un foco puntual de luz (fig. 73),  $B$  una pantalla opaca con un orificio circular  $D$ ,

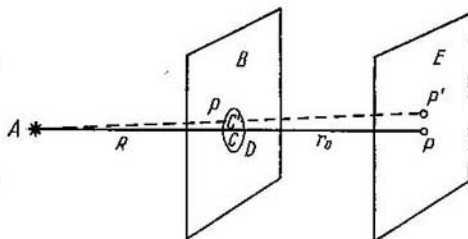


Fig. 73. Esquema del experimento para observar la difracción producida por un orificio redondo.

cuyo centro es  $C$ , y finalmente, sea  $E$  la pantalla en que se observa la iluminación. Si la luz se propagara en línea recta obtendríamos en la pantalla  $E$  un círculo iluminado con bordes nítidos. Pero en realidad se produce una figura más compleja. El efecto del frente de onda que pasa por el orificio  $D$  en el punto  $P$  del eje  $AC$  ya lo determinamos antes. El hecho de que la iluminación en el punto  $P$  sea mayor o menor que la que produciría el mismo frente si no estuviera cerrado depende de que el número de zonas de Fresnel que caben en el orificio  $D$ , en las condiciones concretas en que se hace el experimento, sea impar o par. Para hallar la iluminación en un punto cualquiera  $P'$ , que no se encuentre en el eje  $AC$ , deberemos razonar de la manera siguiente. Si la pantalla  $B$  no existiera, determinaríamos la acción del frente de onda en el punto  $P'$  cons-

truyendo las zonas anulares de Fresnel con centro en el punto  $C'$ . Cuando existe la pantalla  $B$  el orificio  $D$  se encuentra descentrado con relación a estas zonas. La parte abierta de las zonas tendrá el aspecto que se representa en la fig. 74, donde para mayor claridad las zonas impares se han rayado. La acción de estas zonas en el punto  $P'$  viene determinada no sólo por su número, sino también por la parte de cada zona que queda abierta. El cálculo exacto de la amplitud de la vibración resultante en el punto  $P'$  es muy complicado, pero está claro que a medida que nos alejamos del punto  $P$  encontraremos periódicamente sitios en que la iluminación es mayor y sitios en que es menor. Pero como quiera que el conjunto de esta figura debe tener simetría circular, alrededor del punto  $P$  se formarán anillos brillantes y oscuros que se suceden unos a otros. En la parte inferior de la foto 2 (véase el apéndice) puede verse la difracción producida por orificios circulares de distintas dimensiones (el número  $n$  indica el de zonas que caben dentro de los límites del orificio). En la parte superior de esta misma foto se dan las curvas de distribución de la intensidad luminosa correspondiente a las figuras de la parte inferior. El número de anillos brillantes y oscuros que se observan y la posición de los mismos depende del número de zonas que caben en el área del orificio  $D$  en las condiciones en que se hace la observación. Según la fórmula (8) del § 266, en un orificio de radio  $\rho$  cabe un número de zonas  $k$  que viene determinado por la igualdad

$$k = \frac{\rho}{\lambda} \frac{\rho(R+r_0)}{r_0 R}. \quad (1)$$

Como puede verse, este número  $k$  depende de la relación que existe entre el radio del orificio  $\rho$  y la longitud de onda  $\lambda$  y entre la distancia  $R$ , desde el foco hasta la pantalla, y la  $r_0$ , desde la pantalla hasta el sitio de observación. Cuando la distancia  $R$  aumenta hasta el infinito la fórmula (1) se transforma en la (8a) del § 266. El número de zonas  $k$  puede ser pequeño, aun cuando las dimensiones del orificio  $D$  sean considerables, siempre que las distancias  $R$  y  $r_0$  sean suficientemente grandes. Si el área del orificio es cubierta solamente por la zona central de Fresnel o por parte de ella, en la pantalla  $E$  se obtiene una mancha difusa a cuyo alrededor no habrá anillos claros ni oscuros. Cuando en el área del orificio cabe un gran número de zonas de Fresnel, la iluminación en las proximidades del punto  $P$  será prácticamente uniforme y solamente junto a los bordes de la sombra geométrica se observarán unas franjas claras y oscuras, bastante estrechas, que se suceden entre sí.



Fig. 74. Disposición de las zonas correspondiente a la dirección oblicua.

Todos estos razonamientos se basan en la suposición de que el foco luminoso  $A$  es puntual. Pero cualquier fuente real de luz tiene extensión. En este caso tenemos que dividir dicha fuente de luz en una serie de focos puntuales y considerar que cada uno de ellos produce su figura de difracción. Estas figuras de difracción estarán algo desviadas entre sí. Las dimensiones de la fuente luminosa deberán ser tan pequeñas que las franjas claras y oscuras producidas por los diferentes focos puntuales no se superpongan, puesto que de ocurrir esto las figuras de difracción se desvanecerían por completo.

2. **Difracción por una pantalla circular opaca.** Sea  $A$  otra vez un foco puntual luminoso y  $D$  un disco opaco con centro en el punto  $C$  (fig. 75). Determinemos en primer lugar el efecto que produce el frente de onda en el punto  $P$  situado en el eje  $AC$ . Supongamos que

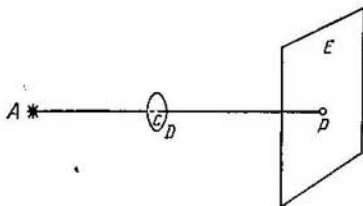


Fig. 75. Esquema del experimento para observar la difracción producida por un disco opaco.

la pantalla  $D$  cubre las  $k$  primeras zonas. Entonces al punto  $P$  llegarán las vibraciones de todas las demás zonas, comenzando por la  $(k + 1)$ . Componiendo la acción de todas estas zonas, de la misma forma que lo hicimos en el § 266, llegaremos a la conclusión de que la amplitud de la vibración  $A_P$  en el punto  $P$  será igual a la mitad de la amplitud de las vibraciones procedentes de la zona  $(k + 1)$ :

$$A_P = \frac{a_{k+1}}{2}.$$

Es decir, independientemente de las dimensiones que tenga y de la posición que ocupe el disco opaco, en el centro de su sombra geométrica siempre habrá luz. El número de zonas cubiertas solamente influye en la intensidad de esta luz. Cuando el disco cubre muchas zonas,  $\frac{a_{k+1}}{2}$  es pequeña, y por consiguiente, es pequeña la iluminación en el punto  $P$ .

Para los puntos que no se encuentran en el eje  $AC$  el disco resultará descentrado con relación a las zonas. La amplitud resultante será entonces mayor o menor en función de la parte de las



zonas cubiertas. De esta forma llegamos a la conclusión de que el punto brillante central estará rodeado de una serie de anillos claros y oscuros alternativos. Si el disco cubre únicamente una parte pequeña de la zona central, las ondas lo bordean totalmente y no produce sombra.

A la deducción de que debía existir una mancha brillante en el centro de la sombra producida por un disco se llegó inmediatamente después de haber aparecido el primer trabajo de Fresnel sobre el método de componer las vibraciones procedentes de las diferentes zonas de un frente de onda. Esta deducción resultó tan inesperada que llegó a utilizarse como argumento en contra de la teoría de Fresnel. Pero poco tiempo después fue demostrada experimentalmente la existencia de la mancha brillante en el centro de la sombra.

La figura de difracción que produce un disco opaco se puede intentar determinar comparándola con la figura de difracción que produce un orificio circular que tenga las mismas dimensiones y la misma posición respecto a la fuente luminosa y al sitio de observación. Dos pantallas construidas de forma que la parte transparente de una corresponda a la opaca de la otra y viceversa se llaman *complementarias*. Puede parecer que dos pantallas complementarias deben producir figuras de difracción que se complementen entre sí, es decir, que donde la una produce una franja brillante la otra producirá una oscura. Pero esto, en general, no es cierto.

Efectivamente, sea  $a$  la amplitud de la vibración que produce en el punto  $P$  un frente de onda abierto por completo,  $a_1$  la amplitud de la vibración que produce en el mismo punto  $P$  dicho frente de onda cuando se interpone una pantalla determinada, y  $a_2$  la amplitud de la vibración cuando se interpone otra pantalla complementaria de la primera.

En estas condiciones, representando cada una de estas vibraciones por su vector amplitud  $a$ ,  $a_1$  y  $a_2$ , obtendremos:

$$a_1 + a_2 = a. \quad (2)$$

Esta igualdad, que relaciona entre sí los tres vectores  $a$ ,  $a_1$  y  $a_2$ , permite hallar el efecto de una pantalla cualquiera si se conoce el de la pantalla complementaria. Pero en la igualdad (2) puede verse que para determinar una de las amplitudes, por ejemplo, la  $a_2$ , hay que conocer además de las amplitudes  $a_1$  y  $a$ , las *fases* de las tres vibraciones. Es decir, la aplicación práctica de la igualdad (2) no es fácil. Solamente existe un caso particular en que no es necesario conocer las fases: cuando uno de los vectores amplitud, por ejemplo, el  $a_1$ , es igual a cero, en cuyo caso, según (2),  $a_2 = a$ . Esto significa que si en un punto cualquiera no existen en absoluto vibraciones cuando se halla interpuesta una pantalla determinada, al interponer la pantalla complementaria, en este mismo punto, se producirá una iluminación igual a la que produciría el frente de onda abierto. Pero la deducción inversa es falsa: si con una pantalla determinada la amplitud  $a_1 = a$  en un punto dado, al interponer la pantalla complementaria, en este mismo punto la amplitud  $a_2$  puede tener cualquier valor comprendido entre 0 y  $2a_1$ . Esto último ocurre cuando las fases de las vibraciones  $a_1$  y  $a_2$  son opuestas.

**3. Difracción por el borde rectilíneo de un semiplano.** Sea un semiplano opaco con borde rectilíneo (fig. 76). Supongamos que sobre este semiplano incide un frente de onda luminosa paralelo

a él. Si la luz se propagara en línea recta, en la pantalla obtendríamos una sombra nítida del semiplano. Pero en realidad, debido a la naturaleza ondulatoria de la luz, en la pantalla  $D$  se observa una figura de difracción compleja. Para determinar esta figura utilizaremos el método del Fresnel de composición de las vibraciones procedentes de diferentes zonas del frente de onda. Como en el caso que estudiamos el frente de onda carece de simetría esférica, en lugar de las zonas anulares tomaremos zonas en forma de franjas.

Veamos lo que ocurre con las vibraciones procedentes del frente de onda al llegar a un punto cualquiera  $P$  de la pantalla  $D$ . Levantemos desde el punto  $P$  una perpendicular  $PB_0$  al frente de onda.

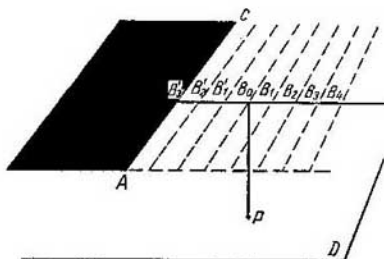


Fig. 76. Esquema del experimento para observar la difracción producida por el semiplano  $AC$ .

Tracemos una serie de zonas, en forma de franjas de igual anchura dispuestas simétricamente a derecha e izquierda del punto  $B_0$ , tan estrechas que las vibraciones que llegan al punto  $P$  procedentes de dos zonas contiguas sólo tengan una pequeña diferencia de fase. Para hallar la amplitud de la vibración resultante en el punto  $P$  emplearemos el método gráfico de la suma de los vectores amplitud (§ 267). El vector amplitud  $\Delta a_1$ , de las vibraciones que llegan al punto  $P$  procedentes de la primera zona  $B_0B_1$ , lo trazaremos en la gráfica (fig. 77) a lo largo del eje  $OX$ , hacia la derecha. El vector amplitud de las vibraciones procedentes de la segunda zona  $B_1B_2$  será algo más corto y tendrá cierto retraso de fase. Por esto lo representaremos con la flecha  $\Delta a_2$ . De la misma manera el vector amplitud de las vibraciones procedentes de la tercera zona vendrá representado por la flecha  $\Delta a_3$  y así sucesivamente. En nuestro caso el frente de onda se extiende por la derecha hasta el infinito, por lo tanto, el número de zonas que se encuentran a la derecha del punto  $B_0$  será infinitamente grande y los vectores amplitud de las vibraciones procedentes de todas estas zonas formarán una línea

quebrada en forma de espiral  $OM_1$ . Las vibraciones que llegan al punto  $P$  desde la zona  $B_0B'_1$ , que se encuentra a la izquierda del punto  $B_0$ , coincidirán en fase con la vibración  $\Delta a_1$ . Por esta razón su vector amplitud se representa por la flecha  $\Delta a'_1$ , trazada en el mismo sentido que el vector  $\Delta a_1$  (fig. 77). De la misma forma, los vectores amplitud de las vibraciones procedentes de las zonas segunda y tercera de la izquierda se representarán por las flechas  $\Delta a'_2$  y  $\Delta a'_3$ .

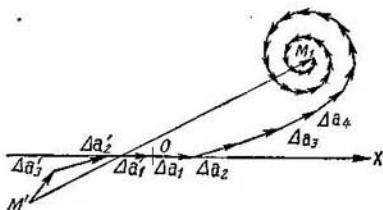


Fig. 77. Suma gráfica de los vectores amplitud de las vibraciones procedentes de las zonas en forma de franjas.

Por la parte izquierda el frente sólo está descubierto parcialmente, por lo tanto, el número de zonas descubiertas a la izquierda es limitado. El vector amplitud  $A_P$  de la vibración resultante en el punto  $P$  vendrá dado por la suma:

$$A_P = \sum_{h=1}^{\infty} \Delta a_h + \sum_{h=1}^n \Delta a'_h.$$

En el caso que representa la fig. 76 el número de zonas descubiertas de la izquierda es igual a tres solamente. Por esto el vector amplitud de la vibración resultante en el punto  $P$  estará representado por el segmento que une los puntos  $M'M_1$  en la fig. 77. La iluminación en el punto  $P$  es igual al cuadrado de la longitud de este segmento. El número de zonas descubiertas puede ser diferente, puesto que depende de la posición del punto  $P$ . A un frente de onda totalmente descubierto le corresponde un número infinito de zonas descubiertas a la derecha y a la izquierda. El conjunto de los vectores amplitud correspondientes forman en este caso la doble espiral representada en la fig. 78. El cuadrado de la longitud del vector resultante  $M_2M_1$ , determina la iluminación que produce un frente descubierto totalmente. Esta misma espiral permite hallar la iluminación de cualquier punto  $P$ . Efectivamente, supongamos que el punto  $P$  se encuentra en el borde de la sombra geométrica. En este caso todas las zonas de la izquierda estarán cubiertas y todas las de la derecha descubiertas. La vibración resultante en el punto  $P$  estará determinada por el segmento  $MM_1$ . Si el punto  $P$  se

desplaza hacia la derecha del borde de la sombra geométrica, es decir, por la región en que si la luz se propagara en línea recta la iluminación sería uniforme, el número de zonas descubiertas a la izquierda comienza a aumentar. A esto le corresponderá en la fig. 78 un desplazamiento del punto  $M$  hacia la izquierda, siguiendo la línea espiral. La iluminación alcanzará un máximo en un punto  $P$  al que corresponde el vector resultante  $M'M_1$ . Si el punto  $P$  continúa desplazándose, la longitud del vector resultante aumentará

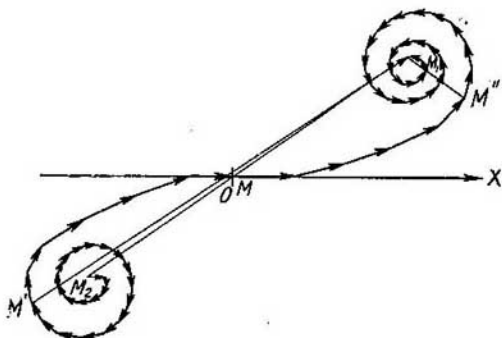


Fig. 78. Suma gráfica de los vectores amplitud: el vector resultante representa la amplitud de la vibración correspondiente al frente de onda totalmente descubierto

unas veces y disminuirá otras, ya que el punto  $M'$  avanzará siguiendo las espiras de la parte izquierda de la doble espiral. De esta forma vemos que en la región situada fuera de la sombra geométrica, en lugar de una iluminación homogénea se observan franjas alternativas más claras y más oscuras.

Con relación a los puntos  $P$  situados en la región de la sombra geométrica, todas las zonas de la izquierda y parte de las de la derecha se encuentran cubiertas. Cuanto más metido en la región de la sombra se encuentra el punto  $P$  tanto mayor será el número de zonas cubiertas. Al avanzar en la región de la sombra le corresponde en la fig. 78 un desplazamiento del punto  $M$  hacia la derecha, siguiendo la línea espiral; este desplazamiento hace que la longitud del vector resultante  $M''M_1$  disminuya continuamente. Por consiguiente, en la región de la sombra geométrica tiene lugar una disminución continua de la iluminación.

Para que el cálculo de la iluminación sea exacto hay que tomar zonas infinitamente estrechas. Entonces la línea quebrada de la fig. 78 se convierte en una doble espiral curvilínea llamada espiral

Cornu. El aspecto de esta espiral puede verse en la fig. 79. Para su construcción se ha empleado una escala en que se toma como unidad

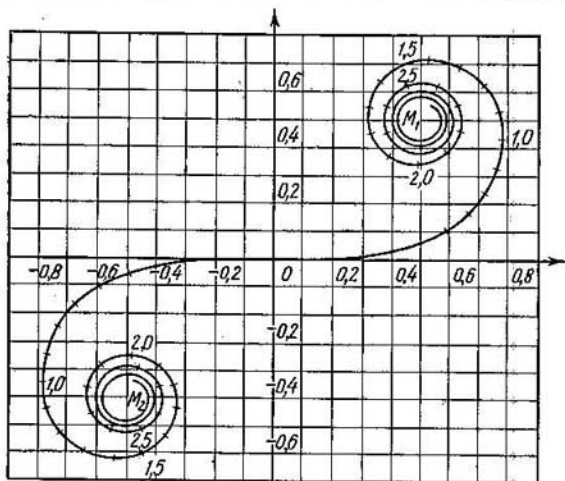


Fig. 79. Espiral Cornu.

la iluminación que produce un frente de onda totalmente descubierto. Las cifras a lo largo de la curva expresan el valor del pará-

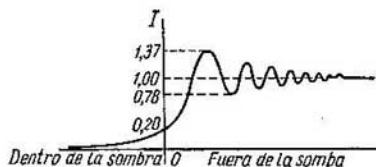


Fig. 80. Distribución de la iluminación junto al borde de la sombra geométrica producida por el semiplano.

metro  $v = x \sqrt{\frac{2}{b\lambda}}$ , donde  $x$  es la distancia contada a partir de la sombra geométrica,  $b$  es la distancia desde la pantalla hasta la superficie en que se observa la figura de difracción, y  $\lambda$  es la longitud de onda.

En la fig. 80 se da la distribución de la iluminación, junto al borde de la sombra geométrica producida por el semiplano, calcu-

lada por medio de la espiral Cornu. El punto  $O$  corresponde al borde de la sombra geométrica. Como unidad se toma la iluminación producida por el frente de onda totalmente descubierto. Como puede verse, junto al mismo borde de la sombra geométrica la iluminación es igual a 0,2, y después va disminuyendo suavemente, al adentrarse en la sombra, hasta llegar a cero. Por el lado contrario se encuentra una serie de máximos, en el primero de los cuales la iluminación alcanza a 1,37. Al irse alejando del borde de la sombra los máximos se hallan más próximos unos a otros y se hacen menos marcados.

*Ejemplo.* La difracción por el bordo de una pantalla se observa con luz roja de longitud de onda  $\lambda = 6 \cdot 10^{-5}$  cm. La observación se hace a una distancia de 1 m 20 cm de dicha pantalla. Determinar por medio de la espiral Cornu (fig. 79) las posiciones que ocupan las cuatro primeras franjas brillantes.

*Solución.* Aplicando la relación, citada en el texto, que existe entre la coordenada  $x$ , indicadora de la posición del punto de observación respecto al borde de la sombra geométrica, y el parámetro  $v$ , tenemos para este caso concreto que

$$x = v \sqrt{\frac{b\lambda}{2}} = v \sqrt{\frac{120 \cdot 6 \cdot 10^{-5}}{2}} \text{ cm} = 0,06 v \text{ cm.} \quad (3)$$

En la fig. 79 vemos que a los primeros cuatro máximos les corresponden aproximadamente los valores del parámetro  $v = 1,2; 2,35; 3,1$  y  $3,7$ ; de donde, de acuerdo con (3), obtenemos que los cuatro primeros máximos se encontrarán respectivamente a las distancias de 0,08; 0,14; 0,19 y 0,22 cm del borde de la sombra geométrica.

§ 269. **Difracción de rayos paralelos.** Los fenómenos de difracción que hemos estudiado hasta ahora se observan sin necesidad de

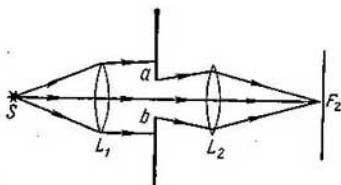


Fig. 84. Esquema para observar la difracción de rayos paralelos.

aparatos ópticos: en el camino que sigue el frente de la onda luminosa se interpone solamente una pantalla opaca que cubre parcialmente dicho frente. Pero Fraunhofer propuso un nuevo procedimiento para observar los fenómenos de la difracción. Este procedimiento consiste en observar la figura que se produce en el plano focal principal de una lente que concentra ondas luminosas planas, cubiertas parcialmente por una pantalla opaca. El esquema que se emplea para observar la *difracción de Fraunhofer* es el que repro-

duce la fig. 81. El foco puntual de luz  $S$  se encuentra en el plano focal principal de la lente  $L_1$ . De esta lente sale un haz de rayos paralelos en cuyo camino se interpone una pantalla opaca en la que hay un orificio  $ab$ . Esta pantalla cubre parcialmente el haz de rayos luminosos, el cual incide después sobre una segunda lente  $L_2$ . Si la luz se propagara en línea recta los rayos, después de pasar por el orificio  $ab$ , seguirían formando un haz paralelo y serían recogidos por la segunda lente  $L_2$  en un punto que coincidiría con su plano focal principal (considerando que ambas lentes son ideales). Pero en realidad, en el plano focal  $F_2$  de la lente  $L_2$  se observa una figura de difracción cuya forma depende de la forma y dimensiones que tenga el orificio de la pantalla y de la longitud de la onda incidente.

Los fenómenos de difracción de Fraunhofer también pueden estudiarse por el método gráfico de composición de las vibraciones procedentes de distintas zonas de un frente de onda. Examinemos algunos casos particulares de difracción de Fraunhofer.

1. **Difracción por una rendija.** Supongamos que sobre la rendija  $b_1b_2$ , cuya anchura es  $a$  (fig. 82), incide un haz de rayos paralelos. Consideremos que esta rendija se prolonga indefinidamente en la dirección perpendicular al plano del dibujo. Detrás de la rendija hay una lente  $L_2$  que concentra los rayos en el plano focal principal. Cuando el foco  $S$  es una línea luminosa paralela a los bordes de la rendija  $b_1b_2$ , si la luz se propagara en línea recta obtendríamos una franja luminosa infinitamente estrecha en el plano focal de la lente  $L_2$ . Pero en realidad cada uno de los puntos del frente de onda, al llegar a la rendija, se convierte en una fuente de vibraciones que se propagan en todos los sentidos. Los rayos que forman un ángulo  $\varphi$  con la dirección primitiva se encuentran en el punto  $C$  del plano focal de la lente  $L_2$ . Para poder calcular la amplitud de las vibraciones en el punto  $C$ , dividamos el frente de onda en zonas, en forma de franjas estrechas de igual anchura, paralelas a los bordes de la rendija. Supongamos que las vibraciones procedentes de cada zona se representan por el vector amplitud  $\Delta a_i$ . Entonces el vector amplitud de la vibración resultante en el punto  $C$  será:

$$A_\varphi = \sum \Delta a_i.$$

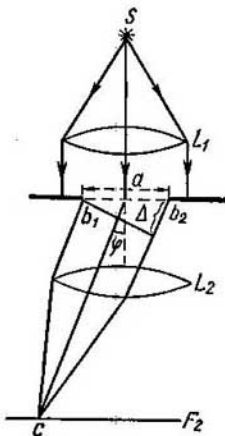


Fig. 82. Difracción por una rendija.

Gráficamente este vector amplitud de la vibración resultante  $A_\varphi$  estará representado por el segmento que une los puntos inicial y final de la línea quebrada formada por los vectores  $\Delta a_i$  (fig. 83). Supongamos que la fase inicial de las vibraciones que llegan al punto  $C$  procedentes de la zona extrema izquierda (rayo  $b_1C$  de la fig. 82) es igual a cero, y calculemos la fase inicial de las vibraciones que llegan a este mismo punto procedentes de la zona extrema derecha (rayo  $b_2C$ ). Para esto tendremos que hallar la diferencia de marcha  $\Delta$  entre los rayos  $b_2C$  y  $b_1C$ . Por la fig. 82 tenemos:

$$\Delta = a \operatorname{sen} \varphi,$$

siendo  $a$  la anchura de la rendija. Como entre la fase inicial  $\delta$  y la diferencia de marcha (véase el § 109 del t. I) existe la correlación

$$\sigma = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda},$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda, tenemos que

$$\delta = 2 \frac{\pi a \operatorname{sen} \varphi}{\lambda}. \quad (1)$$

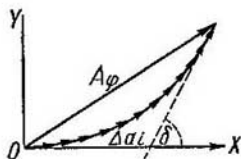


Fig. 83. Suma gráfica de los vectores amplitud de las vibraciones procedentes de una rendija.

En la fig. 83 esta fase inicial de las vibraciones procedentes de la zona extrema derecha está representada por el ángulo  $\delta$  que forma la dirección del último vector  $\Delta a_i$  con el eje  $OX$ . Y como hemos considerado que la fase inicial de las vibraciones procedentes de la zona extrema izquierda es igual a cero,  $\delta$  nos da la *diferencia* de fase de las vibraciones que llegan al punto  $C$  procedentes de las zonas extremas.

La amplitud de la vibración resultante en el punto  $C$  viene representada por la longitud del segmento  $A_\varphi$  que une los extremos de la línea quebrada formada por los vectores  $\Delta a_i$ .

En el § 266 y siguientes, al sumar la acción de las diferentes zonas consideramos que las amplitudes de las vibraciones procedentes de dichas zonas dependen del ángulo que forma la dirección en que se propaga la vibración con la perpendicular a la zona correspondiente. Por consiguiente, en nuestro caso la amplitud de las vibraciones  $\Delta a_i$  deberá depender del ángulo  $\varphi$ . Pero si nos limitamos a operar con ángulos  $\varphi$  pequeños podemos despreciar esta dependencia y considerar que todas las vibraciones tienen igual amplitud  $\Delta a_i$ . En estas condiciones tampoco dependerá del ángulo  $\varphi$  la longitud total de la línea quebrada que forman todos los vectores  $\Delta a_i$ . La variación del valor del ángulo  $\varphi$  (y, por consiguiente, la variación del valor de la diferencia de fase  $\delta$ ) solamente influirá en el grado de torcimiento de la línea quebrada. El aspecto que



toma esta línea quebrada para distintos valores de la diferencia de fase  $\delta$  se muestra en la fig. 84.

Al valor del ángulo  $\varphi = 0$  le corresponde  $\delta = 0$ , lo que indica que todos los vectores  $\Delta a_i$  están dirigidos en el mismo sentido (fig. 84, a). En este caso la amplitud de la vibración resultante  $A_0 = \Delta a_1 + \Delta a_2 + \Delta a_3 + \dots$ , etc. toma el valor máximo posible. Por lo tanto, en el centro de la figura se obtiene la iluminación máxima.

Cuando  $\delta = 2\pi$  la línea quebrada que forman los vectores  $\Delta a_i$  se cierra (fig. 84, b). A este caso le corresponde  $A_\varphi = 0$ , es decir,

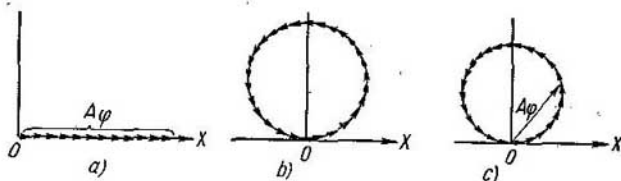


Fig. 84. Sumas gráficas de los vectores amplitud correspondientes a distintos valores del ángulo  $\varphi$ : a)  $\delta = 0$ , b)  $\delta = 2\pi$ , c)  $\delta = \frac{9}{4}\pi$ .

el valor mínimo de la iluminación, igual a cero. La posición de este mínimo se determina, según (1), por el valor del ángulo  $\varphi$  que satisfice la condición  $\sin \varphi = \frac{\lambda}{a}$ . Es evidente que un mínimo igual se encontrará al otro lado del máximo central, cuando  $\sin \varphi = -\frac{\lambda}{a}$ .

Si la diferencia de fase  $\delta$  sigue aumentando la línea quebrada se superpondrá parcialmente a sí misma (fig. 84, c). La amplitud resultante  $A_\varphi$  será igual a cero cada vez que  $\delta = \pm 2k\pi$ , donde  $k$  es un número entero. Estos valores de  $A_\varphi = 0$  son mínimos. Entre cada dos mínimos contiguos se encuentran máximos relativos.

Cuando se trata de obtener una expresión cuantitativa de la iluminación, dentro de los límites de la figura de difracción por una sola rendija, hay que tomar zonas infinitamente estrechas. Entonces la línea quebrada de la fig. 83 pasa a ser la parte del arco de circunferencia  $OB$  (fig. 85). El valor de la amplitud resultante  $A$  viene representada por la cuerda que une los extremos del arco  $OB$ . Como ya dijimos, cuando los ángulos  $\varphi$  son pequeños, la longitud del arco  $OB$  puede considerarse independiente de  $\varphi$ . Llamemos  $R$  al radio de la circunferencia a que pertenece el arco  $OB$ , entonces

$$A_\varphi = 2R \sin \frac{\angle OCB}{2},$$

pero el  $\angle OCB = \delta$ , de donde

$$A_{\varphi} = 2R \operatorname{sen} \frac{\delta}{2}. \quad (2)$$

El valor del radio  $R$  podemos representarlo por medio de la longitud del arco  $\overline{OB}$ :

$$R = \frac{\overline{OB}}{\angle OCB} = \frac{\overline{OB}}{\delta}.$$

Poniendo este valor de  $R$  en (2), obtenemos:

$$A_{\varphi} = \overline{OB} \frac{\operatorname{sen} \delta/2}{\delta/2}. \quad (3)$$

Cuando  $\varphi = 0$  también  $\delta = 0$ , de donde  $A_0 = \overline{OB}$ , es decir, la longitud del arco da la amplitud de la vibración en el máximo cen-

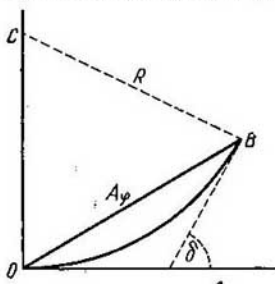


Fig. 85. Determinación gráfica de la amplitud  $A_{\varphi}$ .

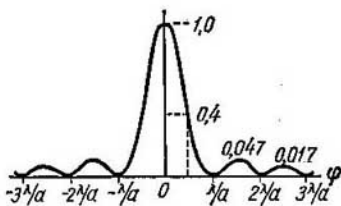


Fig. 86. Curva de la distribución de la intensidad en la figura de difracción producida por una rendija.

tral. Introduciendo este valor de  $\overline{OB}$  en (3) y designando  $\delta/2$  por medio de  $u$ , hallamos

$$A_{\varphi} = A_0 \frac{\operatorname{sen} u}{u}.$$

La iluminación en el plano focal de la lente  $L_2$  (véase la fig. 82) se determina por el cuadrado de la amplitud, por lo tanto

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\operatorname{sen}^2 u}{u^2}, \quad (4)$$

donde, de acuerdo con (1),

$$u = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi \alpha \operatorname{sen} \varphi}{\lambda}. \quad (5)$$

Es decir, la distribución de la iluminación en el plano focal de la lente  $L_2$  viene dada por las variaciones de la función  $\frac{\operatorname{sen}^2 u}{u^2}$ . Esta distribución se representa en la fig. 86. La posición de los mínimos,

iguales a cero, se determina por los valores de  $u = \pm k\pi$ , donde  $k = 1, 2, 3, \dots$  o de acuerdo con la correlación (5), por los valores del ángulo  $\varphi$  que cumplen la condición

$$\operatorname{sen} \varphi = \pm k \frac{\lambda}{a}. \quad (6)$$

La franja brillante central ocupa la región que hay entre los mínimos derecho e izquierdo más próximos, es decir, la región que se encuentra, según (6), entre  $\varphi = -\frac{\lambda}{a}$  y  $\varphi = +\frac{\lambda}{a}$ . Por lo tanto, *la franja brillante central será tanto más ancha cuanto mayor sea la longitud de onda  $\lambda$  y menor la anchura de la rendija  $a$* . De la misma forma los máximos secundarios se encontrarán tanto más lejos unos de otros cuanto mayor sea el cociente  $\frac{\lambda}{a}$ .

Conviene señalar por su importancia el hecho de que dentro de los límites de la propia franja central la iluminación disminuye con bastante rapidez del centro a los extremos. Cuando  $\varphi = \pm \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda}{a}$  la iluminación es igual a 0,4 de la máxima.

Resumiendo podemos decir, que la figura de difracción de Fraunhofer que produce una sola rendija tiene el siguiente aspecto: en el centro hay una franja brillante con un máximo de iluminación; a los lados, unos máximos secundarios relativamente débiles separados entre sí por mínimos en los cuales la iluminación es igual a cero. La figura en su conjunto es tanto más ancha cuanto mayor es la longitud de onda y menor la anchura de la rendija.

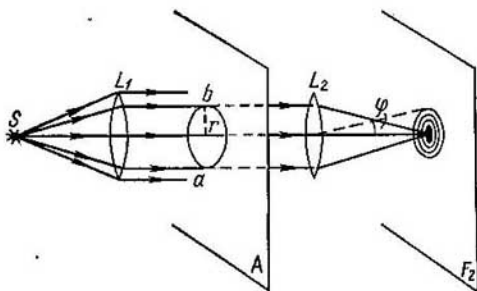


Fig. 87. Esquema del experimento para observar la difracción de los rayos paralelos por un orificio circular.

**2. Difracción por un orificio circular.** Si la luz se propagara en línea recta, un haz de rayos paralelos que pasase por el orificio circular  $ab$  practicado en la pantalla opaca  $A$  (fig. 87) y después

por la lente  $L_2$ , debería concentrarse en un punto en el plano focal  $F_2$  de esta lente. Pero debido a la naturaleza ondulatoria de la luz, en el plano focal principal  $F_2$  se obtiene una figura compleja de difracción. La forma de esta figura también puede determinarse componiendo las acciones de las distintas zonas. Tomando zonas anulares puede verse fácilmente que en el punto central se suman las acciones de todas las zonas produciéndose el máximo principal. En cuanto a los rayos oblicuos, razonando análogamente a como lo hicimos al estudiar la difracción de Fresnel por un orificio circular, podemos llegar a la conclusión de que producen anillos claros y oscuros alternativamente. Los cálculos correspondientes demuestran que el primer anillo oscuro se obtiene cuando el ángulo  $\varphi$  satisface la correlación

$$\text{sen } \varphi = 0,61 \frac{\lambda}{r}, \quad (7)$$

donde  $r$  es el radio del orificio. El segundo anillo oscuro se encuentra allí donde el ángulo  $\varphi$  cumple la condición  $\text{sen } \varphi = 1,116 \frac{\lambda}{r}$ , y así sucesivamente. En los mínimos la iluminación es igual a cero. Entre los anillos oscuros contiguos hay otros más claros, pero mucho más débiles que la mancha brillante central. Si tomamos como unidad la iluminación del máximo central, la iluminación máxima en el primer anillo claro será igual a 0,0174, y en el segundo a 0,0041. Cerca del 84% de la cantidad total de luz que pasa por el orificio circular de la pantalla  $A$  va a parar a la región de la mancha brillante central. El aspecto general de la figura de difracción de Fraunhofer producida por un orificio circular se representa en la fig. 88, *a*, y en la fig. 88, *b* se da la curva de distribución de la iluminación en esta figura a lo largo de la línea punteada  $OO'$  que pasa por su centro.

Cuando al ángulo  $\varphi$  es pequeño, según la fórmula (7), el radio angular  $\Delta\varphi$  del primer anillo oscuro será igual aproximadamente a

$$\Delta\varphi = 0,61 \frac{\lambda}{r} = 1,22 \frac{\lambda}{d}, \quad (7a)$$

donde  $d$  es el diámetro del orificio. Dentro de este anillo se encuentra la mancha brillante central. *Las dimensiones de la mancha brillante central son tanto mayores cuanto mayor es el cociente  $\lambda/d$ , es decir, cuanto mayor es la longitud de onda  $\lambda$  y menor el diámetro del orificio  $d$ .* Las dimensiones lineales del radio del primer anillo oscuro, aproximadamente, son:

$$\Delta l = \Delta\varphi \cdot F = 1,22 \frac{\lambda}{d} F,$$

donde  $F$  es la distancia focal principal de la lente  $L_2$ . La iluminación disminuye monótonamente desde el centro de la figura de

difracción hasta el lugar en que se halla el primer anillo oscuro (fig. 88, *b*). Pero cuando la observación se hace a simple vista, por contraste, la mancha brillante central parece menor y su «diámetro»

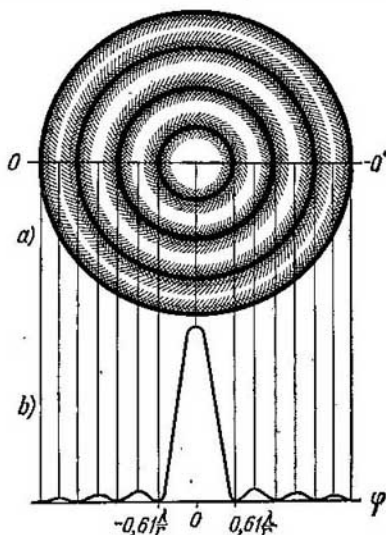


Fig. 88. Difracción por un orificio circular: *a*, aspecto general de la figura de difracción; *b*, curva de la distribución de la iluminación.

puede considerarse aproximadamente igual al radio del primer anillo oscuro, es decir, igual a  $1,22 \cdot \frac{\lambda}{d} F$ . Por ejemplo, si el orificio tiene un diámetro  $d = 0,5$  mm y la distancia focal principal de la lente  $F = 100$  cm, con la luz visible cuya longitud de onda  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  cm, obtendremos como dimensión de la mancha brillante central

$$\Delta l = 1,22 \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,5 \cdot 10^{-2}} \cdot 10^2 \text{ cm} = 0,122 \text{ cm}.$$

### § 270. Difracción por varias rendijas. Redes de difracción.

En el § 269 estudiamos la difracción de los rayos paralelos por una rendija. Examinemos ahora el caso de varias rendijas paralelas de igual anchura  $a_0$  y situadas entre sí a iguales distancias  $a_1$ . La figura de difracción, lo mismo que en el caso anterior, la obtendremos

mos en el plano focal principal de una lente  $L$ . Para simplificar consideremos que el haz de rayos coherentes incide perpendicularmente sobre el plano en que se encuentran las rendijas (fig. 89).

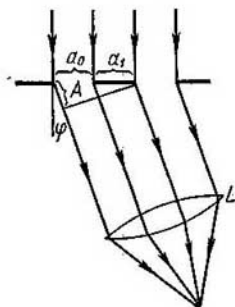


Fig. 89. Red de difracción.

El fenómeno se complica ahora por el hecho de que, además de la difracción que produce cada rendija, tiene lugar la composición de las vibraciones de los haces luminosos que llegan al plano focal de la lente  $L$  procedentes de cada una de las rendijas, es decir, se produce la *interferencia de varios haces*. Si el número total de rendijas es igual a  $N$ , interferirán entre sí  $N$  haces.

Estudiemos primeramente el problema de la interferencia de  $N$  haces, para lo cual los elegiremos de forma que se propaguen formando un mismo ángulo  $\varphi$  con la perpendicular al plano en que se encuentran las rendijas. En este caso la amplitud de las vibraciones será igual en todos los haces (para un ángulo  $\varphi$  dado); llamemos  $a$  al valor de esta amplitud. La diferencia de marcha  $\Delta$  entre los haces procedentes de dos rendijas contiguas, como puede verse en la fig. 89, será

$$\Delta = (a_0 + a_1) \operatorname{sen} \varphi. \quad (1)$$

Llamando  $b$  a la suma  $a_0 + a_1$ , la fórmula (1) tomará la forma

$$\Delta = b \operatorname{sen} \varphi. \quad (1a)$$

A esta diferencia de marcha le corresponde una diferencia de fase  $\delta$  igual entre los haces contiguos

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}. \quad (2)$$

Como resultado de la interferencia de las vibraciones, en el plano focal de la lente se produce una vibración resultante cuya amplitud  $A$  dependerá de la diferencia de fases  $\delta$  y, por consiguiente, del ángulo de difracción  $\varphi$ .

Para hallar esta amplitud resultante  $A$  aplicaremos el método gráfico de componer amplitudes. Gráficamente  $A$  estará representada por el vector que une los extremos de la línea quebrada que forman los vectores amplitud  $a$ .

Es evidente que el vector  $A$  alcanzará una longitud máxima en todos aquellos casos en que los vectores  $a$  se encuentren situados

a lo largo de una línea recta (fig. 90, a). Esto ocurre cuando

$$\delta = \pm 2k\pi. \quad (3)$$

donde  $k = 0, 1, 2, \dots$ . En estas condiciones la longitud del vector  $A$  será  $A = Na$ . De aquí se deduce que, cuando  $\delta = 2k\pi$ , la iluminación en el plano focal de la lente  $L$  alcanza sus valores máximos

$$I_{\text{máx}} = cN^2a^2, \quad (4)$$

donde  $c$  es un coeficiente de proporcionalidad.

El vector  $A$  se hará igual a cero cada vez que la quebrada que forman los vectores  $a$  se convierta en una línea cerrada (fig. 90, b), es decir, cuando el último de los vectores  $a$  tenga la misma dirección que el primero. Como quiera que el último de los vectores  $a$  forma con el eje  $OX$  un ángulo  $N\delta$ , será paralelo a este eje cuando  $N\delta = \pm 2k\pi$ , donde  $k = 1, 2, \dots$ . De esta forma obtenemos la condición para que se formen mínimos:

$$\delta = \pm 2k \frac{\pi}{N}. \quad (5)$$

En los mínimos la iluminación es igual a cero:

$$I_{\text{mín}} = 0. \quad (6)$$

Se forman mínimos cuando  $\delta$  cumple la condición (5), a excepción de los casos en que  $k = 0, N, 2N, 3N, \dots$ , ya que entonces la condición (5) se transforma en la condición de los máximos (3). De lo dicho se desprende que los mínimos  $I_{\text{mín}} = 0$  se encuentran

$(N - 1)$  veces con más frecuencia que los máximos  $I_{\text{máx}} = cN^2a^2$  que determina la condición (3). Es evidente que entre cada dos mínimos contiguos deberá producirse otro máximo. Estos máximos surgen cuando la línea quebrada que forman los vectores  $a$ , superponiéndose parcialmente, no se cierra, es decir, cuando el último de los vectores  $a$  no se une con el primero (fig. 90, c). Puede demostrarse que estos máximos son considerablemente más débiles que los que hemos visto antes. Por esta razón se llaman *máximos secundarios*, mientras que los máximos que se producen cumpliendo la condición (3) se llaman *máximos principales*. El más intenso de los

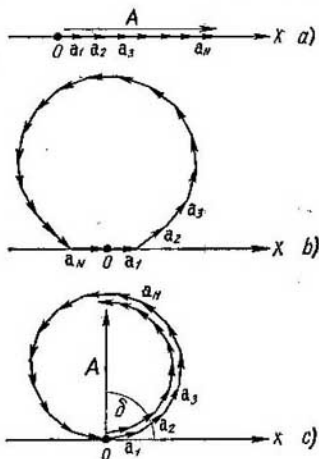


Fig. 90. Suma de los vectores amplitud.

máximos secundarios no sobrepasa (cuando  $N$  es grande) de  $1/23$  del valor de los máximos principales.

En definitiva tenemos: cuando interfieren  $N$  haces de igual amplitud se produce una serie de máximos principales iguales en intensidad  $I_{\text{máx}} = cN^2a^2$ ; entre los máximos principales contiguos se encuentran  $N - 1$  mínimos  $I_{\text{mín}} = 0$ ; además de estos mínimos, entre los máximos principales contiguos se encuentran  $N - 2$  máximos secundarios. La distribución de la iluminación en el plano focal de la lente  $L$ , como función de la diferencia de fases  $\delta$ , se muestra en la fig. 91 para los casos de dos, tres, cuatro y cinco haces interferentes. Como puede verse, al aumentar el número de haces interferentes los máximos principales son más claros y entre ellos se encuentra un número cada vez mayor de máximos secundarios.

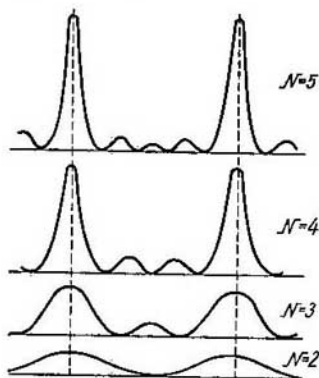


Fig. 91. Distribución de la intensidad cuando interfieren muchos haces.

marcha  $\Delta$  [fórmula (2)] y la expresión (1a), obtenemos que los máximos principales aparecen cuando el ángulo  $\varphi$  toma valores que satisfacen la condición

$$\text{sen } \varphi = \pm k \frac{\lambda}{b}, \quad (7)$$

donde  $k = 1, 2, 3, \dots$ , y los mínimos, cuando los valores de  $\varphi$  cumplen la condición

$$\text{sen } \varphi = \pm k \frac{\lambda}{bN}; \quad (8)$$

donde  $k = 1, 2, 3, \dots$ , a excepción de  $k = N, 2N, 3N$ , etc. Si se tiene en cuenta solamente la interferencia de los haces procedentes de distintas rendijas, los máximos principales deberían tener, como hemos dicho, igual intensidad. Pero en realidad, como los rayos que se difractan en cada rendija forman distintos ángulos  $\varphi$  y producen en el plano focal de la lente  $L$  vibraciones de diferentes amplitudes, la magnitud de los máximos principales es distinta. Para calcular esta diferencia hay que partir de la figura de difracción por una sola rendija que analizamos en el § 269. Una sola rendija produce en el plano focal de la lente  $L$  la distri-



bución de la iluminación  $I_2$  que representa la fig. 92, b. El máximo principal se obtiene cuando  $\varphi = 0$ . Los mínimos  $I_{2\text{mín}} = 0$  se encuentran allí donde los valores del ángulo  $\varphi$  satisfacen la condición

$$\text{sen } \varphi = \pm k \frac{\lambda}{a_0}, \quad (9)$$

donde  $a_0$  es la anchura de la rendija y  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Entre los mínimos se hallan los máximos secundarios, de los cuales el de mayor intensidad es igual aproximadamente a  $1/23$  del máximo

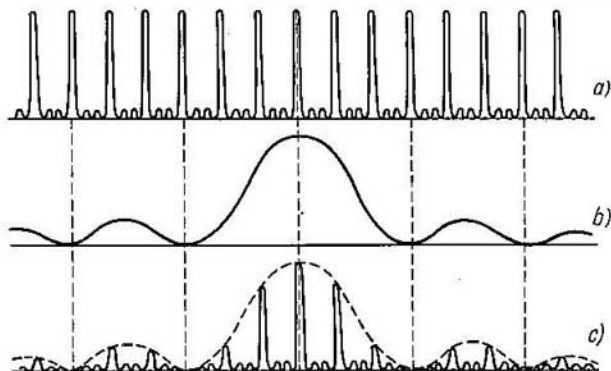


Fig. 92. Situación de los máximos en la figura de difracción por cuatro rendijas: a, máximos producidos por la interferencia de los cuatro haces; b, distribución de la iluminación en la figura de difracción por una rendija; c, distribución de la iluminación por los máximos.

principal (en la fig. 92, b se ha exagerado un poco la magnitud de los máximos secundarios para hacerla más clara).

La distribución real de la iluminación  $I$  en el plano focal de la lente  $L$  viene expresada por el producto

$$I = I_1 \cdot I_2, \quad (10)$$

representado en la fig. 92, c. Como puede verse, únicamente serán intensos aquellos máximos principales  $I_{1\text{máx}}$  que entran en la región del máximo principal de la figura de difracción  $I_{2\text{máx}}$ . Su número dependerá de la relación que exista entre la magnitud  $b$  y la anchura de las rendijas  $a_0$ . En efecto, el primer mínimo de la curva  $I_2$  (hacia el lado de los ángulos  $\varphi$  positivos) se encuentra allí donde el valor de  $\varphi = \varphi_1$  determinado, según (9), por la igualdad

$$\text{sen } \varphi_1 = \frac{\lambda}{a_0}.$$

A este mismo valor del ángulo  $\varphi_1$  le corresponde el máximo principal de la curva  $I_1$  cuando cumple la condición

$$\text{sen } \varphi_1 = k \frac{\lambda}{b},$$

donde  $k$  debe ser un número entero. De la comparación de estas dos igualdades deducimos que  $k$  queda determinado por la relación

$$k = \frac{b}{a_0}$$

Por lo tanto, si la relación  $b/a_0$  es igual a un número entero, un máximo principal del orden  $k = b/a_0$  coincidirá con un mínimo de la curva  $I_2$  igual a cero y se perderá. Como puede advertirse, esto mismo ocurrirá con todos los máximos principales de los órdenes

$$k = \pm k' \frac{b}{a_0}, \quad (11)$$

donde  $k' = 1, 2, 3, \dots$ . Dentro de los límites del máximo principal de la curva  $I_2$  caen  $2 \frac{b}{a_0} - 1$  máximos principales de la curva  $I_1$ . Todos los demás máximos de la curva  $I_1$  van a caer sobre los máximos secundarios de la curva  $I_2$ . La fig. 92 se refiere al caso de cuatro rendijas equidistantes en que  $\frac{b}{a_0} = 3$ . Como  $b = a_0 + a_1$ , de la igualdad  $\frac{b}{a_0} = 3$  se deduce que los intervalos opacos que hay entre las rendijas son dos veces más anchos que estas últimas.

Una serie de rendijas transparentes separadas entre sí por franjas opacas iguales recibe el nombre de *red de difracción*. La magnitud  $b = a_0 + a_1$  se llama *constante de la red*.

Cuando el número de rendijas  $N$  es grande los máximos principales son muy nítidos, mientras que los secundarios son débiles. Si la luz tiene una longitud de onda  $\lambda$  determinada (*monocromática*) toda la figura producida por la red de difracción en el plano focal principal de la lente  $L$  tiene el aspecto de una serie de franjas brillantes, bastante estrechas, separadas entre sí por intervalos prácticamente negros. Si la red se ilumina con luz blanca, en el centro ( $\varphi = 0$ ) se produce una franja blanca, puesto que cuando  $\varphi = 0$  la condición (7) se cumple con cualquier  $\lambda$ . A derecha e izquierda de esta franja central blanca aparecen los máximos correspondientes a las distintas longitudes de onda formando ángulos cuyos valores vienen determinados por la igualdad (7) cuando  $k = 1$ ; estos máximos se confunden unos con otros formando franjas irisadas llamadas *espectros*. En cada uno de los espectros los máximos correspondientes a los rayos violetas son los que se encuentran más próximos a la franja central, mientras que los máximos de los rayos rojos son los que se hallan más alejados de ella. Como consecuencia, cuando  $k = 1$  aparecen dos espectros (uno derecho y otro

izquierdo) de primer orden dispuestos con sus extremos violetas hacia la franja central. Análogamente, cuando  $k = 2, 3, \dots$  aparecen espectros de segundo, tercero, etc., órdenes dispuestos simétricamente con relación a la franja central blanca.

Si la red se ilumina con luz que solamente contenga ondas de longitudes determinadas  $\lambda_i$ , se obtienen espectros de rayas de diversos órdenes. En este caso la franja central se produce como resultado de la superposición de los máximos de todas las longitudes de onda  $\lambda_i$ .

En la fig. 93 se representa esquemáticamente la posición de la franja central brillante  $C$  y la de los espectros visibles de distintos órdenes, los cuales se señalan con los números romanos  $I, II,$

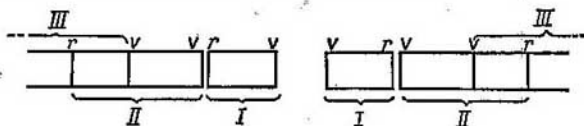


Fig. 93. Posición de los espectros de órdenes diferentes.

$III, \dots$  Los espectros visibles de segundo y tercer orden se superponen parcialmente. Según la igualdad (7) tenemos que sobre el sitio del máximo de orden  $k$  y longitud de onda  $\lambda$  se superpone un máximo del orden  $k'$  y longitud de onda  $\lambda'$  que satisface la igualdad

$$k\lambda = k'\lambda'. \quad (12)$$

De la igualdad (12) se deduce, por ejemplo, que sobre cada región del espectro de primer orden ( $k = 1$ ) con longitud de onda  $\lambda$  se superpone una región del espectro de segundo orden ( $k' = 2$ ) con longitud de onda  $\lambda' = \frac{1}{2}\lambda$ . De la misma forma sobre cada región del espectro de segundo orden se superpone una región del espectro de tercer orden con longitud de onda  $\lambda'' = \frac{2}{3}\lambda'$ . La distribución de la iluminación por los espectros de distintos órdenes depende de la relación  $b/a_0$  y se determina por la marcha de la curva  $I_2$ . Si, por ejemplo, la anchura de los intervalos opacos que hay entre las rendijas  $a_1$  es igual a la anchura de dichas rendijas  $a_0$  tendremos que  $b = 2a_0$  y según la fórmula (11) desaparecen todos los espectros de órdenes pares.

Las redes de difracción fueron empleadas por primera vez en el estudio de los espectros por Fraunhofer en el año 1821. Las primeras redes que él hizo estaban formadas por un gran número de alambritos delgados tensados paralelamente. Los espacios que quedaban entre los alambres hacían el papel de rendijas, cuyo número llegó

a alcanzar hasta 136 por centímetro. Posteriormente Fraunhofer empezó a hacer las redes grabando con un diamante trazos equidistantes sobre una placa de vidrio. Actualmente, además, de este tipo de redes (transparentes), se emplean mucho las *redes reflectoras* que se construyen grabando trazos finos con un diamante sobre la superficie de un espejo metálico o de vidrio. Las propiedades de estas redes dependen en alto grado de la forma y de la profundidad de los trazos grabados con el diamante. En las redes reales la distribución de la iluminación por los distintos órdenes se diferencia mucho de la que obtuvimos al estudiar la red ideal, formada por rendijas de igual anchura separadas por franjas opacas iguales. Recientemente se ha conseguido fabricar redes que solamente producen un espectro claro determinado, por ejemplo, uno de los espectros de primer orden.

### § 271. Dispersión y poder separador de una red de difracción.

El espectro producido por una red, lo mismo que el obtenido con cualquier otro instrumento espectral, se caracteriza por las siguientes magnitudes: la dispersión angular y el poder separador.

Se llama *dispersión angular* la magnitud  $D$ , igual a la derivada del ángulo de desviación de los rayos  $\varphi$  respecto a la longitud de onda

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}. \quad (1)$$

Es evidente que las dimensiones angulares  $\Delta\varphi$  de la pequeña región del espectro a que corresponde el intervalo de longitudes de onda  $\Delta\lambda$  puede representarse aproximadamente de la forma

$$\Delta\varphi = D \cdot \Delta\lambda,$$

de donde se deduce claramente que la dispersión angular caracteriza el grado de alargamiento del espectro en la región próxima a la longitud de onda dada. Derivando la expresión (7) del § 270 obtenemos para la dispersión angular de la red

$$D = \frac{k}{b \cos \varphi}. \quad (2)$$

Como puede verse la dispersión no depende del número de trazos de la red, sino que viene determinada únicamente por su constante  $b$  y por el orden del espectro  $k$ : cuanto menor sea la constante de la red tanto mayor será su dispersión angular.

Cuando los ángulos  $\varphi$  son pequeños, de acuerdo con (2), aproximadamente:

$$D = \left( \frac{d\varphi}{d\lambda} \right)_{\varphi \approx 0} = \frac{k}{b}, \quad (2a)$$

es decir, cuando  $\varphi$  se aproxima a cero la dispersión conserva su valor constante: de aquí se deduce que, en estas condiciones, las distancias

angulares entre las rayas espectrales  $\Delta\varphi$  serán proporcionales a las diferencias de longitudes de ondas  $\Delta\lambda$ . El espectro de dispersión constante está uniformemente extendido en todas las regiones, cualesquiera que sean sus longitudes de onda, esto distingue favorablemente este espectro del que se obtiene con los prismas, en el que la parte violeta se extiende mucho más que la roja.

El *poder separador* indica las rayas espectrales, cuyas longitudes de onda se diferencian poco entre sí, que es capaz de separar o resolver la red de difracción. Si la diferencia mínima entre las longitudes de onda de dos rayas contiguas que pueden ser separadas por un instrumento dado es igual a  $\delta\lambda$ , el poder separador vendrá definido por la magnitud

$$r = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (3)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda media de las rayas que se resuelven.

Cada una de las rayas espectrales produce en el espectro de la red un máximo de difracción. Podemos preguntarnos, ¿en qué caso se pueden distinguir aún entre sí dos máximos de difracción correspondientes a las rayas cuyas longitudes de onda son respectivamente  $\lambda$  y  $\lambda + \delta\lambda$ ? En la fig. 94 se representan dos máximos contiguos que se encuentran a diferentes distancias angulares entre sí. La línea punteada da la intensidad resultante de ambos máximos. A medida que disminuye la distancia angular  $\Delta\varphi$  la caída de la línea punteada se va haciendo cada vez menor (fig. 94, c), hasta que por fin desaparece.

Rayleigh propuso el criterio práctico siguiente: *dos figuras de difracción pueden considerarse separadas cuando la ordenada del mínimo representa un 0,8 de las ordenadas máximas de la curva resultante*. En estas condiciones la caída relativa en el mínimo alcanza un 20%, lo que, por contraste, es percibido por el ojo como un espacio oscuro entre los dos máximos.

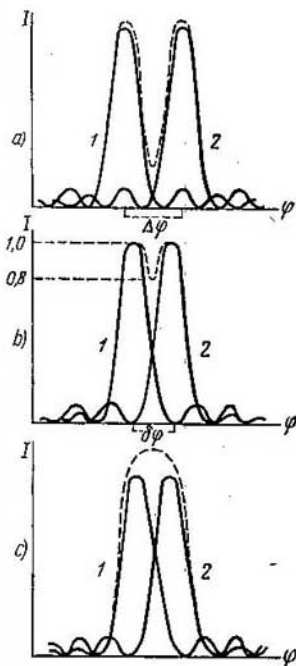


Fig. 94. Condiciones para la separación de dos máximos de difracción.

Para las curvas representadas en la fig. 94 la caída alcanzará el 20% cuando *el máximo de una de las curvas coincida con el primer mínimo de la otra*. De esta forma, dos rayas espectrales pueden considerarse resueltas cuando la distancia angular  $\delta\varphi$  que hay entre ellas sea igual a la distancia angular que hay entre el máximo principal y el mínimo más próximo a él.

Cuando se emplean métodos de observación objetivos (fotográficos o de registro fotoeléctrico) se pueden notar caídas menores del 20% y, por consiguiente, se pueden resolver rayas espectrales cuya diferencia de longitudes de onda  $\delta\lambda$  sea menor que la correspondiente al criterio de Rayleigh.

La posición del máximo principal de un orden  $k$  se determina por la fórmula (7) del § 270:

$$\text{sen } \varphi = k \frac{\lambda}{b}. \quad (4)$$

El mínimo más próximo a dicho máximo se encuentra, según la fórmula (8) del § 270, allí donde el ángulo  $\varphi + \delta\varphi$  satisface la condición

$$\text{sen}(\varphi + \delta\varphi) = k' \frac{\lambda}{bN};$$

donde  $k'$  debe considerarse igual a  $kN + 1$ , siendo  $N$  el número total de trazos de la red. Por lo tanto, tenemos que

$$\text{sen}(\varphi + \delta\varphi) = (kN + 1) \frac{\lambda}{bN}. \quad (5)$$

Según lo expuesto, la distancia angular entre dos rayas que apenas se distinguen separadamente deberá ser igual a  $\delta\varphi$ . Para hallar  $\delta\varphi$ , restemos miembro a miembro de la igualdad (5) la igualdad (4). Resultará:

$$\text{sen}(\varphi + \delta\varphi) - \text{sen } \varphi = \frac{\lambda}{bN} \text{ o } 2 \text{ sen } \frac{\delta\varphi}{2} \cos \frac{2\varphi + \delta\varphi}{2} = \frac{\lambda}{bN}.$$

De donde, teniendo en cuenta que  $\delta\varphi$  es una magnitud pequeña, tendremos aproximadamente que

$$\delta\varphi = \frac{\lambda}{Nb \cos \varphi}.$$

A esta distancia angular  $\delta\varphi$  le corresponderá una diferencia de longitudes de onda  $\delta\lambda$ , que podemos hallar aplicando la expresión (2) de la dispersión angular:

$$\delta\lambda = \left( \frac{d\lambda}{d\varphi} \right) \delta\varphi = \frac{b \cos \varphi}{k} \frac{\lambda}{Nb \cos \varphi} = \frac{\lambda}{kN}. \quad (6)$$

De la fórmula (6) se deduce que una red de difracción podrá separar rayas espectrales tanto más próximas cuanto mayor sea el número de rendijas  $N$  que tenga dicha red y cuanto más alto sea el orden

$k$  del espectro que se observe. Para el poder separador  $r$ , según (6), tendremos:

$$r = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN.$$

El poder separador de una red de difracción no depende de la constante  $b$ , sino que viene determinado exclusivamente por el número total de rendijas  $N$  y por el orden del espectro  $k$ .

Para conseguir una gran dispersión angular es necesario que la constante  $b$  sea pequeña, es decir, que la red tenga la mayor cantidad de trazos posibles en la unidad de longitud. Para que el poder separador sea grande también debe serlo el número total

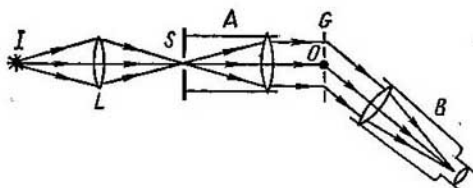


Fig. 95. Esquema de un artificio de difracción con red transparente.

de trazos  $N$ . Las redes modernas tienen hasta 1 200 trazos por milímetros, llegando el número total de aquéllos hasta 200 000. Estas redes tienen para el espectro de primer orden un poder separador  $\frac{\lambda}{\delta\lambda} = 200\,000$ . Si para obtener el espectro se emplea una red cuyo número de trazos por milímetro sea igual a 1 200, y una lente cuya distancia focal principal  $F = 2$  m, la longitud del espectro visible de primer orden será aproximadamente igual a 85 cm.

En la fig. 95 se muestra el esquema de un artificio de difracción muy simple con red transparente donde  $S$  es una rendija paralela a los trazos de la red y  $A$  es un colimador que proporciona un haz de rayos paralelos. Este haz incide perpendicularmente sobre la red  $G$ . La rendija  $S$  se ilumina con el foco luminoso  $I$  a través de la lente  $L$ . El espectro se observa con el anteojo  $B$ , que puede girar perpendicularmente al plano del dibujo alrededor del eje  $O$ . Este eje pasa por el plano en que se encuentra la red de difracción.

Con la red de difracción se pueden medir las longitudes de las ondas luminosas. De acuerdo con la igualdad (7) del § 270, tenemos

$$\lambda = \frac{b}{k} \sin \varphi. \quad (7)$$

Midiendo el ángulo  $\varphi$  correspondiente a una raya de un espectro de orden determinado  $k$  y conociendo la constante de la red  $b$ , pode-

mos hallar la longitud de onda  $\lambda$  de esta raya aplicando la fórmula (7).

Además de las redes reflectoras, que se hacen grabando trazos finos en la superficie de un espejo plano, existen *redes cóncavas*. Estas últimas se hacen grabando en la superficie esférica de un espejo cóncavo trazos finos equidistantes entre sí según sus cuerdas. Las redes cóncavas tienen la propiedad de producir el efecto de enfoque, por lo que pueden utilizarse sin necesidad de lentes, cosa que representa una gran ventaja en comparación con las redes planas. Puede demostrarse que si una rendija  $S$  y una red cóncava  $G$  (fig. 96) están situadas sobre una circunferencia cuyo diámetro sea igual al radio de curvatura de la red  $R$ , el espectro producido estará enfocado sobre esta misma circunferencia.

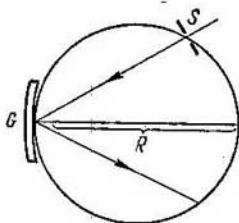


Fig. 96. Red de difracción cóncava.

De la fórmula (4) se deduce que deberá cumplirse la desigualdad  $k \frac{\lambda}{b} \leq 1$ , pue-

to que el  $\sin \varphi$  no puede ser mayor que la unidad. De esta desigualdad obtenemos que la longitud de onda máxima que puede observarse en un espectro de orden  $k$  satisfará la desigualdad  $\lambda_{\max} < \frac{b}{k}$ . Para el espectro de primer

orden  $k = 1$  y la longitud mayor de la onda que se observa, que aún, puede

producir un máximo de este orden, deberá ser menor que la constante  $b$  de la red (y en el caso en que la luz incida oblicuamente sobre la red  $\lambda_{\max} < 2b$ ). Por esta razón las redes que tienen un gran número de trazos por unidad de longitud no sirven para observar los espectros de los rayos infrarrojos. Para estudiar los espectros infrarrojos lejanos se utilizan redes con pocos trazos (2-10) por mm. Estas últimas se denominan redes de escalerilla (*échelette*). Se hacen sobre la superficie de una lámina de cobre blando aplicando una gran presión sobre el dispositivo grabador de la máquina divisora. Las ranuras así conseguidas tienen forma regular y la superficie forma escalonada. Eligiendo convenientemente la inclinación de los bordes de las ranuras se consigue alcanzar una gran claridad en los espectros de la región infrarroja. Las redes con pocos trazos por unidad de longitud pueden ser útiles también cuando se realizan trabajos en la parte visible del espectro; para esto se pasa a observar los espectros de orden superior (por ejemplo, con  $k = 15$  ó  $k = 20$ ).

§ 272. Espectroscopia de gran poder separador. Para resolver muchos problemas relacionados con el estudio de los espectros es



preciso utilizar instrumentos espectrales de gran poder separador. La experiencia demuestra que muchas rayas espectrales tienen estructura, es decir, están formadas por varias componentes muy próximas entre sí, las cuales se caracterizan por tener longitudes de onda  $\lambda_i$  propias. La diferencia de longitudes de onda entre las distintas componentes es tan pequeña que no pueden separarse con los espectrógrafos de prisma ordinarios. También se necesita un gran poder separador para estudiar la influencia que ejerce un campo magnético sobre las rayas espectrales (efecto Zeeman, § 345), para estudiar el contorno de las rayas y para resolver toda una serie de problemas.

Entre los instrumentos espectrales de gran poder separador se encuentran las grandes redes de difracción. Como dijimos en el párrafo anterior, su efecto se basa en el fenómeno de la interferencia de múltiples haces. Existen otros muchos instrumentos especiales en los cuales también se aprovecha la interferencia de muchos haces.

En el mismo principio que la red de difracción ordinaria se basa la *retícula de escalones* o «echelon» de Michelson, que está formado por cierto número de láminas de vidrio de igual espesor acopladas entre sí (fig. 97). Cada lámina es más corta que la anterior, por lo que los haces de luz no atraviesan un número igual de láminas («escalones»). El espesor  $t$  de las láminas debe ser igual con una precisión de hasta pequeñas fracciones de longitud de onda. Las láminas se unen entre sí por contacto óptico, es decir, sin que entre ellas se encuentre una capa de aire o de material adhesivo apreciable. En el caso más simple, cuando los rayos de luz inciden perpendicularmente sobre una retícula de escalones, la diferencia de marcha entre los haces contiguos será  $\Delta = (n - 1)t$ , siendo  $n$  el índice de refracción del vidrio de que están hechas las láminas. Generalmente el espesor de las láminas  $t$  es una magnitud del orden de 1 cm, lo que conduce a órdenes de interferencia  $k$  muy grandes. Efectivamente, cuando  $t = 1$  cm,  $n = 1,5$  y  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  cm, de acuerdo con la correlación que determina los máximos principales:

$$\Delta = (n - 1)t = k\lambda,$$

obtenemos para  $k$  un valor igual a 10 000. Por lo tanto, la retícula de escalones produce espectros de orden muy elevado. Gracias a esto se puede conseguir un gran poder separador con un número de haces interferentes relativamente pequeño. Las retículas de escalones se hacen generalmente con varias decenas de láminas (30-40).

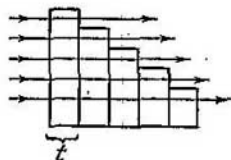


Fig. 97. Retícula de escalones.

Otra consecuencia de los altos grados de interferencia es el pequeño valor del intervalo  $\Delta\lambda$  libre de la transposición de los espectros. Efectivamente, según la fórmula (12) del § 270, al máximo principal de la longitud de onda  $\lambda_1$  de orden  $k$  se superpone el máximo  $k - 1$  de la longitud de onda

$$\lambda_2 = \frac{k}{k-1} \lambda_1,$$

de donde obtenemos que  $\lambda_1 - \lambda_2 \cong -\frac{\lambda_1}{k}$ . Por consiguiente, cuando  $k = 10\,000$ , la magnitud  $|\Delta\lambda| = |\lambda_1 - \lambda_2|$  representará en total  $1/10\,000$  de la longitud de onda  $\lambda_1$ .

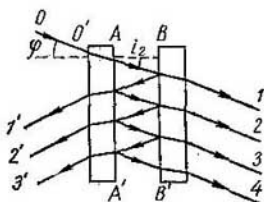


Fig. 98. Esquema del patrón de Fabry y Perot.

El procedimiento más extendido para obtener la interferencia de haces múltiples es el que se basa en la múltiple reflexión de la luz en dos láminas planas y paralelas. Un aparato basado en este principio es el llamado *interferómetro o patrón de Fabry y Perot*.

El patrón de Fabry y Perot consta de dos láminas cuyas superficies AA' y BB' (fig. 98) limitan una capa de aire plana de caras paralelas. Estas superficies AA' y BB' están recubiertas de unas películas especulares semitransparentes de metal. El haz de luz OO' que llega al patrón sufre una reflexión múltiple en las superficies especulares AA' y BB' y forma un sistema de haces emergentes 1, 2, 3, ... y otro igual de haces reflejados 1', 2', 3', ... Los haces de rayos de cada sistema son coherentes y se diferencian entre sí por una diferencia de marcha  $\Delta$  constante. En adelante tendremos en cuenta únicamente los haces 1, 2, 3, ..., que emergen hacia adelante.

Para que la diferencia de marcha  $\Delta$  se conserve rigurosamente constante, las superficies opuestas AA' y BB' deberán ser planas con una exactitud de hasta una pequeña fracción de longitud de onda y paralelas entre sí con esta misma precisión. Las otras dos superficies del patrón también se hacen planas, pero deben formar entre sí un ángulo pequeño para evitar la formación de un segundo sistema de franjas de interferencia que podría superponerse al primero. Las láminas del patrón se colocan entre sí a una distancia  $t$  determinada, para lo cual suelen apretarse por ambos lados contra un anillo de cuarzo fundido o de invar. Se toman estos materiales porque su coeficiente de dilatación térmica es muy pequeño. También se fabrican aparatos (llamados en este caso interferómetros de Fabry y Perot) en los cuales se puede variar suavemente la distan-

cia  $t$  que separa las láminas. Para conseguir esto, una de las láminas es fija, mientras que la otra va montada sobre un carro y puede desplazarse con un tornillo a lo largo de unas guías.

El patrón de Fabry y Perot produce curvas de igual inclinación (§ 262). Debido a que interfiere muchos haces, cuando la luz es monocromática se producen unos estrechos anillos brillantes separados entre sí por espacios oscuros (fig. 99). Estos anillos son tanto más nítidos cuanto mayor es el número de haces que interfiere.

La diferencia de marcha entre dos haces contiguos procedentes del patrón es  $\Delta = 2t \cos i_2$  (véase el cálculo en el § 262; el índice de refracción del aire que hay entre las láminas del patrón se considera igual a la unidad), donde  $i_2$  es el ángulo de incidencia de los rayos sobre las películas especulares del patrón. Como quiera que las láminas del patrón se aproximan a ser planas y paralelas, el valor del ángulo  $i_2$  se aproximará al valor del ángulo de incidencia de los rayos sobre dicho patrón (fig. 98), que llamaremos  $\varphi$ .

Entonces la condición necesaria para que se formen los máximos principales tomará la forma

$$2t \cos \varphi = k\lambda, \quad (1)$$

donde  $k$  es un número entero.

El orden  $k$  de los máximos lo determinamos aplicando la igualdad (1) y suponiendo que, aproximadamente,  $\cos \varphi \cong 1$ . De esta forma obtenemos que

$$k = \frac{2t}{\lambda}. \quad (2)$$

Como puede verse, en el caso del patrón, lo mismo que en el de la retícula de escalones y en el de la lámina de Lummer-Gehrke, nos encontramos con máximos de un orden muy elevado. Cuando el espesor del patrón (distancia entre las láminas)  $t = 0,5$  cm y  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  cm tenemos que

$$k = \frac{2 \cdot 0,5}{5 \cdot 10^{-5}} = 20\,000.$$

Al anillo de longitud de onda  $\lambda_1$  y de orden  $k$  se superpone el de longitud de onda  $\lambda_2$  de orden  $k - 1$ . Aplicando la fórmula (12) del § 270 obtenemos que esta superposición de anillos tiene lugar cuando se cumple la condición

$$k\lambda_1 = (k - 1)\lambda_2,$$

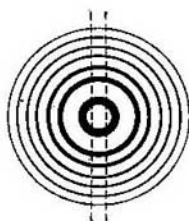


Fig. 99. Aspecto de los anillos de interferencia producidos por el patrón de Fabry y Perot.

de donde para una diferencia de longitud de onda  $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$  hallamos

$$\Delta\lambda = -\frac{\lambda_2}{k}.$$

Poniendo aquí en lugar de  $k$  su valor según la fórmula (2) y omitiendo el subíndice de  $\lambda$ , obtenemos

$$\Delta\lambda = -\frac{\lambda^2}{2t}. \quad (3)$$

La magnitud  $\Delta\lambda$  representa la diferencia de longitud de onda para la cual a un sistema de anillos de longitud de onda determinada se superpone otro sistema de anillos de otra longitud de onda. Esta magnitud  $\Delta\lambda$  se llama «constante» del patrón. La constante  $\Delta\lambda$  determina el intervalo de longitudes de onda entre cuyos límites los anillos no se superponen aún. Como vemos por la fórmula (3), esta constante depende del espesor del patrón  $t$ : cuanto más grueso es el patrón tanto menor es su constante. Si el patrón tiene un espesor  $t = 0,5$  cm y  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  cm obtenemos

$$\Delta\lambda = -\frac{\lambda^2}{2t} = -\frac{(5 \cdot 10^{-5})^2}{2 \cdot 0,5} = -2,5 \cdot 10^{-9} \text{ cm.}$$

Por consiguiente, en el caso que hemos analizado la constante del patrón  $\Delta\lambda = 0,25 \text{ \AA}$ . Es decir, con este patrón solamente se pueden estudiar, sin que se produzca la transposición de los anillos de distintos órdenes, intervalos del espectro así de estrechos.

Este patrón se utiliza para estudiar la estructura de rayas espectrales aisladas. La raya se aísla del espectro valiéndose de otro aparato espectral cualquiera, por ejemplo, con un espectrógrafo de prisma. El patrón se ilumina con la luz de esta raya. Supongamos, por ejemplo, que sobre el patrón de Fabry y Perot incide luz de dos longitudes de onda muy próximas  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ . La luz de cada una de estas longitudes de onda produce un sistema de anillos brillantes cuyos radios angulares se diferencian algo entre sí. Como resultado de esto todos los anillos serán dobles. En el § 265 explicamos cómo los patrones de Fabry y Perot se utilizan para fines metrológicos.

§ 273. Difracción por redes espaciales. En el § 270 estudiamos la red de difracción formada por una serie de rendijas paralelas. Cada una de estas rendijas era una fuente de vibraciones que se propagaban formando diferentes ángulos  $\varphi$ . Pero en lugar de estas rendijas pueden considerarse orificios de cualquier forma, por ejemplo, de agujeros redondos pequeños equidistantes entre sí. Los haces de luz procedentes de estos agujeritos, al interferir entre sí, formarán un sistema de máximos, los cuales se situarán a lo largo de curvas determinadas. Finalmente estos orificios pueden sustituirse por una serie de centros de dispersión, por ejemplo, por una serie de esferas

diminutas. Con estos centros de dispersión no sólo se puede conseguir una red plana bidimensional, sino también una red espacial, colocando para ello las esferitas en planos paralelos.

Examinemos previamente una red lineal simple formada por una serie de centros de dispersión idénticos, situados a lo largo de una recta  $AB$  a iguales distancias  $b$  (fig. 100). Supongamos que sobre esta red incide una serie de rayos paralelos coherentes  $O_1, O_2, O_3, \dots$ , que se encuentran en el plano de la figura y que forman un ángulo  $i$  con la perpendicular a la red  $NN'$ . Bajo la acción de las ondas incidentes los centros de dispersión se convierten en focos de ondas esféricas. De todos los rayos dispersados por los centros en diferentes direcciones tomemos los  $O'_1, O'_2, O'_3, \dots$  que se encuentran en el plano del dibujo y que forman con la perpendicular  $NN'$  un ángulo  $\varphi$ .

La diferencia de marcha  $\Delta$  entre dos rayos contiguos, como puede verse en la fig. 100, será

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 = b \sin \varphi - b \sin i.$$

Si en lugar de los ángulos  $i$  y  $\varphi$  tomamos los ángulos  $\alpha_0$  y  $\alpha$  que forman los rayos con la recta  $AB$ , en que se encuentran los centros de dispersión, esta igualdad pasará a tomar la forma

$$\Delta = b (\cos \alpha - \cos \alpha_0). \quad (1)$$

Y si los rayos  $O'_1, O'_2, O'_3, \dots$ , se concentran con una lente, en el plano focal de ésta interferirán y producirán máximos principales siempre que la diferencia de marcha  $\Delta$  sea igual a un número entero de longitudes de onda  $\lambda$ :

$$\Delta = b (\cos \alpha - \cos \alpha_0) = k\lambda. \quad (2)$$

El ángulo  $\alpha$  tendrá un valor constante para todos aquellos rayos que sigan las direcciones de las generatrices de un cono cuyo eje sea continuación de la recta  $AB$  y cuyo ángulo en el vértice sea igual a  $\alpha$  (fig. 101). Tomemos aisladamente un haz de rayos dispersos, procedentes de todos los centros de nuestra red lineal y paralelos a una de las generatrices del cono, por ejemplo, a la generatriz que se encuentra en el plano del dibujo. Estos rayos, cuando se cumple la igualdad (2) se refuerzan entre sí en el plano focal principal  $F$  de la lente  $L$  y producen una mancha brillante  $P$ . Los rayos paralelos a las otras generatrices del cono producen también en el plano focal

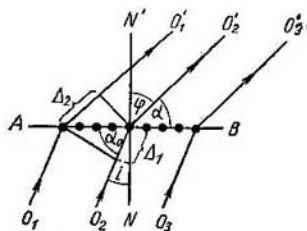


Fig. 100. Difracción por una red lineal.

principal las correspondientes manchas brillantes, las cuales en conjunto dan lugar a la formación de una franja clara  $P'PP''$ . Para una misma longitud de onda a cada uno de los valores enteros de  $k$  le corresponderá, según la fórmula (2), un valor diferente del ángulo  $\alpha$  y, por consiguiente, un cono con ángulo de apertura diferente. Como resultado, en el plano focal de la lente se produce el sistema de franjas representado en la fig. 101 con líneas punteadas. Si la lente se encuentra en un plano paralelo a la recta  $AB$ , la franja brillante  $P'PP''$  será una hipérbola. Cuando el ángulo  $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$  el valor de  $\alpha = \frac{\pi}{2}$

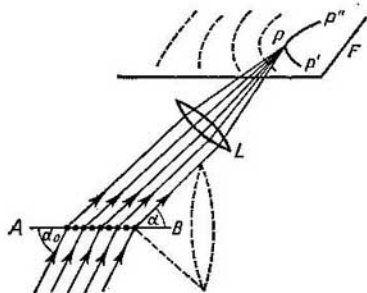


Fig. 101. Franjas brillantes  $P'PP''$  que produce la difracción por una red lineal.

corresponde a la franja clara de orden nulo ( $k = 0$ ), que tendrá en el plano focal de la lente la forma de una recta. A derecha e izquierda de esta recta se encontrarán las hipérbolas correspondientes a los valores  $k = \pm 1, \pm 2, \dots$  (fig. 102). Si el número de centros de dispersión es grande el de haces interferentes también lo será y las franjas resultarán nítidas.

Veamos ahora lo que ocurre con una serie de centros de dispersión situados según los nudos de una red bidimensional cuadrada.

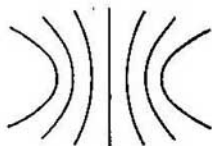


Fig. 102. Hipérbolas que produce la difracción por una red lineal.

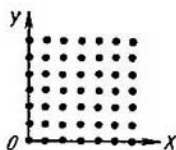


Fig. 103. Red bidimensional.

Tracemos los ejes coordenados  $OX$  y  $OY$  paralelos a las filas reticulares (fig. 103). Esta red bidimensional puede considerarse como la superposición de dos sistemas de redes lineales paralelos a los ejes  $OX$  y  $OY$ . Supongamos que sobre la red bidimensional incide un haz de rayos paralelos que forma con los ejes  $OX$  y  $OY$  los ángulos  $\alpha_0$  y  $\beta_0$  respectivamente. En este caso las ondas dispersadas en los

centros producirán máximos en el plano focal de la lente en aquellas direcciones en que los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  satisfagan las condiciones (2):

$$\left. \begin{aligned} b(\cos \alpha - \cos \alpha_0) &= k_1 \lambda, \\ b(\cos \beta - \cos \beta_0) &= k_2 \lambda, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

donde  $k_1$  y  $k_2$  son números enteros. En el plano focal de la lente, paralelo al plano  $XOY$ , a cada una de las condiciones (3) le corresponderá un sistema de hipérbolas (véase la fig. 104, en ella se representan las hipérbolas para el caso en que  $\alpha_0 = \beta_0 = \frac{\pi}{2}$ ). Las dos condiciones (3) se cumplen simultáneamente en los puntos de intersección de las hipérbolas de ambos sistemas. De esta forma, cuando se trata de una red bidimensional y de luz monocromática, los máximos tienen el aspecto de *manchas brillantes aisladas*. Cuando la red bidimensional se ilumina con luz blanca a las diferentes longitudes de onda  $\lambda$  (para unos valores de  $k_1$  y  $k_2$  dados), según (3), les corresponden diferentes valores de  $\alpha$  y  $\beta$ , lo que hace que cada mancha se extienda formando un espectro. A distintos valores de los números  $k_1$  y  $k_2$  les corresponden espectros de órdenes diferentes.

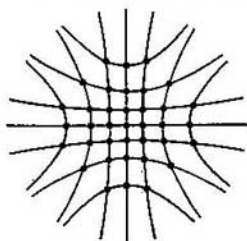


Fig. 104. Sistema de hipérbolas que produce la difracción por una red bidimensional.

Finalmente examinemos una *red espacial* formada por un sistema de centros de dispersión situados en el caso más simple según los nudos de una red cúbica. Esta red puede dividirse en tres sistemas de redes lineales paralelas a los ejes  $OX$ ,  $OY$  y  $OZ$ . Los máximos de las vibraciones se obtendrán en las direcciones determinadas por los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  que satisfagan simultáneamente las tres condiciones siguientes:

$$\left. \begin{aligned} b(\cos \alpha - \cos \alpha_0) &= k_1 \lambda, \\ b(\cos \beta - \cos \beta_0) &= k_2 \lambda, \\ b(\cos \gamma - \cos \gamma_0) &= k_3 \lambda, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

donde  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$  son números enteros y los ángulos  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  y  $\gamma_0$  son los que caracterizan la dirección en que inciden las ondas.

Como sabemos, los ángulos que forma una dirección cualquiera con los tres ejes de un sistema de coordenadas cartesianas están relacionados entre sí, porque la suma de los cuadrados de sus cosenos es igual a la unidad. Por consiguiente, además de las condiciones (4)

deberán cumplirse las condiciones geométricas:

$$\left. \begin{aligned} \cos^2 \alpha_0 + \cos^2 \beta_0 + \cos^2 \gamma_0 &= 1, \\ \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Pero satisfacer simultáneamente las condiciones (4) y (5) cualquiera que sea el valor de la longitud de onda  $\lambda$  no es posible. Estas condiciones sólo se cumplen simultáneamente para determinados valores de  $\lambda$ . De aquí se deduce que cuando sobre una red espacial incide un haz de rayos coherentes monocromáticos *paralelos* no todas las longitudes de onda producen máximos, sino únicamente algunas perfectamente determinadas. El valor de estas longitudes de onda es fácil de hallar. Para esto escribamos las igualdades (4) de la forma:

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \cos \alpha_0 + k_1 \frac{\lambda}{b}, \\ \cos \beta &= \cos \beta_0 + k_2 \frac{\lambda}{b}, \\ \cos \gamma &= \cos \gamma_0 + k_3 \frac{\lambda}{b}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Elevando al cuadrado las igualdades (6), sumándolas miembro a miembro y teniendo en cuenta las condiciones (5), hallamos:

$$1 = 1 + 2 \frac{\lambda}{b} (k_1 \cos \alpha_0 + k_2 \cos \beta_0 + k_3 \cos \gamma_0) + \frac{\lambda^2}{b^2} (k_1^2 + k_2^2 + k_3^2)$$

de donde la longitud de onda buscada será:

$$\lambda = -2b \frac{k_1 \cos \alpha_0 + k_2 \cos \beta_0 + k_3 \cos \gamma_0}{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}. \quad (7)$$

Cuando se conoce la dirección de la onda incidente (dados  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  y  $\gamma_0$ ) para cada orden de interferencia dado  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ , se obtiene según (7) solamente un valor de la longitud de onda  $\lambda$  para el cual la red espacial produce un máximo. La dirección en que se forma este máximo viene determinada por los valores de los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  obtenidos de acuerdo con las condiciones (6).

Para ángulos  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ , y  $\gamma_0$  determinados, a diferentes números enteros  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ , en términos generales, según (7) les corresponderán diferentes valores de  $\lambda$ , es decir, si una longitud de onda  $\lambda$  dada produce un máximo, este máximo será único en una dirección determinada. Pero en algunos casos particulares puede ocurrir que a una misma longitud de onda le correspondan varios máximos de distintos órdenes  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ . Efectivamente, supongamos que un haz de rayos paralelos incide perpendicularmente sobre la cara de una red espacial cúbica; en este caso, uno de los tres ángulos  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  o  $\gamma_0$  es igual a cero y dos iguales a  $\frac{\pi}{2}$ . Sea  $\alpha_0 = 0$  y  $\beta_0 = \gamma_0 = \frac{\pi}{2}$ ; enton-



ces la igualdad (7) tomará la forma:

$$\lambda = -2b \frac{k_1}{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}.$$

Si esta igualdad se cumple para unos valores determinados de  $k_1$ ,  $k_2$ , y  $k_3$ , se cumplirá también para los valores  $k_1$ ,  $k_2$  y  $-k_3$ ;  $k_1$ ,  $-k_2$  y  $k_3$ ;  $k_1$ ,  $-k_2$ ,  $-k_3$ , es decir, en total para cuatro combinaciones diferentes de  $k_i$ . En este caso los rayos de longitud de onda  $\lambda$  producen máximos en cuatro direcciones diferentes.

Evidentemente es difícil seleccionar la longitud de onda  $\lambda$  de manera que cumpla exactamente la igualdad (7). Por esto, para observar la difracción por una red tridimensional se utiliza generalmente la luz blanca. En la luz blanca existen ondas de todas las longitudes posibles y, por consiguiente, entre ellas siempre se encontrarán las longitudes  $\lambda_i$  que pueden satisfacer la igualdad (7) cuando los números enteros  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$  tomen valores diferentes. A cada una de estas longitudes de onda  $\lambda_i$ , según (6), le corresponderán unos valores determinados de  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  y  $\gamma_i$ , es decir, una dirección en la cual se produce un máximo. En este caso vemos generalmente en el plano focal de la lente una serie de puntos simétricos brillantes. Cada uno de estos puntos tiene su correspondiente longitud de onda  $\lambda_i$ .

Para que una red lineal pueda dar máximos es necesario que  $\lambda < 2b$ , puesto que en el caso contrario ninguno de los valores de los ángulos  $\alpha_0$  y  $\alpha$  podrá satisfacer la igualdad (2). Condiciones análogas deberán cumplirse en las redes bidimensionales y espaciales. Por otra parte, si la constante  $b$  de la red es mucho mayor que la longitud de onda solamente se producirán máximos de órdenes  $k_i$  bastante altos, lo cual dificulta su observación. De aquí se deduce que la difracción por una red espacial puede observarse prácticamente cuando la constante  $b$  de ésta es del orden de varias longitudes de onda. La reproducción artificial de una red de este tipo para luz visible a base de colocar debidamente cualquier clase de partículas dispersoras aisladas es cosa extraordinariamente difícil. Unas condiciones semejantes hasta cierto punto a las que tienen lugar en una red espacial regular son las que se producen en la niebla. Esta última está formada por gotitas minúsculas aisladas. Y aunque estas gotitas estén dispuestas caóticamente, la distancia entre ellas, en la mayoría de los casos, no se diferencia mucho. Por esto, cuando la luz del Sol o de la Luna atraviesa la niebla, en torno a estos astros aparecen círculos de difracción. El borde exterior de estos círculos tiene coloración rojiza, mientras que el interior la presenta violácea, lo cual corresponde a que los ángulos de difracción son menores para las longitudes de onda más cortas.

Las condiciones propias de una red espacial regular pueden crearse artificialmente por medio de ondas ultrasonoras estacio-

narias producidas en un medio transparente, líquido o sólido, cualquiera. En los nodos de la onda estacionaria longitudinal se forman máximos de densidad de la materia (véase el t. I, § 110), los cuales dispersan la luz. La distancia entre los nodos de la onda ultrasonora estacionaria representa una magnitud del orden de  $10^{-4}$  cm, es decir, del orden de las longitudes de onda de la luz visible. Si, por ejemplo, en una vasija que contenga un líquido hacemos que se produzcan tres ondas ultrasonoras que se propaguen en tres direcciones perpendiculares entre sí, al reflejarse en las paredes de la vasija estas ondas darán lugar a un sistema de ondas estacionarias cuyos nodos formarán una red espacial regular. Cuando la luz se dispersa en una

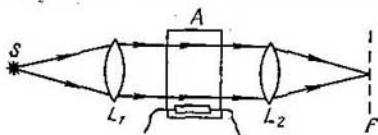


Fig. 105. Esquema del experimento para observar la difracción por ondas ultrasonoras estacionarias.

de estas redes se produce una figura de difracción como la descrita anteriormente. En la fig. 105 se representa un esquema para el estudio de la difracción por ondas ultrasonoras estacionarias en el cual  $S$  es un foco de luz,  $L_1$  es una lente que proporciona un haz de rayos luminosos paralelos y  $A$ , un recipiente en el que por medio de unas láminas de cuarzo piezoeléctrico (t. I, § 118) se excitan vibraciones ultrasonoras. Una lente  $L_2$  recoge los rayos difractados, los cuales producen máximos en el plano focal principal de aquella. La difracción por ondas estacionarias se utiliza para determinar la velocidad de las ondas ultrasonoras en las diversas sustancias. Conociendo la longitud de la onda luminosa y la posición que ocupan los máximos de difracción puede hallarse la constante  $b$  de la red y, por consiguiente, la longitud de onda de las vibraciones ultrasonoras en la sustancia que se trate. De aquí y conociendo la frecuencia de las vibraciones se calcula su velocidad de propagación.

Un caso muy interesante de difracción por red espacial es el de la difracción de los rayos X por los cristales, caso que estudiaremos en el § 274;

§ 274. Espectroscopia de rayos X y análisis estructural röntgenográfico. Los rayos X o de Röntgen, lo mismo que los visibles, son de naturaleza ondulatoria y producen espectros continuos y de rayas (§ 351). La naturaleza ondulatoria de los rayos X fue demostrada directamente en el año 1912, cuando Laue expuso la idea de que la difracción de dichos rayos podía observarse utilizando la red

espacial natural de los cristales (t. I, § 87). La observación directa de los fenómenos de interferencia de los rayos X sin utilizar cristales no se llevó a cabo hasta el año 1930, en que fue realizada por el físico soviético V. P. Línnik. En uno de sus trabajos Línnik efectuó con los rayos X un experimento análogo al que Lloyd hizo con los rayos visibles (§ 261). Esto fue posible por el hecho de que el índice de refracción de los sólidos para los rayos X es un poco menor que la unidad y, cuando el ángulo de incidencia es muy pequeño, estos rayos experimentan en el límite de separación entre el aire y el cuerpo sólido una reflexión total. Al hacer el experimento

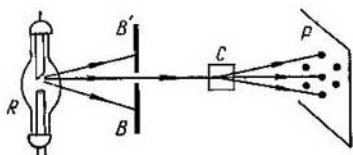


Fig. 106. Esquema del experimento para la difracción de los rayos X.

un haz muy estrecho de rayos X atravesaba parcialmente una lámina de vidrio y parcialmente sufría la reflexión total. Cuando los haces (directo y reflejado) se superponían daban lugar a una serie de franjas de interferencia que podían ser fotografiadas. La distancia entre estas franjas de interferencia era la correspondiente a la longitud de onda, aproximadamente igual a  $1,5 \text{ \AA}$  (como fuente de rayos X se utilizó un anticátodo de cobre).

La posibilidad de observar la difracción de los rayos X por los cristales se basa en que la longitud de onda de estos rayos y la constante de la red cristalina son magnitudes de un mismo orden ( $\sim 10^{-8} \text{ cm}$ ). Por esto, cuando los rayos X atraviesan el cristal se produce una difracción por red espacial, como la que estudiamos en el § 273. El esquema del experimento de Laue para la difracción de los rayos X está representado en la fig. 106, donde *R* es el tubo de rayos X, *BB'* es una pantalla gruesa de plomo con orificios para dejar pasar el haz de rayos X que después incide sobre el cristal *C*. Para los rayos X no se pueden hacer lentes, puesto que su índice de refracción en los cuerpos sólidos se aproxima mucho a la unidad. Los máximos de difracción se pueden observar sin lente gracias a la gran estrechez de los haces, los cuales, al encontrarse con la placa fotográfica *P*, producen en ella algunos máximos.

Como veremos más adelante (§ 331), los rayos X emitidos al bombardear un sólido con electrones rápidos no tienen una composición espectral homogénea, es decir, constan de ondas de distintas longitudes. Por esto precisamente es por lo que en la placa fotográ-

fica  $P$  aparece una serie de manchas oscuras (en el negativo) en aquellas direcciones que para las diferentes longitudes de onda satisfacen las condiciones (4) y (5) del § 273. La figura de difracción así observada puede utilizarse con dos fines: 1) para determinar el tipo de la red cristalina y su constante, si la longitud de onda de los rayos X se conoce de antemano, y 2) para medir la longitud de onda de los rayos X, si se conoce previamente el tipo de red cristalina y su constante  $b$ .

La primera de estas posibilidades ha desempeñado un papel muy importante en el desarrollo de nuestros conocimientos sobre la naturaleza de los sólidos. Basándose precisamente en la difracción de los rayos X en los cristales fue demostrada de manera indudable por primera vez la exactitud de la hipótesis según la cual las partículas de los cristales ocupan los nodos de una red espacial.

La segunda posibilidad se utilizó para determinar exactamente la longitud de onda de los rayos X. Como vimos en el t. I, § 87, la red cúbica más simple es la de los cristales de sal gema (NaCl). La constante de esta red  $b$  (es decir, la distancia entre los iones contiguos) se expresa por el peso molecular  $M$  de la sal gema, su densidad  $\rho$  y el número de Avogadro  $N$ , mediante la relación:

$$b = \sqrt[3]{\frac{M}{2N\rho}} \quad (1)$$

Poniendo los valores conocidos de  $M$ ,  $N$  y  $\rho$  para los cristales de sal gema (NaCl) obtenemos:

$$b = 2,814 \text{ \AA.}$$

Midiendo los ángulos bajo los cuales el cristal de sal gema produce los máximos de difracción de los rayos X y aplicando el valor citado de  $b$ , se puede hallar la longitud de onda  $\lambda$ . Por ejemplo, para la llamada radiación característica  $K_\alpha$  del cobre se obtiene  $\lambda = 1,537 \text{ \AA.}$  Los rayos X de onda más corta tienen una longitud de onda de cerca de  $0,1 \text{ \AA.}$  Las mayores longitudes de onda que pueden medirse mediante la difracción por cristales son iguales aproximadamente a  $20 \text{ \AA.}$  Para medir estas longitudes de onda hay que utilizar cristales de sustancias orgánicas complejas cuya constante  $b$  sea grande.

En la fórmula (1) puede verse que para poder calcular la constante  $b$  de la red hay que conocer el número de Avogadro  $N$ . Es decir, para medir las longitudes de onda de los rayos X en unidades absolutas hay que saber el valor del número de Avogadro. Es evidente que también se puede proceder a la inversa y hallar el número de Avogadro partiendo de la longitud de onda de los rayos X, siempre que esta última se mida por cualquier procedimiento que no esté relacionado con la difracción por cristales. Esta medición puede realizarse haciendo experimentos de interferencia de rayos X, como, por ejemplo, el experimento de Linnik. En la actualidad también es posible obtener el espectro de rayos X por

medio de una red de difracción reflectora ordinaria. Para esto se hace que un haz estrecho de rayos X incida sobre una red de difracción reflectora metálica formando con su superficie un ángulo muy pequeño. En estas condiciones los rayos X experimentan una reflexión total en el límite de separación entre el aire y el metal. Los máximos de difracción se observan bajo un ángulo del orden de varias decenas de minuto. Conociendo el ángulo de difracción y la constante de la red puede hallarse la longitud de onda de los rayos X. Los resultados de estas mediciones pueden ser muy exactos: el error relativo puede reducirse hasta un 0,002%. Observando luego la difracción de los rayos X por un cristal, se puede determinar con la precisión correspondiente la constante  $b$  de dicho cristal. Así, por ejemplo, se halló que para la red de la calcita ( $\text{CaCO}_3$ ) el valor de la constante  $b = 3,03560 \cdot 10^{-8}$  cm. De aquí, y teniendo en cuenta la densidad y el peso molecular de la calcita se calculó el valor del número de Avogadro  $N = (6,0228 \pm 0,0011) \cdot 10^{23}$  mol $^{-1}$ . Este valor coincide perfectamente con los obtenidos por otros procedimientos.

Para estudiar los espectros de los rayos X se utilizan espectrógrafos de rayos X, en los cuales el papel de red de difracción lo desempeña la red espacial de un cristal.

El cálculo de la dirección en que, para una longitud de onda determinada, se obtiene un máximo por difracción en una red cristalina puede efectuarse no solamente basándose en las condiciones (4) y (5) del § 273, sino también por otro procedimiento más

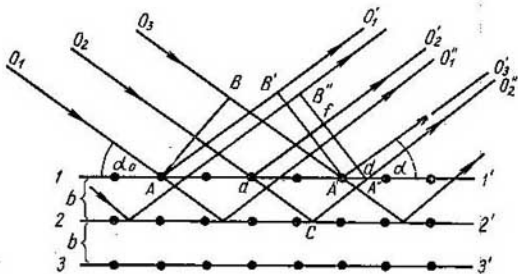


Fig. 107. Esquema para deducir las condiciones de Wulff y Bragg.

fácil. Este procedimiento fue propuesto por el físico cristalógrafo ruso G. Wulff y por los ingleses W. H. y W. L. Bragg, independientemente el uno de los otros, y se denomina método de Wulff y Bragg. Para explicarnos este método hagamos pasar mentalmente por un cristal del sistema cúbico una serie de planos, paralelos a sus caras naturales, que estén separados unos de otros por una distancia  $b$ , igual a la longitud de las aristas de las mallas cúbicas elementales del cristal. Los átomos estarán situados en estos planos a distancias iguales. En la fig. 107 el corte de estos planos por el del dibujo está representado por las líneas 1, 1', 2, 2', 3, 3', etc., y los áto-

mos lo están por los circuitos negros. Supongamos que sobre el cristal incide una serie de rayos coherentes paralelos  $O_1, O_2, O_3, \dots$ , de longitud de onda  $\lambda$ . Determinemos la dirección que siguen estos rayos por el ángulo  $\alpha_0$  que forman con el plano  $I, I'$ . A estos rayos les corresponderá un frente plano  $AB$ . Como resultado de la dispersión de los rayos por los átomos situados en el plano  $I, I'$ , se origina un frente reflejado  $A'B'$ . Los rayos  $O'_1, O'_2, O'_3, \dots$ , normales a este frente, formarán con el plano  $I, I'$  un ángulo  $\alpha = \alpha_0$ . Otro frente igual  $A''B''$ , paralelo a  $A'B'$ , se originará a causa de la dispersión de la onda por los átomos que se encuentran en el plano  $2, 2'$ . Los rayos  $O''_1, O''_2, O''_3, \dots$ , perpendiculares al frente  $A''B''$ , adquirirán con relación a los  $O'_1, O'_2, O'_3, \dots$ , como puede verse en la fig. 107, una diferencia de marcha

$$\Delta = af - ac - cd = ad \cos \alpha_0 - \frac{ad}{\cos \alpha_0},$$

de donde

$$\Delta = ad \frac{\sin^2 \alpha_0}{\cos \alpha_0}.$$

Teniendo en cuenta que  $ad = 2b \cotg \alpha_0$ , obtenemos

$$\Delta = 2b \sin \alpha_0.$$

Haces de rayos análogos se producirán al ser dispersados los rayos por los átomos que se encuentran en los planos  $3, 3', 4, 4'$ , etc., con la particularidad de que entre los rayos de todos estos haces habrá una misma diferencia de marcha  $\Delta$ . De esta forma, en la dirección de la reflexión especular se producirá una serie de haces superpuestos entre sí cuya diferencia de marcha  $\Delta$  será constante. Este fenómeno coincide con el caso de la interferencia de haces múltiples que estudiamos en el § 270. Si la diferencia de marcha entre los haces resulta igual a un múltiplo entero de la longitud de onda, es decir, si se cumple la condición

$$2b \sin \alpha_0 = k\lambda, \quad (2)$$

siendo  $k$  un número entero, en la dirección de la reflexión especular se producirá un máximo. Cuando el número de haces que interfieren es grande, en todas las demás direcciones la amplitud total de las vibraciones será mucho menor, es decir, la onda reflejada no existirá prácticamente. La condición (2) se conoce con el nombre de *condición de Wulff y Bragg*.

Al deducir la condición de Wulff y Bragg hemos considerado la dispersión de los rayos por un sistema de planos paralelos a las caras naturales de un cristal. Es evidente que también se puede considerar la dispersión producida por otros planos cualesquiera equidistantes entre sí y que pasen por el conjunto de los átomos, por

ejemplo, por las diagonales de los cubos elementales. La reflexión de las ondas en estas superficies produce nuevos máximos. Se puede demostrar que todas las direcciones posibles de los máximos hallados por estos procedimientos coinciden con las direcciones determinadas aplicando las fórmulas (4) y (5) del § 273. Pero el método de Wulff y Bragg tiene la ventaja de que, para cada longitud de onda  $\lambda$  (siempre que se cumpla la condición  $\lambda < 2b$ ), permite hallar el ángulo de inclinación  $\alpha_0$  que da lugar a la formación de un máximo en la dirección de la onda reflejada especularmente. Supongamos que la superficie plana  $AB$  de un cristal (fig. 108) es al mismo tiempo su cara natural. Sobre esta cara  $AB$  incide un haz de rayos X monocromáticos  $OC$  formando con ella un ángulo  $\alpha_0$ . Haciendo girar el cristal alrededor de un eje  $C$ , perpendicular al plano del dibujo, variemos el ángulo  $\alpha_0$ . Cuando  $\alpha_0$  tome un valor que cumpla la correlación (2) se producirá un máximo en dirección de la reflexión especular. Para todos los demás valores de  $\alpha_0$  prácticamente no existirá rayo reflejado.

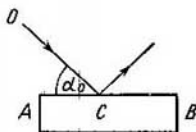


Fig. 108. Reflexión de los rayos X en un cristal.

En este principio se basa la construcción del espectrógrafo de rayos X de cristal giratorio. El esquema de este espectrógrafo se

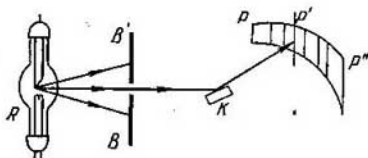


Fig. 109. Esquema de un espectrógrafo de rayos X de cristal giratorio.

muestra en la fig. 109, donde  $R$  es el tubo de rayos X y  $BB'$  es un diafragma de plomo con una rendija estrecha que deja pasar un haz muy fino de rayos X. Los rayos de este haz inciden sobre el cristal  $K$ , el cual puede girar alrededor de un eje paralelo a la rendija. Siguiendo el arco de circunferencia  $PP'P''$ , cuyo centro coincide con el eje de giro del cristal, se coloca una película fotográfica. Admitamos que los rayos X que se analizan están formados por ondas de longitudes determinadas  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ . En este caso, cuando el ángulo de incidencia  $\alpha_{0i}$  cumpla la condición (2) para una de las longitudes de onda  $\lambda_i$ , tendrá lugar la reflexión del rayo en la cara del cristal, y en el sitio correspondiente de la película fotográfica se producirá un ennegrecimiento. Si se continúa haciendo que el

crystal gire, se podrá conseguir que se reflejen sucesivamente todas las demás ondas  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ . Cuando la rendija del diafragma es suficientemente estrecha y paralela a la cara reflectora del cristal los lugares ennegrecidos de la película fotográfica tienen la forma de franjas estrechas y el conjunto de la figura es muy semejante a la de un espectro óptico obtenido con una red de difracción ordinaria.

Para registrar los rayos X se emplea a veces la propiedad que tienen de ionizar el aire y otros gases. En este caso la película fotográfica se sustituye por una cámara de ionización, la cual puede girar alrededor del mismo eje que el cristal. Si el ángulo de giro

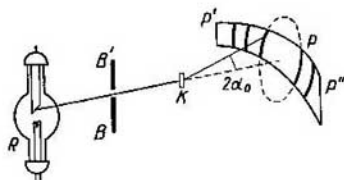


Fig. 110. Esquema de un espectrógrafo de rayos X de polvo cristalino.

de la cámara es el doble que el del cristal se cumple automáticamente la condición según la cual entra en la cámara un rayo reflejado. Cada vez que uno de estos rayos entra en la cámara se produce ionización: el grado de esta ionización se mide con un electrómetro.

La difracción por cristales puede utilizarse no solamente para medir la longitud de onda de los rayos X, sino también para resolver el problema inverso, es decir, para determinar la estructura de los cristales, empleando para ello rayos de longitud de onda conocida. El estudio minucioso de las figuras de difracción de diferentes cristales permite establecer el tipo geométrico de las redes respectivas. En la actualidad las investigaciones de este género se han desarrollado hasta dar lugar a una nueva rama de la Física denominada *análisis estructural röntgenográfico*. Este análisis encuentra amplio campo de aplicación tanto en la cristalografía como en la técnica, donde constituye un medio importantísimo de estudio de las propiedades de los materiales (aceros, aleaciones de metales no ferrosos, etc.).

En el análisis estructural röntgenográfico, además del método de la difracción de los rayos X en un cristal, se emplea también el llamado *método del polvo*, en el cual, en lugar de un solo cristal, se utiliza polvo cristalino muy fino prensado en forma de barrita cilíndrica. Si a través de una barrita de éstas se hace pasar un haz monocromático de rayos X, entre los diferentes cristales orientados caóticamente siempre se encuentran algunos orientados con relación



al haz bajo un ángulo  $\alpha_0$  que cumple la condición (2) para la longitud de onda  $\lambda$  dada. Estos cristales producen rayos reflejados que forman con los primarios un ángulo igual a  $2\alpha_0$ . Al conjunto de todas las orientaciones posibles de los cristalitas que hacen que el rayo incidente forme con sus superficies un ángulo  $\alpha_0$  dado le corresponde un cono de rayos cuyo ángulo en el vértice es igual a  $4\alpha_0$ . A cada una de las longitudes de onda  $\lambda_i$  y a cada uno de los órdenes  $k_i$  le corresponde un cono de diferente ángulo de abertura. El esquema de la obtención de la figura de difracción por medio del polvo se muestra en la fig. 110, donde  $R$  es un tubo de rayos X;  $BB'$  es un diafragma que deja pasar un haz de rayos muy estrecho, y  $K$  es la barrita de polvo cristalino prensado. En la película fotográfica, dispuesta siguiendo la circunferencia  $PP'P''$ , se impresionan los máximos, en forma de arcos, en los sitios de intersección de los conos de rayos con dicha película. La ventaja del método del polvo cristalino está en que no requiere grandes cristales difíciles de conseguir.

*Paso de la luz a través  
de medios isótropos y de sus  
superficies de separación*

§ 275. Interacción entre la luz y el medio. Como indicamos en el § 259, la luz está constituida por ondas electromagnéticas de pequeña longitud. Por consiguiente, los fenómenos ópticos deberán explicarse por las mismas ecuaciones de Maxwell que explican el origen y la propagación de las ondas electromagnéticas, teniendo en cuenta la interacción entre estas ondas y la sustancia en que se propagan.

Según la teoría inicial de Maxwell, para establecer la influencia que ejercen las sustancias sobre los procesos electromagnéticos hay que tener en cuenta sus tres características, es decir, la constante dieléctrica  $\epsilon$ , la permeabilidad magnética  $\mu$  y la conductividad  $\sigma$ . La constante dieléctrica  $\epsilon$  y la permeabilidad magnética  $\mu$  determinan la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas  $v$  en el medio dado; según Maxwell

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}; \quad (1)$$

la conductividad  $\sigma$  determina la absorción de las ondas.

Entre la velocidad de propagación de la luz  $v$  en un medio y el índice de refracción de este último  $n$  existe la relación

$$v = \frac{c}{n}.$$

Igualando esta fórmula con la (1), obtenemos

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}; \quad (2)$$

por lo tanto, el índice de refracción  $n$  debe venir determinado por los valores de la constante dieléctrica  $\epsilon$  y de la permeabilidad  $\mu$  del medio. Esta correlación se cumple correctamente cuando se trata de ondas electromagnéticas largas, tomando para  $\epsilon$  y  $\mu$  los valores que se obtienen basándose en las mediciones electrostáticas y magnéticas ordinarias. Pero cuando se trata de la luz estos valores de  $\epsilon$  y  $\mu$  dan valores erróneos del coeficiente de refracción  $n$ . Así, por ejemplo, para el agua  $\epsilon = 81$  y  $\mu$  es prácticamente igual a la unidad, de donde según (2)

$$n = \sqrt{81} = 9.$$

En realidad el coeficiente de refracción del agua para la luz visible es igual solamente a 1,3. Tampoco se cumple la relación entre la

absorción de la luz y la conductividad del medio. Por ejemplo, coloreando el vidrio puede conseguirse que absorba mucha luz sin que por esto aumente sensiblemente su conductividad eléctrica.

Esta contradicción aparente se explica por el hecho de que los valores de  $\epsilon$ ,  $\mu$  y  $\sigma$ , cuando el campo electromagnético externo (en este caso el campo de la onda luminosa) es de gran frecuencia, dependen en alto grado de dicha frecuencia y, por lo tanto, no son iguales a los valores de  $\epsilon$ ,  $\mu$  y  $\sigma$  que se obtienen sobre la base de mediciones electro y magnetostáticas.

Esta dependencia se puede comprender si se tiene en cuenta que  $\epsilon$  y  $\mu$  expresan el resultado de la interacción entre el campo exterior y los átomos y moléculas como valores *medios* correspondientes a un gran número de átomos (véase el t. II, § 146 y 208). Pero para ondas tan cortas como las de la luz, cuyo período de vibración puede compararse con el período de los movimientos que tienen lugar dentro de los átomos y de las moléculas, la acción mutua entre el campo electromagnético y los átomos y moléculas será distinta que en aquellos procesos que se desarrollan con más lentitud y, por consiguiente, su promedio también será otro. Las propiedades ópticas de las sustancias sólo pueden ser analizadas minuciosamente si se tiene en cuenta el carácter de la interacción que existe entre la onda electromagnética luminosa y el complicado sistema eléctrico que representa cada átomo o molécula. Como vimos en el t. II, en la composición de los átomos entran electrones y, por consiguiente, el estudio de las propiedades ópticas de las sustancias sólo es posible basándose en la teoría electrónica. Lorentz demostró que para la comprensión cualitativa de muchos fenómenos es suficiente la hipótesis que considera que dentro de los átomos y de las moléculas existen electrones sujetos casi elásticamente, es decir, electrones capaces de vibrar alrededor de sus posiciones de equilibrio cuando sobre ellos actúa una fuerza proporcional a su elongación.

Más adelante veremos que esta hipótesis dista mucho de ser suficiente y que hay que tomar en consideración el carácter mucho más complicado de la estructura de los átomos.

§ 276. Absorción de la luz. La luz, al pasar a través de cualquier sustancia, es absorbida por ella en mayor o menor grado. Generalmente la absorción de la luz tiene un *carácter selectivo*, es decir, la luz de las diferentes longitudes de onda no es igualmente absorbida. Como quiera que la longitud de onda determina el color de la luz, los rayos de diferentes colores, en general, serán absorbidos por una sustancia determinada en distintas proporciones.

Los cuerpos transparentes incoloros absorben poco la luz de todas las longitudes de onda comprendidas en el intervalo de los rayos visibles. Así, por ejemplo, una capa de vidrio de 1 cm de espe-

sor absorbe solamente 1% de los rayos visibles que pasan por él. Este mismo vidrio absorbe intensamente los rayos ultravioletas y los infrarrojos lejanos.

Los cuerpos transparentes coloreados se caracterizan por su absorción selectiva dentro de los límites de los rayos visibles. Por ejemplo, un vidrio es «rojo» cuando absorbe débilmente los rayos rojos y anaranjados e intensamente los verdes, azules y violetas. Si sobre un vidrio de este tipo incide luz blanca, que no es más que un conjunto de ondas de diferentes longitudes, solamente pasarán a través de él las ondas más largas, que son las que producen la sensación del color rojo, mientras que las ondas cortas serán absorbidas. Cuando este mismo vidrio se ilumina con luz verde o azul parecerá «negro», puesto que absorbe estos rayos.

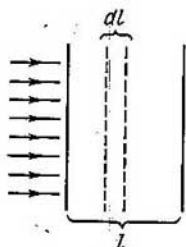


Fig. 111. Esquema para la deducción de la ley de la absorción de la luz.

Desde el punto de vista de la teoría de los electrones sujetos elásticamente, la absorción de la luz se debe a que la onda luminosa excita en la sustancia que atraviesa vibraciones forzadas de los electrones. La energía que mantiene la vibración de los electrones toma después otras formas. Si como resultado de los choques entre los átomos la energía de la vibración de los electrones se transforma en energía del movimiento caótico de las moléculas, el cuerpo se calienta.

La absorción de la luz puede explicarse en sus rasgos generales desde un punto de vista energético, es decir, sin entrar en los pormenores del mecanismo de la interacción que existe entre las ondas luminosas y los átomos y las moléculas de la sustancia absorbente. Supongamos que a través de una sustancia homogénea se propaga un haz de rayos paralelos (fig. 111). Tomemos dentro de esta sustancia una capa infinitamente delgada cuyo espesor sea  $dl$  y que esté limitada por dos planos paralelos perpendiculares a la dirección en que se propaga la luz. La densidad del flujo de energía  $u$  varía al pasar los rayos a través de la capa tomada en una magnitud igual a  $-du$ . Es lógico suponer que esta disminución  $-du$  será proporcional al valor de la propia densidad del flujo de energía en la capa absorbente dada y a su espesor  $dl$ :

$$-du = ku dl. \quad (1)$$

El coeficiente  $k$  viene determinado por las propiedades de la sustancia absorbente y se llama *coeficiente de absorción*. La invariabilidad del coeficiente  $k$  es señal de que cada capa absorbe una misma fracción del flujo que llega hasta ella.

Para obtener la fórmula de la disminución de la densidad del flujo de energía en una capa cuyo espesor total sea  $l$  podemos escribir la expresión (1) de la forma

$$\frac{du}{u} = -k dl$$

y después integrarla entre los límites 0 y  $l$ :

$$\int_0^l \frac{du}{u} = -k \int_0^l dl.$$

Supongamos que al entrar en la capa ( $l = 0$ ) la densidad del flujo era igual a  $u_0$ . Llamando  $u$  al valor que esta densidad adquiere después de haber pasado el flujo por todo el espesor  $l$ , después de integrar obtenemos:

$$\ln u - \ln u_0 = -kl \text{ o } \ln \frac{u}{u_0} = -kl,$$

de donde

$$u = u_0 e^{-kl}, \quad (2)$$

siendo  $e$  la base de los logaritmos naturales.

Cuanto mayor sea el coeficiente de absorción  $k$  tanto más intensa será la absorción de la luz. Cuando  $l = 1/k$ , de acuerdo con (2):

$$u = \frac{u_0}{e} \cong \frac{u_0}{2,72};$$

por lo tanto, una capa cuyo espesor sea igual a  $1/k$  disminuirá la densidad del flujo de energía en 2,72 veces. El coeficiente de absorción  $k$  oscila entre límites muy amplios para las diferentes sustancias. En la zona visible, para el aire a la presión atmosférica,  $k$  es aproximadamente igual a  $10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ , para el vidrio  $k \cong 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$ , y para los metales  $k$  es una magnitud del orden de decenas de millares. Cualquiera que sea la sustancia el coeficiente de absorción  $k$  depende en mayor o menor grado, de la longitud de onda. En la fig. 112 se representa la variación del  $\lg k$  en función de la longitud de onda  $\lambda$  para el cloro en estado gaseoso a  $0^\circ \text{ C}$  y presión atmosférica. Como puede verse, en la zona violeta el coeficiente es grande, después disminuye bruscamente en la amarilla-verde para volver a aumentar en la roja.

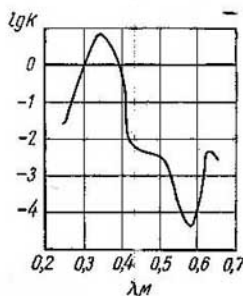


Fig. 112. Variación del logaritmo del coeficiente de absorción  $k$  del cloro en función de la longitud de onda  $\lambda$ .

La experiencia demuestra que cuando la absorción se lleva a cabo por sustancias disueltas en un disolvente transparente, esta absorción es proporcional

al número de moléculas absorbentes por unidad de longitud del camino que recorre el rayo luminoso en la disolución. Como el número de moléculas que hay en la unidad de longitud es proporcional a la concentración  $C$  de la disolución, el coeficiente de absorción  $k$  será proporcional a  $C$ , de donde podemos suponer que  $k = \kappa C$ , siendo  $\kappa$  un coeficiente constante nuevo que depende exclusivamente de las propiedades de las moléculas de la sustancia absorbente y no de la concentración que tenga la solución. Poniendo este valor de  $k$  en la fórmula de la absorción (2), obtenemos:

$$u = u_0 e^{-\kappa Cl}. \quad (3)$$

La afirmación de que el coeficiente  $\kappa$  no depende de la concentración de la solución se conoce con el nombre de *ley de Beer*. Esta ley se cumple siempre que la existencia de moléculas contiguas no varíe las cualidades de cada una de las moléculas dadas. Cuando las concentraciones de la solución son considerables se nota la influencia de las moléculas entre sí y la ley de Beer deja de cumplirse. En aquellos casos en que la ley tiene vigor la correlación (3) puede servir para determinar la concentración de la solución por el grado en que ésta absorbe la luz.

Además de esta absorción «real», en que la energía de las ondas luminosas se transforma, también es posible la disminución de la densidad del flujo de energía en el haz de rayos por dispersión de dicha energía hacia los lados. Este tipo de dispersión de las ondas luminosas al pasar por una sustancia será estudiado más adelante.

§ 277. Paso de la luz a través del límite entre dos medios transparentes. Como vimos anteriormente (§ 254), cuando la luz atraviesa el límite entre dos sustancias transparentes (dioptrio) el rayo incidente se descompone en dos, uno reflejado y otro refractado. Las direcciones de estos rayos se determinan por las leyes de la reflexión y de la refracción. Sin embargo, para definir totalmente los fenómenos relacionados con el paso de la luz a través de un dioptrio hay que indicar la intensidad y el estado de polarización de los rayos reflejado y refractado. Estos problemas se resuelven por medio de las fórmulas deducidas por Fresnel a principios del siglo XIX. Como ya dijimos, Fresnel dedujo sus fórmulas considerando la luz como una propagación de deformaciones elásticas en el éter. Para ello Fresnel tuvo que admitir que el éter tenía propiedades contradictorias. La deducción de las fórmulas de Fresnel sin incurrir en contradicciones sólo es posible basándose en la teoría electromagnética de la luz. Fresnel, al estudiar las vibraciones luminosas, sólo tomaba en consideración un vector, el que determinaba la elongación de las partículas. La onda electromagnética, como ya indicamos, se caracteriza por dos vectores  $E$  y  $H$ . Las fórmulas deducidas por la teoría electromagnética de la luz coinciden con las de Fresnel cuando las vibraciones luminosas se identifican con las del vector intensidad del campo eléctrico o simplemente campo eléctrico  $E$ . Esta identificación es posible, ya que la inmensa mayoría de las manifestaciones de las ondas luminosas, como sus efectos fisiológicos y fotoquímicos, los fenómenos del efecto fotoeléctrico y de la luminiscencia, vienen determinados precisamente por el vector campo eléctrico  $E$ . Las vibraciones del vector inducción magnética  $H$  van uni-

das inseparablemente a las del vector  $E$ , pero por lo general no se ponen de manifiesto en la onda electromagnética. Por esta razón, en adelante, cuando hablemos de la vibración de la onda luminosa nos referiremos a la del vector campo eléctrico  $E$ .

Al ocuparnos de las fórmulas de Fresnel estudiaremos independientemente dos casos: 1) cuando la luz está polarizada en el plano de incidencia; 2) cuando lo está en el plano perpendicular al de incidencia. De acuerdo con lo dicho en el § 259, en el primer caso las

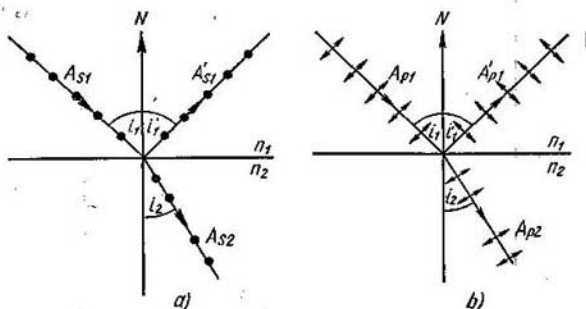


Fig. 113. Refracción y reflexión de una onda luminosa: *a*, la luz está polarizada en el plano de incidencia y las vibraciones tienen lugar en un plano perpendicular a él; *b*, la luz está polarizada en un plano perpendicular al de incidencia y las vibraciones tienen lugar en el de incidencia.

vibraciones de la onda luminosa tendrán lugar en el plano perpendicular al de incidencia, mientras que en el segundo se efectuarán en el plano de incidencia. En la fig. 113 las vibraciones perpendiculares al plano del dibujo se representan por medio de puntos y las que se encuentran en dicho plano, por medio de flechas.

Supongamos que los ángulos de incidencia y de refracción son iguales respectivamente a  $i_1$  y  $i_2$ , que el ángulo de reflexión  $i'_1 = i_1$  y convengamos que las amplitudes de las vibraciones perpendiculares al plano de incidencia las designaremos: en el rayo incidente por medio de  $A_{s1}$ , en el reflejado por medio de  $A'_{s1}$  y en el refractado por medio de  $A_{s2}$  y que las amplitudes de las vibraciones que tienen lugar en el plano de incidencia las designaremos a su vez por medio de  $A_{p1}$ ,  $A'_{p1}$  y  $A_{p2}$  respectivamente en los rayos incidente, reflejado y refractado. Entonces, de acuerdo con las fórmulas de Fresnel:

$$\frac{A'_{s1}}{A_{s1}} = \frac{-\operatorname{sen}(i_1 - i_2)}{\operatorname{sen}(i_1 + i_2)}, \quad (1) \quad \frac{A'_{p1}}{A_{p1}} = \frac{\operatorname{tg}(i_1 - i_2)}{\operatorname{tg}(i_1 + i_2)}, \quad (3)$$

$$\frac{A_{s2}}{A_{s1}} = \frac{2 \operatorname{sen} i_2 \cos i_1}{\operatorname{sen}(i_1 + i_2)}, \quad (2) \quad \frac{A_{p2}}{A_{p1}} = \frac{2 \operatorname{sen} i_2 \cos i_1}{\operatorname{sen}(i_1 + i_2) \cos(i_1 - i_2)}. \quad (4)$$

La correlación entre los ángulos de incidencia y los de refracción la da la ley de la refracción

$$\frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_2} = n_{21}.$$

siendo  $n_{21}$  el índice de refracción del segundo medio respecto al primero.

Para el caso particular del dioptrio aire-vidrio, cuyo índice de refracción  $n_{21} = 1,52$ , los valores de los cocientes de las amplitudes  $A'_{s1}/A_{s1}$ ,  $A_{s2}/A_{s1}$ ,  $A'_{p1}/A_{p1}$  y  $A_{p2}/A_{p1}$ , en función del ángulo de incidencia  $i_1$ , se dan en la fig. 114. En esta figura puede verse

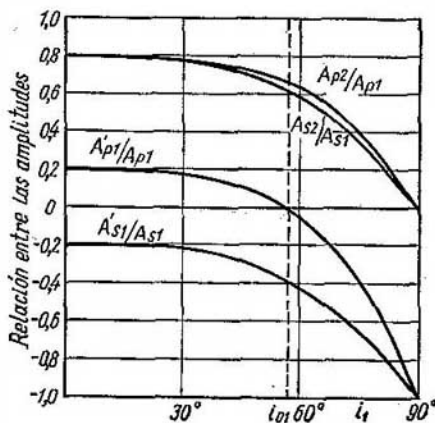


Fig. 114. Relación entre la amplitud de las vibraciones de las ondas reflejada y refractada y la amplitud de las vibraciones de la onda incidente.

en primer lugar que para un valor determinado del ángulo de incidencia  $i_{01}$  la relación  $\frac{A'_{p1}}{A_{p1}} = 0$ . Este valor del ángulo de incidencia  $i_{01}$ , como vemos por la fórmula (3), viene determinado por la condición:

$$\text{tg } (i_1 + i_2) = \infty,$$

es decir, por la condición

$$i_1 + i_2 = \frac{\pi}{2},$$

la cual está de acuerdo con la ley de Brewster (véase el § 258); si los rayos reflejados y refractados son perpendiculares entre sí,



el rayo reflejado estará totalmente polarizado en el plano de incidencia (es decir, carecerá de vibraciones paralelas al plano de incidencia:  $A'_{p1} = 0$ ).

Finalmente debemos aclarar el papel que desempeñan los signos en las fórmulas (1)-(4). Los signos de los vectores componentes dependen de las coordenadas que se elijan: la forma en que están escritas las fórmulas (1)-(4) corresponde a un sistema de coordenadas en que las componentes positivas del vector  $\mathbf{E}$  paralelas al plano de incidencia están dirigidas en las ondas incidente, reflejada y refractada de la forma que se indica en la fig. 115, donde el caso a) corresponde a un ángulo de incidencia pequeño, y el b) a un ángulo de incidencia grande. El sentido positivo de las componentes perpendiculares al plano de incidencia de las tres ondas está dirigido hacia detrás del plano del dibujo.

Esto equivale a emplear para cada uno de los rayos incidente, reflejado y refractado, un sistema de coordenadas propio, igual al que se representó en la fig. 34. Efectivamente, examinemos otra vez la fig. 115 y supongamos para simplificar que la luz está polarizada en un plano de forma que el vector campo eléctrico  $\mathbf{E}$  vibra en el plano de incidencia (es decir, en el plano del dibujo). Entonces las componentes  $E_p$  coinciden con el vector  $\mathbf{E}$ . El vector inducción magnética  $\mathbf{H}$  es perpendicular al plano del dibujo y para los tres rayos su dirección positiva va desde el plano del dibujo hacia el lector. En estas condiciones puede verse que, de acuerdo con la fig. 34, para cada uno de los rayos se utiliza un sistema de coordenadas derecho, es decir, que cuando la cabeza del sacacorchos gira en la dirección que va del vector  $\mathbf{E}$  al vector  $\mathbf{H}$ , la dirección del movimiento de avance de dicho sacacorchos coincide con la de propagación de los rayos.

De las fórmulas (2) y (4) se deduce que la refracción de las ondas se produce en todos los casos sin variación de fase. En la onda reflejada, cuando  $n_{21} > 1$ , cualquiera que sea el ángulo de incidencia de las vibraciones perpendiculares al plano de incidencia ( $E_s$ ) se produce un cambio de fase cuyo valor es  $\pi$  [el signo menos de la fórmula (1)]. Para las vibraciones paralelas al plano de incidencia ( $E_p$ ) en la onda reflejada, cuando  $n_{21} > 1$  y los ángulos de incidencia son menores que el de Brewster, es decir, aquellas en que  $i_1 + i_2 < \frac{\pi}{2}$ , el signo que lleva en la fórmula (3) la expresión  $\operatorname{tg}(i_1 + i_2)$

es positivo y, por consiguiente, los signos de  $E_{p1}$  y  $E'_{p1}$  son iguales; pero en este caso, como puede verse en la fig. 115, a, los componentes  $E_{p1}$  y  $E'_{p1}$  tienen sentidos contrarios. Cuando los ángulos son mayores que el de Brewster,  $i_1 + i_2 > \frac{\pi}{2}$ , el signo de  $\operatorname{tg}(i_1 + i_2)$  es negativo y, de acuerdo con la fórmula (3),  $E_{p1}$  y  $E'_{p1}$  tienen signos distintos. Como vemos en la fig. 115, b en este caso los signos contrarios

indican que  $E_{p1}$  y  $E'_{p1}$  están dirigidos en sentidos contrarios. Si el ángulo de incidencia es igual al de Brewster la amplitud de la vibración  $E'_{p1}$  será igual a cero.

Resumiendo: tanto cuando los ángulos son menores que el de Brewster, como cuando son mayores que él, al reflejarse la luz en un medio ópticamente más denso se produce un cambio de fase cuyo valor es igual a  $\pi$ , es decir, tiene lugar la pérdida de una semionda. A esto se debe la aparición de la mancha oscura en el centro de los

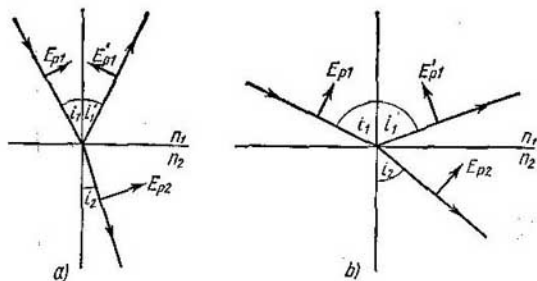


Fig. 115. Dirección positiva de los componentes del vector E en las ondas incidente, reflejada y refractada.

anillos de Newton (incidencia formando un ángulo pequeño) y de la franja oscura nula en el experimento de Lloyd (incidencia formando un ángulo grande).

Para determinar el flujo de energía en las ondas reflejada y refractada recordemos que el flujo de energía  $W$  (que viene dado por el vector de Umov multiplicado por el área de la sección de dicho flujo) es proporcional al cuadrado de la amplitud  $A^2$ , a la velocidad de propagación de la onda  $v$  y al área a través de la cual se transporta la energía (t. I, § 112):

$$W = uS \sim A^2 v S.$$

Como quiera que la velocidad de propagación y el área de la sección transversal  $S$  de la onda reflejada son iguales que las de la onda incidente, la relación entre los flujos de energía  $W'_1$  y  $W_1$  de las ondas reflejada e incidente será igual a la que exista entre los cuadrados de sus amplitudes. De aquí que, por la fórmula (1), para las vibraciones en el plano perpendicular al de incidencia (la luz se considera polarizada en el plano de incidencia, cosa que se indica con el signo  $\parallel$ ), tengamos:

$$\left(\frac{W'_1}{W_1}\right)_{\parallel} = \left(\frac{A'_{e1}}{A_{e1}}\right)^2 = \frac{\text{sen}^2(i_1 - i_2)}{\text{sen}^2(i_1 + i_2)}. \quad (5)$$

De la misma forma, para las vibraciones paralelas al plano de incidencia (la luz se considera polarizada perpendicularmente al plano de incidencia), según la fórmula (3), tendremos:

$$\left(\frac{W_1'}{W_1}\right)_{\perp} = \left(\frac{A'_{p1}}{A_{p1}}\right)^2 = \frac{\operatorname{tg}^2(i_1 - i_2)}{\operatorname{tg}^2(i_1 + i_2)}. \quad (6)$$

Cuando la luz incide perpendicularmente ( $i_1 = i_2 = 0$ ) las expresiones (5) y (6) toman una forma indeterminada. Para esclarecer esta indeterminación partiremos del hecho de que cuando los ángulos son pequeños tanto los senos como las tangentes pueden ser sustituidos por los propios ángulos. Entonces

$$\frac{\operatorname{sen}^2(i_1 - i_2)}{\operatorname{sen}^2(i_1 + i_2)} = \frac{\operatorname{tg}^2(i_1 - i_2)}{\operatorname{tg}^2(i_1 + i_2)} = \frac{(i_1 - i_2)^2}{(i_1 + i_2)^2} = \frac{\left(\frac{i_1}{i_2} - 1\right)^2}{\left(\frac{i_1}{i_2} + 1\right)^2}.$$

Pero cuando los ángulos  $i_1$  e  $i_2$  son pequeños la ley de la refracción puede escribirse de la forma

$$\frac{i_1}{i_2} = n_{21},$$

de donde, siendo los ángulos pequeños:

$$\frac{\operatorname{sen}^2(i_1 - i_2)}{\operatorname{sen}^2(i_1 + i_2)} = \frac{\operatorname{tg}^2(i_1 - i_2)}{\operatorname{tg}^2(i_1 + i_2)} = \left(\frac{n_{21} - 1}{n_{21} + 1}\right)^2,$$

de donde, según las fórmulas (5) y (6), cuando la luz incide perpendicularmente, esté polarizada horizontal o verticalmente al plano de incidencia, se obtiene una misma relación:

$$\frac{W_1'}{W_1} = \left(\frac{n_{21} - 1}{n_{21} + 1}\right)^2. \quad (6a)$$

Para determinar el flujo de energía en la onda refractada pueden utilizarse perfectamente las fórmulas (2) y (4). Pero es más fácil recurrir a la ley de la conservación de la energía, según la cual para los cuerpos no absorbentes la suma de los flujos de energía de los rayos reflejado y refractado  $W_1' + W_2$  es igual al flujo de energía del rayo incidente  $W_1$ :

$$W_1' + W_2 = W_1,$$

de donde

$$\frac{W_2}{W_1} = 1 - \frac{W_1'}{W_1}. \quad (7)$$

Como ya conocemos por las fórmulas (5) y (6) la relación  $\frac{W_1'}{W_1}$  para los casos en que la luz está polarizada en planos paralelos y perpendiculares al de incidencia, podemos hallar por la fórmula (7) la relación  $\frac{W_2}{W_1}$  para estos mismos casos.

Para la luz natural que no presenta huellas de polarización puede considerarse que la mitad de su energía corresponde a las vibraciones paralelas al plano de incidencia y otra mitad a las perpendiculares a dicho plano, de donde, de acuerdo con (5) y (6), se

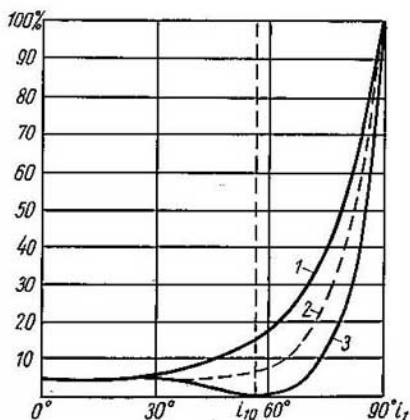


Fig. 116. Relación de los flujos de energía en las ondas reflejada e incidente: 1, luz polarizada en el plano de incidencia; 2, luz natural; 3, luz polarizada en el plano perpendicular al de incidencia.

deduce que el flujo de energía de la luz reflejada en el caso de que la incidente sea natural viene determinado por la correlación:

$$\frac{W'_1}{W_1} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\text{sen}^2(i_1 - i_2)}{\text{sen}^2(i_1 + i_2)} + \frac{\text{tg}^2(i_1 - i_2)}{\text{tg}^2(i_1 + i_2)} \right]. \quad (8)$$

Cuando la luz natural incide perpendicularmente, la fórmula (8) toma la forma de la (6a).

En la fig. 116 se muestra la gráfica de la relación  $W'_1/W_1$  para la luz polarizada en el plano de incidencia (curva 1); para la polarizada en el plano perpendicular al de incidencia (curva 3) y para la luz natural (curva 2) en función del ángulo de incidencia  $i_1$ . El cálculo de estas curvas corresponde a la reflexión de la luz en un dioptrio aire-vidrio cuyo índice de refracción  $n_{21} = 1,52$ . La curva 3 toca al eje de abscisas en el punto en que  $i_1 = i_{01} = 56^\circ 40'$ , lo que corresponde a la polarización total del rayo reflejado en el plano de incidencia (ley de Brewster). La reflexión de la luz es mínima cuando  $i_1 = 0$ , es decir cuando la luz incide perpendicularmente sobre

el dioptrio; cuando incide tangencialmente ( $i_1 = \frac{\pi}{2}$ ) la luz se refleja totalmente.

Examinemos varios ejemplos de aplicación de las fórmulas de Fresnel.

*Ejemplo 1.* En un aparato óptico la luz pasa sucesivamente por seis lentes fabricadas con vidrio cuyo índice de refracción es igual a 1,60. Determinar qué fracción de la luz pasa a través del aparato si los ángulos con que dicha luz incide sobre las lentes son pequeños.

*Solución.* De acuerdo con la fórmula (6a) cada vez que la luz incide sobre la superficie de una lente se refleja una parte de ella igual a

$$\frac{W'_1}{W_1} = \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 = \frac{0,60^2}{2,6^2} = 0,053.$$

Por consiguiente, a través de cada superficie pasa una cantidad de luz igual a 0,947 de la incidente. Pero como las seis lentes tienen doce superficies, a través de todo el sistema pasará un flujo:

$$W = (0,947)^{12} W_0 = 0,52W_0,$$

donde  $W_0$  es el flujo inicial. Por lo tanto, las pérdidas debidas a la reflexión alcanzan un 48% de la luz que incide sobre el aparato.

*Ejemplo 2.* Un objetivo complejo consta de los lentes de vidrio cuyos índices de refracción respectivos son  $n_1 = 1,52$  y  $n_2 = 1,60$ . Estas lentes van pegadas con bálamo del Canadá cuyo índice de refracción  $n_3 = 1,54$ . Calcular la pérdidas de luz que la reflexión ocasiona en el objetivo considerando que los ángulos con que la luz incide sobre las lentes son pequeños. Comparar estas pérdidas con las que producirían las dos lentes del objetivo si en lugar de estar pegadas estuvieran separadas por una capa de aire.

*Solución.* En la primera superficie se reflejará una cantidad de luz incidente igual a

$$\frac{W'_1}{W_1} = \left( \frac{n_1-1}{n_2+1} \right)^2 = \left( \frac{0,52}{2,52} \right)^2 = 0,043.$$

Es decir, a través de la primera superficie pasará 0,957 de la luz incidente.

Para hallar la fracción de luz que se refleja en el dioptrio vidrio-bálamo del Canadá hay que determinar previamente el índice de refracción relativo  $n_{31}$ :

$$n_{31} = \frac{n_3}{n_1} = \frac{1,54}{1,51} = 1,013.$$

De donde tenemos que en la superficie de separación entre el vidrio y el bálamo del Canadá se reflejará una parte de luz igual a

$$\left( \frac{n_{31}-1}{n_{31}+1} \right)^2 = \left( \frac{0,013}{2,013} \right)^2 = 0,00004,$$

es decir, prácticamente no se produce reflexión. Por lo tanto, solamente nos resta tener en cuenta la pérdida de luz, que se produce en la superficie de salida del objetivo, la cual viene determinada por la relación:

$$\left( \frac{n_2-1}{n_2+1} \right)^2 = \left( \frac{0,60}{2,60} \right)^2 = 0,053,$$

es decir, a través de esta última superficie pasa 0,947 de la luz que sobre ella incide y, por lo tanto, a través de todo el objetivo pasará:

$$W = 0,957 \cdot 0,947W_0 = 0,906W_0.$$

El total de las pérdidas de luz por reflexión en el objetivo alcanzan un 9,4%. Si entre las lentes hubiera una capa de aire las pérdidas serían del 18%.

De los dos ejemplos anteriores puede sacarse una conclusión común. En los sistemas ópticos que tienen gran número de superficies reflectoras (sobre todo si la luz puede incidir oblicuamente) las pérdidas por reflexión alcanzan valores considerables. Estas pérdidas pueden reducirse pegando los diversos elementos del sistema con una sustancia transparente cuyo índice de refracción sea aproximadamente igual al de los vidrios.

De los cálculos realizados se puede hacer también otra deducción. La reflexión que se produce en la superficie que separa dos sustancias cuyos índices de refracción se diferencian poco entre sí es muy pequeña. Por esta razón, si en un líquido transparente se sumerge un cuerpo sólido que también lo sea y que tenga el mismo índice de refracción que el líquido, este sólido resultará invisible. Esto puede demostrarse fácilmente introduciendo un trozo de cuarzo fundido ( $n = 1,458$ ) en tetracloruro de carbono ( $n = 1,465$ ). En este fenómeno se basa el procedimiento elaborado por I. V. Obreimov para determinar el índice de refracción de los vidrios valiéndose de líquidos cuyos índices de refracción se conocen.

*Ejemplo 3.* Un rayo de luz polarizada en un plano que forma un ángulo  $\psi = 45^\circ$  con el plano de incidencia, cae sobre la superficie de un vidrio formando con él un ángulo  $i_1 = 30^\circ$ . Determinar en qué plano estará polarizada la luz del rayo reflejado. El índice de refracción del vidrio  $n = 1,46$ .

*Solución.* Supongamos que  $OX$  (fig. 117) representa el plano de incidencia y  $O_1O_2$ , el plano de polarización. Las vibraciones  $A_1$  de la luz incidente tienen lugar en el plano perpendicular al de polarización. Descompongamos  $A_1$  en dos componentes:  $A_{p1}$ , paralela al plano de incidencia, y  $A_{s1}$ , perpendicular a dicho plano.

Como  $A_1$ , por las condiciones del ejemplo, forma con  $OX$  un ángulo de  $45^\circ$ , tendremos que:

$$A_{p1} = A_{s1} = \frac{A_1}{\sqrt{2}}.$$

Determinemos el ángulo de refracción  $i_2$ :

$$\text{sen } i_2 = \frac{\text{sen } i_1}{n} = \frac{\text{sen } 30^\circ}{1,46} = 0,342, \text{ de donde } i_2 = 20^\circ.$$

Aplicando las fórmulas de Fresnel (1) y (3) obtenemos las amplitudes de la luz reflejada para las componentes  $A'_{s1}$  y  $A'_{p1}$ :

$$A'_{s1} = -A_{s1} \frac{\text{sen}(30^\circ - 20^\circ)}{\text{sen}(30^\circ + 20^\circ)} = -A_{s1} \frac{\text{sen } 10^\circ}{\text{sen } 50^\circ} = -0,227 A_{s1};$$

$$A'_{p1} = A_{p1} \frac{\text{tg}(30^\circ - 20^\circ)}{\text{tg}(30^\circ + 20^\circ)} = A_{p1} \frac{\text{tg } 10^\circ}{\text{tg } 50^\circ} = 0,148 A_{p1}.$$

Como dijimos con anterioridad, cuando el ángulo de incidencia es menor que el de Brewster las dos componentes experimentan un cambio de fase cuyo valor es  $\pi$ . Por esto en la fig. 117,  $A'_{s1}$  y  $A'_{p1}$  se toman en sentidos contrarios a los de  $A_{s1}$  y  $A_{p1}$ .

En esta misma figura puede verse que la vibración  $A'_1$  del rayo reflejado tiene lugar en un plano que forma con el de incidencia  $OX$  un ángulo  $\psi'$  que se puede determinar por medio de la correlación:

$$\text{tg } \psi' = \frac{0,227}{0,148} = 1,53, \text{ de donde } \psi' = 57^\circ.$$

El plano de polarización del rayo reflejado  $O'_1O'_2$  forma con el de polarización del rayo incidente un ángulo  $\psi' - \psi = 57^\circ - 45^\circ = 12^\circ$ .

Partiendo de las fórmulas de Fresnel puede verse fácilmente que si el plano de polarización no coincide con el de incidencia o no es perpendicular a él,

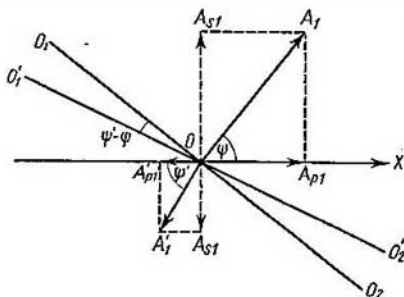


Fig. 117. Esquema para el cálculo del giro que experimenta el plano de polarización al reflejarse la luz.

al producirse la reflexión o la refracción en la superficie que separa dos sustancias transparentes tiene lugar un *giro del plano de polarización*.

Como se demostró en el § 252, cuando la luz pasa de un medio óptico más denso a otro menos denso (es decir, cuando el índice relativo de refracción  $n_{21} < 1$ ) formando ángulos de incidencia mayores que el ángulo límite no se produce rayo refractado. En este caso la luz se refleja totalmente. Este fenómeno se llama reflexión total. El ángulo límite  $i_{1 \text{ lím}}$  se determina por la condición

$$\text{sen } i_{1 \text{ lím}} = n_{21}$$

La existencia de la reflexión total se deduce de las fórmulas de Fresnel. Si  $\text{sen } i_1 = \text{sen } i_{1 \text{ lím}} = n_{21}$ , según la ley de la refracción,  $i_2 = \frac{\pi}{2}$ , de donde, de acuerdo con las fórmulas (5) y (6) de Fresnel, la reflexión es total:

$$\left(\frac{W'_1}{W_1}\right)_{\parallel} = \frac{\text{sen}^2\left(i_{1 \text{ lím}} - \frac{\pi}{2}\right)}{\text{sen}^2\left(i_{1 \text{ lím}} + \frac{\pi}{2}\right)} = 1,$$

$$\left(\frac{W'_1}{W_1}\right)_{\perp} = \frac{\text{tg}^2\left(i_{1 \text{ lím}} - \pi/2\right)}{\text{tg}^2\left(i_{1 \text{ lím}} + \pi/2\right)} = 1.$$

Cualquier ángulo de incidencia  $i_1 > i_{1 \text{ lím}}$  carece de valores reales del ángulo de refracción  $i_2$  que puedan cumplir la ley de la

refracción. Por esto, mientras  $i_1 > i_{1lm}$  el flujo de energía del rayo refractado  $W_2$  sigue siendo igual a cero y la relación  $W_1'/W_1$  resulta como antes igual a la unidad.

Cuando tiene lugar la reflexión total, en el rayo reflejado se produce un salto de fase con respecto a la del rayo incidente. Si el vector

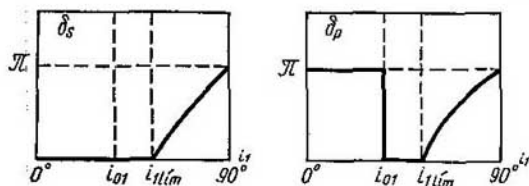


Fig. 118. Saltos de fase por reflexión en una sustancia ópticamente menos densa: a, para las vibraciones perpendiculares al plano de incidencia; b, para las vibraciones paralelas al plano de incidencia.

campo eléctrico  $E$  vibra en un plano perpendicular al de incidencia, este salto de fase  $\delta_s$  viene determinado por la correlación

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_s}{2} = \frac{\sqrt{\operatorname{sen}^2 i_1 - n_{21}^2}}{\cos i_1}; \quad (9)$$

si dicho vector vibra en el plano de incidencia el salto de fase  $\delta_p$  se determina por la correlación

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_p}{2} = \frac{\sqrt{\operatorname{sen}^2 i_1 - n_{21}^2}}{n_{21} \cos i_1}. \quad (10)$$

En la fig. 118 puede verse cómo los saltos de fase  $\delta_s$  y  $\delta_p$  dependen del ángulo  $i_1$  en el caso en que  $n_{21} = \frac{1}{n_{12}} = \frac{1}{1,52}$ .

La diferencia de fases  $\delta_p - \delta_s$  entre las vibraciones paralelas y perpendiculares al plano de incidencia, según (9) y (10) se determina por la correlación:

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_p - \delta_s}{2} = \frac{\cos i_2 \sqrt{\operatorname{sen}^2 i_1 - n_{21}^2}}{\cos^2 i_1}. \quad (11)$$

En esta fórmula puede verse que cuando  $i_1 = i_{1lm}$  ( $\operatorname{sen} i_{1lm} = n_{21}$ )

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_p - \delta_s}{2} = 0,$$

es decir, si el rayo se refleja formando exactamente el ángulo límite no se produce ninguna diferencia de fase entre las vibraciones paralelas y perpendiculares al plano de incidencia  $E'_{1p}$  y  $E'_{1s}$ ; la luz polarizada en un plano continúa siendo polarizada en un plano. Hablando



en general, entre los componentes del vector campo eléctrico  $E'_{1p}$  y  $E'_{1s}$ , del rayo que se produce con la reflexión total existe cierta diferencia de fases.

Supongamos que sobre la superficie que separa dos medios incide, bajo un ángulo mayor que el ángulo límite, un rayo plano polarizado cuyo plano de polarización forma a su vez con el de incidencia un ángulo cualquiera diferente de 0 y de  $\pi/2$ . En este caso las dos vibraciones del rayo reflejado  $E'_{1p}$  y  $E'_{1s}$  proceden de una misma vibración y, por consiguiente, serán coherentes. En el t. I, § 101



Fig. 119. Obtención de luz polarizada elípticamente por doble reflexión total.

demostramos que cuando se componen vibraciones perpendiculares entre sí se produce, por lo general, un movimiento elíptico. Por consiguiente, en las condiciones indicadas en el rayo que experimenta la reflexión total el vector campo eléctrico varía de tal forma que su extremo describe una elipse. La luz que corresponde a las vibraciones de este género se llama *elípticamente polarizada*. En el caso particular en que los componentes  $E'_{1s}$  y  $E'_{1p}$  tienen la misma amplitud y la diferencia de fases entre ellos es igual a  $\pi/2$  ó  $3\pi/2$ , la elipse se transforma en una circunferencia y se dice que la luz está *circunferentemente polarizada*. Para el dioptrio vidrio-aire ( $n_{12} = 1,5$ ) cuando  $i_1 = 54^\circ 37'$  la diferencia de fases  $\delta_p - \delta_s = 45^\circ$ ; la doble reflexión bajo este ángulo produce una diferencia de fases de  $\pi/2$ , es decir, da lugar a vibraciones circulares. Fresnel construyó un romboide (fig. 119) en el que la luz sufre sucesivamente dos reflexiones totales bajo el ángulo de  $54^\circ 37'$ . Si la luz inicial estaba polarizada en un plano, la que emerge del romboide lo estaba circularmente.

Los procedimientos que se siguen para el análisis de la luz polarizada elíptica o circularmente serán estudiados más adelante.

Cuando la reflexión es total se produce un fenómeno peculiar que consiste en que las vibraciones electromagnéticas penetran parcialmente en el segundo medio. No obstante, estas vibraciones sólo originan un transporte de energía a lo largo de la superficie de separación, sin que formen rayos refractados.

El fenómeno de la penetración de las vibraciones en la segunda sustancia puede apreciarse experimentalmente. Si la sustancia ópticamente menos densa tiene un espesor del orden de la longitud de onda y después se encuentra una sustancia ópticamente más densa, las vibraciones llegarán a ella y luego se propagarán de la forma ordinaria. En estas condiciones una parte de la energía pasará a través de la superficie de separación, en la cual, en otros casos, se observa una reflexión total. En la fig. 120 se muestra el esquema de un experimento que permite establecer esta penetración de las vibraciones a través de una capa de sustancia ópticamente menos densa. Dos prismas de reflexión total fabricados de sal gema (se toma la sal gema para que los prismas sean transparentes en la región de los rayos infrarrojos; véase el texto más adelante), se juntan dejando entre ellos un pequeño espacio de aire que se regula interponiendo entre las superficies  $BC$  y  $B'C'$  unas hojas delgadas de papel metálico. Si el espesor del papel metálico se toma del orden de  $5\mu$ , el espacio de aire será mayor que la longitud de las ondas de la luz visible y los rayos visibles sufrirán en la superficie  $BC$  una reflexión total en la dirección que indica la línea punteada.

Pero los rayos infrarrojos de longitud de onda suficientemente grande penetran a través de este mismo espacio de aire en el prisma  $A'B'C'$  y pueden ser registrados por medio del par termoelectrónico  $\alpha$ . Si el espesor de la capa de aire se disminuye hasta unas fracciones de micra, los rayos visibles también penetrarán en el prisma  $A'B'C'$ .

Otra variante de este experimento fue propuesta por Mandelstam y Zelone. Un prisma de reflexión total  $ABC$  (fig. 121) se ponía en contacto por su

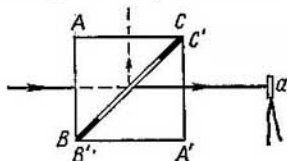


Fig. 12D. Paso de los rayos infrarrojos a través de una capa delgada de aire comprendida entre dos prismas.

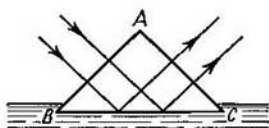


Fig. 121. Demostración de que la luz penetra en la segunda sustancia aunque la reflexión sea total.

cara  $BC$  con un líquido fluorescente. Las vibraciones penetraban parcialmente en el líquido y provocaban en él fluorescencia en una capa delgada de la zona contigua al prisma.

§ 278. Reflexión de la luz por los metales. Los metales se caracterizan por absorber intensamente la luz. En ellos solamente puede apreciarse la transmisión de la luz cuando ésta pasa a través de películas metálicas cuyo espesor excede muy poco la longitud de la onda luminosa. En este caso se observa generalmente una considerable selectividad. Así, por ejemplo, cuando se miran al trasluz panes de oro delgados parecen verdes, mientras que los de plata parecen violetas. Si caracterizamos la absorción de la luz por el metal por medio de la fórmula (2) del § 276:

$$u = u_0 e^{-kl}, \quad (1)$$

para el coeficiente de absorción  $k$  obtenemos un valor de decenas y centenas de millares de  $\text{cm}^{-1}$ . Por esta razón, para caracterizar la absorción de los metales se introduce otro coeficiente  $\kappa$ , que guarda con el  $k$  la siguiente correlación:

$$\kappa = \frac{k\lambda}{4\pi},$$

siendo  $\lambda$  la longitud de onda de la luz que se considera. Entonces la fórmula (1) toma la forma:

$$u = u_0 e^{-\frac{4\pi}{\lambda} \kappa l} \quad (1a)$$

Cuando la luz pasa a través de una capa de metal cuyo espesor es igual a la longitud de onda luminosa el flujo de energía se debilita

en  $e^{4\pi\kappa}$  veces. Para la mayoría de los metales el valor de  $\kappa$  se encuentra entre 1,5 y 5.

Los metales se caracterizan por su gran absorción y por su propiedad de reflejar bien la luz. Prácticamente el coeficiente de reflexión de la luz depende en alto grado del estado en que se encuentra la superficie del metal: huellas de corrosión casi insignificantes pueden disminuir considerablemente sus propiedades reflectantes. Por

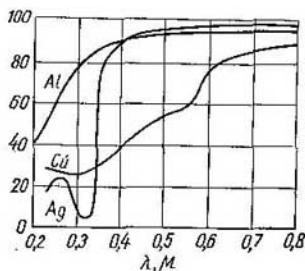


Fig. 122. Variación de los coeficientes de reflexión del aluminio, la plata y el cobre en función de la longitud de onda.

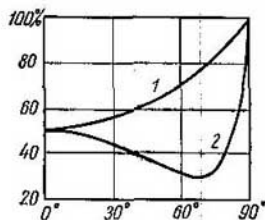


Fig. 123. Relación entre los flujos de energía de las ondas reflejada e incidente cuando la luz se refleja en el cobre: 1, luz polarizada en el plano de incidencia; 2, luz polarizada en un plano perpendicular al de incidencia ( $\lambda = 0,45 \mu$ ).

esta razón, cuando se desea dar la característica del poder reflector de los metales hay que tener en cuenta que sus superficies deben estar pulimentadas y limpias. La reflexión que producen los metales también es selectiva. En la fig. 122 se dan las variaciones de los coeficientes de reflexión del aluminio, la plata y el cobre en función de la longitud de onda. Como puede verse, el aluminio y la plata tienen en la zona visible un coeficiente de reflexión mayor del 90%. El coeficiente de reflexión de la plata comienza a disminuir sensiblemente en la zona violeta ( $\lambda \cong 0,4 \mu$ ) y sufre una disminución brusca en la de los rayos ultravioletas, alcanzando un mínimo cuando  $\lambda = 0,32 \mu$ . El poder reflector del aluminio varía con más suavidad en función de la longitud de onda y continúa siendo relativamente elevado en la zona ultravioleta del espectro. Esta peculiaridad del aluminio, junto con su gran resistencia a la corrosión, hace que sea muy a propósito para la fabricación de espejos para aparatos ópticos. El coeficiente de reflexión del cobre disminuye mucho incluso en la zona visible, a esto se debe la coloración rojiza característica que presentan las superficies lisas y limpias de este metal.

El coeficiente de reflexión de las superficies metálicas pulimentadas depende del ángulo de incidencia, siendo diferente para las vibraciones paralelas y perpendiculares al plano de incidencia. En la fig. 123 se da, referida al cobre ( $\lambda = 0,45 \mu$ ) y en función del ángulo de incidencia  $i_1$ , la relación que existe entre los flujos de energía de los rayos reflejado e incidente para las vibraciones perpendiculares (curva 1) y paralelas (curva 2) al plano de incidencia. Estas curvas son semejantes a las de la reflexión en la superficie del vidrio (fig. 116, curvas 1 y 3). Las curvas 1 y 2 de la fig. 123 coinciden cuando el ángulo de incidencia  $i_1 = 0$  y tienden a la unidad cuando  $i_1 = \frac{\pi}{2}$ . La curva 2, de las vibraciones paralelas al plano

de incidencia, alcanza para un valor determinado del ángulo de incidencia  $i_1 = i_{10}$  un mínimo. Para el cobre este ángulo es igual a  $69^\circ 41'$ . Sin embargo, entre las curvas correspondientes a las fórmulas de Fresnel (fig. 116) y las curvas de reflexión en los metales existe una diferencia esencial. En primer lugar, la reflexión metálica es grande incluso cuando la incidencia es normal y, en segundo, la curva 2 no llega a alcanzar en su mínimo el valor de cero. Los metales no producen bajo ningún ángulo la polarización total de los rayos reflejados, mientras que cuando la reflexión tiene lugar en la superficie de separación de dos sustancias transparentes y bajo el ángulo de Brewster el rayo reflejado resulta polarizado totalmente en el plano de incidencia. Si la reflexión tiene lugar en una superficie metálica, entre las vibraciones paralelas y perpendiculares al plano de incidencia se produce una diferencia de fase determinada. Por esto, la luz polarizada linealmente, al reflejarse en un metal, resulta polarizada elípticamente.

La teoría de las propiedades ópticas de los metales se basa en la suposición de que en los metales existen electrones libres. Por esto, en lugar de las fórmulas de Fresnel obtenemos las siguientes:

1) para la relación entre los flujos de energía de los rayos reflejado e incidente, cuando las vibraciones son perpendiculares al plano de incidencia (luz polarizada en el plano de incidencia)

$$\left(\frac{W'_1}{W_1}\right)_{\perp} = \left(\frac{A'_{s1}}{A_{s1}}\right)^2 = \frac{(n - \cos i_1)^2 + \kappa^2}{(n + \cos i_1)^2 + \kappa^2}, \quad (2)$$

en lugar de la fórmula (5) del § 277;

2) para la relación entre los flujos de energía de los rayos reflejado e incidente, cuando las vibraciones son paralelas al plano de incidencia (luz polarizada perpendicularmente al plano de incidencia):

$$\left(\frac{W'_1}{W_1}\right)_{\parallel} = \left(\frac{A'_{p1}}{A_{p1}}\right)^2 = \frac{\left(n - \frac{1}{\cos i_1}\right)^2 + \kappa^2}{\left(n + \frac{1}{\cos i_1}\right)^2 + \kappa^2}, \quad (3)$$

en lugar de la fórmula (5) del § 277.

En las fórmulas (2) y (3)  $n$  es el índice de refracción del metal y  $\kappa$ , el coeficiente de absorción determinado por la correlación (1a).

Cuando la luz incide perpendicularmente ( $i_1 = 0$ ) ambas fórmulas (2) y (3) toman la forma:

$$\left(\frac{W_1'}{W_1}\right)_{\parallel} = \left(\frac{W_1'}{W_1}\right)_{\perp} = \frac{(n-1)^2 + \kappa^2}{(n+1)^2 + \kappa^2}, \quad (4)$$

en lugar de la fórmula (6a) del § 277.

Los primeros intentos para hallar directamente por vía experimental los coeficientes  $n$  y  $\kappa$  para los metales se llevaron a cabo a finales del siglo pasado. Para ello se emplearon películas de metal tan finas que dejaban pasar cierta cantidad de luz. Otro procedimiento para hallar estos coeficientes consiste en aplicar las fórmulas teóricas que relacionan las constantes  $n$  y  $\kappa$  con las magnitudes que caracterizan la polarización de la luz reflejada en un metal. Los valores de  $n$  y  $\kappa$  hallados por este procedimiento para una serie de metales se dan en la tabla III.

Tabla III

Valores del índice de refracción  $n$  y de los coeficientes de absorción  $\kappa$  y de reflexión  $r$  de diversos metales para  $\lambda = 0,589 \mu$

Metal	$\kappa$	$n$	$r$ en %
Hierro	1,63	1,51	32,6
Níquel	3,32	1,79	62,0
Cobre	4,26	2,06	70,1
Oro	2,82	0,37	85,1
Plata	3,64	0,18	95,0
Sodio	2,61	0,005	99,7

Como puede verse, para una serie de metales el índice de refracción es menor que la unidad. En el § 282 se indicará la posibilidad de que el índice absoluto de refracción  $n$  sea menor que la unidad.

Teóricamente las constantes ópticas  $n$  y  $\kappa$  de los metales se relacionan con la conductividad eléctrica  $\sigma$  por medio de la correlación:

$$n\kappa = \frac{\sigma}{\nu},$$

siendo  $\nu$  la frecuencia de la luz. Esta correlación se cumple perfectamente para los rayos infrarrojos lejanos. Pero para los rayos visibles se obtiene una gran divergencia que hace suponer que cuando la luz visible se refleja en un metal desempeñan un papel importante no sólo los electrones libres, sino también los ligados.

§ 279. *Dispersión de la luz.* Se entiende por *dispersión de la luz* el conjunto de los fenómenos debidos a la relación de dependencia que existe entre los índices de refracción de las sustancias y las longitudes de las ondas luminosas. La luz de distintas longitudes de onda, es decir, de diferentes colores, no se refracta por igual en la superficie de separación de dos medios transparentes. Para ser más concre-

los vamos a estudiar la refracción en la superficie de separación entre el vacío y una sustancia determinada, es decir, vamos a hablar de cómo depende de la longitud de onda  $\lambda$  el valor absoluto del índice de refracción. En este caso podemos escribir que para cada sustancia concreta el índice de refracción  $n$  es una función determinada de la longitud de onda  $\lambda$ :

$$n = f(\lambda). \quad (1)$$

Se llama *dispersión de una sustancia* la magnitud que determina la rapidez con que varía su índice de refracción  $n$  al variar la longitud de onda. Si a dos longitudes de onda  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  les corresponden

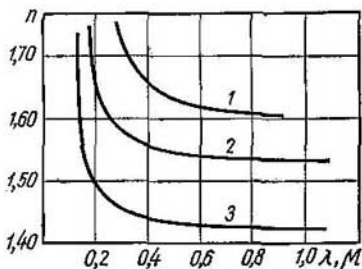


Fig. 124. Variación del índice de refracción  $n$  en función de la longitud de onda: 1, para el vidrio (flint ligero); 2, para el cuarzo; 3, para la fluorita.

los valores  $n_1$  y  $n_2$  de los respectivos índices de refracción, la dispersión media de la sustancia  $\bar{v}$  en la zona comprendida entre las longitudes de onda  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  vendrá representada por la relación

$$\bar{v} = \frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\Delta n}{\Delta \lambda}, \quad (2)$$

donde  $\Delta n = n_2 - n_1$  y  $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ . El valor de la dispersión de la sustancia  $\bar{v}$  en las proximidades de una longitud de onda  $\lambda$  determinada puede obtenerse pasando en el límite a un intervalo infinitamente pequeño de longitudes de onda; entonces la relación (2) se sustituye por la derivada del índice de refracción  $n$  respecto a la longitud de onda  $\lambda$ :

$$v = \frac{dn}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} f(\lambda). \quad (2a)$$

El índice de refracción  $n$  de todas las sustancias transparentes aumenta monótonamente al disminuir la longitud de onda  $\lambda$ . Esto está de acuerdo con el hecho de que en los cuerpos transparentes los rayos violetas se refractan más que los verdes y éstos a su vez más que los rojos. En la fig. 124 se da un diagrama de las variacio-

nes de  $n$  en función de  $\lambda$  para el vidrio (flint ligero), el cuarzo y la fluorita. El índice de refracción  $n$  aumenta con mucha rapidez al disminuir la longitud en la zona de las ondas cortas, de donde, según la igualdad (2a), se deduce que en todas estas sustancias aumenta la dispersión al disminuir la longitud de onda.

La diferente refrangibilidad de los rayos de luz de distintos colores permite descomponer la luz compleja en sus componentes monocromáticas. El primero en realizar este experimento fue Newton, en el año 1672. El esquema de este experimento se ilustra con la fig. 125, tomada del libro de Newton «Optica». Un rayo de luz solar

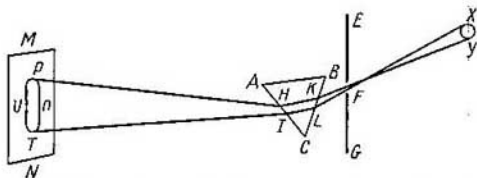


Fig. 125. Esquema del experimento de Newton para obtener el espectro por medio de un prisma.

pasa a través de un pequeño agujero redondo  $F$  practicado en el postigo de una ventana  $EG$ . Después de refractarse en el prisma  $ABC$ , el rayo se proyecta sobre una hoja de papel blanco  $MN$ . Al ocurrir esto la imagen del agujero redondo  $F$  se alarga y toma forma de franja coloreada  $TP$ . El extremo rojo de la franja  $T$  corresponde al rayo  $FLIT$  que es el que menos se desvía en el prisma, y el extremo violeta  $P$ , al rayo  $FKHP$  que es el que más desviación experimenta. Newton dio el nombre de *espectro* a la franja coloreada  $TP$ . La luz solar produce un *espectro continuo* con transiciones suaves de unos colores a otros, lo que desde el punto de vista actual supone la existencia en dicha luz de vibraciones de todas las longitudes de onda posibles\*). Cuando se emplean ciertas fuentes de luz artificiales (como llamas coloreadas con sales metálicas, gases luminiscentes en presencia de descargas eléctricas, etc.) el espectro que se obtiene es *de rayas* y está formado por franjas brillantes aisladas («rayas») separadas entre sí por espacios oscuros. Esto indica que la luz de estos focos consta solamente de las vibraciones correspondientes a determinadas longitudes de onda.

La forma analítica de la función (1) que determina el valor del índice de refracción  $n$  en función de la longitud de onda  $\lambda$ , puede

\*) En realidad en el espectro del Sol existen líneas oscuras estrechas (líneas de Fraunhofer), debidas a la absorción de la luz por las capas extremas de la atmósfera del Sol. Pero en los experimentos de Newton estas líneas no eran visibles.

representarse aproximadamente de la siguiente manera:

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}. \quad (3)$$

En este caso la dispersión de la sustancia vendrá representada por la expresión

$$v = \frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda^3}.$$

La influencia que ejerce la sustancia en la propagación de la luz se debe a la acción mutua entre ésta y los átomos y las moléculas que constituyen dicha sustancia. Esta acción mutua ocasiona la variación de la velocidad de la luz  $v$  y, por consiguiente, determina el valor del índice de refracción  $n = \frac{v}{c}$ , donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío.

La teoría de la dispersión se basa en el estudio de la interacción que existe entre las ondas luminosas y las partículas cargadas (electrones y cargas positivas) que entran en la composición de los átomos y de las moléculas. Para este estudio se parte de la suposición de que las fuerzas que hacen que las partículas cargadas de los átomos y de las moléculas se mantengan próximas a sus posiciones de equilibrio son fuerzas cuasielásticas. Por lo tanto, cada átomo o molécula tiene su propia frecuencia de vibración  $\omega_0$ . Cuando una onda luminosa incide sobre la sustancia, las partículas cargadas de los átomos y las moléculas, influidas por aquélla, entran en vibración forzada con una frecuencia que coincide con la de la onda incidente  $\omega$ .

La onda electromagnética (luminosa) al propagarse a través de la sustancia con una velocidad  $c$  produce las vibraciones forzadas de las partículas. A esto se debe que junto a cada partícula se produzcan ondas secundarias. La amplitud y la fase de estas ondas secundarias viene determinada por la amplitud y la fase de las vibraciones forzadas de las partículas; estas últimas dependen a su vez de la correlación entre la frecuencia de la onda incidente  $\omega$  y la de las vibraciones propias  $\omega_0$ .

En el t. I, § 103, se demostró que una fuerza periódica excitadora de frecuencia  $\omega$  produce vibraciones forzadas de amplitud

$$A = \frac{h}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \quad (4)$$

cuya fase  $\alpha$  se determina por la igualdad

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2};$$

siendo  $h$  una constante y  $\beta$  un coeficiente que caracteriza el amortiguamiento de las vibraciones del sistema. Si el valor del factor  $\beta$



es pequeño, el papel que desempeña la amortiguación solamente puede apreciarse cuando la frecuencia de la fuerza excitadora  $\omega$  se diferencia muy poco de la de las vibraciones propias  $\omega_0$ . Por esta razón, cuando la amortiguación es débil, para todas las frecuencias  $\omega$  que no se aproximen demasiado a  $\omega_0$  podemos escribir aproximadamente:

$$A = \frac{h}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (4a)$$

La amplitud y la fase de las vibraciones forzadas dependen de la correlación entre las frecuencias  $\omega_0$  y  $\omega$ . La amplitud  $A$  es muy grande cerca de la resonancia. Cuando  $\omega \ll \omega_0$  la amplitud  $A$  es mucho menor y al disminuir  $\omega$  tiende a un límite constante diferente de cero. Si  $\omega \gg \omega_0$  la amplitud de las vibraciones forzadas  $A$  disminuye hasta cero al crecer la frecuencia  $\omega$  de la fuerza excitadora. La fase de las vibraciones forzadas  $\alpha$  varía desde cero hasta  $-\pi$  cuando  $\omega$  varía desde cero hasta frecuencias mucho mayores que  $\omega_0$ . Cerca de la resonancia (cuando la amortiguación es pequeña) la fase se aproxima a  $-\frac{\pi}{2}$ . Estas mismas deducciones son aplicables a la amplitud y la fase de las ondas secundarias.

Las ondas secundarias, componiéndose con las primarias, dan lugar a una onda resultante cuya amplitud y fase son diferentes de las amplitudes y fases de las ondas primarias. Esto conduce al hecho de que la onda pasa a través de la sustancia con una velocidad de fase diferente de la velocidad a que se propaga en el vacío. Esta diferencia de velocidades será tanto mayor cuanto más intensas sean las vibraciones forzadas de las partículas.

De aquí se deduce que la luz (es decir, las ondas electromagnéticas) cuya frecuencia sea mucho menor que la de las vibraciones propias de los átomos o de las moléculas pasará a través de la sustancia con una velocidad que prácticamente no depende de la frecuencia, pero que es diferente de la velocidad de la luz en el vacío (puesto que  $A \approx \text{const} \neq 0$ )\*).

La luz cuya frecuencia es muy alta (es decir, que supera sensiblemente la frecuencia de las vibraciones propias de los átomos) produce ondas secundarias cuya amplitud se aproxima a cero y su velocidad de paso por la sustancia se aproxima a la velocidad de la luz en el vacío. El índice de refracción, en este caso, se aproxima a la unidad. En los dos casos estudiados, según se deduce de la teoría, la absorción de la luz es muy pequeña. Cuando los valores de las frecuencias  $\omega$  se aproximan a los de  $\omega_0$ , la velocidad de la luz en la sustancia se diferencia mucho de su velocidad en el vacío. A esto

\*) Esta velocidad se determina por la fórmula (1) del § 275, donde puede tomarse como valor de la constante dieléctrica  $\epsilon$  el obtenido en los experimentos electrostáticos y  $\mu = 1$ .

se debe que, para estas frecuencias, el índice de refracción también se diferencia mucho de la unidad: cuando  $\omega < \omega_0$  resulta «anormal» por ser demasiado grande, y cuando  $\omega > \omega_0$ , «anormal» por ser demasiado pequeño. Además, cuando  $\omega$  se diferencia poco de  $\omega_0$ , como la amplitud de las vibraciones forzadas es grande, también lo es la absorción.

Las sustancias compuestas por átomos o moléculas, cuyas frecuencias propias  $\omega_{0i}$  forman un conjunto determinado, dan en los espectros de la luz que pasa por ellas bandas estrechas («rayas») de absorción. El índice de refracción es constante en las zonas que están lejos de las rayas de absorción, pero varía rápidamente con la frecuencia y se diferencia mucho de la unidad en las proximidades de cada una de las rayas de absorción, donde la influencia mutua entre la luz y la sustancia es grande.

La teoría de la dispersión puede basarse también, de una manera más formal, en la relación que existe entre el índice de refracción y la constante dieléctrica  $\epsilon$ .

Según la teoría electromagnética de la luz el índice de refracción se determina por la igualdad (2) del § 275:

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}.$$

Prácticamente puede considerarse que para todos los dieléctricos transparentes la permeabilidad magnética  $\mu$  es igual a la unidad, por lo tanto tendremos que

$$n^2 = \epsilon.$$

En este caso, como ya dijimos en el § 275, el valor de la constante dieléctrica  $\epsilon$  no puede considerarse igual al que tiene para los procesos eléctricos estáticos o que se desarrollan lentamente. En el t. II vimos que las propiedades dieléctricas de una sustancia dependen de su polarización, la cual se produce como resultado del desplazamiento que sufren las partículas cargadas dentro de los átomos o de las moléculas, respecto a su posición de equilibrio. Para los campos eléctricos alternos de gran frecuencia, como son los de la onda luminosa, estos desplazamientos se expresan por términos del tipo (4) o (4a). Por esto, como demuestran los cálculos más minuciosos, el cuadrado del índice de refracción  $n^2$  viene expresado por la fórmula de dispersión siguiente:

$$n^2 = 1 + \frac{a_1}{\omega_{01}^2 - \omega^2} + \frac{a_2}{\omega_{02}^2 - \omega^2} + \dots, \quad (5)$$

donde  $\omega_{01}$ ,  $\omega_{02}$ , ... son las frecuencias de las vibraciones propias de los átomos o las moléculas, y  $a_1$ ,  $a_2$ , ... son unas constantes determinadas. Como entre la longitud de onda  $\lambda$  y la frecuencia cíclica  $\omega$  existe la correlación

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega},$$

donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío, la fórmula (5) puede tomar también la forma

$$n^2 = 1 + \frac{b_1 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{b_2 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \dots, \quad (5a)$$

siendo  $b_1, b_2, \dots$  unas nuevas constantes, y  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ , las longitudes de las ondas que corresponden a la resonancia exacta. La fórmula (5a) da la variación del índice de refracción  $n$  entre las rayas de absorción. Si en la fórmula (5a) se toman solamente dos términos (caso de una sustancia con dos frecuencias de vibración propia), se obtiene la variación de  $n^2 - 1$  en función de  $\lambda$  que representa la

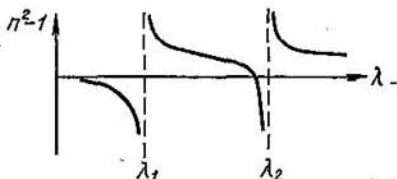


Fig. 126. Variación del índice de refracción  $n$  en función de  $\lambda$  en las inmediaciones de dos rayas de absorción  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ .

fig. 126. Las líneas punteadas indican la situación de las rayas de absorción de la sustancia  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ . La curva de dispersión se tuerce bruscamente al aproximarse a las rayas de absorción. Junto a cada una de las rayas de absorción el índice de refracción  $n$  toma valores pequeños por el lado de las longitudes de onda pequeñas ( $\lambda < \lambda_i$ ) y valores bastante grandes por el lado de las longitudes de onda grandes ( $\lambda > \lambda_i$ ). Por la fórmula (5a), para las longitudes de onda inmediatamente menores que cualquiera de las  $\lambda_i$  se obtienen valores negativos de  $n^2$ , es decir, valores imaginarios de  $n$ . Esto ocurre porque en dicha fórmula no se tiene en cuenta el factor de amortiguamiento  $\beta$ . Por esta razón la fórmula (5a) puede aplicarse únicamente a las regiones en que  $\beta$  es muy pequeño. A medida que se alejan de las rayas de absorción los valores del índice de refracción  $n$  se convierten en magnitudes constantes.

La dispersión representada en la fig. 126, con sus desviaciones características junto a las rayas de absorción, recibe el nombre de *dispersión anormal*. Aunque en realidad esta marcha de la dispersión no tiene nada de anormal, sino al contrario, es la más típica y la que responde a la esencia física del fenómeno. La región en que el índice de refracción varía monótonamente entre dos rayas de absorción refleja el carácter de la dispersión que producen los cuerpos transparentes (fig. 124), que se llama *dispersión normal*.

§ 280. Observación de la dispersión. Los primeros experimentos para observaciones de este tipo fueron realizados por Newton sobre la refracción de la luz en un prisma que describimos en el párrafo anterior. Newton propuso toda una serie de métodos para observar la dispersión por medio de prismas, entre ellos se encuentra el método de los prismas cruzados, que pone de manifiesto de manera muy evidente la marcha de la dispersión. El esquema del método de los prismas cruzados se muestra en la fig. 127. La luz blanca pasa a través de la rendija vertical  $S$  y de los dos prismas  $P_1$  y  $P_2$  cuyas aristas refractoras son perpendiculares entre sí. Con ayuda de las lentes  $L_1$  y  $L_2$  se recoge la luz en la pantalla  $AB$ . Si sólo se interpusiera

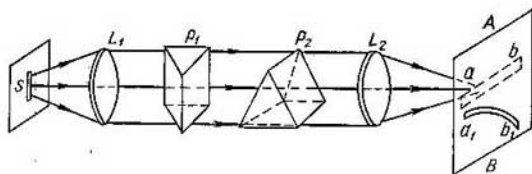


Fig. 127. Método de los prismas cruzados.

el prisma  $P_1$ , con la arista de refracción vertical, en la pantalla  $AB$  se obtendría el espectro continuo horizontal que se representa por la franja punteada  $ab$ . Al interponerse el segundo prisma cada rayo se desviará hacia abajo tanto más cuanto mayor sea el índice de refracción del prisma  $P_2$ . Gracias a esto todo el espectro  $ab$  resulta desplazado hacia abajo y ocupa la posición  $a_1b_1$ . Su extremo rojo  $a_1$  será el que menos se desvíe, mientras que el violeta  $b_1$  será el que más. De la misma forma cada uno de los puntos del espectro se desviará tanto más cuanto mayor sea el índice de refracción para la longitud de onda correspondiente a este lugar del espectro. La franja  $a_1b_1$  aparece torcida y da una idea evidente de la marcha de la dispersión en el prisma  $P_2$ .

La dispersión que producen los cristales de cuarzo, fluorita y de otras muchas sustancias en la zona visible del espectro se debe principalmente a la existencia de fuertes bandas de absorción en la zona ultravioleta. La segunda zona de absorción de estas sustancias se encuentra en la zona infrarroja remota y ejerce menos influencia. De forma aproximada, para la parte visible del espectro, la relación que para estas sustancias existe entre  $n^2$  y  $\lambda$  puede representarse con la fórmula de dispersión (5a) del § 279 tomando un solo término:

$$n^2 \cong 1 + \frac{b}{1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda^2}}$$

Desarrollando en serie el segundo miembro de esta fórmula, obtenemos

$$n^2 \cong 1 + b \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_1}{\lambda} \right)^2 + \left( \frac{\lambda_1}{\lambda} \right)^4 + \dots \right].$$

Si  $\frac{\lambda_1}{\lambda} \ll 1$ , esta última expresión nos da para  $n$  el valor aproximado de

$$n \cong A + \frac{B}{\lambda^2}, \quad (1)$$

siendo  $A$  y  $B$  dos constantes convenientemente elegidas. La fórmula (1) coincide con la (3) del párrafo anterior. Por lo tanto, la posibilidad de aplicar la fórmula aproximada de la dispersión a las sustancias transparentes queda confirmada teóricamente.

La dispersión anormal se observa con mayor facilidad en los vapores metálicos, los cuales producen en la zona visible del espectro

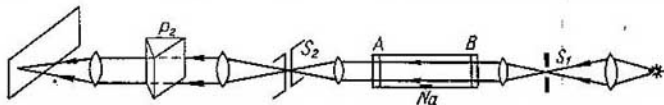


Fig. 128. Método para observar la dispersión anormal en vapor de sodio.

rayas de absorción muy acusadas. Así, los vapores de sodio producen en la zona amarilla dos rayas de absorción próximas y bastante intensas cuyas longitudes de onda son respectivamente  $\lambda_1 = 0,5890 \mu$  y  $\lambda_2 = 0,5896 \mu$ . Wood utilizó para observar la dispersión anormal en el vapor de sodio el método de los prismas cruzados. El esquema de su experimento puede verse en la fig. 128. La luz procedente de una fuente de espectro continuo pasa a través de la ranura horizontal  $S_1$  y luego, en forma de haz paralelo, a través del recipiente  $AB$ , en el que se ha colocado sodio metálico y se ha hecho el vacío. Al salir de este recipiente la luz se encuentra con la rendija vertical  $S_2$  y después es descompuesta por el prisma  $P_2$  produciendo el espectro. La arista de refracción del prisma  $P_2$  es paralela a la rendija  $S_2$  y el espectro que se obtiene tiene la forma de franja horizontal. La existencia de la rendija horizontal  $S_1$  hace que esta franja sea estrecha. Si el recipiente  $AB$  se calienta por abajo y se enfría por arriba, en él se formará una columna de vapor de sodio que no será homogénea. En su parte inferior la densidad del vapor será mayor y en la superior, menor. Esta columna de vapor de densidad no homogénea actúa lo mismo que un prisma cuya arista de refracción estuviera situada en la parte superior del recipiente y orientada perpendicularmente a su longitud. Como resultado se obtiene un «prisma» de vapor de sodio que está cruzado con el prisma  $P_2$ . Este último, como

explicamos anteriormente, desvía todas las zonas del espectro. Pero ahora, como la dispersión que producen los vapores de sodio

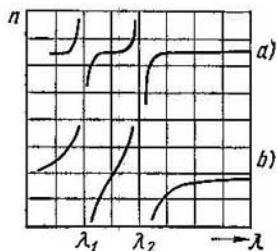


Fig. 129. Dispersión anormal en vapor de sodio junto a las rayas de absorción: *a*, cuando la densidad de los vapores de sodio es pequeña; *b*, cuando esta densidad es grande.

tiene carácter anormal, el espectro desplazado no está torcido monótonamente, sino que presenta las desviaciones características junto a las longitudes de onda  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ . En los lugares correspondientes a estas longitudes de onda aparecen bandas oscuras de absorción. En la fig. 129, *a*, se muestra la desviación del espectro que se obtiene. Por la parte de la raya de absorción correspondiente a las longitudes de onda mayores el espectro se desvía marcadamente hacia abajo, lo que se debe a los grandes valores que toma el índice de refracción del sodio en esta zona. Por el contrario, por la parte de la raya de absorción correspondiente a las longitudes de onda menores el espectro se desvía hacia

arriba, lo que indica que el valor del índice de refracción  $n < 1$ . Entre las dos rayas de absorción el índice de refracción decae rápidamente hacia el lado en que aumentan las longitudes de onda. Cuando el vapor es muy denso la desviación del espectro aumenta y toma la forma que se representa en la fig. 129, *b*.

Otro método de estudio de la dispersión anormal es el propuesto por D. S. Rozhdiévtvenski. En este método se utiliza un interferómetro de Jamin modificado (§ 264). Esta modificación hace que la separación entre los haces 1 y 2 pueda alcanzar muchos centímetros. El esquema del interferómetro de Rozhdiévtvenski se reproduce en la fig. 130, donde  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  y  $A_4$  son cuatro espejos planos de los cuales  $A_2$  y  $A_3$  son espejos propiamente dichos y los otros dos son espejos semitransparentes. Al reflejarse la luz en los espejos  $A_1$  y  $A_2$  se producen los haces 1 y 2, que están muy separados entre sí, pero que después se vuelven a juntar por medio de los espejos  $A_3$  y  $A_4$  e interfieren.

Rozhdiévtvenski empleó su interferómetro para estudiar la dispersión anormal. La esencia de este método consiste en lo siguiente: en cada una de las dos ramas del interferómetro se coloca una cubeta,  $B_1$  y  $B_2$  (fig. 131). Estas cubetas son exactamente iguales. En una de ellas, por ejemplo, en la  $B_2$ , se coloca el metal a estudiar; esta cubeta puede calentarse en un horno eléctrico hasta una temperatura suficiente para obtener en ella vapor del metal a la presión que se desee. En la segunda cubeta se hace el vacío. Hecho esto se hace llegar al interferómetro una luz procedente de un foco de espectro continuo  $S$ . La figura de interferencia que se produce se proyecta con la lente  $L_2$  sobre la rendija del espectrógrafo  $C$ . Supongamos que al principio la cubeta  $B_2$  está fría y no contiene vapor metálico. En este caso el interferómetro producirá en la rendija del espectrógrafo una serie de máximos y mínimos de interferencia en forma de franjas perpendiculares a la longitud de dicha rendija. La posición que ocupa el máximo correspondiente a la diferencia de marcha igual a cero no depende

de la longitud de onda. De esto se deduce que en el espectro continuo que produce el espectrógrafo a este máximo le corresponderá una franja horizontal brillante que se extenderá a todo lo largo del espectro. Los máximos correspondientes a las diferencias de marcha de una, dos, tres, etc., longitudes de onda

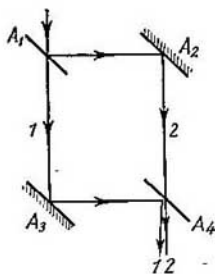


Fig. 130. Esquema del interferómetro de D. S. Rozhdiéstvenski.

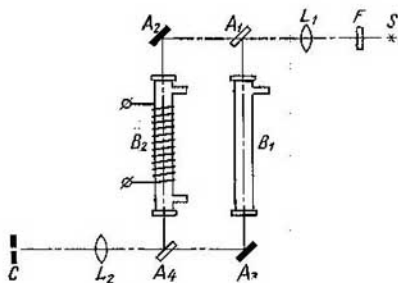


Fig. 131. Método de Rozhdiéstvenski para observar la dispersión anormal.

se encontrarán a diferentes alturas de la rendija, según la longitud de las ondas respectivas de la luz incidente, y en el espectro continuo a estos máximos les corresponderán franjas brillantes situadas por encima y por debajo de la franja nula que se dispersarán en forma de abanico desde la zona azul del espectro hasta la roja. Entre las franjas brillantes se hallarán las franjas oscuras propias de los mínimos de la figura de interferencia proyectada sobre la rendija. Como resultado se tiene que el espectro continuo estará rayado a lo largo por franjas alternativamente brillantes y oscuras.

Si en estas condiciones se calienta la cubeta  $B_2$  lo suficiente para que en ella se genere vapor del metal que se estudia, la columna formada por este vapor producirá una diferencia de marcha complementaria y las franjas de interferencia se desplazarán en una magnitud proporcional a dicha diferencia. Pero la diferencia de marcha para una longitud determinada de la columna de vapor es proporcional a  $n - 1$ , siendo  $n$  el índice de refracción del vapor. Este desplazamiento de las franjas de interferencia hace que el espectrógrafo reproduzca directamente la marcha de la dispersión en toda la zona que se observa. Si a esta zona le corresponde cualquiera de las rayas de absorción del vapor que se estudia, las franjas de interferencia se torcerán junto a ella de la forma que representa la fig. 132 a. Su desviación muestra claramente la variación que experimenta el índice de refracción en las inmediaciones de las rayas de absorción.

Posteriormente Rozhdiéstvenski perfeccionó el procedimiento antedicho de forma que permite realizar mediciones cuantitativas exactas. Rozhdiéstvenski demostró que si en la segunda rama del interferómetro se intercala una lámina de vidrio plano-paralela las franjas de interferencia que se observan en el espec-

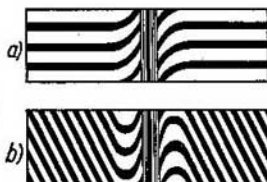


Fig. 132. Torcedura de las curvas de interferencia junto a las rayas de absorción.

trógrafo se tuercen y forman junto a las rayas de absorción una especie de «ganchos» (fig. 132, b). Para un espesor determinado de la lámina de vidrio la posición de los «ganchos» depende de la magnitud que tenga la dispersión junto a la raya de absorción del vapor que se estudie. Cuanto mayor sea la dispersión del vapor junto a la raya tanto más lejos de la misma se formarán los «ganchos». De esta forma, por la posición de los «ganchos» se puede medir directamente la magnitud de la dispersión que produce el vapor junto a las rayas de absorción.

La fórmula de la dispersión (5) del § 279 se obtiene partiendo de la suposición de que la amortiguación de las vibraciones de los electrones es pequeña.

Cuando se tiene en cuenta la amortiguación, el índice de refracción  $n$  resulta ser una función más compleja de la frecuencia  $\omega$  que la que da la fórmula de la dispersión (5) del § 279. Si  $\kappa$  es el coeficiente de absorción determinado por la fórmula (1 a) del § 278, la relación entre  $n$  y  $\kappa$  tiene la forma:

$$\left. \begin{aligned} 2n^2\kappa &= \sum_i \frac{a_i g_i \omega}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + g_i^2 \omega^2} ; \\ n^2(1 - \kappa^2) &= 1 + \sum_i \frac{a_i (\omega_{0i}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + g_i^2 \omega^2} . \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

En estas fórmulas  $a_i$ ,  $g_i$  y  $\omega_{0i}$  son unas constantes determinadas. Cuando  $g_i = 0$  la primera de estas fórmulas da  $\kappa = 0$  y la segunda toma la forma (5) del § 279.

Si existen varias bandas de absorción, en las fórmulas (2) entran las sumas de los términos correspondientes a los distintos valores del subíndice de  $i$ .

Las fórmulas (2) permiten seguir la variación que experimenta el índice de refracción dentro de una banda de absorción ancha. En la fig. 133 la línea punteada representa los valores de  $n$  en función de  $\lambda$ , mientras que la de trazo continuo, los valores de  $\kappa$  en función de  $\lambda$ . Como puede verse, el índice de refracción  $n$  también toma aquí grandes valores por el lado de las ondas largas de la banda de absorción y pequeños por el de las ondas cortas. Dentro de la propia banda de absorción existe una transición suave de los grandes valores del índice de refracción a los pequeños. Dentro

de esta banda el índice de refracción disminuye al disminuir la longitud de onda, es decir, su variación va al contrario («anormal») de como tenía lugar en los medios transparentes.

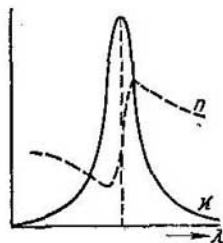


Fig. 133. Variación del coeficiente de absorción  $\kappa$  y del índice de refracción  $n$  en función de  $\lambda$  en la zona de la franja de absorción.



La absorción de la sustancia deberá ser muy considerable para que pueda influir en la variación del índice de refracción. Por ejemplo, en los vidrios coloreados no suele observarse la dispersión «anormal», ya que el papel fundamental lo desempeña la absorción en aquellas zonas en que es más intensa, es decir, en la ultravioleta y en la infrarroja. La influencia que ejerce la absorción en la marcha de la dispersión fue estudiada experimentalmente a finales del siglo pasado empleando colorantes energicos (fucsina, cianina). Para poder realizar las mediciones dentro de la banda de absorción el colorante debe tener forma de capas delgadas.

En la fig. 134 se dan los resultados de las mediciones del coeficiente de absorción  $\kappa$  y del índice de refracción  $n$  de la cianina, los cuales concuerdan con los de las fórmulas (2). Las mediciones se llevaron a cabo en unos prismas delgados y agudos de cianina sólida pegados sobre un vidrio.

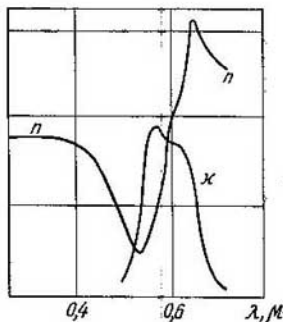


Fig. 134. Variación del coeficiente de absorción  $\kappa$  y del índice de refracción  $n$  de la cianina en función de la longitud de onda  $\lambda$ .

Al deducir la fórmula de dispersión se admite que sobre la carga que realiza las vibraciones forzadas bajo la acción de las ondas incidentes no actúan las cargas contiguas de los demás átomos o moléculas. Pero cuando se trata de gases a presiones suficientemente grandes y sobre todo de cuerpos líquidos o sólidos esta suposición es falsa. En estos casos hay que tener en cuenta la influencia que sobre cada carga dada ejercen las cargas vecinas. Esto conduce a considerar el índice de refracción de la luz en función del número de partículas por unidad de volumen, es decir, de la densidad de la sustancia. La teoría demuestra que debe existir una correlación relativamente sencilla entre el índice de refracción de la sustancia  $n$  y su densidad  $\delta$ :

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{\delta} = \text{const.} \quad (3)$$

Esta correlación fue deducida simultánea e independientemente por H. A. Lorentz y L. Lorenz en el año 1880 y se conoce con el nombre de fórmula de Lorentz—Lorenz. La magnitud  $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{\delta}$  se llama *refractividad de la sustancia R*. Los experimentos realizados demuestran que en realidad son muchos los casos en que cuando varía la densidad de los cuerpos transparentes bajo efecto de la presión, por variación de la temperatura e incluso por cambio de su estado de agregación, la refractividad  $R$  permanece invariable.

En la tabla IV se dan los valores de la refractividad  $R$  del aire a diversas presiones para la parte central del espectro visible. La densidad del aire en condiciones normales se ha considerado igual a la unidad.

Como puede verse, al aumentar la densidad del aire hasta 150 veces, la refractividad  $R$  permanece invariable dentro de los límites de la exactitud de

Tabla IV

Densidad $\delta$	Refractividad $R \cdot 10^7$	$(n-1) \cdot 10^4$
1	1953	2,9
42,1	1959	12,4
96,2	1961	28,4
149,5	1956	44,2

la observación, mientras que la magnitud  $n - 1$ , en que  $n$  es el índice de refracción varía mucho. Cuando se producen mezclas la refractividad  $R$  resulta aditiva. Si  $R_i$  es la refractividad de uno de los componentes de la mezcla y  $m_i$  es la masa de este componente en la unidad de volumen de la mezcla, la refractividad de dicha mezcla  $R$  será:

$$mR = \sum_i m_i R_i, \quad (4)$$

donde  $m$  es la masa de la unidad de volumen de la mezcla.

En Química física es posible hallar la refractividad de un cuerpo compuesto conociendo la refractividad de los elementos que lo componen. Se entiende por *refracción atómica* de un elemento químico el producto de la refractividad de dicho elemento  $R_i$  por su peso atómico  $A_i$ . Análogamente se llama *refracción molecular* de un cuerpo compuesto el producto de la refractividad de dicho cuerpo  $R$  por su peso molecular  $M$ . La *refracción molecular* es el resultado de la adición de las *refracciones atómicas* de los elementos que forman el compuesto. Si el número de átomos de una molécula dada es igual a  $k_i$ , para la refracción molecular tendremos:

$$MR = \sum_i k_i A_i R_i. \quad (5)$$

El cumplimiento de las correlaciones (4) y (5) indica que la acción mutua solamente tiene lugar entre un tipo de partículas determinado. Cuando actúan entre sí partículas de tipos diferentes deja de cumplirse la regla de la adición de las refracciones atómicas de los elementos componentes.

§ 281. **Uso de los aparatos espectroscópicos.** En el § 279 describimos el experimento de Newton para obtener espectros por medio de prismas. En la actualidad también se emplean con frecuencia aparatos con prismas para el estudio de los espectros, estos aparatos se llaman *espectroscopios* si sirven únicamente para la observación visual o *espectrógrafos* si permiten fotografiar los espectros.

El esquema de un espectrógrafo de prisma se muestra en la fig. 135, donde  $S$  es una rendija,  $K$  es el colimador con el objetivo  $L_1$ ,  $A$  es el prisma y  $L_2$ , el segundo objetivo, en cuyo plano focal se forma el espectro. La rendija  $S$  se ilumina con la luz que irradia el foco  $I$  a través de una lente. El objeto del colimador es conseguir el haz de rayos paralelos que después incide sobre el prisma. Supongamos que la rendija se ilumina con una luz monocromática cualquiera,

por ejemplo, con luz roja; en este caso el prisma no hace más que desviar los rayos y el objetivo  $L_2$  reproduce en su plano focal principal la imagen de la rendija  $S'_r$ . Si la rendija se ilumina con luz monocromática de otra longitud de onda, por ejemplo, con luz violeta, el prisma desviará más sus rayos y la imagen de la rendija  $S'_v$  ocupará otro lugar. Finalmente, si el foco proporciona una mezcla de rayos monocromáticos de diferentes longitudes de onda  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ , el espectro estará formado por distintas rayas brillantes, y cada una de ellas será la imagen de la rendija que produce la luz de la

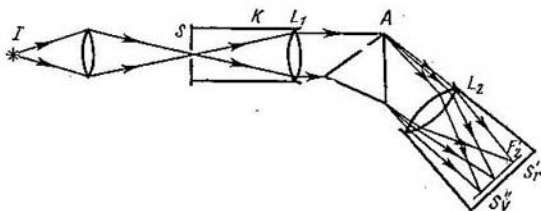


Fig. 135. Esquema de un espectrógrafo de prisma.

longitud de onda correspondiente (espectro de rayas). Cuando la rendija se ilumina con luz blanca sus imágenes de distintos colores se superponen entre sí y producen una franja irisada continua (espectro continuo).

Cuando los espectros que se trata de estudiar son los de la zona visible o de la infrarroja más próxima, las lentes y los prismas del espectrógrafo se hacen de vidrio. Pero si se trata de estudiar espectros de la zona ultravioleta la sustancia para hacer las lentes y los prismas tiene que ser transparente a los rayos ultravioletas; en este caso suele utilizarse el cuarzo.

Para poder dar una característica cuantitativa de la acción de un espectrógrafo, examinemos la refracción de la luz producida por un prisma triangular simétrico (fig. 136). El rayo monocromático  $PM$ , después de refractarse en el prisma, emerge en la dirección  $NP'$  que forma con la dirección primitiva un ángulo determinado  $\varphi$ . Para este prisma el ángulo de desviación  $\varphi$  depende del valor que tenga el ángulo de incidencia  $i_1$  del rayo  $PM$  en el prisma. Cuando este ángulo  $i_1$  toma un valor determinado, el ángulo de desviación  $\varphi$  alcanza un valor mínimo  $\varphi_0$ . Este valor del ángulo  $\varphi_0$  se llama *ángulo de desviación mínimo*.

Los cálculos demuestran que  $\varphi = \varphi_0$  cuando el rayo pasa por el prisma de una forma simétrica, es decir, cuando el rayo  $MN$  es paralelo a la base del

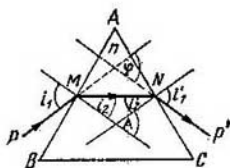


Fig. 136. Refracción de la luz en el prisma.

prisma  $BC$ . Detengámonos en este caso y veamos la relación que existe entre el valor del ángulo de desviación mínimo  $\varphi_0$ , el ángulo de refracción del prisma o simplemente ángulo del prisma  $A$  y el índice de refracción de la sustancia de que está hecho.

Llamemos  $i_2$  al ángulo de refracción del rayo en la primera cara del prisma  $AB$  y supongamos que el rayo  $MN$  incide sobre la cara  $AC$  formando un ángulo  $i'_2$ . De acuerdo con la fig. 136, tenemos:

$$i_2 + i'_2 = A.$$

Cuando el rayo  $MN$  pasa por el prisma simétricamente  $i'_2 = i_2$ , y por la igualdad anterior hallamos que

$$i_2 = \frac{A}{2}. \quad (1)$$

Por la misma figura tenemos que

$$\varphi_0 = (i_1 - i_2) + (i'_1 - i'_2).$$

Pero cuando el ángulo de desviación es mínimo  $i'_2 = i_2$  e  $i'_1 = i_1$ , por lo tanto

$$\varphi_0 = 2i_1 - 2i_2.$$

Poniendo en esta fórmula en lugar de  $i_2$  su valor según (1), hallamos

$$\varphi_0 = 2i_1 - A,$$

o sea

$$i_1 = \frac{A + \varphi_0}{2}. \quad (2)$$

Pero por la ley de la refracción

$$n = \frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_2},$$

siendo  $n$  el índice de refracción de la sustancia de que está hecho el prisma.

Poniendo en la expresión de la ley de la refracción en lugar de  $i_1$  e  $i_2$  sus valores según (1) y (2), obtenemos:

$$n = \frac{\text{sen } \frac{A + \varphi_0}{2}}{\text{sen } \frac{A}{2}}. \quad (3)$$

La igualdad (3) relaciona el valor del ángulo de desviación mínimo  $\varphi_0$  con el valor del ángulo de refracción del prisma  $A$  y con el del índice de refracción  $n$  de la sustancia de que está hecho.

En los espectrógrafos el prisma se suele colocar en una posición próxima a la de desviación mínima. Por lo tanto puede considerarse que los rayos de distintas longitudes de onda, a los que corresponden índices de refracción  $n$  diferentes, se desvían formando ángulos  $\varphi_0$  distintos, de acuerdo con la igualdad (3).

Se llama *dispersión angular* de un prisma la magnitud  $D$ , igual a la derivada del ángulo de desviación respecto a la longitud de onda:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}. \quad (4)$$

El ángulo de desviación  $\varphi$  depende directamente (para un ángulo de incidencia dado  $i_1$ ) de  $n$ , y  $n$  depende de  $\lambda$ , por lo tanto podemos escribir:

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta n} \frac{dn}{d\lambda}. \quad (4a)$$

Derivando los dos miembros de la fórmula (3) respecto a  $\varphi_0$ , obtenemos

$$\frac{\delta n}{\delta \varphi_0} = \frac{1}{2} \frac{\cos \frac{A + \varphi_0}{2}}{\sin \frac{A}{2}},$$

de donde para la dispersión  $D$ , según (4a), hallamos:

$$D = \frac{d\varphi_0}{d\lambda} = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{A}{2}}{\cos \frac{A + \varphi_0}{2}} \frac{dn}{d\lambda}. \quad (5)$$

Esta expresión puede transformarse teniendo en cuenta que según (2):

$$\cos \frac{A + \varphi_0}{2} = \cos i_1 = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 i_1}.$$

Además, por la ley de la refracción y aplicando la igualdad (1), hallamos:

$$\operatorname{sen} i_1 = n \operatorname{sen} i_2 = n \operatorname{sen} \frac{A}{2},$$

después de lo cual para  $\cos \frac{A + \varphi_0}{2}$  tendremos:

$$\cos \frac{A + \varphi_0}{2} = \sqrt{1 - n^2 \operatorname{sen}^2 \frac{A}{2}}.$$

Poniendo esta expresión de  $\cos \frac{A + \varphi_0}{2}$  en (5), obtenemos la siguiente fórmula definitiva de la dispersión angular del prisma:

$$D = \frac{dn}{d\lambda} = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \operatorname{sen}^2 \frac{A}{2}}} \frac{dn}{d\lambda}. \quad (6)$$

La magnitud  $dn/d\lambda$  se llama dispersión de la sustancia y depende de las propiedades del material de que está hecho el prisma. La fórmula (6) muestra que la dispersión angular de un prisma de ángulo  $A$  será tanto mayor cuanto mayor sea el índice de refracción  $n$  y la dispersión  $dn/d\lambda$  de la sustancia de que está hecho. Por esto los prismas de los espectrógrafos se hacen con vidrio cuyo índice de refracción y cuya dispersión son los mayores posibles (es decir, con los llamados flint pesados). Cuando se da el material del prisma, para que aumente su dispersión angular hay que aumentar el ángulo de refracción  $A$ . En la práctica el ángulo del prisma se suele tomar igual a  $60^\circ$ , porque si los ángulos son mayores los haces de luz inciden sobre las caras demasiado oblicuamente.

Para caracterizar un espectrógrafo, como dijimos en el § 271, hay que tener en cuenta también su poder separador. Al comenzar este párrafo vimos que la luz de cada raya del espectro reproduce la imagen de la rendija. Pero cuando la rendija  $S$  es infinitamente estrecha y el sistema óptico del espectrógrafo está perfectamente corregido de aberraciones el límite del poder separador viene determinado por la existencia de los fenómenos de difracción. Sobre el objetivo del espectrógrafo  $L_2$  incide el haz de rayos paralelos  $AM$ ,  $CN$  (figs. 135 y 137) procedente del prisma (iluminado con luz de longitud de onda  $\lambda$  determinada).

Este haz está limitado por las dimensiones del prisma y, por consiguiente, equivale a un haz que pase a través de una rendija cuya anchura sea  $CD$ . En el plano focal  $F_2$  del objetivo  $L_2$  este haz produce una figura de difracción igual a la que estudiamos en el § 269, producida por una sola rendija.

La distancia angular  $\delta\varphi$  entre el máximo principal y el primer mínimo de esta figura de difracción es

$$\delta\varphi = \frac{\lambda}{d} \quad (7)$$

donde  $d$ , en este caso, es la sección  $CD$  del haz.

Si sobre el prisma incide simultáneamente luz de otra longitud de onda, por ejemplo,  $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$ , producirá también una figura de difracción que se encontrará un poco desviada respecto a la primera. Según el criterio de Rayleigh (§ 271), estas dos figuras de difracción se verán separadas si la distancia angular entre sus máximos es igual a  $\delta\varphi$ .

Por otra parte, la distancia angular  $\delta\varphi$  entre rayas cuya diferencia de longitudes de onda es  $\delta\lambda$  puede hallarse por la fórmula (6):

$$\delta\varphi = \frac{2 \operatorname{sen} \frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \operatorname{sen}^2 \frac{A}{2}}} \frac{dn}{d\lambda} \delta\lambda.$$

Igualando esta expresión de  $\delta\varphi$  con la (7) hallamos la condición que debe cumplir la diferencia de longitudes de onda  $\delta\lambda$  de dos rayas espectrales que aún se distinguen separadas (según el criterio de Rayleigh):

$$\frac{2 \operatorname{sen} \frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \operatorname{sen}^2 \frac{A}{2}}} \frac{dn}{d\lambda} \delta\lambda = \frac{\lambda}{d}$$

$$\delta\lambda = \frac{\lambda \sqrt{1 - n^2 \operatorname{sen}^2 \frac{A}{2}}}{2d \operatorname{sen} \frac{A}{2}} \frac{1}{\frac{dn}{d\lambda}} \quad (8)$$

Transformemos esta expresión. Por la fig. 137, tenemos:

$$d = AC \cos i_1 = AC \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 i_1}.$$

Para el mínimo de desviación  $\operatorname{sen} i_1 = n \operatorname{sen} i_2 = n \operatorname{sen} \frac{A}{2}$ , y, por consiguiente, la expresión anterior puede escribirse de la forma:

$$d = AC \sqrt{1 - n^2 \operatorname{sen}^2 \frac{A}{2}}.$$

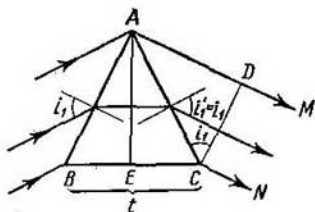


Fig. 137. Esquema para deducir la expresión del poder separador del prisma.

Pero

$$AC = \frac{CE}{\operatorname{sen} \frac{A}{2}} = \frac{t}{2 \operatorname{sen} \frac{A}{2}},$$

donde  $t$  es la base del prisma  $BC$ . De aquí obtenemos que

$$d = \frac{t \sqrt{1 - n^2 \operatorname{sen}^2 \frac{A}{2}}}{2 \operatorname{sen} \frac{A}{2}}.$$

Poniendo este valor de  $d$  en (8) hallamos para  $\delta\lambda$  la expresión siguiente:

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{t \frac{dn}{d\lambda}}. \quad (9)$$

La fórmula (9) nos dice que un prisma puede separar rayas espectrales tanto más próximas cuanto mayor es su base  $t$  y la dispersión  $dn/d\lambda$  de la sustancia de que está hecho.

De la fórmula (9) obtenemos que el *poder separador* de un prisma

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = t \frac{dn}{d\lambda}. \quad (9a)$$

Es decir, el poder separador del prisma viene determinado exclusivamente por la magnitud de su base  $t$  y la dispersión de la sustancia que lo forma. Los prismas que tienen bases iguales, aunque tengan diferentes ángulos de refracción  $A$ , tienen igual poder separador. Pero no hay que olvidar que la fórmula (9a) ha sido deducida partiendo de la suposición de que el haz luminoso cubre totalmente al prisma.

§ 282. Velocidad de grupo de la luz. La onda monocromática expresada por la ecuación (t. 1, § 108):

$$y = a \cos \omega \left( t - \frac{r}{v} \right),$$

representa un proceso periódico en el espacio y en el tiempo, que ocupa todo el espacio y que dura indefinidamente. El segmento  $r$  determina la posición de la superficie de fases iguales  $AB$  con relación a un plano inicial  $OO'$  cualquiera (fig. 138). A lo largo de cada una de las rectas perpendiculares a las superficies de fases iguales la elongación  $y$  viene dada por una cosinusóide infinita. La magnitud  $v$  representa la *velocidad con que avanza cada una de las superficies de fases iguales  $AB$  durante un proceso ondulatorio estacionario*; esta magnitud, como ya dijimos, se llama *velocidad de fase*. Al deducir la ley de la refracción por el principio de Huygens (§ 255) se tenía en cuenta precisamente la velocidad de fase de las ondas. Por esto en la expresión del índice de refracción  $n_{21} = \frac{v_1}{v_2}$  se sobreentiende que las velocidades de las ondas  $v_1$  y  $v_2$  son *velocidades de fase*.

Cuando la luz que se propaga no es monocromática, al atravesar la sustancia refractora sus diversas componentes monocromáticas cosinusoidales se propagan con velocidades distintas y en este caso, además de la velocidad de fase hay que tener en cuenta la *velocidad de grupo* (t. I, § 114). Se entiende por velocidad de grupo la velocidad con que se propaga el máximo de las vibraciones del proceso vibratorio compuesto que se produce al superponerse las ondas monocromáticas (véase la aclaración que se da en letra pequeña). Si las ondas componentes se propagan con velocidades distintas este

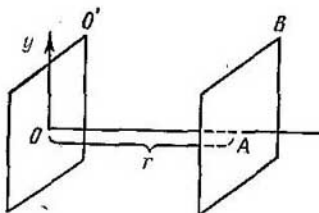


Fig. 138. Superficie de fases iguales.

máximo se propagará con una velocidad diferente de sus velocidades de fase. La velocidad de fase y la de grupo únicamente pueden coincidir en una sustancia en la que todas las ondas, cualquiera que sea su longitud, tengan la misma velocidad de propagación. Por lo tanto, en todo medio dispersivo, siempre que se trate de luz no monocromática, hay que distinguir dos velocidades: la de grupo y la de fase.

En el t. I, § 114 se demostró que la velocidad de grupo  $u$  es igual a

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}, \quad (1)$$

siendo  $v$  la velocidad de fase y  $\lambda$  la longitud de onda. Como puede verse en (1), cuando  $\frac{dv}{d\lambda} > 0$ , es decir, cuando  $v$  aumenta al aumentar  $\lambda$ , la velocidad de grupo  $u$  es menor que la de fase  $v$ . A este caso le corresponde una disminución del índice de refracción  $n$  al aumentar la longitud de onda, cosa que ocurre en las sustancias transparentes (dispersión normal).

Es decir, allí donde la dispersión es normal la velocidad de grupo de la luz es menor que la de fase. Pero en los casos en que el índice de refracción aumenta al aumentar la longitud de onda (dispersión «anormal» con fuerte absorción)  $\frac{dv}{d\lambda} < 0$ , y la velocidad de grupo es mayor que la de fase.



Do hecho las vibraciones luminosas son siempre (incluso en aquellos casos en que se toma una luz de color determinado) vibraciones compuestas que pueden ser desarrolladas según el teorema de Fourier en un número infinito de cosinusoides. A cada una de estas cosinusoides le corresponde una cantidad de energía infinitamente pequeña. Dejemos que una luz compleja de este tipo se propague, a partir de un momento determinado, en una dirección dada, abriendo para ello una compuerta. Cada una de las componentes de esta luz se propagará en el medio dispersivo con una velocidad diferente y llegará al observador en distintos momentos. Cada una de las componentes traerá una cantidad de energía infinitamente pequeña. La parte fundamental de la energía será transportada por la zona en que las vibraciones sean máximas. El observador percibirá la vibración cuando hasta él llegue el máximo, de donde queda claro que *al medir la velocidad de propagación de las ondas por el tiempo que tarda en transmitirse la energía de un punto a otro, lo que se mide es la velocidad de grupo*. Precisamente ésto es el procedimiento seguido en todos los experimentos descritos (§ 254) para determinar la velocidad de la luz: el de los eclipses de los satélites de Júpiter, el de Fizeau y el de los espejos o prismas giratorios. Puede ofrecer cierta duda el método de la aberración estelar, pero incluso en este caso, como demuestra su análisis minucioso, lo que se mide es la velocidad de grupo. Por lo tanto, todos los métodos para medir directamente la velocidad de la luz dan su velocidad de grupo.

En el aire la dispersión es tan pequeña que la velocidad de grupo coincide prácticamente con la de fase. La diferencia entre la velocidad de fase y la de grupo fue establecida por Michelson utilizando como medio el sulfuro de carbono, que es muy dispersivo en la zona visible del espectro. Michelson obtuvo que la relación entre las velocidades de la luz en el vacío y en el sulfuro de carbono es igual a 1,76, mientras que el índice de refracción de este último que da la relación entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de fase, es igual a 1,64.

Dentro de una banda de absorción intensa  $\frac{dn}{d\lambda}$  es positivo (fig. 133) y, por consiguiente,  $\frac{dv}{d\lambda} < 0$  ( $n = \frac{c}{v}$ ). Además, para las longitudes de onda un poco menores que la de resonancia puede ocurrir que  $n < 1$  y, por consiguiente, la velocidad de fase  $v > c$ . De aquí se deduce, según la fórmula (1) que dentro de las bandas de absorción la velocidad de grupo también puede tener valores mayores que  $c$ . Pero esta conclusión no contradice la teoría de la relatividad, según la cual la energía no puede transmitirse con una velocidad mayor que la de la luz en el vacío. Es claro que la influencia que ejerce una sustancia en la velocidad de propagación de la luz viene determinada por la interacción entre la onda luminosa y las partículas cargadas que entran en la composición de los átomos y de las moléculas. Para que esta interacción se produzca la onda tiene que llegar hasta las partículas correspondientes. Pero entre dichas partículas la luz se propaga con la misma velocidad que en el vacío.

De aquí se deduce que el *frente* de onda se propaga en cualquier sustancia con una velocidad igual a la de la luz en el vacío, y, por consiguiente, a través de las sustancias dispersivas, incluso en los casos en que la velocidad de grupo es mayor que  $c$ , no puede transportarse la energía de un punto a otro con velocidad mayor que la de la luz en el vacío. La teoría más rigurosa confirma que la velocidad del frente de onda en cualquier sustancia es igual a la velocidad de la luz en el vacío. En cuanto a la velocidad de propagación de la energía (es decir, a la velocidad del máximo de la vibración), resulta que la velocidad de grupo determinada por la fórmula (1) coincide con la de propagación de la energía solamente allí donde la dispersión es normal. Donde la dispersión es anormal la velocidad de propagación de la energía se diferencia sensiblemente de la velocidad de grupo y siempre es menor que  $c$ .

§ 283. Propagación de la luz en una sustancia ópticamente heterogénea. Se entiende por sustancia *ópticamente heterogénea* aquella cuyo índice de refracción  $n$  varía constantemente de un punto a otro. En las sustancias de este tipo las distintas partes de un frente de onda se propagan con velocidades diferentes y, como resultado

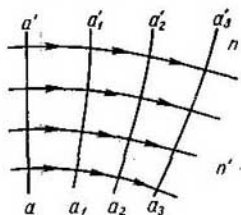


Fig. 139. Torcedura de los rayos en una sustancia no homogénea.

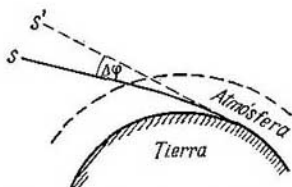


Fig. 140. Torcedura de los rayos en la atmósfera terrestre.

de esto, la superficie de dicho frente sufre continuamente cambios de forma. Los rayos que son líneas ortogonales a las superficies de fases iguales, en este caso resultan ser *curvos*. Analicemos una sustancia (fig. 139) cuyo índice de refracción varíó continuamente entre los valores  $n$  y  $n'$ , suponiendo que  $n < n'$ . Admitamos que en un momento determinado el frente de onda puede representarse con el plano  $aa'$ , perpendicular al del dibujo. Al seguir propagándose, el frente de onda  $ad'$  avanzará más de prisa en aquellos puntos en que  $n$  sea menor, y más despacio en los que  $n$  sea mayor. Por esta razón su posición en los momentos siguientes estará representada por las superficies curvas  $a_1a'_1$ ,  $a_2a'_2$ , etc. Los rayos que cortan normalmente a cada una de las posiciones del frente de onda, se tuercen hacia abajo en la figura 139.

Como ejemplo de sustancia ópticamente heterogénea puede servir la atmósfera terrestre considerada en un espesor suficientemente

grande. La variación de la presión atmosférica con la altura hace que también varíe con la altura el índice de refracción. Este índice tiene un valor más pequeño a gran altura y más grande junto a la superficie de la Tierra. Consecuencia de esto es que todo rayo que llega a la Tierra procedente de cualquier estrella se tuerce (fig. 140) al refractarse en la atmósfera (es decir, deja de ser recto). La posición aparente de la estrella  $S'$  está desviada respecto a su posición real  $S$ . Este fenómeno se conoce con el nombre de *refracción astronómica*, y la desviación angular  $\Delta\varphi$ , con el de ángulo de refracción. El ángulo de refracción astronómica  $\Delta\varphi$  es igual a cero para las estrellas que se encuentran en el cenit y máximo para las que están en el horizonte; en este último punto alcanza el valor de  $35'$ .

La refracción astronómica hace que cuando el Sol se encuentra en el horizonte parezca achatado y que su posición aparente sea más alta que la real; gracias a este fenómeno la duración del día es mayor que si la Tierra no tuviese atmósfera. Esta refracción de los rayos en la atmósfera debe tenerse también en cuenta cuando se practican mediciones geodésicas a grandes distancias. El parpadeo de las estrellas se debe a variaciones locales casuales de la heterogeneidad de la atmósfera. El índice de refracción también varía por la desigual distribución de la temperatura que se observa sobre la superficie caliente de la tierra o sobre el mar a diferentes alturas, ésta es la causa del fenómeno llamado *espejismo*. Este fenómeno puede reproducirse artificialmente haciendo que los rayos de luz se propaguen sobre una superficie caliente.

En el fenómeno de la refracción de la luz en las regiones en que el índice de refracción varía constantemente se basa un método para descubrir pequeñas heterogeneidades locales en las sustancias transparentes (en el vidrio, en el aire, etc.). El esquema de esto método se representa en la fig. 141. La lente de gran

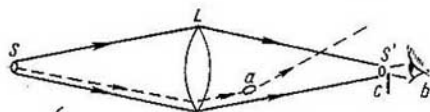


Fig. 141. Método para descubrir las heterogeneidades de una sustancia transparente.

distancia focal  $L$  produce en el punto  $S'$  una imagen real del pequeño foco luminoso  $S$  (por ejemplo, de una chispa o de un cráter de arco voltaico). Si en el punto  $b$ , situado detrás de la imagen  $S'$ , se coloca el ojo, de tal forma que la luz de dicha imagen incida sobre él, y se mira a la lente  $L$ , toda su superficie, parecerá homogéneamente iluminada. Cuando parte de la imagen  $S'$  se tapa con una pantalla opaca  $c$ , la superficie de la lente sigue pareciendo iluminada por completo, puesto que cada punto de la imagen  $S'$  está formado por los rayos que pasan por los puntos correspondientes de la lente  $L$ . Pero en este caso la iluminación de la lente es más débil, porque la pantalla impide el paso a una

parte de los rayos. Si entre la lente  $L$  y la pantalla  $c$  existe cualquier heterogeneidad óptica a que refracte la luz de forma diferente a como lo hace el medio circundante, los rayos que pasen a través de ella se desviarán. Esto hace que la cantidad de luz que deja pasar la pantalla  $c$  sea mayor o menor (según la dirección en que la parte ópticamente heterogénea desvía los rayos) que si no existiera la heterogeneidad. Como resultado la zona en que se encuentra dicha heterogeneidad parecerá más clara o más oscura que la superficie de la lente. Por este procedimiento se pueden descubrir heterogeneidades cuyo índice de refracción se diferencie muy poco del de las zonas contiguas de la sustancia.

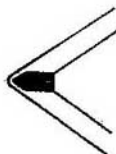


Fig. 142. Fotografía de la onda que produce en el aire una bala disparada.

De esta forma se fotografian los puntos de condensación y dilatación o enrarecimiento que producen las ondas sonoras, las explosivas y las que forman en el aire los objetos que se mueven a gran velocidad, como las balas, por ejemplo (fig. 142).

Este método puede perfeccionarse practicando la observación a través de un antejo o sustituyendo el ojo por una cámara fotográfica previamente enfocada a la superficie de la lente  $L$ .

Este método se utiliza para comprobar la calidad de los vidrios ópticos destinados a la fabricación de aparatos ópticos de precisión, en los cuales la existencia de heterogeneidades (torcimientos estructurales) es intolerable. También sirve para fotografiar la posición instantánea de heterogeneidades que varían con el tiempo, empleando para ello exposiciones muy cortas, por medio de chispas.

§ 284. Paso de la luz a través de sustancias turbias. Cuando un haz de rayos luminosos pasa a través de una sustancia turbia (niebla, líquidos que contienen partículas en suspensión, soluciones coloidales, etc.) una parte de la luz *se difunde* hacia los lados y dicho haz puede verse lateralmente.

A consecuencia de la difusión de la luz hacia los lados, en las sustancias turbias la densidad del flujo de energía disminuye en la dirección de la propagación más de prisa que cuando solamente existe la absorción. Por esta razón, cuando se trata de medios de este tipo hay que incluir en la expresión de la ley de la absorción de la luz [fórmula (2) del § 276], además del coeficiente de absorción real  $k$ , un coeficiente complementario  $k'$  determinado por la difusión:

$$u = u_0 e^{-(k+k')l}. \quad (1)$$

El coeficiente  $k'$  se llama *coeficiente de extinción*.

Por el principio de Huygens y Fresnel cada punto de un frente de onda que se propaga en el vacío o en una sustancia homogénea continua puede ser considerado como fuente de ondas secundarias elementales. Estas ondas secundarias se refuerzan entre sí en la dirección de propagación de la onda y se debilitan en las demás direcciones. En realidad las heterogeneidades que existen en cualquier sustancia, debidas a su estructura atómica, no desempeñan ningún papel, puesto que su influencia se reduce a zonas mucho menores que la longitud de la onda luminosa (la longitud de una

onda luminosa  $\lambda \cong 5 \cdot 10^{-6}$  cm, mientras que las distancias entre los átomos en las sustancias líquidas y sólidas son del orden de  $10^{-8}$  cm y en los gases en condiciones normales, del orden de  $10^{-7}$  cm)\*).

Pero no ocurre lo mismo cuando en una sustancia homogénea se hallan incluidas *desordenadamente* partículas separadas entre sí por distancias mayores que la longitud de onda (aunque las propias partículas sean menores que dicha magnitud). En este caso

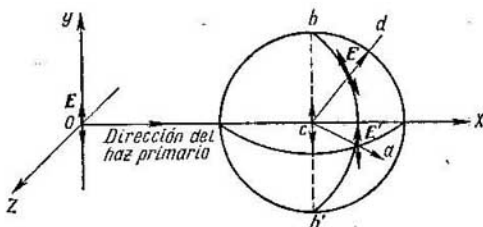


Fig. 143. Formación de la onda dispersa; la onda primitiva está polarizada en un plano.

las ondas reflejadas en cada una de las partículas no tienen diferencias de fase determinadas y se refuerzan más o menos entre sí en todas las direcciones. Así es como se produce la luz difundida hacia los lados.

Las vibraciones del vector campo eléctrico de la onda luminosa hacen que los electrones de las partículas difusoras comiencen a realizar vibraciones forzadas y a irradiar ondas. Si las partículas son pequeñas en comparación con la longitud de la onda luminosa, el conjunto de las vibraciones que en ellas se producen pueden equipararse con las vibraciones de los dipolos eléctricos. Para simplificar supongamos que la luz está polarizada linealmente y que el vector  $\mathbf{E}$  vibra paralelamente al eje  $OY$  (fig. 143). En estas condiciones, las vibraciones forzadas de la partícula isótropa  $C$  serán también paralelas al eje  $OY$ . Estas vibraciones dan lugar a la formación de una nueva onda esférica secundaria polarizada. El vector campo eléctrico  $\mathbf{E}'$  de esta onda difundida se encontrará, en cada una de las direcciones, en el plano que contiene al eje del dipolo  $bb'$ ; y como las ondas luminosas son transversales, el vector  $\mathbf{E}'$  será perpendicular al mismo tiempo a la dirección en que se propaga la onda (por ejemplo, perpendicular a la dirección  $ca$  o  $cd$ ). La amplitud de la onda secundaria será máxima en aquellas direcciones que se encuentran

\*) Sobre el papel que desempeñan las fluctuaciones de la densidad se habla más adelante.

en el plano  $XOZ$ , y será igual a cero en la dirección del eje del dipolo  $bb'$ . Por consiguiente tenemos: que si el haz primario está polarizado en un plano, la luz difusa también estará polarizada en un plano y tendrá distinta intensidad en diferentes direcciones. En la fig. 144 se muestra el diagrama vectorial de la distribución de la intensidad de la luz difusa en el plano perpendicular a la dirección en que se propaga el haz primario (es decir, paralela al plano  $YOZ$  de la fig. 143).

Al propagarse un haz de luz plano polarizado a través de una sustancia turbia este haz puede verse claramente desde un lado, siempre que se le mire en el plano de polarización del haz primario\*), y será invisible si se mira en dirección perpendicular a este plano.

En las partículas difusoras las vibraciones forzadas tienen la misma frecuencia  $\nu$  que las vibraciones de la onda incidente. Por

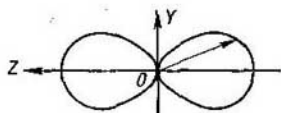


Fig. 144. Distribución de la intensidad en la luz difusa.

esto, la frecuencia de la luz difusa coincide con la de la luz del haz primario. Según la teoría electromagnética de la luz la amplitud de la onda, irradiada por el dipolo eléctrico, es proporcional al cuadrado de la frecuencia de sus vibraciones  $\nu^2$ . La intensidad de la luz medida por la densidad del flujo de energía es proporcional al cuadrado de la amplitud. De aquí se deduce que la intensidad de la luz difusa es proporcional a la frecuencia a la cuarta potencia o, lo que es lo mismo, es inversamente proporcional a la longitud de onda a la cuarta potencia:

$$I \sim \nu^4 \sim \frac{1}{\lambda^4}. \quad (2)$$

Esta correlación se conoce con el nombre de ley de Rayleigh.

La luz blanca difundida por una sustancia turbia que contiene partículas pequeñas parece celeste, puesto que por la ley de Rayleigh los rayos celestes y azules, por tener menor longitud de onda, se difunden más que los amarillos y rojos. Pero si miramos esta luz blanca a través de la sustancia turbia nos parecerá rojiza, porque debido a la difusión pierdo los rayos de pequeña longitud de onda.

Si la luz del haz primario no está polarizada, la intensidad de la luz difusa en el plano perpendicular a dicho haz es igual en todas

\*) Recordemos que el plano de polarización es perpendicular al plano en que vibra el vector campo eléctrico  $E$ . En la fig. 143 el plano de polarización del haz primario es el plano  $XOZ$ .

las direcciones. Solamente queda por determinar la relación que existe entre la intensidad de la luz difusa y el ángulo  $\varphi$  que forma la dirección de difusión con la dirección del haz primario.

La intensidad en función del ángulo  $\varphi$  tiene el siguiente carácter: que

$$I \sim (1 + \cos^2 \varphi);$$

gráficamente se representa por una curva simétrica respecto al haz primario y a la recta perpendicular a él (fig. 145).

La luz difusa estará polarizada incluso en el caso en que el haz de luz primario no lo estuviera. Esto es una consecuencia de que las ondas luminosas sean transversales. Efectivamente, al propagarse el haz primario en la dirección del eje  $OX$  (fig. 143) las vibraciones del vector campo eléctrico  $E$  tienen lugar en el plano  $YOZ$ . Si la luz difusa

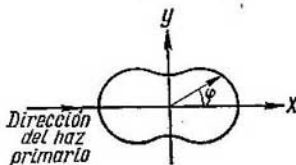


Fig. 145. Variación de la intensidad de la luz difusa en función del ángulo  $\varphi$ .

se observa perpendicularmente a la dirección del haz primario (por ejemplo, según el eje  $OZ$ ), las vibraciones forzadas de las partículas difusas pueden descomponerse en dos vibraciones: una, a lo largo del eje  $OY$ , y otra, a lo largo del eje  $OZ$ . Como las ondas luminosas son transversales, las vibraciones de la onda difundida que se propague en la dirección del eje  $OZ$  serán producidas solamente por la componente de las vibraciones de las partículas dirigida a lo largo del eje  $OY$ . De esta forma, el vector campo eléctrico  $E'$  de la luz difusa vibrará paralelamente al eje  $OY$  y la luz resultará totalmente polarizada. Si la observación se hace en sentido oblicuo respecto a la dirección del haz primario, la luz difusa estará polarizada parcialmente.

Estas reglas dejan de cumplirse cuando las dimensiones de las partículas difusoras son mayores que la longitud de onda luminosa. Para estas últimas partículas la intensidad de la luz difusa es inversamente proporcional al cuadrado de la longitud de onda. Cuando las partículas difusoras son grandes el matiz de la luz blanca difusa es menos celeste que en el caso de partículas pequeñas, es decir que cuando se cumple la ley de Rayleigh. Esto concuerda perfectamente con el hecho tan conocido de que la niebla, cuando está formada por gotitas muy finas, parece azul, mientras que si lo está por gotas gruesas, parece blanca.

Cuando las partículas son grandes la luz difusa sólo está polarizada parcialmente, con la particularidad de que el grado de polarización depende de las dimensiones y de la forma de las partículas. La relación entre la intensidad de la luz difusa y la dirección de difusión tiene también en este caso un carácter más complicado.

Como dijimos al principio de este párrafo, las sustancias completamente homogéneas no deben producir la difusión de la luz. Sin embargo, en la realidad hasta las sustancias mejor depuradas de polvo y partículas extrañas difunden hasta cierto punto la luz. La causa de este fenómeno, como explicaron L. I. Mandelshtam y M. Smolujevski, es la fluctuación de la densidad. Como esta fluctuación se debe a la naturaleza cinetico-molecular de la estructura de la materia (véase el t. 1), la difusión producida por ella se llama *molecular*.

La difusión molecular existe en los gases, en los líquidos y en los sólidos. Es muy débil, y en la mayoría de los casos la parte de la energía del haz primario que se difunde por unidad de volumen es  $\sim 10^{-6}-10^{-7}$ .

La intensidad de la difusión molecular aumenta con la temperatura, puesto que al elevarse ésta la fluctuación de la densidad es mayor.

Esta peculiaridad puede servir para distinguir la difusión molecular de la producida por partículas extrañas, la cual no depende de la temperatura. Cuando la luz del haz primitivo está polarizada en un plano, la difundida por fluctuación también lo está, pero sólo parcialmente. Su grado de despolarización depende del de la anisotropía de las moléculas.

El color azul del cielo se explica por la difusión molecular. El movimiento desordenado de las moléculas hace que en la atmósfera se formen continuamente centros de condensación y de enrarecimiento del aire que difunden la luz solar. Al ocurrir esto, según la ley de Rayleigh, los rayos celestes y azules se difunden más que los amarillos y rojos. La luz difundida en el firmamento está parcialmente polarizada; la magnitud y el carácter de esta polarización está de acuerdo con la calculada teóricamente.

La teoría da también la magnitud del coeficiente de extinción  $k'$ . Para la difusión molecular en un gas

$$k' = \frac{8\pi^3}{3N\rho} \frac{(\epsilon-1)^2}{\lambda^4},$$

siendo  $N$  el número de Avogadro;  $\rho$ , la densidad, y  $\epsilon$ , la constante dieléctrica.

Según las observaciones realizadas en el año 1912 en el pico Tenerife, cuando la atmósfera estaba exenta de polvo, el coeficiente  $k'$  resultó ser para el aire igual a  $5,6 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^{-1}$  (siendo  $\lambda = 0,375 \mu$  y la presión y temperatura normales). De esto resulta que el valor del número de Avogadro  $N = 6,6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ , que concuerda con el verdadero dentro de los límites del error posible.



## *Paso de la luz a través de sustancias anisótropas*

§ 285. Paso de la luz a través de una sustancia anisótropa. El paso de la luz a través de una sustancia anisótropa cristalina lleva consigo una serie de fenómenos peculiares. Ya en el año 1670 el físico danés Erasmo Bartholin (Erasmus Bartholinus) observó que cuando un rayo de luz pasa a través del espato de Islandia\*) se divide en dos. Este fenómeno recibió el nombre de *doble refracción*.

El cristal de espato de Islandia se divide fácilmente según planos determinados (planos de exfoliación) formando romboedros (fig. 146). Si un haz estrecho se refracta en un cristal de este tipo produce dos

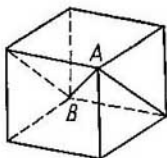


Fig. 146. Cristal natural de espato de Islandia.

El eje óptico puede ser cualquier recta paralela al eje AB.

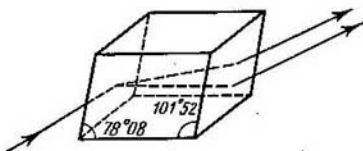


Fig. 147. Doble refracción en un cristal de espato de Islandia.

haces que siguen direcciones algo distintas. Pero al salir del cristal ambos haces tienen direcciones paralelas a la inicial y, si son suficientemente estrechos y el cristal suficientemente grueso, resultan separados por cierto espacio (fig. 147). Si a través de un cristal de éstos se mira un objeto cualquiera se verá doble. Por ejemplo, si en una hoja de papel se pone un punto negro y se mirá a través de un cristal de espato de Islandia, el punto se ve doble.

En la mayoría de los cristales transparentes se nota el fenómeno de la doble refracción de una forma más o menos manifiesta. Los cristales del sistema cúbico (por ejemplo, los de sal gema) no producen doble refracción.

Si por un procedimiento cualquiera cortamos de un cristal una lámina plana de caras paralelas y observamos las direcciones que

\*) Cristal del sistema hexagonal de carbonato cálcico ( $\text{CaCO}_3$ ).

siguen los dos rayos que se forman dentro de dicha lámina al producirse la doble refracción, nos convenceremos de que para uno de estos rayos la relación entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción  $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$  permanece constante al variar el ángulo de incidencia; este rayo se encuentra en el mismo plano que el incidente y que la normal a la superficie de la lámina en el punto de incidencia. Es,  $\Delta$  decir, cumple la ley general de la refracción.

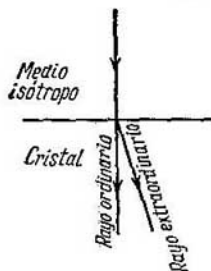


Fig. 148. Desviación del rayo extraordinario cuando la luz incide normalmente sobre la cara refractora del cristal.

Este rayo se llama *ordinario*. El otro rayo recibe el nombre de *extraordinario*. Para él no permanece constante la razón  $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$  al variar el ángulo de incidencia. Incluso cuando la luz incide perpendicularmente sobre la superficie de la lámina el rayo extraordinario se desvía generalmente de la dirección inicial (fig. 148). En este caso  $\sin i_1 = 0$ , mientras que  $\sin i_2 \neq 0$ , y la relación  $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$  resulta igual a cero. Cuando

el rayo extraordinario pasa del cristal al aire la razón del seno del ángulo de incidencia al seno del ángulo de refracción puede ser igual a infinito. El rayo extraordinario no se encuentra generalmente en el plano de incidencia, es decir, en el mismo plano que el rayo incidente y la normal a la superficie refractora en el punto de incidencia. El ángulo de refracción del rayo extraordinario, lo mismo que el ángulo entre él y el plano de incidencia, depende no sólo del ángulo de incidencia que forma el rayo primitivo, sino también de la orientación que tenga la superficie refractora de la lámina y el plano de incidencia respecto al eje óptico (véase más adelante) del cristal.

Tanto el rayo ordinario como el extraordinario *están totalmente polarizados en dos planos perpendiculares entre sí\**.

Cambiando la dirección del rayo incidente es fácil comprobar que dentro del cristal existen ciertas direcciones en que el rayo puede propagarse sin dividirse en dos. Para el espató de Islandia esta dirección es paralela a la diagonal *AB* que une los ángulos

\*) Los planos de polarización de los rayos ordinario y extraordinario son entre sí rigurosamente perpendiculares si se cambia la dirección del rayo incidente de tal forma que *por una misma dirección pase por el cristal primero uno de los rayos refractados y después el otro*. Pero si el rayo ordinario y el extraordinario son producidos simultáneamente por un rayo incidente (como ocurre por regla general), sus planos de polarización no son exactamente perpendiculares el uno al otro, puesto que las secciones principales (véase más adelante) no suelen ser las mismas para el rayo ordinario y el extraordinario.

obtusos del romboedro natural (fig. 146). Una recta trazada por cualquier punto del cristal en la dirección en que no se produce la doble refracción se llama *eje óptico*. El plano en que se encuentra el eje óptico y el rayo dado se llama *sección principal o plano principal del cristal* correspondiente a dicho rayo. A través del cristal pueden trazarse, evidentemente, una cantidad innumerable de ejes ópticos y de secciones principales. La línea de intersección de dos secciones principales cualesquiera es siempre un eje óptico.

*El rayo ordinario está polarizado en el plano correspondiente a su sección principal, mientras que el extraordinario lo está perpendicularmente al plano correspondiente a la suya.*

En general, las secciones principales de los rayos ordinario y extraordinario no coinciden. Pero en la mayoría de los casos el ángulo que forman entre sí estas secciones es pequeño y, por consiguiente, el ángulo que forman los planos de polarización de ambos rayos es igual aproximadamente a  $\frac{\pi}{2}$ .

Las dos secciones principales coinciden cuando el eje óptico se encuentra en el plano de incidencia.

Los cristales que solamente tienen una dirección a lo largo de la cual no se produce la doble refracción se llaman *uniáxicos*. Existen cristales que tienen dos direcciones a lo largo de las cuales no se produce el fenómeno antedicho, estos cristales se llaman *biáxicos*.

La mayoría de los cristales transparentes uniáxicos absorben igualmente los rayos ordinario y extraordinario. Pero existen cristales en los cuales la absorción de uno de los rayos es mayor que la del otro. Este fenómeno se llama *dicroísmo*.

El cristal de turmalina presenta gran dicroísmo para los rayos visibles. Un cristal de turmalina de 1 mm de espesor absorbe prácticamente por completo el rayo ordinario. Esta propiedad de la turmalina se utiliza para obtener luz polarizada.

Además de los cristales naturales sólidos presentan doble refracción los llamados cristales líquidos, los cuerpos amorfos al deformarse y los líquidos sometidos a la acción de un campo eléctrico (§ 292).

Hasta ahora hemos supuesto que sobre el cristal incide luz natural. En este caso los rayos refractados (ordinario y extraordinario) resultan plano polarizados y tienen la misma brillantez (si el cristal no es dicroico). Veamos ahora lo que ocurre si sobre el cristal cae una luz totalmente polarizada en un plano cualquiera. En este caso se producen por lo general dos rayos cuya brillantez es diferente. Sea  $AA'$  (fig. 149) el plano en que vibra el vector campo eléctrico de la onda incidente (este plano será perpendicular al de polarización de la luz que incide). Omitamos la diferencia que existe entre las secciones principales del rayo ordinario y del extraordinario y consideremos que estas secciones coinciden. Supongamos pues que

$OO'$  es el plano de la sección principal de ambos rayos. El rayo ordinario está polarizado en el plano  $OO'$  de la sección principal del cristal y, por consiguiente, el vector campo eléctrico de la onda ordinaria vibrará en el plano  $BB'$ , perpendicular al  $OO'$ . La amplitud del rayo ordinario  $a_o$  si no existen pérdidas por reflexión y por absorción, será igual a la proyección de la amplitud del rayo incidente  $a$  sobre la dirección  $BB'$ :

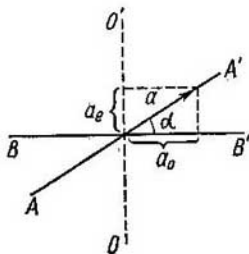


Fig. 149. Amplitudes de las vibraciones de los rayos [ordinario y extraordinario.

$$a_o = a \cos \alpha,$$

siendo  $\alpha$  el ángulo entre los planos de vibración de los rayos incidente y refractado ordinario; es evidente que  $\alpha$  será al mismo tiempo el ángulo que forman entre sí los planos de polarización de los rayos incidente y ordinario. Como quiera que el flujo de energía es proporcional al cuadrado de la amplitud, el flujo de energía del rayo ordinario será:

$$W_o = W \cos^2 \alpha,$$

donde  $W$  es el flujo de energía del rayo incidente.

El rayo extraordinario estará polarizado en un plano perpendicular a la sección principal del cristal y en él las vibraciones tendrán lugar en el plano de la sección principal  $OO'$ , por lo tanto, la amplitud del rayo extraordinario será:

$$a_e = a \sin \alpha,$$

y, por consiguiente, su flujo de energía

$$W_e = W \sin^2 \alpha. \quad (1a)$$

Las fórmulas (1) y (1a) que determinan los flujos de energía de los rayos ordinario y extraordinario procedentes de un rayo plano polarizado, llevan el nombre de *fórmulas de Malus\**). Partiendo de (1) y (1a) podemos hallar la razón entre los flujos de los rayos ordinario y extraordinario procedentes de un rayo plano polarizado:

$$\frac{W_e}{W_o} = \operatorname{tg}^2 \alpha. \quad (2)$$

La suma de los flujos de ambos rayos debe ser igual al flujo del rayo incidente:

$$W \cos^2 \alpha + W \sin^2 \alpha = W,$$

de acuerdo con la ley de la conservación de la energía.

\*) Estas fórmulas fueron deducidas por el físico francés Malus en el año 1810 y confirmadas experimentalmente por Arago.

Las correlaciones que acabamos de obtener pueden ilustrarse fácilmente con un experimento. Supongamos que un haz estrecho de luz plano polarizada  $I$  incide normalmente sobre la cara  $AB$  de un

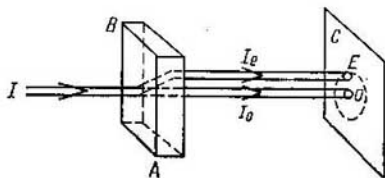


Fig. 150. Comparación de las intensidades de los rayos ordinario y extraordinario procedentes de un rayo polarizado en un plano,

cristal tallado en forma de lámina (fig. 150). Si el eje óptico del cristal no es perpendicular a la cara  $AB$  ni paralelo a ella, el rayo extraordinario  $I_e$  se desvía en el cristal y sale de él paralelo al rayo ordinario  $I_o$ . Ambos rayos producen círculos brillantes,  $O$  y  $E$ , en la pantalla  $C$ . Si hacemos girar el cristal alrededor de un eje que coincida con la dirección del rayo ordinario  $I_o$ , el círculo  $O$  permanecerá quieto en la pantalla, mientras que el  $E$  se trasladará siguiendo la circunferencia que se indica en la fig. 150. Al ocurrir esto varía la brillantez de ambos círculos. Si colocamos el cristal de forma que su sección principal quede paralela al plano de polarización de la luz incidente ( $\alpha = 0$ ), el rayo  $I_o$  alcanzará su máximo esplendor, mientras que el  $I_e$  se extinguirá por completo. Girando el cristal volverá a aparecer el rayo extraordinario  $I_e$ , cuyo máximo esplendor corresponderá a  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ; en estas condiciones desaparecerá el rayo ordinario. Cuando  $\alpha = \pi$ , el rayo ordinario vuelve a alcanzar un brillo máximo y el extraordinario se extingue de nuevo.

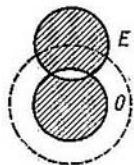


Fig. 151. Invariabilidad de la suma de las intensidades de los rayos ordinario y extraordinario.

También es fácil comprobar que la suma de los esplendores de ambos rayos permanece invariable. Para esto no hay más que ensanchar el haz incidente lo necesario para que en la pantalla  $C$  los círculos  $O$  y  $E$  se superpongan parcialmente el uno al otro (fig. 151). Hecho esto, al girar el cristal variará la brillantez de cada uno de los círculos, pero el esplendor de la zona en que se superponen permanecerá invariable.

§ 286. Superficies de onda en un cristal uniaxial. La explicación de la doble refracción en los cristales uniaxiales fue dada por

Huygens en su «Tratado de la luz» (1690). Huygens supuso que el rayo ordinario forma en el cristal una superficie de onda en forma de esfera, mientras que el extraordinario, en forma de elipsoide de revolución. Esta hipótesis de Huygens está de acuerdo con las teorías modernas sobre la naturaleza de la luz y la estructura de los cristales.

La anisotropía de los cristales se deja sentir no sólo en sus propiedades macroscópicas (elasticidad, dilatación térmica, etc.) sino también en las cualidades de las partículas de que están constituidos. Los átomos, los iones o las moléculas que forman los cristales son, por lo general, osciladores anisótropos. Todo oscilador anisótropo, en lugar de tener una frecuencia propia de vibración (como los osciladores isótropos), tiene tres frecuencias propias distintas  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  en tres direcciones perpendiculares entre sí perfectamente determinadas.

Esta anisotropía de los osciladores puede deberse a su asimetría (moléculas de estructura asimétrica) o al carácter de las fuerzas que actúan sobre cada partícula en la red cristalina. Si la dirección de las vibraciones del vector campo eléctrico de la onda luminosa coincide, por ejemplo, con la primera de las direcciones mencionadas anteriormente, la amplitud de las vibraciones forzadas estará determinada por la diferencia entre los cuadrados de la frecuencia de la luz  $\omega$  y de la frecuencia de las vibraciones propias  $\omega_1$ . Haciendo girar el cristal de forma que la dirección de las vibraciones del vector campo eléctrico coincida con otra de las direcciones, por ejemplo, con la segunda, la amplitud de las vibraciones forzadas estará determinada por la magnitud  $\omega^2 - \omega_2^2$ , etc. Esto conduce a que la influencia que ejercen las bandas de absorción sea distinta en las diferentes direcciones de vibración de la onda luminosa y, por consiguiente, (§ 279) a que las velocidades de propagación también sean diferentes. En los cristales uniaxiales dos de las tres frecuencias propias coinciden, es decir, solamente se distinguen dos frecuencias.

Supongamos que las partículas que componen un cristal tienen una frecuencia propia  $\omega_1$  en dirección paralela al eje óptico del cristal y otra frecuencia propia  $\omega_2$  en dirección perpendicular a dicho eje.

Consideremos en el cristal el plano de la sección principal y veamos lo que ocurre con los rayos que parten de un punto cualquiera  $C$  (fig. 152) en las distintas direcciones del plano. Supongamos que cada uno de estos rayos está totalmente polarizado y que el vector campo eléctrico de cada uno de ellos vibra perpendicularmente a la sección principal del cristal que hemos tomado.

En la fig. 152,  $a$  las direcciones paralelas al eje óptico se han representado con líneas punteadas y las direcciones en que vibran los vectores campo eléctrico, con puntos. Como puede verse, las vibraciones son perpendiculares al eje óptico en cualquiera de los rayos  $Ca_1$ ,  $Ca_2$ , etc. Por esta razón la onda luminosa solamente hace

vibrar a los osciladores en las direcciones perpendiculares al eje óptico que tienen una misma frecuencia propia  $\omega_2$ ; por consiguiente, todos los rayos en los que las vibraciones tienen lugar en dirección perpendicular al plano de la sección principal se propagan a igual velocidad  $v_0$ . El lugar geométrico de los puntos a que llegan simultáneamente los rayos que parten del punto  $C$  al mismo tiempo, tiene la forma del círculo representado en la fig. 152, *a* con línea de trazo continuo. Si estudiamos el conjunto de todas las secciones principales que pueden pasar por el punto  $C$ , tendremos que el lugar geométrico de los extremos de todos los rayos será una esfera. Como el plano de

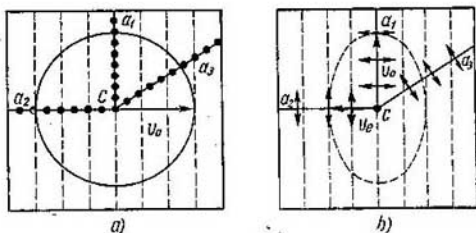


Fig. 152. Formación de dos superficies de onda en un cristal: *a*, esférica; *b*, elipsoidal.

polarización es perpendicular al plano en que vibra el vector campo eléctrico, el caso examinado es el de una luz polarizada en el plano de la sección principal. De aquí podemos deducir: que los rayos polarizados en los planos de las secciones principales del cristal se propagan en todos los sentidos con la misma velocidad  $v_0$ , formando una superficie de onda esférica lo mismo que si se tratara de un medio isotrópico, y, por consiguiente, cumplen la ley general de la refracción. El índice de refracción de estos rayos  $n = c/v_0$ , siendo  $c$  la velocidad de la luz en el vacío.

Veamos ahora lo que ocurre con los rayos en que las vibraciones del vector campo eléctrico tienen lugar en el plano de la sección principal (fig. 152, *b*). Este caso es el correspondiente a una luz polarizada en un plano perpendicular al de la sección principal del cristal. Como vemos en la figura, las vibraciones de los distintos rayos  $Ca_1$ ,  $Ca_2$ ,  $Ca_3$  tienen ahora direcciones que forman con el eje óptico ángulos diferentes. Por ejemplo, las vibraciones del rayo  $Ca_1$  son perpendiculares al eje óptico, mientras que las del rayo  $Ca_2$  son paralelas a este último. El primero de estos rayos produce en los osciladores vibraciones forzadas cuya amplitud está determinada por la frecuencia propia  $\omega_2$ , y, por consiguiente, se propaga con la velocidad  $v_0$ . El segundo rayo  $Ca_2$  produce en los osciladores vibraciones

cuya amplitud viene determinada por la frecuencia propia  $\omega_1$ , de donde su velocidad de propagación deberá ser diferente de la del rayo  $Ca_1$ ; llamemos  $v_e$  a esta velocidad. Un rayo que se propague en cualquier otra dirección, por ejemplo, el  $Ca_3$ , lo hará con una velocidad  $v'$  intermedia entre  $v_o$  y  $v_e$ . De esta forma, los rayos polarizados perpendicularmente al plano de la sección principal del cristal se propagan con diferentes velocidades en las distintas direcciones. Como resultado de esto la superficie de onda toma una forma distinta que la que tenía en el medio isótropo. Esta forma es la de un elipsoide

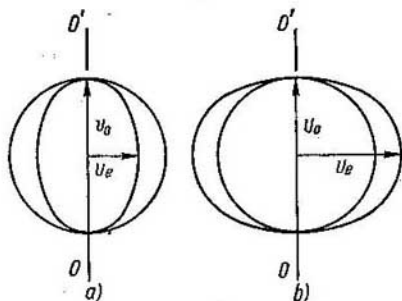


Fig. 153. Superficies de onda en los cristales: a, en un cristal positivo; b, en un cristal negativo.

de revolución, cuya sección por uno de los planos principales se representa en la fig. 152, b con línea punteada (la demostración de que la superficie de onda de los rayos extraordinarios es realmente un elipsoide de revolución puede verse en el § 287). Los rayos que presentan una superficie de onda de este tipo no cumplen la ley general de la refracción.

En algunos cristales la velocidad de propagación de las vibraciones paralelas al eje óptico es menor que la de propagación de las vibraciones perpendiculares a él ( $v_e < v_o$ ). Estos cristales se llaman *positivos* y en ellos el semieje mayor de la superficie de onda elipsoidal coincide con el radio de la superficie de onda esférica (fig. 153, a). En los cristales llamados *negativos*  $v_e > v_o$ . En estos cristales el que coincide con el radio de la superficie de onda esférica es el semieje menor del elipsoide (fig. 153, b). En ambos casos el eje óptico  $OO'$  pasa por los puntos de tangencia de las superficies elipsoidal y esférica y a lo largo de él la velocidad de propagación de los rayos, cualquiera que sea su plano de polarización, es la misma.

§ 287. Construcción de los rayos ordinario y extraordinario en los cristales uniáxicos. Utilicemos los conceptos sobre las super-



ficies de onda esféricas y elipsoidales establecidos en el párrafo anterior para resolver una serie de casos particulares de construcción de rayos ordinarios y extraordinarios en cristales uniaxiales.

1. Caso en que el eje óptico  $OO'$  se encuentra en el plano de incidencia y forma con la cara refractora del cristal un ángulo oblicuo (fig. 154). Supongamos que sobre la cara refractora del cristal incide un frente de onda plano  $AB$ . El ángulo de incidencia es igual

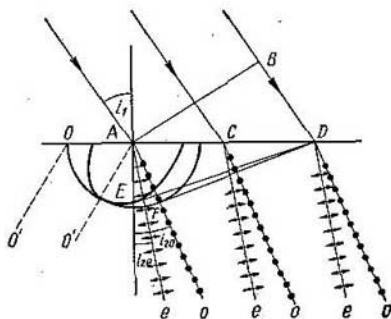


Fig. 154. Construcción de los rayos ordinario y extraordinario.

El eje óptico  $OO'$  se encuentra en el plano de incidencia formando un ángulo oblicuo con la cara refractora.

a  $i_1$ . Durante el tiempo necesario para que el extremo derecho del frente  $B$  se propague por el primer medio hasta llegar al punto  $D$ , alrededor del punto  $A$  se formarán en el cristal dos superficies de onda, una esférica y otra elipsoidal, tangentes entre sí en dirección al eje óptico  $AO'$ . En la fig. 154 todos los puntos de la superficie elipsoidal se hallan dentro de la esférica, cosa que corresponde al caso de un cristal positivo. En torno a cada uno de los puntos intermedios entre  $A$  y  $D$  se formarán superficies de onda semejantes, pero de dimensiones menores. De acuerdo con el principio de Huygens debemos trazar dos superficies: una,  $DF$ , tangente a las esferas, y otra,  $DE$ , tangente a los elipsoides. La primera nos da el frente de la onda refractada ordinaria y la segunda, el frente de la refractada extraordinaria. Los rayos refractados ordinarios  $Ao$ ,  $Co$  y  $Do$  se obtienen trazando rectas desde los puntos de incidencia a los de contacto de las superficies esféricas con el plano  $DF$ . En estos rayos las vibraciones del vector campo eléctrico tienen lugar perpendicularmente al plano de la sección principal del cristal que coincide con el plano del dibujo; estas vibraciones se señalan por medio de puntos. Los rayos refractados extraordinarios  $Ae$ ,  $Ce$  y  $De$  los obtenemos trazando rectas que unan los puntos de incidencia con los de contacto

de las superficies elipsoidales con el plano  $DE$ . En el caso que examinamos estos rayos se encuentran en el plano de incidencia, pero *no son perpendiculares* al frente de onda. En los rayos extraordinarios las vibraciones del vector campo eléctrico tienen lugar en el plano de la sección principal del cristal (están señaladas con flechitas). Por lo tanto, como puede verse en la figura, se forman dos sistemas de rayos, ordinarios y extraordinarios, que van por el cristal en direcciones diferentes.

Si el plano de incidencia de la luz sobre el cristal no fuera paralelo al eje óptico, los rayos ordinarios y extraordinarios no se encontrarían en un mismo plano. Efectivamente, volviendo a hacer coincidir el plano de la figura con el de incidencia obtenemos que el eje óptico  $AO'$  (fig. 154) y el punto  $E$  de tangencia del frente de onda con la superficie elipsoidal no descansan en el plano del dibujo. Por lo tanto tampoco se encontrará en el plano del dibujo el rayo extraordinario  $AE$ , aunque el ordinario  $AF$  seguirá estando en él. Conviene señalar que, en este caso, el frente de la onda refractada extraordinaria  $DE$  continuará siendo perpendicular al plano de incidencia.

2. Caso en que la luz incide perpendicularmente a la cara refractora del cristal y el eje óptico  $OO'$  forma un ángulo oblicuo con dicha cara (fig. 155). En este caso, junto a cada uno de los puntos  $A, C, D$  se

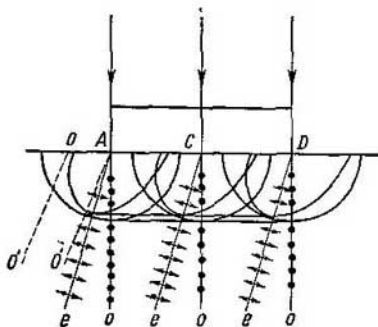


Fig. 155. Construcción de los rayos ordinario y extraordinario.

La luz cae normalmente sobre la cara refractora; el eje óptico  $OO'$  forma un ángulo oblicuo con dicha cara.

forman superficies de onda esféricas de radios iguales y por consiguiente, el frente de la onda ordinaria en el cristal será paralelo al incidente y los rayos ordinarios  $Ao, Co$  y  $Do$  pasarán la cara del cristal sin refractarse. El frente de la onda extraordinaria también será paralelo al incidente, pero sus puntos de contacto con las super-

ficies de onda elipsoidales estarán desviados respecto a los puntos  $A$ ,  $C$  y  $D$ . Esto hace que los rayos extraordinarios  $Ae$ ,  $Ce$  y  $De$  se desvíen de su dirección inicial. De esta forma la construcción geométrica de Huygens explica el hecho anteriormente mencionado de la desviación de los rayos extraordinarios cuando la luz incide normalmente sobre la cara del cristal.

3. Caso en que el eje óptico es paralelo a la cara refractora y perpendicular al plano de incidencia. Este caso es el representado en

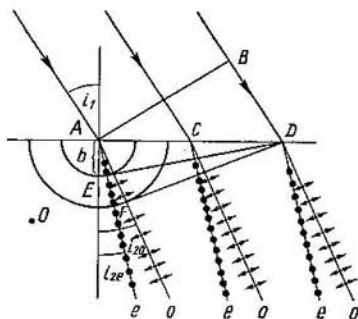


Fig. 156. Construcción de los rayos ordinario y extraordinario. El eje óptico  $OO'$  es paralelo a la cara refractora y perpendicular al plano de incidencia.

la fig. 156. El plano de incidencia se ha hecho coincidir con el del dibujo. El eje óptico  $OO'$  es perpendicular al plano del dibujo.

Como el eje óptico es el eje de revolución de la superficie elipsoidal, en el caso que estudiamos la sección de la superficie de la onda extraordinaria por el plano del dibujo tiene la forma de circunferencia. Si el cristal es positivo, el radio de la circunferencia  $AE$  es igual al semieje menor  $b$  del elipsoide y menor que el radio de la superficie esférica de la onda ordinaria.

Como puede verse en la figura, la razón del seno del ángulo de incidencia  $i_1$  al seno del ángulo de refracción del rayo extraordinario  $i_{2e}$  es igual a

$$\frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_{2e}} = \frac{BD}{b}$$

cualquiera que sea el valor de  $i_1$ .

Llamando  $\tau$  al tiempo que tarda la luz en recorrer el espacio  $BD$  en el primer medio (vacío),

$$BD = c\tau \text{ y } b = v_e\tau,$$

siendo  $c$  la velocidad de la luz en el vacío y  $v_e$  la velocidad de propagación en el cristal de las vibraciones luminosas cuyo vector campo eléctrico es paralelo al eje óptico.

De donde

$$\frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } i_{2e}} = \frac{c}{v_e} \quad (1)$$

Como quiera que la razón  $c/v_e$  es constante, en este caso particular el rayo extraordinario cumple la ley general de la refracción. La relación

$$\frac{c}{v_e} = n_e$$

se llama *índice de refracción del rayo extraordinario*.

En los cristales positivos el índice de refracción del rayo extraordinario  $n_e$  es mayor que el del rayo ordinario  $n_o$ . En los cristales negativos  $n_e < n_o$ .

En la mayoría de los cristales los índices de refracción de los rayos ordinario y extraordinario se diferencian poco entre sí.

En la tabla V se dan los valores de los índices de refracción  $n_o$  y  $n_e$  para algunos cristales.

Tabla V  
Valores de los índices de refracción del rayo ordinario  $n_o$  y del extraordinario  $n_e$  para  $\lambda = 0,589 \mu$

Cristal	$n_o$	$n_e$
Espato de Islandia	1,658	1,486
Salitre sódico	1,585	1,337
Cuarzo	1,543	1,552
Hielo	1,309	1,310

4. Caso en que el eje óptico es paralelo a la cara refractora y al plano de incidencia de la luz. En este caso (fig. 157) desde el punto  $A$  hacia el interior del cristal se propagan superficies de onda esféricas y elipsoidales cuyos puntos de tangencia se encuentran en la superficie de refracción del cristal en el plano de incidencia. Trazando desde el punto  $C$  los planos tangentes  $CF$  y  $CE$  obtenemos los frentes respectivos de las ondas refractadas ordinaria y extraordinaria. El corte de la superficie de la onda extraordinaria por el plano del dibujo tiene la forma de una elipse cuyo semieje mayor  $a$  coincide con el radio de la esfera  $R$  (cristal positivo) y cuyo semieje menor  $b$  es perpendicular a él. Como la elipse tiene la propiedad de que la

longitud de la subtangente  $CD$  no depende de la del semieje menor  $b$ , los puntos de contacto  $F$  y  $E$  se encuentran en una misma recta  $FED$

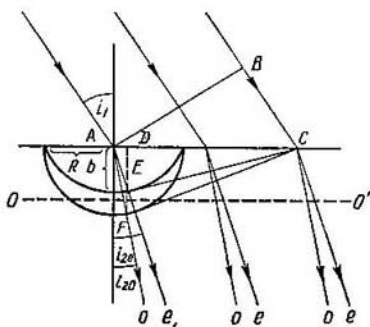


Fig. 157. Construcción de los rayos ordinario y extraordinario. El eje óptico  $OO'$  es paralelo a la cara refractora y al plano de incidencia.

que es perpendicular a  $CA$ . De donde tenemos que:

$$\operatorname{tg} i_{2o} = \frac{AD}{DF},$$

$$\operatorname{tg} i_{2e} = \frac{AD}{DE},$$

donde  $i_{2o}$  es el ángulo de refracción del rayo ordinario y  $i_{2e}$  el ángulo de refracción del rayo extraordinario. De estas dos correlaciones obtenemos:

$$\frac{\operatorname{tg} i_{2o}}{\operatorname{tg} i_{2e}} = \frac{DE}{DF} = \frac{b}{R}.$$

Pero  $b/R$  es igual a la razón de las velocidades  $v_o/v_e$ , de donde

$$\frac{\operatorname{tg} i_{2o}}{\operatorname{tg} i_{2e}} = \frac{v_e}{v_o}. \quad (2)$$

Finalmente tenemos que  $\frac{v_e}{v_o} = \frac{n_o}{n_e}$ , donde  $n_o$  es el índice de refracción del rayo ordinario y  $n_e$  el del rayo extraordinario; de donde la correlación (2) toma la forma:

$$\frac{\operatorname{tg} i_{2o}}{\operatorname{tg} i_{2e}} = \frac{n_o}{n_e}. \quad (2a)$$

La veracidad de la fórmula (2a) se confirma experimentalmente. El hecho de que las correlaciones (1) y (2) se cumplan en la realidad

demuestra que el frente de la onda extraordinaria tiene en la sección perpendicular al eje óptico forma de circunferencia y en la sección paralela a dicho eje forma de elipse. De aquí se desprende directamente que la superficie de la onda extraordinaria es un elipsoide de revolución y no otra figura cualquiera.

5. Caso en que el eje óptico es paralelo a la cara refractora y la luz incide perpendicularmente a dicha cara. Como puede verse en la fig. 158, en este caso, tanto los rayos ordinarios como los extraordinarios atraviesan la cara sin sufrir refracción y se propagan en el

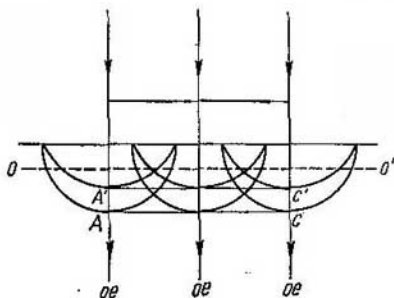


Fig. 158. Construcción de los rayos ordinario y extraordinario.

El eje óptico  $OO'$  es paralelo a la cara refractora; la luz cae normalmente sobre dicha cara,

crystal en una misma dirección. No obstante, los frentes  $AC$  y  $A'C'$  de las ondas ordinaria y extraordinaria no coinciden: cuando el cristal es positivo el frente de la onda extraordinaria  $A'C'$  queda retrasado con respecto al de la onda ordinaria  $AC$ ; si, por el contrario, el cristal es negativo, el frente de la onda extraordinaria adelantará al de la onda ordinaria. Como resultado, en ambos casos se produce una diferencia de marcha determinada entre las ondas ordinaria y extraordinaria.

§ 288. Cristales biáxicos. En los cristales llamados biáxicos el rayo, al refractarse, por regla general se divide en dos, lo mismo que en los uniaxiales. Pero en estos cristales ninguno de los dos rayos refractados cumple la ley general de la refracción, es decir, la razón del seno del ángulo de incidencia al seno del ángulo de refracción no permanece invariable. Ambos rayos resultan plano polarizados y si se hace que sigan consecutivamente (véase la llamada del § 285) una misma dirección por el cristal, sus planos de polarización serán perpendiculares entre sí. A estos dos rayos les corresponde una superficie de onda de forma compleja cuyas secciones por tres planos

perpendiculares entre sí  $OXZ$ ,  $OXY$  y  $OYZ$  se muestran en la fig. 159. Cada una de estas secciones representa una elipse y una circunferencia. En la fig. 160 puede verse un modelo espacial de la superficie

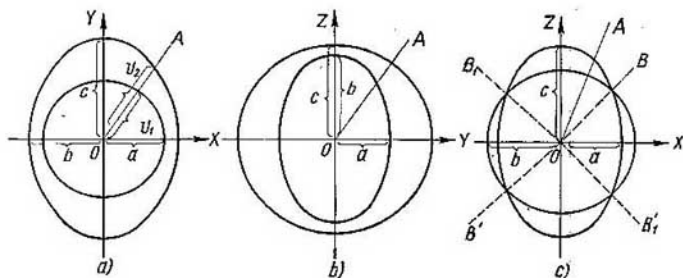


Fig. 159. Secciones de las superficies de onda por los planos  $OXY$  (a),  $OYZ$  (b) y  $OXZ$  (c) en un cristal biáxico.

de onda en un cristal biáxico. Como anteriormente entendemos por superficie de onda aquella que representa de por sí el lugar geométrico de los extremos de los rayos. Por lo tanto, los puntos de intersección de cualquier radio vector  $OA$  (fig. 159) con las partes correspondientes de esta superficie determinan las velocidades  $v_1$  y  $v_2$  con que se propagan ambos rayos en esta dirección. Como puede verse en la fig. 159, c, existen dos direcciones  $BB'$  y  $B_1B'_1$  a lo largo de las cuales coincide el valor de las velocidades  $v_1$  y  $v_2$ . Estas direcciones se llaman *ejes ópticos de primer orden* o *birradiales*. Estos cristales se llaman biáxicos por tener estos dos ejes. El ángulo que forman entre sí los ejes varía mucho en los diferentes cristales y puede alcanzar muchos grados. Si disminuimos mentalmente el ángulo entre ejes, los puntos de intersección de la circunferencia con la elipse (fig. 159) se irán aproximando y en el límite coincidirán. Al ocurrir esto la superficie de onda se dividirá en dos: una esférica y otra elipsoidal, que serán tangentes en dos puntos, lo cual corresponde al caso de los cristales uniáxicos. Por lo tanto, el cristal uniáxico puede considerarse como un caso particular del biáxico.

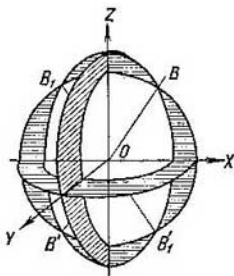


Fig. 160. Superficies de onda en un cristal biáxico.

La teoría de la propagación de la luz en los cristales biáxicos parte de la hipótesis de que cada una de las partículas del cristal es un oscilador anisótropo. Estos osciladores tienen la propiedad de que al desplazarse a lo largo de tres direcciones determinadas, perpendiculares entre sí, provocan una fuerza cuasielástica dirigida en sentido contrario al desplazamiento. Si hacemos que coincidan con estas tres direcciones los tres ejes de coordenadas  $OX$ ,  $OY$  y  $OZ$  de un sistema cartesiano, podemos suponer que

$$f_x = -k_x \cdot x, \quad f_y = -k_y \cdot y, \quad f_z = -k_z \cdot z.$$

Si la dirección de traslación  $s$  forma con los ejes de coordenadas los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , la fuerza  $f$  que se produce vendrá determinada por el valor de sus componentes sobre los ejes:

$$f_x = -k_x s \cos \alpha, \quad f_y = -k_y s \cos \beta, \quad f_z = -k_z s \cos \gamma.$$

En este caso la fuerza  $f$  no estará dirigida en sentido contrario al desplazamiento, sino que formará con él un ángulo obtuso. A las tres direcciones  $OX$ ,  $OY$  y  $OZ$  les corresponden los tres valores principales de la constante dieléctrica del cristal  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  y  $\epsilon_z$  y los tres valores de la velocidad de la luz:

$$v_a = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_x}}, \quad v_b = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_y}}, \quad v_c = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_z}}.$$

Estos valores de las velocidades  $v_a$ ,  $v_b$  y  $v_c$  determinan los radios de las circunferencias y los semiejes de las elipses  $a$ ,  $b$  y  $c$  en las correspondientes secciones de la superficie de onda (fig. 159).

Las relaciones

$$\frac{c}{v_a} = n_a, \quad \frac{c}{v_b} = n_b \quad \text{y} \quad \frac{c}{v_c} = n_c$$

se llaman *índices de refracción principales* del cristal biáxico. En la tabla VI se dan los valores de los índices de refracción principales y de los ángulos entre los ejes ópticos de algunos cristales biáxicos.

Tabla VI  
Valores de los índices de refracción principales  $n_a$ ,  $n_b$  y  $n_c$   
de los ángulos  $2\alpha$  entre los ejes ópticos de los cristales  
biáxicos para  $\lambda = 0,589 \mu$

Cristal	$n_a$	$n_b$	$n_c$	$2\alpha$
Mica	1,560	1,594	1,598	42°
Aragonita	1,531	1,682	1,686	18°
Azufre (cristal)	1,950	2,043	2,240	69°
Topacio	1,619	1,620	1,627	49°



En los cristales biáxicos la superficie de onda presenta en los lugares por donde pasan los ejes ópticos de primer orden unos huecos cónicos (cuatro en total). La existencia de estos huecos da lugar a fenómenos ópticos muy peculiares que se llaman *refracciones cónicas internas y externas*.

La circunferencia y la elipse que resultan al cortar la superficie de onda con el plano  $XOZ$  tienen una tangente común  $MM'$  (fig. 161). La recta  $OB$ , trazada desde el centro al punto de intersección de la circunferencia con la elipse, es un eje óptico de primer orden. La perpendicular  $ON$  trazada desde el centro a la tangente  $MM'$  es lo que se llama binormal (eje óptico de segundo orden).

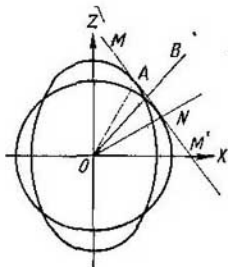


Fig. 161. Explicación de la refracción cónica interna.

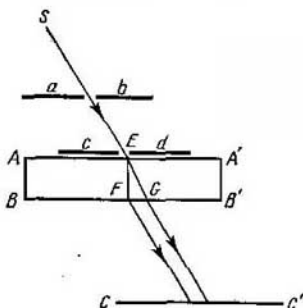


Fig. 162. Procedimiento para observar la refracción cónica interna.

Si se hace pasar por  $MM'$  un plano perpendicular a la binormal  $ON$ , los puntos de tangencia de este plano con la superficie de onda formarán un círculo. Por esto, el frente de onda plano  $MM'$  corresponde a una infinidad de rayos situados a lo largo de las generatrices del cono cuyo vértice es el punto  $O$  y cuya base circular tiene el diámetro  $NA$ . Uno de estos rayos coincide con la binormal  $ON$ . Cuando la luz sale del cristal todos los rayos se orientan perpendicularmente al frente de onda plano; esto da lugar a que los rayos formen un cilindro hueco que produce en la pantalla (o en la retina del ojo cuando la observación es visual) un anillo brillante redondo. Este fenómeno se llama *refracción cónica interna*. Este tipo de refracción puede observarse en una lámina de aragonita cuyas caras planas  $AA'$  y  $BB'$  sean perpendiculares a la binormal  $ON$ . Las pantallas  $ab$  y  $cd$ , (fig. 162) con un pequeño agujero cada una, sirven para dejar pasar un rayo de luz estrecho  $SE$ . Cuando este rayo  $SE$  tiene una dirección determinada, dentro de la lámina de cristal se forma el cono de rayos hueco  $EFG$ . Al salir la luz del cristal este cono se transforma en un cilindro también hueco que produce en la pantalla  $CC'$  un anillo brillante cuyo diámetro no depende de la distancia que hay entre la pantalla  $CC'$  y el cristal.

La refracción cónica externa se debe a que al rayo  $OB$  que se propaga en el cristal biáxico a lo largo de un eje óptico de primer orden, le corresponden una infinidad de frentes de onda planos  $BM$ ,  $BM'$ , etc. (fig. 163). Al salir del cristal estos frentes planos se propagan en diferentes direcciones y los rayos perpendiculares a ellos se sitúan a lo largo de las generatrices del cono. Para observar la refracción cónica externa hay que dirigir sobre un cristal (fig. 164) un cono de rayos convergente conseguido con la lente  $L$ , de manera que en dicho cristal se forme un rayo  $SE$  que pase a lo largo del eje óptico de primer orden. Cuando este rayo sale del cristal, a través del agujero  $E$  de una pantalla opaca,

origina un cono de rayos hueco  $EFG$ . Este cono de rayos forma en la pantalla  $CC'$  un anillo brillante cuyo diámetro aumenta a medida que se separa la pantalla  $CC'$  del cristal.

La existencia de la refracción cónica es una magnífica confirmación de la teoría de la propagación de la luz en los cristales.

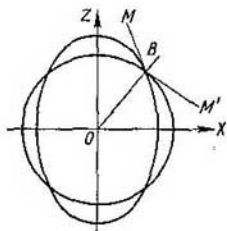


Fig. 163. Explicación de la refracción cónica externa.

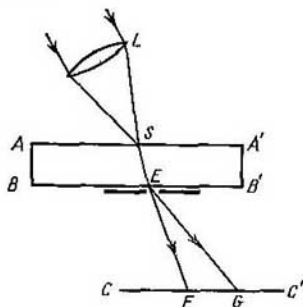


Fig. 164. Procedimiento para observar la refracción cónica externa.

§ 289. **Aparatos polarizadores.** Para obtener de la luz natural luz plano polarizada puede utilizarse la reflexión bajo el ángulo de Brewster o la doble refracción en un cristal cualquiera. Sin embargo, estos dos procedimientos utilizados directamente son poco cómodos. La luz que se refleja bajo el ángulo de Brewster constituye solamente una pequeña fracción de la incidente y, por lo tanto, el rayo plano polarizado que se obtiene es poco intenso. Cuando se emplea la doble refracción, si el espesor del cristal no es muy grande, la distancia entre los dos rayos es muy pequeña. Para aumentar esta distancia se utilizan sistemas de cristales más complicados, de los cuales vamos a estudiar los de uso más frecuente.

1. **Prisma de Wollaston.** El prisma de Wollaston (fig. 165) consta de dos prismas rectangulares de espató de Islandia. Estos prismas están pegados por sus hipotenusas. El prisma  $ABC$  tiene el eje óptico paralelo al cateto  $AB$ ; el  $ACD$  lo tiene paralelo a la arista  $C$  y perpendicular al plano del dibujo. El rayo natural incide normalmente sobre la cara  $AB$ ; los dos rayos que se forman en el prisma  $ABC$ , ordinario y extraordinario, siguen una dirección perpendicular al eje óptico teniendo respectivamente las velocidades  $v_o$  y  $v_e$ . Al pasar al segundo prisma  $ACD$ , estos rayos siguen también la dirección perpendicular al eje óptico, pero como los ejes ópticos de los prismas son perpendiculares entre sí, el rayo ordinario del primer prisma se transforma en extraordinario del segundo y viceversa. De esta forma el rayo que era ordinario en el primer prisma se refracta en la super-

ficie de separación con un índice de refracción relativo  $n_e/n_o$ , mientras que el rayo que era extraordinario en el primer prisma se refracta con un índice de refracción relativo  $n_o/n_e$ . Para el espato de Islandia  $n_o > n_e$ , por consiguiente,  $\frac{n_e}{n_o} < 1$ ;  $\frac{n_o}{n_e} > 1$ , y el primer rayo se refracta hacia la arista  $C$  del prisma  $ACD$ , mientras que el segundo lo hace en dirección a su base  $AD$ . De esta forma se consigue

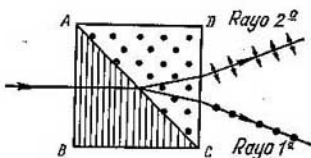


Fig. 165. Prisma Wollaston.

una separación considerable de los rayos. Ambos rayos resultan plano polarizados: en el primer rayo (extraordinario del segundo prisma) el vector campo eléctrico vibra paralelamente al eje óptico del segundo prisma; en el segundo (ordinario del segundo prisma) el vector campo eléctrico vibra perpendicularmente a dicho eje.

2. Prisma de Nicol. El prisma de Nicol o simplemente nicol (fig. 166, a) está formado por dos prismas rectangulares de espato

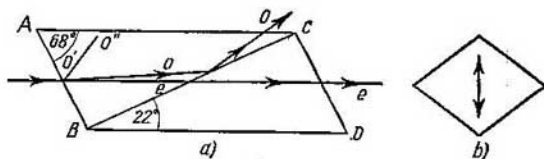


Fig. 166. Prisma de Nicol

de Islandia. Los ángulos agudos de estos prismas miden  $68^\circ$  y  $22^\circ$ . Los dos prismas están pegados con bálsamo del Canadá por el cateto  $BC$ . El eje óptico  $O'O''$  se encuentra en el plano del dibujo y forma un ángulo de  $48^\circ$  con la cara  $BA$  (lo mismo ocurre en el segundo prisma). En el primer prisma el rayo incidente se divide en dos, de los cuales el ordinario  $O$  cae sobre la capa de bálsamo del Canadá  $BC$  formando un ángulo de cerca de  $76^\circ$ . El índice de refracción del bálsamo del Canadá  $n = 1,550$  es menor que el índice de refracción del rayo ordinario  $n_o = 1,658$ ; el ángulo de incidencia  $i = 76^\circ$  es mayor que el

ángulo límite y el rayo ordinario  $O$  experimenta la reflexión total en la superficie de separación cristal-bálsamo del Canadá. A esto se debe que este rayo, en vez de pasar al segundo prisma, salga por la cara  $AC$ . El índice de refracción del rayo extraordinario es menor que el del bálsamo del Canadá y, por consiguiente, como no sufre la reflexión total, pasa a través del segundo prisma. De esta forma solamente el rayo extraordinario pasa por los dos prismas. El ordinario puede ser absorbido por la superficie pintada de negro de

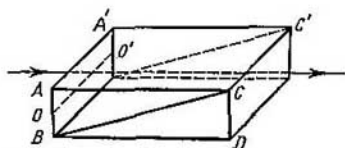


Fig. 167. Prisma de polarización con el eje óptico  $OO'$  paralelo a la cara  $AA'$ .

engaste del prisma. El prisma de Nicol deja pasar luz totalmente polarizada en forma de haces con ángulos de divergencia de hasta  $29^\circ$ .

La sección transversal de este prisma tiene forma de rombo. En la luz que pasa, el vector campo eléctrico vibra en dirección paralela a la diagonal menor del rombo (indicada con la flecha en la fig. 166, b).

El inconveniente del prisma de Nicol es que el bálsamo del Canadá no es transparente a los rayos ultravioletas y, por lo tanto, solamente puede utilizarse para obtener luz plano polarizada de los rayos visibles.

Una variante del prisma de Nicol, que también se basa en la reflexión total de uno de los rayos, se muestra en la fig. 167. El eje óptico  $OO'$  es paralelo en este caso a la cara  $AA'$ . Las dos mitades del prisma se pegan con bálsamo del Canadá o con glicerina; el empleo de esta última hace que el prisma sea transparente a los rayos ultravioletas. Las superficies delantera y trasera del prisma son perpendiculares a las aristas  $AC$  y  $A'C'$ , lo que permite que la luz pase por el prisma sin cambiar de dirección.

3. **Dispositivo basado en el dicroísmo.** Como dijimos en el § 285, los cristales de turmalina presentan gran dicroísmo: un cristal de turmalina de 1 mm de espesor sólo deja pasar prácticamente al rayo extraordinario y, por lo tanto, puede servir de polarizador. Pero la turmalina tiene el inconveniente de que absorbe selectivamente incluso la luz del rayo extraordinario. Además, la luz plano polarizada que pasa a través de la turmalina tiene una coloración amarillo-verdosa bastante intensa. Esta circunstancia limita considerablemente el empleo de los cristales de turmalina como dispositivos polarizadores.

Ultimamente se han extendido mucho las láminas polarizadoras llamadas *polaroides*. Son éstas unas películas de celuloide o de otro material transparente cualquiera sobre las cuales se extiende una capa delgada de cristalitas microscópicas debidamente orientados de sustancias de gran dicroísmo. La sustancia que más se utiliza es el sulfato de iodoquinina, llamado también herapatita. La herapatita presenta una notable selectividad en la absorción, gracias a lo cual dos polaroides cruzados dejan pasar sensiblemente el extremo violeta del espectro. Pero la ventaja principal del polaroide es

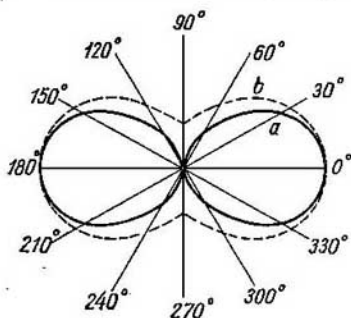


Fig. 168. Variación de la potencia de la luz en función del ángulo que forma el nicol con el plano en que vibra el vector campo eléctrico: a) plano polarizada; b) polarizada parcialmente.

la de tener forma de hojas delgadas que pueden alcanzar grandes dimensiones, además de ser ligero y relativamente barato, por lo que se emplea mucho en todos aquellos casos en que no es necesario obtener un grado de polarización demasiado alto.

Los aparatos polarizadores se utilizan para transformar la luz natural en luz polarizada y para analizar el carácter de la polarización. Si la luz que se observa se extingue por completo cuando el nicol toma una posición determinada es señal de que está polarizada totalmente. Como ya hemos dicho, la dirección de las vibraciones del vector campo eléctrico de la luz que pasa a través de un prisma de Nicol es paralela a la diagonal menor de su sección transversal. Por esta razón el plano de polarización de la luz viene dado por la dirección que toma la diagonal menor del prisma cuando la luz se extingue por completo.

Si la dirección que toma la diagonal menor del nicol forma un ángulo  $\alpha$  con el plano en que vibra el vector campo eléctrico  $E_0$  de la luz que incide en el prisma, la amplitud del vector campo eléctrico de las vibraciones que pasan el prisma será  $E = E_0 \cos \alpha$ .

De aquí, llamando  $w_0$  a la potencia del flujo de la luz polarizada que incide sobre el prisma de Nicol y  $w$  a la del que lo atraviesa, tendremos

$$w = w_0 \cos^2 \alpha. \quad (1)$$

La fig. 168 representa la variación de  $w$  en función del ángulo  $\alpha$  en forma de diagrama vectorial (la curva de trazo continuo). En dos posiciones ( $\alpha = 0$  y  $\alpha = \pi$ ) la luz pasa en su totalidad por el prisma, mientras que en otras dos posiciones ( $\alpha = \frac{\pi}{2}$  y  $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ ) se extingue totalmente. En realidad en cada nicol existen pérdidas de luz y cierta difusión producida por heterogeneidades locales (burbujas, rayaduras, etc.), lo que hace que cuando  $\alpha = 0$  y  $\alpha = \pi$  la potencia de la luz transmitida  $w$  sea menor que  $w_0$ , y cuando  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  y  $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ , hasta cierto punto pasa luz a través del prisma.

Los aparatos polarizadores permiten también determinar el grado de polarización de una luz parcialmente polarizada. Cuando la luz que incide sobre un nicol (u otro aparato polarizador) está polarizada parcialmente no es posible extinguirla variando la posición del prisma. La variación de la potencia del flujo luminoso en función del ángulo  $\alpha$  (fig. 168) se representa en este caso por la curva de trazo punteado (más adelante veremos que esta misma es la dependencia que existe cuando la luz está polarizada elípticamente). La luz parcialmente polarizada puede considerarse como una mezcla de luz polarizada y luz natural.

Se llama *grado de polarización* de una luz parcialmente polarizada la magnitud

$$p = \frac{w_{\parallel} - w_{\perp}}{w_{\parallel} + w_{\perp}}, \quad (2)$$

donde  $w_{\parallel}$  es la potencia del flujo en aquella posición del nicol en que dicho flujo alcanza un máximo (en la fig. 168,  $0^\circ$  y  $180^\circ$ ) y  $w_{\perp}$ , la potencia del flujo cuando alcanza un mínimo (en la fig. 168,  $90^\circ$  y  $270^\circ$ ). El *grado de polarización* se suele expresar en %. Se llama *defecto de polarización* la magnitud

$$\rho = \frac{w_{\parallel}}{w_{\perp}}.$$

§ 290. *Interferencia de rayos polarizados. Polarización elíptica y circular.* Los rayos ordinario y extraordinario que se producen con la doble refracción de la *luz natural* no son coherentes. Si un rayo natural se descompone en dos, polarizados en distintos planos  $A$  y  $B$ , y luego, por medio de un aparato polarizador, se hace que estos últimos vibren en un mismo plano, no interferirán. Esto se explica por el hecho de que en la luz natural las vibraciones que tienen lugar en distintos planos son producidas por distintos átomos o moléculas que no están relacionados entre sí y, por consiguiente, no tienen diferencias de fase constantes (es decir, no son coherentes).

En cambio, los rayos, ordinario y extraordinario, que proceden de un mismo rayo polarizado son coherentes. Si las vibraciones de dos de estos rayos se reducen a un mismo plano por medio de un apa-

rato de polarización, interferirán como de ordinario. Cuando las vibraciones de dos rayos coherentes plano polarizados tienen lugar en direcciones perpendiculares entre sí, se componen lo mismo que dos movimientos vibratorios perpendiculares entre sí y producen una vibración de carácter elíptico (t. 1, § 101).

Las ondas luminosas cuyo vector campo eléctrico varía con el tiempo de forma que su extremo describe una elipse, se dice que *están polarizadas elípticamente*. En el caso particular en que la elipse se transforma en circunferencia se tratará de luz *polarizada circularmente*. El vector campo magnético de la onda siempre es perpendicular al vector campo eléctrico, y en las ondas del tipo que estudiamos también varía con el tiempo de manera que su extremo describe una elipse o un círculo.

Examinemos detenidamente el caso de la formación de ondas elípticas. En el § 287 vimos que cuando un haz de rayos incide normalmente sobre una lámina de cristal uniaxial cuyo eje óptico es paralelo a la superficie de refracción, los rayos ordinario y extraordinario siguen una misma dirección pero con velocidades diferentes. Supongamos ahora que sobre una lámina de este tipo incide un rayo plano polarizado cuyo plano de polarización forma con el de la sección principal de la lámina un ángulo distinto de cero y de  $\pi/2$ . En este caso dentro de la lámina se formarán dos rayos, uno ordinario y otro extraordinario, que serán coherentes. En el momento en que estos rayos aparecen en la lámina la diferencia de fase entre ellos es igual a cero; pero irá aumentando a medida que los rayos penetran en el cristal. Calculemos esta diferencia de fase.

Cada rayo al pasar a través de una lámina de cristal de espesor  $l$  sufre un retraso de fase igual a  $\frac{2\pi l}{\lambda}$ , siendo  $\lambda$  la longitud de onda de dicho rayo en el cristal. Para el rayo ordinario la longitud de onda  $\lambda_o = \frac{v_o}{\nu}$ , donde  $v_o$  es la velocidad de propagación en el cristal y  $\nu$ , la frecuencia de sus vibraciones. Como  $v_o = \frac{c}{n_o}$ , en que  $n_o$  es el índice de refracción del rayo ordinario,  $\lambda_o = \frac{c}{n_o \nu}$ . De la misma forma obtenemos para la longitud de onda del rayo extraordinario en el cristal la expresión  $\lambda_e = \frac{c}{n_e \nu}$ , siendo  $n_e$  el índice de refracción del rayo extraordinario. De aquí se deduce que la diferencia de fase entre ambos rayos será

$$\Delta = \frac{2\pi l}{\lambda_o} - \frac{2\pi l}{\lambda_e} = \frac{2\pi l \nu}{c} (n_o - n_e).$$

Y como  $c/\nu$  es la longitud de onda en el vacío  $\lambda$ , tenemos que

$$\Delta = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_o - n_e). \quad (1)$$

Por lo tanto, la diferencia de fase entre ambos rayos será tanto mayor cuanto mayor sea la diferencia entre los índices de refracción  $n_o - n_e$  y mayor el espesor del cristal  $l$ . Si este espesor se escoge de forma que  $\Delta = k\pi$ , donde  $k$  es un número entero, ambos rayos, al salir de la lámina, vuelven a dar un rayo plano polarizado. Cuando  $k$  sea un número par, el plano de polarización de este rayo coincidirá con el del rayo que incide sobre la lámina; cuando  $k$  sea impar, el plano de polarización del rayo que sale del cristal formará un ángulo igual a  $\pi/2$  con el plano de polarización del rayo incidente

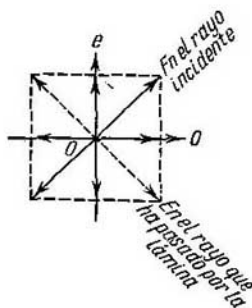


Fig. 169. Composición de dos vibraciones perpendiculares entre sí cuya diferencia de fase es  $k\pi$ .

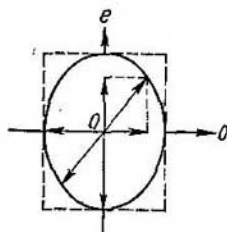


Fig. 170. Generación de las vibraciones elípticas.

(fig. 169). Para todos los demás valores de la diferencia de fase  $\Delta$  las vibraciones de ambos rayos al salir de la lámina se componen produciendo una vibración elíptica. Si  $\Delta = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$ , los ejes de la elipse coinciden con las direcciones de vibración de los rayos ordinario y extraordinario (fig. 170).

Las amplitudes de las vibraciones de los rayos ordinario y extraordinario vienen determinadas por el ángulo que forma el plano de polarización del rayo que incide sobre la lámina con el plano de la sección principal de dicha lámina (§ 285). Las amplitudes de los dos rayos serán iguales entre sí cuando el plano de polarización del rayo incidente forme un ángulo de  $45^\circ$  con el plano de la sección principal de la lámina. En este caso la elipse se transforma en circunferencia y, por consiguiente, se produce una luz polarizada circularmente.

El espesor mínimo de una lámina capaz de transformar un rayo plano polarizado en otro polarizado circularmente ( $\Delta = \pi/2$ ) se



determina por la expresión [véase la fórmula (1)]

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_o - n_e),$$

de donde

$$l = \frac{\lambda}{4(n_o - n_e)}. \quad (2)$$

Esta lámina producirá una diferencia de marcha entre el rayo ordinario y el extraordinario igual a  $\lambda/4$ , por esta razón se la denomina abreviadamente *lámina de cuarto de onda*. Es evidente que una lámina de cuarto de onda solamente puede producir una diferencia de marcha igual a  $\lambda/4$  entre ambos rayos cuando se trate de una luz de longitud de onda  $\lambda$  determinada. Para luces que tengan otras longitudes de onda producirá una diferencia de marcha que será algo diferente de  $\lambda/4$ , debido tanto a que  $l$  depende directamente de  $\lambda$ , como a que la diferencia de índices de refracción  $n_o - n_e$  también depende de  $\lambda$ .

Es evidente que lo mismo que pueden hacerse láminas de cuarto de onda también se pueden hacer *láminas de «media onda»*, es decir, láminas que producen entre los rayos ordinario y extraordinario una diferencia de marcha igual a  $\lambda/2$ , lo que corresponderá a una diferencia de fase igual a  $\pi$ . De acuerdo con lo antedicho una lámina de éstas puede servir para hacer girar en  $\pi/2$  el plano de polarización de la luz plano polarizada.

Examinemos, por ejemplo, el caso de una lámina de cuarto de onda hecha de espato de Islandia. Para los rayos amarillos ( $\lambda = 0,59 \mu$ ) el espato de Islandia presenta una diferencia de índices de refracción  $n_o - n_e = 0,172$ . Por lo tanto, de acuerdo con la fórmula (2) obtenemos que para que la lámina sea de cuarto de onda su espesor deberá ser:

$$l = \frac{5,9 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 0,172} \text{ cm} = 8,6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}.$$

Este mismo espato presenta para los rayos azules ( $\lambda = 0,46 \mu$ ) una diferencia de índices de refracción  $n_o - n_e = 0,184$  y, por consiguiente, el espesor de una lámina de cuarto de onda para estos rayos será igual a  $7,8 \cdot 10^{-5}$  cm.

Como puede verse el espesor de las láminas de cuarto de onda es muy pequeño y su fabricación presenta dificultades. Por esta razón, las láminas se hacen generalmente de un espesor capaz de producir una diferencia de fase  $\Delta = \frac{\pi}{2} +$

$+ 2k\pi$ , siendo  $k$  un número entero cualquiera. El efecto que producen estas láminas es equivalente al producido por las de cuarto de onda, puesto que la diferencia de la fase complementaria  $2k\pi$  no juega ningún papel.

Por regla general las láminas de cuarto de onda no se hacen de espato de Islandia, sino de mica o yeso (espejuelo), que son más fáciles de labrar. Los cristales de estas dos últimas sustancias son biáxicos (§ 288), pero pueden tallarse también en láminas que produzcan una diferencia de marcha entre los rayos ordinario y extraordinario igual a  $\lambda/4$ .

Como ya hemos dicho, por medio de una lámina de cuarto de onda ( $\lambda/4$ ) se puede conseguir que un rayo plano polarizado se polarice elíptica o circularmente y, viceversa, de un rayo polarizado elíptica o circularmente se puede obtener, por medio de una lámina de cuarto de onda, un rayo plano polarizado.

Esta propiedad se emplea para distinguir la luz polarizada elípticamente de la polarizada parcialmente o la luz polarizada circularmente de la luz natural. Pero un solo instrumento polarizador, por ejemplo un nicol, es insuficiente para diferenciar estos tipos de polarización de los rayos. Efectivamente, tanto en el caso de la luz polarizada elípticamente como en el de la polarizada parcialmente, al girar el nicol sólo se observa una variación de la intensidad de la luz entre ciertos valores máximos y mínimos de la misma. En el caso de la luz polarizada circularmente o de la luz natural, cualquiera que sea el giro que se dé al nicol la intensidad de la luz permanece invariable. Ahora bien, si previamente se intercala una lámina de cuarto de onda ( $\lambda/4$ ), y se orienta debidamente, la luz polarizada elípticamente se convierte en linealmente polarizada y puede extinguirse con el nicol. La luz polarizada parcialmente, por el contrario, no sufre alteración al atravesar la lámina de  $\lambda/4$ . Análogamente, la luz polarizada circularmente puede distinguirse de la natural basándose en la circunstancia de que aquélla, después de pasar por una lámina de  $\lambda/4$ , puede extinguirse con un nicol.

Cuando una luz polarizada elípticamente se hace pasar por un nicol, su intensidad depende del ángulo de giro que se dé a éste, lo mismo que en el caso de la luz polarizada parcialmente. En la fig. 168 se representa con línea de trazopunteado el diagrama polar que da la potencia del flujo luminoso  $w$  en función del ángulo de giro  $\alpha$  del nicol. Las direcciones en las cuales se obtienen los valores máximo y mínimo de la potencia del flujo luminoso  $w_{\text{máx}}$  y  $w_{\text{mín}}$ , dan las direcciones de los ejes de la elipse  $2a$  y  $2b$ . La relación entre los semiejes

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{w_{\text{máx}}}{w_{\text{mín}}}}$$

Esta igualdad es consecuencia de que las amplitudes de las vibraciones correspondientes a los valores máximo y mínimo de la potencia del flujo luminoso son iguales a los semiejes de la elipse  $a$  y  $b$ .

El análisis de la luz polarizada elípticamente que acabamos de indicar puede efectuarse valiéndose de láminas de  $\lambda/4$  cuando la polarización elíptica se produce como resultado de la composición de dos vibraciones de distinta amplitud perpendiculares entre sí cuya diferencia de fase sea igual a  $\pi/2$ . Pero si la polarización elíptica está producida por la composición de dos vibraciones perpendiculares entre sí cuya diferencia de fase  $\Delta \neq \pi/2$ , para convertir la luz en plano polarizada hay que introducir una diferencia de fase suplementaria  $\Delta'$  que sumada a la  $\Delta$  dé como resultado una diferen-

cia de fase igual a  $\pi$  (o a  $2k\pi$ ). En estos casos, en lugar de las láminas de  $\lambda/4$  se emplean unos instrumentos especiales llamados *compensadores*, con los cuales se puede conseguir cualquier diferencia de fase  $\Delta$ .

El tipo de compensador más simple es el que se conoce con el nombre de *compensador de Babinet* que está formado por dos cuñas de cuarzo talladas de tal manera que sus ejes ópticos son perpendiculares entre sí (fig. 171). Esto hace que el rayo ordinario del prisma superior se transforme en extraordinario del inferior y viceversa. Gracias a esto, en el sitio donde la luz atraviesa espesores iguales en ambas cuñas, entre los rayos no se produce ninguna diferencia de fase. Pero en cualquier otro sitio la luz atraviesa un espesor  $d_1$  en una de las cuñas y otro diferente  $d_2$  en la otra, por lo que entre los rayos se produce una diferencia de fase determinada. De esta forma la diferencia de fase que se obtiene puede ser cualquiera y depende del sitio de las cuñas por donde pasa la luz. El compensador de Babinet resulta incómodo por tener que operar con haces de luz muy estrechos, puesto que si éstos son anchos en cada una de sus partes se producirá una diferencia de fase distinta. Este inconveniente se evita en el *compensador de Soleil* que consta de dos cuñas de cuarzo de ejes ópticos paralelos y de una lámina plana de caras paralelas, también de cuarzo, cuyo eje es perpendicular a los de las cuñas (fig. 172). La cuña superior puede desplazarse paralelamente a sí misma por medio de un tornillo micrométrico. Este desplazamiento sirve para variar el espesor conjunto de las dos cuñas (en el

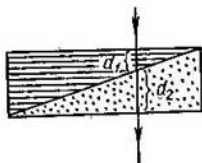


Fig. 171. Compensador de Babinet.

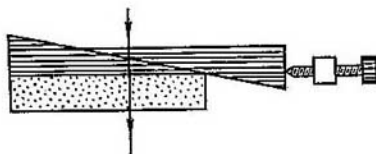


Fig. 172. Compensador de Soleil.

espacio en que éstas se cubren entre sí), el cual puede regularse de forma que sea igual o distinto del de la lámina inferior. En el primer caso el compensador no produce ninguna diferencia de fase entre los dos rayos, mientras que en el segundo puede conseguirse la diferencia de fase que sea necesaria.

§ 291. Una lámina de cristal entre dos nicoles. Hasta aquí hemos estudiado las interferencias de rayos polarizados cuyas vibraciones tienen lugar en direcciones perpendiculares entre sí. Examinemos ahora el caso de la interferencia de dos rayos polarizados cuyas vibraciones se reducen a un plano. Este caso puede realizarse colocando una lámina de cristal de caras planas paralelas  $AB$  entre dos nicoles  $N_1$  y  $N_2$  (fig. 173). Supongamos que la lámina está hecha de un cristal uniaxial tallado paralelamente al eje óptico. Supongamos también que los nicoles están cruzados y que a través de todo

este sistema pasa un haz de rayos paralelos. Representemos la posición de las secciones principales de ambos nicoles por medio de las líneas  $N_1$  y  $N_2$  (fig. 174). En estas condiciones, en el rayo que haya pasado por el primer nicol el vector campo eléctrico vibrará en la dirección  $N_1$  y la amplitud de estas vibraciones se representará por el vector  $A_1$ . Admitamos que  $OO'$  coincide con la posición del plano de la sección principal de la lámina  $AB$  (fig. 173). Todo rayo que llegue a la lámina  $AB$  se desdoblará en uno ordinario y otro extraordinario,

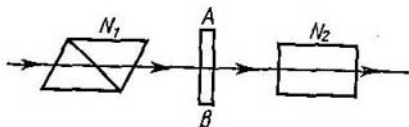


Fig. 173. Lámina de cristal de caras planas paralelas entre dos nicoles  $N_1$  y  $N_2$

los cuales se propagarán por dicha lámina en una misma dirección pero con velocidades distintas. El vector campo eléctrico vibrará en la onda extraordinaria en dirección  $OO'$  y en la ordinaria en dirección perpendicular a  $OO'$ . Llamemos  $A_e$  al vector amplitud de la primera de estas vibraciones y  $A_o$  al de las segundas. El valor de los vectores  $A_e$  y  $A_o$  se puede determinar proyectando el vector  $A_1$  respectivamente sobre las direcciones  $OO'$  y la perpendicular a ella. Si la sección principal de la lámina forma un ángulo  $\alpha$  con la sección principal del primer nicol, tendremos que

$$A_e = A_1 \cos \alpha \quad \text{y} \quad A_o = A_1 \sin \alpha. \quad (1)$$

Entre las vibraciones de ambos rayos, cuyas amplitudes son  $A_e$  y  $A_o$  respectivamente, habrá una diferencia de fase:

$$\Delta = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_o - n_e). \quad (2)$$

El segundo nicol dejará pasar únicamente las vibraciones que representen de por sí la proyección de las  $A_e$  y  $A_o$  sobre la dirección  $N_2$ . Los vectores amplitud de estas vibraciones están representados en la fig. 174 por las flechas  $A_{2e}$  y  $A_{2o}$ . De la fig. 174 y de la igualdad (1) tenemos:

$$A_{2e} = A_e \sin \alpha = A_1 \sin \alpha \cos \alpha,$$

$$A_{2o} = A_o \cos \alpha = A_1 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Por consiguiente, las amplitudes  $A_{2e}$  y  $A_{2o}$  son numéricamente iguales entre sí. Estas dos vibraciones proceden de una misma vibración plano polarizada  $A_1$  y, por lo tanto, son coherentes y pueden interferir. Como puede verse en la fig. 174, los vectores  $A_{2e}$  y  $A_{2o}$

están dirigidos en sentidos contrarios, por consiguiente, entre las correspondientes vibraciones, además de la diferencia de fase  $\Delta$  determinada por la fórmula (2), existe una diferencia de fase complementaria  $\pi$ . De esta forma, la suma de sus diferencias de fase  $\Delta_1$  será

$$\Delta_1 = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_o - n_e) + \pi. \quad (3)$$

Cuando  $\Delta_1 = 2k\pi$ , siendo  $k$  un número entero, las vibraciones se refuerzan mutuamente al máximo y al mirar el campo a través de los

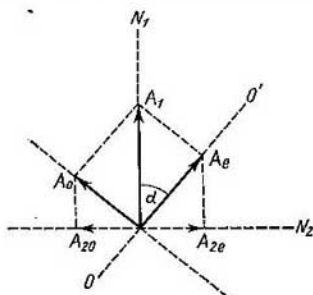


Fig. 174. Esquema para determinar la amplitud de las vibraciones después de haber atravesado una lámina de cristal y dos nicoles cruzados.

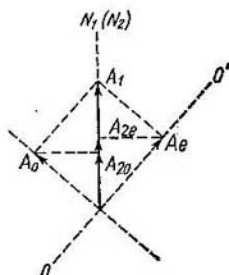


Fig. 175. Esquema para determinar la amplitud de las vibraciones después de haber atravesado una lámina de cristal y dos nicoles paralelos.

nicoles cruzados lo vemos iluminado. Cuando  $\Delta_1 = (2k + 1)\pi$  las vibraciones se extinguen unas a otras y el campo queda oscuro. Si el sistema se ilumina con luz blanca las condiciones del reforzamiento máximo o de la amortiguación de las vibraciones no se realiza simultáneamente en los rayos de distintas longitudes de onda y por esto, para un espesor dado de la lámina de caras planas y paralelas intercalada entre los nicoles cruzados, el campo resulta uniformemente coloreado. El matiz de su coloración depende del espesor de la lámina y del valor que tome la diferencia de los índices de refracción  $n_o - n_e$ .

Si las secciones principales de los nicoles se colocan paralelamente la una a la otra (fig. 175), tendremos que

$$A_{2e} = A_e \cos \alpha = A_1 \cos^2 \alpha.$$

$$A_{2o} = A_o \sin \alpha = A_1 \sin^2 \alpha.$$

En este caso los dos vectores  $A_{2e}$  y  $A_{2o}$  estarán dirigidos en el mismo sentido y la diferencia de fase entre las vibraciones corres-

pondientes será:

$$\Delta_2 = \Delta = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_o - n_e),$$

es decir, se diferencia de  $\Delta_1$  en  $\pi$ .

Cualquiera que sea el valor de ángulo  $\alpha$ , a excepción de  $\pm\pi/4$ , las amplitudes  $A_{2e}$  y  $A_{2o}$  serán ahora diferentes y, por lo tanto, ningún espesor de la lámina puede hacer que las vibraciones se anulen totalmente entre sí. Cualquiera que sea el espesor de la lámina intercalada entre dos nicoles paralelos (y cualquiera que sea el valor de  $n_o - n_e$ ) el campo resultará más o menos iluminado y coloreado.

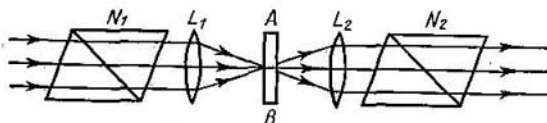


Fig. 176. Lámina de cristal entre dos nicoles sobre la que incide un cono de rayos convergentes.

Si los nicoles están colocados paralelamente las amplitudes  $A_{2e}$  y  $A_{2o}$  sólo serán iguales entre sí cuando  $\alpha = \pm\pi/4$ . En este caso la lámina intercalada entre los nicoles puede extinguir la luz.

Como la diferencia entre  $\Delta_2$  y  $\Delta_1$  es  $\pi$ , los nicoles paralelos amortiguan aquellos rayos que, con la misma lámina intercalada, se reforzaban cuando los nicoles estaban cruzados, y viceversa. Consecuencia de esto es que si el sistema antedicho se ilumina con luz blanca, la coloración que producen los nicoles paralelos es diferente de la que se obtiene con los nicoles cruzados. Estas dos coloraciones se llaman *complementarias*. Si se gira uno de los nicoles la coloración varía continuamente. Lo mismo ocurre si los nicoles permanecen inmóviles pero se hace que gire la lámina intercalada (varía el ángulo  $\alpha$ ).

Los fenómenos que acabamos de describir se conocen con el nombre de *polarización cromática*. Esta polarización se utiliza como método muy sensible para descubrir la doble refracción. Cuando la diferencia entre los índices de refracción  $n_o - n_e$  es pequeña es difícil descubrir la doble refracción por observación directa de los rayos ordinario y extraordinario. Pero si se observa una lámina de sustancia débilmente anisótropa colocándola entre dos nicoles, el campo se ilumina, lo cual es una demostración de que existe doble refracción.

Un caso más complejo de polarización cromática es el que se observa en los rayos convergentes, cuando sobre una lámina de cristal  $AB$  (fig. 176), situada entre dos nicoles  $N_1$  y  $N_2$ , se dirige por medio de una lente  $L_1$  un cono de rayos convergentes. Un rayo que forme

con la normal a la superficie de la lámina un ángulo  $i_2$  (fig. 177) recorrerá por ella una distancia

$$l' = \frac{l}{\cos i_2}$$

Dos rayos, uno ordinario y otro extraordinario, que se propaguen por la lámina en la dirección dada adquirirán una diferencia de marcha:

$$\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{l}{\cos i_2} (n_o - n_i),$$

siendo  $n_i$  el índice de refracción del rayo extraordinario en la dirección que examinamos. Como resultado de la interferencia de estos rayos se produce una figura compleja, de la que en la fig. 178, *a* se

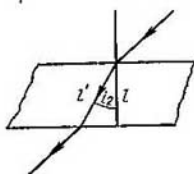


Fig. 177. Recorrido de un rayo que forma un ángulo  $i_2$  con la normal a la superficie de una lámina.

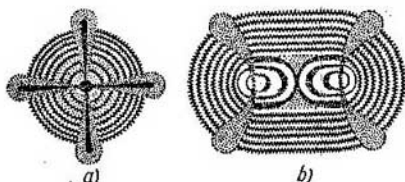


Fig. 178. Figura de interferencia producida por el paso de un haz convergente a través de una lámina situada entre dos nicoles: *a*, cuando el cristal es uniaxial; *b*, cuando el cristal es biaxial.

representa un caso particular. Aún más complicado el aspecto que toma la figura de interferencia cuando las láminas se tallan de cristales biaxiales; un caso particular de figura de este tipo es el representado en la fig. 178, *b*.

§ 292. Doble refracción artificial. A principios del siglo pasado se descubrió el fenómeno de la doble refracción que se produce en los cuerpos transparentes isotropos como consecuencia de deformaciones mecánicas. La forma más fácil de observar la anisotropía óptica por deformación mecánica es colocar el cuerpo que se analice *A* entre dos nicoles cruzados (fig. 179).

Cuando este cuerpo se somete a compresión o tracción unilateral a lo largo de la dirección  $OO'$  se produce en él una anisotropía óptica equivalente a la de un cristal uniaxial cuyo eje óptico sea  $OO'$ . Tanto el rayo ordinario como el extraordinario se propagan en dirección perpendicular a  $OO'$  sin separarse, pero con velocidades diferentes  $v_o$  y  $v_e$ . Si la sección principal del nicol  $N_1$  (fig. 179) no es

paralela ni perpendicular a  $OO'$ , la luz que pasa a través del cuerpo deformado quedará polarizada elípticamente y no podrá extinguirse con el nicól  $N_2$ .

La diferencia entre los índices de refracción  $n_o - n_e = \frac{v_o}{c} - \frac{v_e}{c}$  puede servir de medida de la anisotropía. La experiencia demuestra

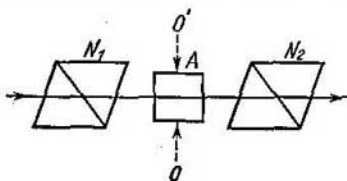


Fig. 179. Observación de la doble refracción producida por deformación mecánica.

que la diferencia  $n_o - n_e$  es proporcional a la presión  $p$  a que se somete el cuerpo que se deforma:

$$n_o - n_e = kp,$$

siendo  $k$  una constante que depende de las cualidades de la sustancia. La diferencia de fase que adquieren los rayos ordinario y extraordinario al pasar por el cuerpo la distancia  $l$  es igual a

$$\Delta = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_o - n_e) = cpl,$$

donde  $c = \frac{2\pi k}{\lambda}$  es una nueva constante. Esta constante, que depende de la naturaleza de la sustancia y de la longitud de onda, puede ser positiva o negativa. Como  $\Delta$  depende de  $\lambda$ , al producirse la deformación el campo iluminado tiene una coloración análoga a la que presenta cuando se observa la polarización cromática que producen los cristales naturales.

Esta doble refracción persiste después de cesar la acción de la fuerza deformadora, siempre que en el cuerpo siga existiendo tensión. Por ejemplo, los trozos de vidrio templado revelan una polarización cromática bien manifiesta. Este género de polarización cromática se utiliza para investigar las tensiones en cuerpos transparentes. La doble refracción artificial también se emplea para estudiar las deformaciones que se producen en modelos transparentes. Como quiera que la anisotropía óptica es proporcional a la presión  $p$ , por la forma que presentan las franjas de igual color (isóchromas), que se observan cuando el modelo se coloca entre dos nicoles cruzados, puede juzgarse la magnitud de las tensiones que soporta. Haciendo



modelos de materiales transparentes (por regla general de celuloide) se puede resolver toda una serie de problemas teóricos y prácticos relacionados con las deformaciones que se producen en cuerpos de formas diferentes sometidos a cargas determinadas. Este método de estudio de las deformaciones (llamado *fotoelástico*) se ha extendido mucho últimamente. La foto 3 (véase el apéndice) representa las isóchromas que se forman en una lámina con un orificio redondo pequeño sometida a tracción unilateral.

La anisotropía óptica puede producirse también en los líquidos sometidos a acciones dinámicas externas. Puede servir de ejemplo la doble refracción que se observa en las corrientes de ciertos líquidos cuando existe gradiente de velocidad. Si el líquido fluye laminarmente entre dos paredes, por ejemplo, entre las paredes de dos cilindros coaxiales, uno fijo y otro giratorio, se hace ópticamente anisótropo. Esta anisotropía se caracteriza por la magnitud de la diferencia de los índices de refracción de los rayos ordinario y extraordinario  $\Delta n$  y por el ángulo  $\alpha$  que forma el eje óptico del líquido con la dirección del flujo. La anisotropía del líquido homogéneo que fluye es debida a las tensiones que experimenta, y en este sentido es análoga a la anisotropía que se produce en los cuerpos sólidos al deformarse. Si en el líquido existe cualquier clase de partículas anisótropas, la doble refracción se debe a la orientación de estas partículas en el flujo. La doble refracción también se produce cuando las partículas son de por sí isotropas, pero su forma no es esférica. El papel de estas partículas puede ser desempeñado por las moléculas de una sustancia disuelta, por ejemplo, las grandes moléculas de algunas sustancias orgánicas.

El fenómeno de la anisotropía óptica que se produce en el flujo fue utilizado por V. Tsvetkov y sus colaboradores para estudiar las propiedades de los polímeros, en particular de los polímeros que se utilizan en la fabricación de los cauchos sintéticos y de los plásticos.

§ 293. Doble refracción en un campo eléctrico. Otro ejemplo de anisotropía artificial es la que se produce en los cuerpos sometidos a la acción de un campo eléctrico. Este tipo de anisotropía fue descubierto en 1875 por Kerr y se conoce con el nombre de *fenómeno* o *efecto de Kerr*. La doble refracción en un campo eléctrico se observó primeramente al colocar dieléctricos sólidos entre las placas de un condensador cargado. Pero en este caso podía pensarse que el papel del campo eléctrico en esta doble refracción no era directo y que esta última se debía a deformaciones mecánicas producidas por el campo (fenómeno de la electrostricción; t. II, § 141). La existencia de la acción directa del campo eléctrico fue establecida definitivamente cuando Kerr descubrió este efecto en líquidos en los que la compresión estática no produce anisotropía óptica. Más tarde (en el año 1930) la doble refracción por acción de un campo eléctrico fue descubierta también en los gases.

El fenómeno de Kerr se puede observar en los líquidos colocando una cubeta, en la que previamente se instalan las placas de un condensador plano («célula de Kerr»), entre dos nicoles cruzados  $N_1$  y  $N_2$  (fig. 180). Cuando se carga el condensador la luz comienza a pasar por los nicoles. El líquido adquiere la misma propiedad que un

crystal uniaxial cuyo eje estuviera dirigido a lo largo del campo eléctrico. Este experimento demuestra que la diferencia entre los índices de refracción  $n_o - n_e$  es proporcional al cuadrado de la intensidad del campo  $E$ . De aquí que la diferencia de fase  $\Delta$  que se produce entre los rayos ordinario y extraordinario será:

$$\Delta = BLE^2,$$

siendo  $l$  el espacio de líquido recorrido por la luz y  $B$  una constante que depende exclusivamente de las propiedades de dicho líquido (constante de Kerr). Para la mayoría de los líquidos  $B > 0$ , pero existen líquidos para los que  $B < 0$ . El líquido que presenta la

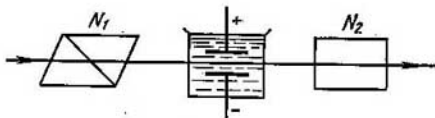


Fig. 180. Observación de la doble refracción producida por un campo eléctrico.

mayor constante de Kerr es el nitrobenzono, para él  $B = 2 \cdot 10^{-6}$  CGSE. Como  $\Delta$  depende del cuadrado de  $E$ , la diferencia de fase entre los rayos ordinario y extraordinario no depende de la dirección del campo eléctrico.

El fenómeno de Kerr se explica por la orientación de las moléculas anisótropas del líquido que produce la acción del campo eléctrico exterior. Esta acción orientadora del campo puede deberse a que las moléculas tengan constantemente un momento eléctrico (moléculas dipolos) o a que lo adquieran bajo la influencia del campo exterior. El tiempo necesario para que las moléculas se orienten en el campo eléctrico exterior no excede de  $10^{-9}$  s; este mismo tiempo es suficiente para que se desorienten después de cesar la acción del campo y para que, como resultado, desaparezca la doble refracción.

Este valor tan pequeño del tiempo necesario para que aparezca o desaparezca la doble refracción fue determinado por primera vez mediante el experimento cuyo esquema se muestra en la fig. 181. La luz procedente de una chispa  $S$ , después de reflejarse en el sistema de espejos  $M_1M_2M_3M_4$ , pasa por los nicoles  $N_1$  y  $N_2$ , entre los que se encuentra la célula de Kerr  $K$ . A las placas de esta célula y a los electrodos productores de las chispas  $S$  se les comunica una diferencia de potencial procedente de una misma fuente de fuerza electromotriz alterna. Cuando la diferencia de potencial alcanza el valor de la tensión disruptiva salta la chispa entre los electrodos  $S$  y el condensador de la célula de Kerr se descarga. Separando los espejos  $M_1$  y  $M_2$  se puede aumentar el camino que recorre la luz desde la chispa hasta la célula de Kerr y de esta forma conseguir una diferencia

muy pequeña, pero perceptible, entre el momento en que se descarga el condensador y el momento en que la luz llega hasta él. Si este intervalo de tiempo es suficiente para que las moléculas se desorienten, el líquido deja de producir la doble refracción y la luz será extinguida por el nicol  $N_2$ . De las experiencias realizadas se deduce que para que en la célula de Kerr desaparezca la doble refracción

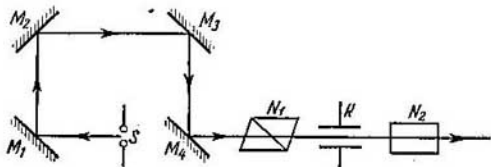


Fig. 181. Esquema del experimento para determinar el tiempo necesario para que desaparezca la doble refracción.

la longitud del camino que recorre la luz, desde la chispa hasta dicha célula, debe ser aproximadamente igual a 3 m. La luz tarda en recorrer esta distancia  $10^{-8}$  s.

Mediciones más exactas realizadas posteriormente han demostrado que el tiempo necesario para que la anisotropía del líquido desaparezca, después de desconectar el campo eléctrico, es aproximadamente igual a  $10^{-9}$  s.

La doble refracción artificial se produce también en algunos líquidos por la acción de un campo magnético. La diferencia de índices de refracción  $n_o - n_e$  producida por el campo magnético es proporcional al cuadrado de la intensidad de dicho campo. El valor de la diferencia  $n_o - n_e$  que se obtiene en campos magnéticos realizables es muy pequeño.

La pequeñez del intervalo necesario para que se produzca o desaparezca la doble refracción en el campo eléctrico hace posible la utilización de la célula de Kerr como obturador instantáneo, cosa que encuentra diversas aplicaciones tanto prácticas como en los laboratorios. En el § 254 citábamos el valor de la velocidad de la luz determinado por medio de células de Kerr. El esquema de la instalación (fig. 182) que permitió realizar esta medición coincide en principio con el del experimento de Fizeau. Las dos células de Kerr  $K_1$  y  $K_2$  reciben sincrónicamente una diferencia de potencial alterna de frecuencia dada  $v$ . Ambas células se encuentran entre nicoles cruzados. La luz pasa a través del sistema formado por una célula de Kerr y dos nicoles cuando a las armaduras de la célula se les comunica una diferencia de potencial. La luz que deja pasar el primer sistema, es decir, el de la célula  $K_1$ , llega al espejo  $M$ , se refleja en él y va a parar al segundo sistema, o sea, al de la célula  $K_2$ . Si durante

el tiempo  $\tau$  que tarda la luz en propagarse desde la célula  $K_1$  hasta el espejo  $M$  y luego hasta la célula  $K_2$  la diferencia de potencial baja hasta cero, la luz será extinguida por el nicol  $N_4$ . Determinando

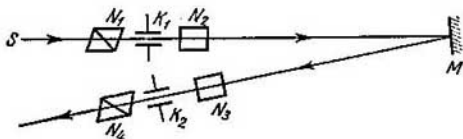


Fig. 182. Determinación de la velocidad de la luz por medio de células de Kerr.

el tiempo  $\tau$  por la frecuencia  $\nu$  de la diferencia de potencial alterna y conociendo la distancia que recorre la luz, se puede hallar su velocidad  $c$ .

La célula de Kerr se emplea como obturador instantáneo para diferentes fines técnicos, por ejemplo, en los aparatos de televisión, en los registradores del sonido de las películas de cine, etc.

§ 294. Giro del plano de polarización. En los cristales la luz se propaga en la dirección del eje óptico lo mismo que en un medio homogéneo, sin que tenga lugar la doble refracción. No obstante, en los cristales de cuarzo se notó que esta propagación de la luz a lo largo del eje óptico se diferencia de su propagación en un medio isótropo. Resultó que cuando la luz plano polarizada se propaga en el cristal de cuarzo a lo largo del eje óptico su plano de polarización sufre un giro. Posteriormente este fenómeno se descubrió también en una serie de cristales y en ciertos líquidos y recibió el nombre de *giro o rotación del plano de polarización*. Las sustancias que hacen girar el plano de polarización se llaman *ópticamente activas*.

Si se intercala una lámina de cuarzo, tallada perpendicularmente a su eje óptico, entre dos nicoles cruzados el campo se ilumina. Haciendo girar el segundo nicol (anализador) un ángulo determinado el campo se oscurece. Esto demuestra que la luz sigue siendo plano polarizada, pero que su plano de polarización ha girado cierto ángulo. La luz sólo puede extinguirse por completo, haciendo girar el nicol, cuando procede de una fuente monocromática. Si la luz que se emplea es blanca, al intercalar la lámina de cuarzo entre los nicoles cruzados se obtiene un campo coloreado; al girar uno de los nicoles varía esta coloración. Esto demuestra que el poder giratorio depende de la longitud de onda (dispersión de la actividad giratoria). El ángulo de giro del plano de polarización  $\Delta\psi$  es proporcional al espesor de la lámina. Si se mira en sentido contrario al del avance del rayo, el plano de polarización podrá haber girado, según

las propiedades del cristal de que se trate, en una dirección determinada: en el sentido de las agujas del reloj (hacia la derecha) o en sentido contrario (hacia la izquierda). Si la lámina gira  $180^\circ$  esta dirección del giro permanecerá invariable. Por esto, si se hace que un rayo pase por una lámina de cristal, que tenga la propiedad de hacer girar el plano de polarización a lo largo de su eje óptico, y que, después de reflejarse normalmente en un espejo, este rayo vuelva a pasar por la misma lámina en sentido contrario, podrá observarse que su plano de polarización no acusa el giro.

Las sustancias que hacen que el plano de polarización gire hacia la derecha se llaman *dextrógiras*, mientras que las que lo hacen girar hacia la izquierda se denominan *levógiras*. Los cristales de cuarzo presentan dos variedades: una dextrógira y otra levógira. Estas dos variedades del cuarzo pueden distinguirse por la forma externa de los cristales, porque la de uno de ellos es como la imagen reflejada de la del otro; en cristalografía estas dos formas se conocen con la denominación de *enantiomorfas*.

El giro que produce el cuarzo es considerable: una lámina de esta sustancia de 1 mm de espesor hace que gire un ángulo de  $21,7^\circ$  el plano de polarización de los rayos amarillos ( $\lambda = 0,5890 \mu$ ) y uno de  $48,9^\circ$  el de los rayos violetas ( $\lambda = 0,4047 \mu$ ); este giro es aún mayor en la zona ultravioleta del espectro. Esta misma lámina hace girar  $236^\circ$  el plano de polarización de los rayos cuya longitud de onda  $\lambda = 0,2147 \mu$ .

Fresnel demostró que el giro del plano de polarización se puede explicar suponiendo que los rayos polarizados circularmente, con dirección de giro hacia la derecha o hacia la izquierda, se propagan en el cristal con distintas velocidades. Como ya indicamos en el t. I, § 101, todo movimiento armónico rectilíneo se puede descomponer en dos vibraciones circulares de la misma frecuencia pero de sentido inverso.

Admitamos que la dirección  $OO'$  (fig. 183) es la de la vibración de la onda plano polarizada que incide sobre el cristal. Descompongamos el vector amplitud  $A$  de esta vibración en dos vectores  $A'$  y  $A''$ , de los cuales el primero gira hacia la derecha y el segundo hacia la izquierda.

Si las velocidades de propagación de las vibraciones circulares en el cristal son diferentes, cuando la luz haya pasado un espesor  $l$  de dicho cristal, la vibración circular  $A'$  llevará un retraso de fase

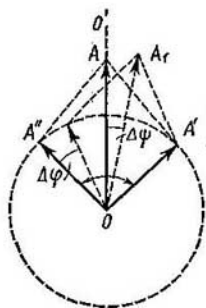


Fig. 183. Explicación del giro del plano de polarización.

igual al ángulo  $\varphi' = 2\pi \frac{1}{\lambda'}$ , y la vibración  $A''$  otro de  $\varphi'' = 2\pi \frac{1}{\lambda''}$ ; siendo  $\lambda'$  y  $\lambda''$  las longitudes de onda correspondientes a cada una de las vibraciones circulares.

Supongamos que el espesor de la lámina  $l$  es tal que el ángulo  $\varphi'$  es múltiplo de  $2\pi$ . Entonces el vector  $A'$  volverá a ocupar su posición anterior, mientras que el  $A''$ , para el que  $\varphi'' \neq \varphi'$ , ocupará la nueva posición señalada en la fig. 183 con trazo de puntos. Esta nueva posición estará girada respecto a la antigua un ángulo:

$$\Delta\varphi = \varphi' - \varphi'' = 2\pi l \left( \frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda''} \right).$$

El vector resultante  $A$  tomará a su vez la nueva posición  $A_1$ , girada con relación a  $A$  un ángulo:

$$\Delta\psi = \frac{\Delta\varphi}{2} = \pi l \left( \frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda''} \right). \quad (1)$$

Introduciendo los coeficientes de refracción  $n'$  y  $n''$ , de los rayos polarizados circularmente hacia la derecha y hacia la izquierda,

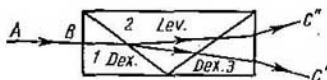


Fig. 184. Separación de los rayos por medio de un prisma complejo formado por cristales de cuarzo dextrógira y levógira.

tendremos que  $\lambda' = \frac{\lambda_0}{n'}$  y  $\lambda'' = \frac{\lambda_0}{n''}$ , donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda en el vacío de la luz que se estudia. Poniendo estos valores de  $\lambda'$  y  $\lambda''$  en (1), hallamos:

$$\Delta\psi = \pi \frac{l}{\lambda_0} (n' - n''). \quad (2)$$

De esta forma el ángulo de giro del plano de polarización  $\Delta\psi$  viene determinado por la diferencia de coeficientes de refracción  $n'$  y  $n''$  de los rayos polarizados circularmente hacia la derecha y hacia la izquierda.

Fresnel comprobó su hipótesis haciendo pasar la luz por un prisma compuesto, formado por tres trozos de cuarzo pegados (fig. 184). Los trozos 1 y 3 son de cuarzo dextrógira, mientras que el 2 lo es de cuarzo levógira. Los tres trozos están tallados en forma de prismas cuyos ejes ópticos son paralelos a sus bases. Si sobre este sistema de prismas incide normalmente un rayo plano polarizado  $AB$ , pasará por el primer prisma sin refractarse. En el límite de separación entre el primer prisma y el segundo, se dividirá en dos, puesto que los índices de refracción de las vibraciones circulares inversas

en que puede descomponerse son diferentes. Al refractarse en el límite entre el segundo y el tercer prisma estos rayos se separarán aún más. Como resultado, del prisma compuesto salen dos rayos  $C'$  y  $C''$ , ambos polarizados circularmente: uno con dirección de giro hacia la derecha y otro, hacia la izquierda.

Existen líquidos que también tienen la propiedad de hacer girar el plano de polarización. Entre ellos figura la esencia de trementina o aguarrás, las soluciones acuosas de azúcar, las de ácido tartárico, etc. Este último tiene dos variantes, dextrógira y levógira. Las soluciones cumplen las leyes siguientes: el ángulo de giro  $\Delta\psi$  es proporcional al espesor  $l$  de la capa de solución y a la concentración  $c$  de la sustancia activa:

$$\Delta\psi = \alpha cl. \quad (3)$$

La magnitud  $\alpha$  depende de las propiedades de la sustancia y se llama *poder rotatorio* o *giratorio específico*. Todas las sustancias activas en estado amorfo (fundidas o en disolución) también lo son en forma de cristales, aunque el poder rotatorio  $\alpha$  puede ser diferente para ambos estados. Por el contrario, existe toda una serie de sustancias inactivas en estado amorfo, pero que hacen girar al plano de polarización en estado cristalino. Por ejemplo, el cuarzo, que en estado cristalino hace girar enérgicamente dicho plano, pierde su actividad en estado amorfo (cuarzo fundido). De aquí se deduce que la propiedad de hacer girar el plano de polarización se debe a la estructura de las moléculas y a su disposición en la red cristalina.

Los primeros intentos de explicar la propiedad rotatoria desde el punto de vista de la teoría electrónica se redujeron a considerar que en las moléculas ópticamente activas los electrones están unidos de forma que bajo la acción de las ondas luminosas se mueven siguiendo trayectorias helicoidales. En los cristales activos, por ejemplo, en el cuarzo, las partículas de silicio y de oxígeno están situadas según líneas helicoidales. Posteriormente se esclareció que el giro del plano de polarización puede explicarse por la existencia de moléculas anisótropas, exentas de centros y planos de simetría. Hay que tener en cuenta además que el campo electromagnético de las ondas luminosas no es homogéneo dentro de las dimensiones de las moléculas.

El fenómeno del giro del plano de polarización se aplica en la práctica para medir la concentración de azúcar en las disoluciones. Una vez determinado el poder rotatorio específico  $\alpha$  para unas condiciones determinadas, por medio de la fórmula (3) se puede hallar la concentración de la solución. En la industria azucarera estas mediciones se practican con unos aparatos especiales llamados *sacarímetros*. El esquema de un sacarímetro muy simple se muestra en la fig. 185. Entre dos nicóles  $N_1$  y  $N_2$  se encuentra una cubeta cerrada por unas ventanillas planas y paralelas. Antes de colocar la disolución los nicóles se gradúan de forma que den «oscuridad», es decir, de forma que sus secciones principales sean perpendiculares entre sí. Al llenar la cubeta con la solución el campo se ilumina.

Para que este campo vuelva a oscurecerse hay que girar el nicol  $N_2$  (analizador) un ángulo, el cual determina el giro experimentado por el plano de polarización en la disolución (siempre que sea menor que  $\pi$ ).

Como quiera que los nicoles no se pueden regular exactamente para que den «oscuridad», hoy día se usan otros dispositivos polarizadores. Los que más se



Fig. 185. Esquema de un sacarámetro.

emplean son los llamados *analizadores de penumbra*. Estos analizadores se hacen cortando un prisma de Nicol según dos planos simétricos al de su sección principal  $OO'$ . Estos dos planos forman entre sí un pequeño ángulo  $\beta$  (la situación de estos planos se señala en la fig. 186, a por medio de dos líneas punteadas). La cuña que queda entre dichos planos (rayada en la fig. 186, b) se quita, y las

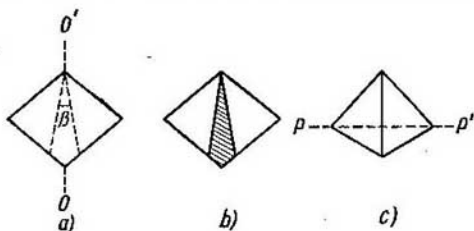


Fig. 186. Estructura de un analizador de penumbra.

dos mitades restantes se pegan de manera que su sección transversal toma la forma de un rombo irregular (fig. 186, c). Cada una de las dos mitades es un analizador independiente, con la particularidad de que sus secciones principales forman entre sí un ángulo  $\beta$ . Si el plano de polarización de la luz incidente  $PP'$  es perpendicular al plano de unión de las dos mitades (fig. 186, c), estas dos mitades presentarán la misma brillantez\*). Cualquiera otra posición del plano de polarización hará que una de las mitades se vea más brillante que la otra. Y como el ojo humano es capaz de distinguir con gran exactitud cuando dos campos contiguos están iluminados igualmente, por este procedimiento se puede fijar la posición del plano de polarización  $PP'$ . Cuando se trabaja con analizadores de penumbra hay que utilizar luz monocromática, para lo cual, en calidad de fuente de luz, se emplean lámparas de vapor de sodio o de mercurio con filtro verde.

§ 295. Giro magnético del plano de polarización. Las sustancias que por su naturaleza no tienen la propiedad de hacer girar el plano

\*) Ambas mitades aparecerán también igualmente brillantes cuando el plano de polarización  $PP'$  sea paralelo al plano de unión de las partes del prisma. Pero en este caso la brillantez será mayor y las condiciones de trabajo, peores.



de polarización la adquieren cuando están sometidas a la acción de un campo magnético exterior. El fenómeno del giro magnético del plano de polarización fue descubierto en el año 1846 por Faraday. Este descubrimiento fue resultado de los laboriosos intentos de Faraday para descubrir la relación entre los fenómenos luminosos y magnéticos. Faraday supuso que había conseguido hallar la influencia directa del campo magnético sobre la luz y escribió sobre esto: «He conseguido magnetizar y electrizar un rayo de luz e iluminar

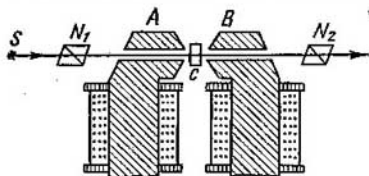


Fig. 187. Esquema del experimento para observar el giro magnético del plano de polarización.

una línea de fuerza magnética». Pero en realidad el fenómeno descubierto por Faraday tiene un carácter diferente: el campo magnético influye sobre la sustancia sometida a él, y esta última es la que varía el carácter de la propagación de la luz.

El giro magnético del plano de polarización se produce cuando la luz se propaga en una sustancia transparente a lo largo de las líneas de fuerza magnéticas. Por esto lo más cómodo para observar el giro magnético es taladrar unos canales estrechos en los extremos de un electroimán. El esquema de este experimento se muestra en la fig. 187, donde  $S$  es un foco luminoso,  $A$  y  $B$  son los extremos del electroimán,  $N_1$  y  $N_2$  son dos nicoles y  $C$  el cuerpo en que tiene lugar el giro del plano de polarización. Mientras no existe campo magnético (es decir, cuando se desconecta la corriente que pasa por el electroimán), si los nicoles  $N_1$  y  $N_2$  están cruzados, la luz no pasa a través de todo este sistema. Pero al conectar la corriente y producirse entre los polos del electroimán el campo magnético, el plano de polarización de la luz que pasa por el cuerpo transparente  $C$  gira y ésta es transmitida por el nicol  $N_2$ .

El ángulo de giro  $\psi$  del plano de polarización es proporcional a la longitud  $l$  del camino recorrido por la luz a través de la sustancia sometida al campo magnético y a la intensidad de este campo  $H$ .

$$\psi = k l H; \quad (1)$$

el coeficiente  $k$  caracteriza el poder que para hacer girar el plano de polarización tiene el cuerpo dado cuando se encuentra sometido a la acción del campo magnético. Los valores de  $k$ , en general, no

son grandes. Tanto los cuerpos sólidos transparentes como los líquidos y los gases presentan la propiedad de hacer girar el plano de polarización cuando se encuentran en un campo magnético. Para algunas clases de vidrio (flint pesado)  $k$  llega a tener un valor de 0,4, si el ángulo  $\psi$  se mide en minutos,  $H$  en erstedios y  $l$  en centímetros.

Cuando en un campo magnético se introducen cuerpos que ya de por sí son ópticamente activos, a su propiedad natural de hacer girar el plano de polarización se suma la que produce el campo magnético.

Giros bastante grandes se observan en capas muy delgadas (tan delgadas que son transparentes) de metales ferromagnéticos, como el hierro, níquel y cobalto. Una película de hierro de  $0,1 \mu$  de espesor situada en un campo cuya intensidad sea de 10 000 Oe hace que el plano de polarización gire  $2^\circ$ . El ángulo de giro que producen los cuerpos ferromagnéticos es proporcional al grado de magnetización de la sustancia ferromagnética y por esto no se cumple la correlación (1).

No todos los cuerpos sometidos a la acción de un campo magnético hacen que el plano de polarización gire en el mismo sentido. Se llaman *dextrógiros* o *positivos* aquellos cuerpos que hacen que el plano de polarización gire hacia la derecha del observador que mira a lo largo del campo magnético. En otras palabras, si la dirección de las líneas de fuerza magnéticas se compara con el movimiento de avance de un sacacorchos, la dirección de giro de su cabeza indica la dirección en que hacen girar el plano de polarización los cuerpos positivos. El coeficiente  $k$  de estos cuerpos se considera positivo. Los cuerpos que hacen girar el plano de polarización en dirección inversa a la indicada anteriormente se llaman *levógiros* o *negativos*. Los cuerpos negativos tienen siempre en su composición átomos paramagnéticos. Pero las sustancias paramagnéticas no son siempre negativas. La dirección de giro que produce cada sustancia *depende únicamente de la dirección del campo magnético y no de la dirección en que se propaga la luz*. El giro magnético se diferencia en esto del natural, puesto que para este último la dirección de giro depende de cómo se hace la observación, en el sentido que sigue el haz luminoso o en sentido contrario. Como indicamos en el § 294, el plano de polarización de los rayos de luz que pasan dos veces (una en un sentido y otra en el opuesto) a través de un cuerpo, que produce el giro natural, no experimenta ninguna rotación. Pero cuando el giro es magnético, si el rayo pasa el cuerpo dos veces (una en un sentido y otra en el opuesto), el ángulo de giro aumenta. Esta circunstancia da la posibilidad de aumentar el ángulo de giro del plano de polarización haciendo que la luz se refleje varias veces dentro del cuerpo sometido a la acción del campo magnético. Para esto, entre los polos de un electroimán se coloca el cuerpo *ab* que se va a analizar, cual tiene la forma de paralelepípedo con las caras opuestas platea-

das, a excepción de dos franjas estrechas en sus extremos contrarios (fig. 188, el rayado representa las partes plateadas). El rayo de luz pasa a través del cuerpo varias veces, hacia adelante y hacia atrás, reflejándose en las superficies plateadas, y, de acuerdo con lo dicho anteriormente, el ángulo de giro de su plano de polarización  $\Delta\psi$  aumenta proporcionalmente a la longitud del camino que recorre dentro del cuerpo.

La magnitud del giro magnético depende de la longitud de onda, por esto, para una misma sustancia, el coeficiente  $k$  tiene valores algo diferentes para distintas longitudes de onda.

El fenómeno del giro magnético del plano de polarización se debe a la precesión que experimentan los electrones que entran en la composición de los átomos o las moléculas, cuando existe un campo magnético externo. Como resultado de esta precesión en el cuerpo adquieren valores diferentes los índices de refracción de los rayos polarizados circularmente en el sentido de las agujas del reloj y en el inverso. Por esta razón la velocidad de propagación de los rayos polarizados circularmente en sentidos distintos resulta distinta.

Esta última circunstancia conduce, como explicamos en el § 294, al giro del plano de polarización. El fenómeno del giro magnético del plano de polarización está relacionado estrechamente con el llamado efecto Zeeman (véase el § 345), que consiste en la variación que experimenta la frecuencia de la luz que emiten los átomos cuando se someten a la acción de un campo magnético. El tiempo necesario para que se produzca el giro del plano de polarización, una vez conectado el campo magnético, es muy pequeño, lo mismo que el que se precisa para que desaparezca después de desconectar dicho campo. Este tiempo, lo mismo que en el caso del efecto de Kerr, es del orden de  $10^{-9}$  s.

La influencia del campo magnético se deja sentir también cuando la luz se refleja en una superficie metálica pulimentada. Concretamente, si una luz plano polarizada se refleja en una superficie pulimentada de hierro magnetizado tomará una polarización elíptica diferente de la que tendría si se reflejase (en iguales condiciones) sobre una superficie de hierro no magnetizado (véase el § 278).

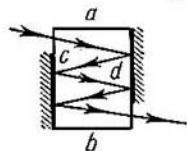


Fig. 188. Aumento del ángulo de giro magnético del plano de polarización por medio de múltiples reflexiones.