

FUNDAMENTOS DE LA FÍSICA CUÁNTICA DE LOS ÁTOMOS, MOLECULAS Y CUERPOS SÓLIDOS

Capítulo 67

RADIACIÓN TÉRMICA

§ 67.1. Radiación térmica

1. Todos los cuerpos calentados hasta alta temperatura empiezan a emitir luz. Si, por ejemplo, se caldea un sólido, éste emitirá primero luz roja. La mayoría de los cuerpos, si se calientan mucho, se evaporan (o cambian su composición química) pero continúan emitiendo luz. Las lámparas de incandescencia cuando se calientan hasta 3000°C emiten luz amarilla. Algunos cuerpos intensamente calentados son capaces de emitir luz blanca.

La radiación que emiten los cuerpos calentados se llama *térmica*. Todo cuerpo caliente es fuente de radiación térmica. Pero no debe pensarse que la radiación térmica sólo se produce a altas temperaturas. También tiene lugar a la temperatura ambiente y a temperaturas más bajas. La única diferencia consiste en que a medida que la temperatura desciende, disminuye la intensidad de la radiación y varía su composición espectral. A temperatura más baja la radiación está constituida principalmente por rayos rojos, cuya longitud de onda es de $\approx 860\text{ nm}$, y de rayos infrarrojos invisibles. En la escala de las ondas electromagnéticas (§ 61.1) los rayos infrarrojos ocupan una amplia zona, desde 10^0 hasta 10^3 nm .

2. En la práctica los rayos infrarrojos se descubren por su acción térmica. Cuando inciden sobre cualquier cuerpo a temperatura más baja que ellos, estos rayos hacen que se caliente. Veamos la siguiente experiencia. En el foco de un espejo parabólico hay una espiral que se calienta hasta alta temperatura por una corriente eléctrica. Si en el foco de otro espejo igual, situado frente al primero, se coloca un trocito de algodón seco (y mejor aún, negro), éste se inflamará por la acción de los rayos emitidos por la espiral. En la acción térmica de los rayos infrarrojos se basa el grabado al fuego en madera.

3. Todo cuerpo calentado no sólo emite radiación térmica, sino que también la absorbe. De lo contrario el trocito de algodón del experimento anterior no se hubiera inflamado. Sólo el fuerte calentamiento provocado por la absorción de la radiación térmica motivó su inflamación. Las experiencias han demostrado que cuanto más rayos emite un cuerpo a cierta temperatura, tanto mejor absorbe estos mismos rayos a igual temperatura. En otras palabras, los cuerpos que mejor emiten luz son los que mejor la absorben.

4. Para valorar cuantitativamente la capacidad de cada cuerpo para emitir luz de una frecuencia ν determinada*) a cierta temperatura T , se introduce una magnitud física especial llamada *poder emisoro, capacidad de radiación o emisividad espectral* $E_{\nu T}$ del cuerpo dado. Se da el nombre de poder emisoro de un cuerpo a la cantidad de energía de la radiación electromagnética de frecuencia dada ν que emite por unidad de tiempo la unidad de superficie de dicho cuerpo. El poder emisoro total del cuerpo E_T es la suma de las capacidades de radiación de todas las frecuencias posibles que emite el cuerpo.

5. La característica de la capacidad de cualquier cuerpo para absorber la energía de la luz que incide sobre él es el *poder absorbente o capacidad de absorción* $A_{\nu T}$. El poder absorbente indica qué parte de la energía transportada por la luz de frecuencia ν e incidente, por unidad de tiempo, sobre la unidad de superficie del cuerpo, absorbe éste. Especialmente absorben bien la luz los cuerpos negros: el negro de carbón, el terciopelo y el papel negro. Un cuerpo que a cualquier temperatura que no lo destruya absorbe

*) Más exactamente, en el intervalo de frecuencias de ν a $\nu + \Delta\nu$.

toda la energía de la luz de cualquier frecuencia que incida sobre él, se llama *cuerpo negro*. Para el cuerpo negro $A_{\nu T}^{neg} = 1$.

Un buen modelo aproximado de cuerpo negro es un pequeño orificio practicado en una esfera hueca (fig. 67.1). Los rayos de luz que a través de este orificio penetran en la esfera se reflejan muchas veces en sus paredes antes de poder salir al exterior. En cada reflexión el rayo de luz, independientemente del material de las paredes, es absorbido parcialmente. Como resultado de las múltiples reflexiones dentro de la esfera, el rayo es prácticamente absorbido en su totalidad y el orificio parece totalmente negro desde fuera.

Cuerpos perfectamente negros no existen. Se trata, pues, de una abstracción. Las propiedades ópticas del terciopelo y del papel negro se aproximan a las del cuerpo negro.

6. En 1859, Kirchhoff estableció la ley que lleva su nombre. La *ley de Kirchhoff* dice: *la razón del poder emisor de un cuerpo a su poder absorbente no depende del material del cuerpo y es igual al poder emisor del cuerpo negro para la frecuencia y temperatura dadas.*

Si el poder emisor del cuerpo negro se designa por $\epsilon_{\nu T}$, la ley de Kirchhoff se puede expresar así:

$$E_{\nu T}/A_{\nu T} = \epsilon_{\nu T}. \quad (67.1)$$

El poder absorbente $A_{\nu T}$ de un cuerpo no puede ser mayor que la unidad. Por eso el poder emisor $E_{\nu T}$ de un cuerpo cualquiera no puede ser mayor que el poder emisor $\epsilon_{\nu T}$ del cuerpo negro a la misma temperatura T . El cuerpo negro es la fuente más intensa de radiación térmica. A una misma temperatura, el cuerpo negro emite, en la unidad de tiempo, por unidad de superficie, más energía de radiación electromagnética que cualquier otro cuerpo. De esto es fácil convencerse haciendo un simple experimento con un recipiente de forma cúbica, dos de cuyas caras laterales están pintadas de negro y otras dos, de blanco. Si este cubo se llena de agua caliente y se colocan a iguales distancias

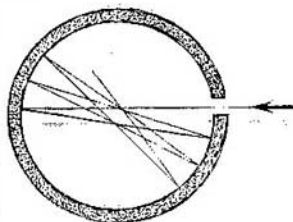


Fig. 67.1.

de las caras negras y blancas receptores de radiación exactamente iguales, se puede comprobar que, a la misma temperatura, la superficie negra radia más energía que la blanca.

§ 67.2. Leyes de la radiación del cuerpo negro

1. En 1884 demostró Ludwig Boltzmann teóricamente que *el poder emisor total del cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta:*

$$\varepsilon_T = \sigma T^4. \quad (67.2)$$

Esta es la *ley de Stefan—Boltzmann*. Experimentalmente fue establecida por Josef Stefan en 1879. El coeficiente de proporcionalidad σ se llama *constante de Stefan*. Para el cuerpo negro $\sigma = 5.672 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$. De esta ley se sigue que la radiación del cuerpo negro viene determinada únicamente por su temperatura.

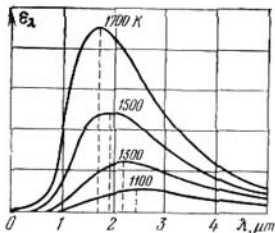


Fig. 67.2.

de onda. El problema de la distribución de la energía de radiación del cuerpo negro entre las distintas longitudes de onda, o sea, de la composición espectral de la radiación, desempeñó un gran papel en el desarrollo de las ideas fundamentales de la física moderna. Su solución condujo a la creación de la física cuántica.

La distribución de la energía de radiación del cuerpo negro entre las longitudes de onda fue meticulosamente estudiada experimentalmente. La fig. 67.2 representa las curvas de distribución de la energía de radiación entre las longitudes de onda del cuerpo negro a distintas temperaturas. El área limitada por cada curva y el eje de abscisas determina la energía total de todas las longitudes de onda posibles,

emitidas por la unidad de área de la superficie del cuerpo negro en la unidad de tiempo. Esta área crece rápidamente al elevarse la temperatura, ya que aumenta proporcionalmente a T^4 .

3. Prestemos atención a la forma de las curvas de distribución de la energía a diferentes temperaturas. Todas las curvas tienen su máximo, con la particularidad de que, al aumentar la temperatura, la longitud de onda $\lambda_{\text{máx}}$ se hace cada vez más corta. Precisamente por esto, un cuerpo calentado, al irse elevando la temperatura, se pone primero rojo, después anaranjado, y, finalmente, amarillo-blanco. Las curvas experimentales representadas en la fig. 67.2 indican la simple dependencia de la longitud de onda respecto de la temperatura:

$$\lambda_{\text{máx}} = b/T. \quad (67.3)$$

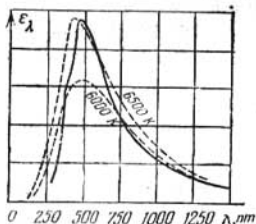


Fig. 67.3.

La fórmula (67.3) expresa matemáticamente la *ley de desplazamiento de Wien*: la longitud de onda a la cual corresponde el máximo de la energía de radiación del cuerpo negro es inversamente proporcional a la temperatura absoluta. El valor de la constante b de la fórmula (67.3) es:

$$b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}.$$

La composición espectral de la radiación solar se aproxima mucho a la del cuerpo negro. Esto se ve en la fig. 67.3, en la cual se dan con líneas de trazos los espectros de emisión del cuerpo negro a las temperaturas de 6000 y 6500 K. El máximo de la energía de radiación del Sol corresponde aproximadamente a 470 nm. Si se considera el Sol como un cuerpo negro y se aplica la ley de desplazamiento de Wien, se puede calcular que la temperatura de las capas externas del Sol es aproximadamente de 6200 K.

4. Las leyes de la radiación del cuerpo negro no permitieron encontrar las ecuaciones de las curvas de distribución de la energía representadas en la fig. 67.2. Todos los intentos de hallar teóricamente la dependencia $\epsilon = \epsilon_T(\lambda)$, es decir, la distribución entre las longitudes de onda de la energía radiada por el cuerpo negro, resultaron infructuosas.

Es más, estos intentos condujeron a dificultades de principio, cuya importancia transformó todo el problema de la radiación térmica. En el propósito de este libro no entra el estudio de estas dificultades. Sólo indicaremos que la aplicación consecuente de las ideas de la física clásica a la investigación de la composición espectral de la radiación del cuerpo negro conduce a resultados absurdos que contradicen la ley de conservación de la energía.

§ 67.3. Idea de Planck. Fórmula de Planck para la radiación térmica

1. La salida de las dificultades que surgieron en el problema de la radiación térmica del cuerpo negro la encontró en 1900 el eminente físico Max Planck. En la física clásica la emisión de la luz por una fuente se estudia como un proceso *continuo*. Se considera que el cuerpo radiante lanza continuamente al espacio ondas electromagnéticas y la energía de la fuente de luz varía continuamente. De un modo análogo se estudia el proceso de absorción de la luz. Se considera que las ondas electromagnéticas que inciden sobre un cuerpo son absorbidas continuamente por él. Planck llegó a la conclusión de que precisamente estas ideas eran las que conducían a las contradicciones existentes en la teoría de la radiación térmica y debían ser revisadas.

2. Planck propuso una hipótesis según la cual la energía de los átomos-osciladores del cuerpo negro varía en porciones aisladas. A consecuencia de esto el cuerpo negro no emite ni absorbe la luz continuamente, sino en determinadas porciones finitas de energía, *cuantos* (del latín *quantum*, cantidad). La energía ϵ_0 de un cuanto, como demostró teóricamente Planck, debe ser

$$\epsilon_0 = h\nu, \quad (67.4)$$

donde ν es la frecuencia de la luz y h , la denominada *constante de Planck* (§ 14.2). Según Planck, el cuerpo radiante emite siempre la energía ϵ , igual (para cualquier frecuencia) a $\mathcal{E} = \epsilon_0 \cdot n$, en la que n es cualquier número entero positivo. La fórmula (67.4) y la universalidad de la constante de Planck resultaron ser necesarias para que las relaciones termodinámicas establecidas para la radiación térmica del cuerpo negro no se alteraran.

3. Para la creación de la teoría correcta de la radiación térmica y para deducir teóricamente la dependencia $\epsilon = \epsilon_{\nu}(T)$, le bastó a Planck partir de que el proceso de emisión de la luz es *discontinuo*. Al mismo tiempo Planck procuró conservar la relación con la teoría electromagnética de la luz, en la cual se suponía que la propagación y absorción de la luz se efectúa de un modo continuo y todos los fenómenos relacionados con la propagación y absorción de las ondas electromagnéticas se deben subordinar a las leyes de la óptica ondulatoria clásica. Estos fenómenos se estudiaron en el cap. 63.

Basándose en estas ideas, Planck obtuvo la fórmula del poder emisivo del cuerpo negro:

$$\epsilon_{\nu}(T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (67.5)$$

en la que c es la velocidad de la luz en el vacío; k , la constante de Boltzmann (§ 26.9), y T , la temperatura absoluta del cuerpo. La fórmula de Planck está en perfecto acuerdo con los resultados de las mediciones de la distribución de la energía en los espectros de emisión del cuerpo negro a diferentes temperaturas.

4. La idea de Planck sobre el carácter discontinuo de los procesos de emisión y absorción de la luz influyó enormemente en todo el desarrollo ulterior de la física. Antes de Planck se consideraba que la energía de cualquier cuerpo podía variar de un modo *continuo*. Se suponía que el cuerpo podía adquirir y perder energía en cualesquiera cantidades arbitrarias. Generalmente, en la física clásica se consideraba inmutable que todos los procesos y fenómenos físicos tenían que ser *continuos*. La idea de Planck significaba renunciar a las ideas adoptadas por la física clásica acerca del transcurso continuo de los procesos y fenómenos de la naturaleza.

5. La fórmula de Planck dio la posibilidad de deducir teóricamente las leyes de la radiación del cuerpo negro, estudiadas en el § 67.2, y relacionar la constante h con la constante de Stefan σ , la constante de la ley de Wien b y la constante de Boltzmann k :

$$h = \pi k \sqrt[3]{\frac{2\pi^2 k}{15c^2 \sigma}}; \quad h = 4,965 \frac{bk}{c}.$$

Por cada una de estas fórmulas se puede calcular independientemente la constante de Planck. De la primera de ellas se

servió Planck para determinar por vez primera el valor de h . El valor obtenido con la segunda fórmula coincidió con el hallado mediante la primera. Estos dos valores concuerdan con las magnitudes de h obtenidas por otros procedimientos (§ 68.3).

Capítulo 68

FUNDAMENTOS DE LA ÓPTICA CUÁNTICA

§ 68.1. Efecto fotoeléctrico

1. En 1887 descubrió Heinrich Hertz que si se ilumina el electrodo negativo de un descargador de chispas con rayos ultravioletas, la descarga eléctrica se produce con menor tensión entre los electrodos que en ausencia de dicha iluminación.

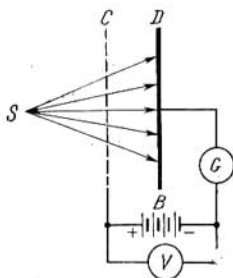


Fig. 68.1.

Las experiencias realizadas por W. Hallwach y, en particular, las escrupulosas investigaciones del profesor de la Universidad de Moscú A. G. Stoliétov, efectuadas en 1888—1889, esclarecieron la esencia del fenómeno descubierto por Hertz. Resultó que es debido a que las cargas negativas son arrancadas del cátodo metálico del descargador por la acción de la luz.

La fig. 68.1 representa el esquema de los experimentos de Stoliétov. A un circuito eléctrico se conectaba un condensador cuya armadura positiva era una rejilla de cobre C , y la negativa, una lámina de zinc D . Cuando los rayos S de una fuente de luz se dirigían sobre la lámina D cargada *negativamente*, en el circuito se producía corriente eléctrica. Cuando la lámina D se cargaba *positivamente*, y la rejilla C negativamente, el galvanómetro G no registraba el paso de corriente eléctrica.

2. Las experiencias de Stoliétov demostraron que, bajo la acción de la luz, el metal pierde partículas cargadas

negativamente. Las mediciones de la carga específica de estas partículas (§ 41.7) pusieron de manifiesto que eran electrones.

El fenómeno del arranque de electrones de los cuerpos sólidos y líquidos por la acción de la luz se denomina *efecto fotoeléctrico externo* (*efecto fotoemisivo* o *emisión fotoeléctrica*). La corriente eléctrica que se origina en el circuito de la fig. 68.1 al iluminar la lámina *D*, se llama *corriente fotoeléctrica*.

Además del efecto fotoeléctrico externo, existe el efecto fotoeléctrico interno, del cual se tratará en el § 78.5.

3. Desde el punto de vista de la teoría electromagnética de la luz se puede considerar que la onda electromagnética, al incidir sobre el metal, «sacude» sus electrones, los cuales acaban desprendiéndose del metal. Pero en este caso, de la teoría de las oscilaciones forzadas se deduce que cuanto mayor sea la amplitud de la onda luminosa, tanto mayor debe ser la velocidad del electrón desprendido. A expensas de esta energía el electrón puede vencer las fuerzas que lo retienen dentro del metal y salir de él. Entonces, la velocidad y energía cinética de los electrones que abandonan el metal debe depender de la amplitud de las oscilaciones del vector intensidad del campo eléctrico de la onda electromagnética, es decir, de la intensidad de la onda (§ 59.2). Pero los experimentos no confirmaron eso.

§ 68.2. Leyes del efecto fotoeléctrico externo

1. La magnitud de la corriente fotoeléctrica depende del número de electrones que por la acción de la luz se desprenden del metal en la unidad de tiempo. Estos electrones se conocen con el nombre de *fotoelectrones*. Las experiencias han demostrado que la corriente fotoeléctrica depende también de la naturaleza química del metal y del estado de su superficie. La más mínima suciedad de la superficie hace que cambien las condiciones de desprendimiento de los electrones del metal y que varíe la magnitud de la corriente fotoeléctrica.

2. Para estudiar el efecto fotoeléctrico se utiliza el tubo representado en la fig. 68.2. El cátodo *K* se cubre con el metal cuyo efecto fotoeléctrico se estudia. A través de la ventanilla *D*, tapada con un vidrio de cuarzo, los rayos ultravioletas inciden sobre el cátodo y producen el efecto

fotoeléctrico en su superficie. Los electrones desprendidos del cátodo son acelerados por el campo eléctrico que actúa entre el cátodo y el ánodo A . La tensión u entre el cátodo y el ánodo la regula el potenciómetro R y se mide con el voltímetro V . Las dos baterías B_1 y B_2 están conectadas «una al encuentro de la otra» y permiten valiéndose del potenciómetro, no sólo variar la magnitud absoluta del campo, sino también el signo de la tensión u .

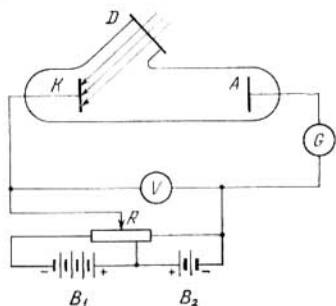


Fig. 68.2.

Para cierta tensión aceleradora u suficiente, todos los fotoelectrones desprendidos del cátodo llegan al ánodo. Al ocurrir esto el galvanómetro G mide la corriente máxima posible con la iluminación y la temperatura del cátodo dadas. Su magnitud viene determinada por el número de electrones que se desprenden de la superficie del cátodo en la unidad de

tiempo. Esta corriente se llama *corriente fotoeléctrica de saturación* y es la característica cuantitativa fundamental del efecto fotoeléctrico.

3. Los electrones que se desprenden del cátodo tienen cierta energía cinética. Esto les permite realizar trabajo contra las fuerzas del campo eléctrico retardador cuando la tensión entre el cátodo y el ánodo es negativa. Por eso los electrones también pueden en este caso llegar al ánodo y la corriente fotoeléctrica se observará. Si $a_{m\acute{a}x}$ es la velocidad máxima inicial de un electrón de masa m , su energía cinética será $mv_{m\acute{a}x}^2/2$. A expensas de esta energía el electrón puede vencer el campo eléctrico retardador. Si $(-u_0)$ es la tensión retardadora máxima del tubo, con la cual aún se observa el efecto fotoeléctrico, es evidente que

$$\frac{1}{2} mv_{m\acute{a}x}^2 = eu_0. \quad (68.1)$$

Para $u < -u_0$ no existirá corriente fotoeléctrica. Al ir aumentando la tensión, la corriente fotoeléctrica I crecerá

paulatinamente, puesto que un número cada vez mayor de electrones llegará al ánodo. El valor máximo de la corriente fotoeléctrica será el de la corriente fotoeléctrica de saturación I_{sat} . Este corresponde a los valores de u con los cuales todos los electrones arrancados del cátodo llegan al ánodo:

$$I_{\text{sat}} = en, \quad (68.2)$$

donde n es el número de electrones que se desprenden del cátodo en la unidad de tiempo.

4. Experimentalmente se han establecido tres leyes del efecto fotoeléctrico externo:

1) *La velocidad máxima inicial de los electrones fotoeléctricos está determinada por la frecuencia de la luz y no depende de la intensidad de ésta.*

2) *Para cada substancia existe un límite o umbral rojo del efecto fotoeléctrico, es decir, una frecuencia mínima de la luz ν_0 con la cual aún se puede producir el efecto fotoeléctrico externo*).*

3) *La corriente fotoeléctrica de saturación es directamente proporcional a la intensidad de la luz.*

Se ha establecido además, que el efecto fotoeléctrico carece prácticamente de inercia: la corriente se produce inmediatamente después de iluminarse la superficie del cuerpo, a condición de que la frecuencia de la luz $\nu \geq \nu_0$.

5. Advertimos que las leyes primera y segunda del efecto fotoeléctrico contradicen la explicación del fenómeno de dicho efecto que se deduce de la teoría electromagnética de la luz, que se da en el p. 3 del § 68.1.

Las dificultades para explicar las leyes del efecto fotoeléctrico basándose en la teoría ondulatoria de la luz fueron superadas por A. Einstein, en 1905, en su *teoría cuántica de la luz*. Los razonamientos que condujeron a Einstein a esta teoría estaban relacionados con el análisis profundo de las propiedades de la radiación del cuerpo térmica del cuerpo negro.

*) Este límite o umbral se llama rojo porque si las longitudes de onda λ son mayores que $\lambda_0 = c/\nu_0$, o sea, «más rojas» que λ_0 , el efecto fotoeléctrico no se produce.

§ 68.3. Noción de la naturaleza cuántica de la luz. Explicación cuántica de las leyes del efecto fotoeléctrico externo

1. Einstein, en 1905, desarrolló y profundizó las ideas de Planck que se expusieron en el capítulo dedicado a la radiación térmica. Einstein llegó a la conclusión de que la luz debe no sólo radiarse y absorberse, sino también propagarse en el espacio en forma de porciones aisladas de energía o *cuantos* de campo electromagnético. Los cuantos de luz se llaman *fotones*. Las ideas de Einstein son una desviación de la óptica ondulatoria clásica. La propagación de la luz se considera aquí no como un proceso ondulatorio continuo, sino como el movimiento de unas partículas especiales (fotones) con la velocidad de la luz en el vacío.

En la luz monocromática de frecuencia ν todos los fotones tienen la misma energía, igual a $h\nu$. La absorción de la luz consiste en que los fotones transmiten *toda su energía a los átomos y moléculas de la substancia*. De esto se sigue que la absorción de la luz, lo mismo que su propagación, se efectúa de un modo *discontinuo*, por porciones aisladas.

Einstein llegó a estos resultados analizando las propiedades del campo electromagnético de radiación de frecuencia ν , encerrado en un volumen V_0 con paredes completamente negras. El demostró que es posible un estado tal del campo electromagnético en que toda su energía \mathcal{E} se concentra en un pequeño volumen $V \ll V_0$. La probabilidad de este fenómeno, como demostró Einstein, se expresa por la fórmula $w = (V/V_0)^{\mathcal{E}/h\nu}$.

Este resultado lo comparó con el que él mismo había obtenido en el cálculo de probabilidad de las fluctuaciones de la densidad de un gas. Supongamos que en un volumen V_0 hay N moléculas de gas perfecto. Existe una determinada probabilidad, aunque muy pequeña, de que todas las moléculas se reúnan espontáneamente en un volumen $V \ll V_0$. No es difícil comprobar que $w = (V/V_0)^N$.

Comparando estas dos fórmulas de las probabilidades de las fluctuaciones consideradas, llegó Einstein a la conclusión de que, en el caso del campo electromagnético, el papel del número de partículas lo desempeña la relación $\mathcal{E}/h\nu$. Esto significa que la radiación está constituida por partículas aisladas (fotones) de energía $h\nu$ cada una.

2. El punto de vista cuántico sobre la naturaleza de la luz permite abordar, de un modo distinto a como lo hace la teoría electromagnética, la explicación del efecto fotoeléctrico en los metales. Sabemos que, para salir del metal, el electrón tiene que saltar una barrera de potencial en el límite entre el metal y el vacío. Para esto el electrón tiene que realizar el trabajo de salida A_0 (§ 44.9). Examinemos ahora la absorción de un fotón por un electrón del metal. Como resultado de la absorción del fotón, su energía $h\nu$ se transmite *totalmente* al electrón. Si $h\nu \geq A_0$, el electrón puede realizar el trabajo de salida y escaparse del metal. La energía cinética máxima que puede adquirir el fotoelectrón puede hallarse por la ley de conservación de la energía:

$$\frac{1}{2} mv_{\text{máx}}^2 = h\nu - A_0. \quad (68.3)$$

La fórmula (68.3) se conoce con el nombre de *ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico externo*. Esta expresión se puede escribir también de la forma

$$h\nu = A_0 + \frac{1}{2} mv_{\text{máx}}^2. \quad (68.3')$$

La energía del fotón absorbido la gasta el electrón en realizar el trabajo de salida y adquirir la energía cinética máxima. Combinando las fórmulas (68.1) y (68.3), se puede también escribir

$$e u_0 = h\nu - A_0. \quad (68.4)$$

3. Las ecuaciones de Einstein (68.3) ó (68.3') explican correctamente todas las leyes del efecto fotoeléctrico externo. Así, de la fórmula (68.3) se sigue que la energía cinética máxima del fotoelectrón y, por consiguiente, su velocidad inicial máxima, dependen de la frecuencia de la luz ν y del trabajo de salida A_0 , pero no de la intensidad de la luz. Esta es la primera ley del efecto fotoeléctrico externo. De estas mismas ecuaciones se deduce que el efecto fotoeléctrico sólo es posible a condición de que sea $h\nu \geq A_0$. La energía del fotón debe ser suficiente por lo menos para arrancar el electrón del metal y no comunicarle energía cinética ($v_{\text{máx}} = 0$). Llamando ν_0 la frecuencia *mínima* de la luz con la cual es posible el efecto fotoeléctrico (umbral rojo del efecto fotoeléctrico), tenemos que

$$h\nu_0 = A_0 \quad \text{ó} \quad \nu_0 = A_0/h. \quad (68.5)$$

El límite rojo del efecto fotoeléctrico sólo depende del trabajo de salida del electrón, o sea, de la naturaleza química del metal y del estado de su superficie. De este modo se explica la segunda ley del efecto fotoeléctrico.

Finalmente, el número total n de fotoelectrones que abandonan la superficie del metal por unidad de tiempo debe ser proporcional al número de fotones n' que, en este mismo tiempo, inciden sobre dicha superficie ($n \sim n'$). Si designamos por E la iluminación de la superficie, proporcional a la intensidad de la luz, el número de fotones que incide cada segundo sobre la superficie será $n' \sim E/h\nu$. Así se demuestra la tercera ley del efecto fotoeléctrico externo: el número de fotoelectrones que se desprenden del metal por segundo es proporcional a la intensidad de la luz.

Todo lo dicho anteriormente sobre el efecto fotoeléctrico se refiere al caso en que un fotón es absorbido por un electrón del metal. Cuando las intensidades de la luz son muy grandes, como ocurre, por ejemplo, en la irradiación por láser (§ 79.3), un electrón puede absorber dos fotones exactamente iguales. En este caso las leyes del efecto fotoeléctrico se infringen. En particular, no se cumple la ley del umbral rojo. En efecto, dos fotones iguales, de energía $2h\nu$, se manifiestan como un fotón de doble frecuencia, ya que $2h\nu = h(2\nu)$. Esto significa que la frecuencia de la luz parece duplicarse. En la absorción multifotónica simultánea la frecuencia de la luz se hace igual a algo así como $n\nu$ (donde n es un número entero) y la condición de límite rojo del efecto fotoeléctrico (véase (68.5)) no se cumple.

4. Las fórmulas (68.4) y (68.5) se pueden unificar en una fórmula conveniente para comprobar por vía experimental la ecuación de Einstein:

$$eu_0 = h(\nu - \nu_0). \quad (68.6)$$

La confirmación de que la fórmula (68.6) es correcta se reduce a determinar con ella la constante de Planck:

$$h = eu_0/(\nu - \nu_0).$$

Experimentalmente hay que determinar el valor de tensión ($-u_0$) con el cual desaparece la corriente fotoeléctrica. Después es necesario construir gráficamente la dependencia de eu_0 respecto de ν . Esta dependencia se expresa mediante las rectas representadas en la fig. 68.3 para tres metales: el aluminio, el zinc y el níquel. Los puntos representan los

resultados de las mediciones de eu_0 con distintas frecuencias. Se ve que todas las rectas son paralelas entre sí, siendo su inclinación independiente de la naturaleza del metal. Por el ángulo entre las rectas y el eje de abscisas se puede determinar la constante de Planck: $\operatorname{tg} \alpha = hK$, donde K

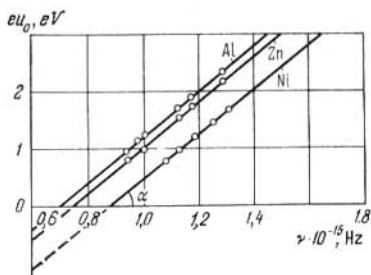


Fig. 68.3.

es la relación entre las magnitudes dimensionales tomadas como unidades de escala sobre los ejes eu_0 y ν .

En los experimentos más exactos, realizados en 1928 por P. I. Lukirski y S. S. Prilezháev, el tubo de vacío

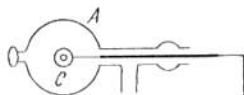


Fig. 68.4.

representado en la fig. 68.4 era un condensador esférico. La esfera de vidrio plateada por dentro era la armadura externa y desempeñaba el papel de ánodo A. El cátodo K tenía la forma de una esferita del metal que se investigaba. En este dispositivo, sobre el ánodo inciden todos los electrones —que poseen una velocidad inicial v_0 tal, que $mv_0/2 \geq e|u|$, donde $u < 0$ es la tensión retardadora. Esto eleva la exactitud con que se determina la velocidad máxima de los fotoelectrones v_0 y permite determinar con la mayor precisión la constante de Planck.

El valor medio de h , obtenido en los experimentos más exactos sobre el efecto fotoeléctrico externo resultó ser igual a $6,543 \cdot 10^{-34}$ J·s. Esto está de acuerdo con los resultados obtenidos por otros procedimientos. Por lo tanto se ha confirmado que son correctas la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico y las ideas de éste sobre el carácter cuántico de la interacción de la luz con los electrones durante el efecto fotoeléctrico.

5. El carácter cuántico de la interacción de la luz con la sustancia se pone de manifiesto en que el efecto fotoeléctrico carece de inercia. Desde el punto de vista ondulatorio, a la luz le hace falta cierto tiempo para que la onda electromagnética, aunque su intensidad sea grande, pueda «sacudir» el electrón en el metal y arrancarlo de su superficie (§ 53.6).

Las propiedades cuánticas de la luz, la concentración de la energía de radiación en porciones aisladas (cuantos), tienen como consecuencia la alta temperatura del gas fotónico. Comparemos, por ejemplo, la energía de un fotón de luz visible (de frecuencia $\nu \approx 10^{16}$ Hz) con la energía cinética media del movimiento térmico desordenado de las moléculas de un gas. Según la fórmula (26.8) la energía cinética media de las moléculas correspondiente a un grado de libertad es $kT/2$, donde k es la constante de Boltzmann y T , la temperatura absoluta. Partiendo de la condición $h\nu = kT/2$ se puede hallar que solamente a una temperatura del orden de 10^5 K tendrá la molécula del gas la misma energía que tiene un cuanto de luz visible. Las propiedades cuánticas se manifiestan con especial claridad en todos los fenómenos en que se produce la interacción de luz de onda corta con la sustancia.

§ 68.4. Acción fotoquímica de la luz

1. La luz que absorben las sustancias puede producir la transformación química de éstas. Los procesos químicos que ocurren por la acción de la luz se llaman *reacciones fotoquímicas*. A estas reacciones pertenece la descomposición de moléculas en sus partes componentes. Por ejemplo, si a la acción de la luz se somete vapor de bromo, la molécula Br_2 se disocia en dos átomos Br. La molécula de bromuro de plata AgBr se descompone por la acción de la luz en átomos de plata y bromo.

Como demostró K. A. Timiriázev, en las partes verdes de las plantas, bajo la acción de la luz solar tienen lugar reacciones fotoquímicas cuyo resultado final es la formación de los hidrocarburos necesarios para la existencia de los vegetales y animales.

2. Las transformaciones fotoquímicas transcurren de acuerdo con la ley de Bunsen—Roscoe: *la masa m de substancia que reacciona fotoquímicamente es proporcional a la energía \mathcal{E} de la luz absorbida,*

$$m = C\mathcal{E}. \quad (68.7)$$

El coeficiente de proporcionalidad C depende del carácter de la reacción fotoquímica y de la frecuencia de la luz ν . Para cada reacción fotoquímica existe su *límite o umbral rojo*, es decir, cierta frecuencia mínima ν_0 a partir de la cual la luz empieza a ser químicamente activa, o sea, capaz de producir una transformación fotoquímica. Einstein explicó la existencia de este límite (como también la del límite o umbral rojo del efecto fotoeléctrico, § 68.2) por el carácter cuántico de la absorción de la luz por la substancia. Para que se produzca la transformación fotoquímica de una molécula de la substancia es necesaria cierta energía \mathcal{E}_a , denominada *energía de activación* de la transformación dada. Un cuanto de luz puede producir la transformación si su energía $h\nu \geq \mathcal{E}_a$. Por lo tanto, la frecuencia mínima ν_0 de la luz químicamente activa (umbral rojo) se determina por la igualdad

$$h\nu_0 = \mathcal{E}_a, \quad \text{o} \quad \nu_0 = \mathcal{E}_a/h. \quad (68.8)$$

3. En una serie de casos las acciones fotoquímicas de la luz se subordinan a la *relación fotoquímica de Einstein: cada fotón absorbido por una substancia, sólo puede provocar la transformación fotoquímica de la molécula que la absorbió*. De aquí se sigue que el número de moléculas de la substancia que sufren la reacción fotoquímica al ser absorbida una unidad de energía de luz incidente ($\mathcal{E} = 1$) es inversamente proporcional a la energía $h\nu$ de un fotón (a condición de que $\nu \geq \nu_0$):

$$N \sim \frac{1}{h\nu} = \frac{\lambda}{hc}, \quad (68.9)$$

donde $\lambda = c/\nu$ es la longitud de onda de la luz.

La relación fotoquímica de Einstein no se cumple con frecuencia y a cada cuanto absorbido corresponde no una,

El límite rojo del efecto fotoeléctrico sólo depende del trabajo de salida del electrón, o sea, de la naturaleza química del metal y del estado de su superficie. De este modo se explica la segunda ley del efecto fotoeléctrico.

Finalmente, el número total n de fotoelectrones que abandonan la superficie del metal por unidad de tiempo debe ser proporcional al número de fotones n' que, en este mismo tiempo, inciden sobre dicha superficie ($n \sim n'$). Si designamos por E la iluminación de la superficie, proporcional a la intensidad de la luz, el número de fotones que incide cada segundo sobre la superficie será $n' \sim E/h\nu$. Así se demuestra la tercera ley del efecto fotoeléctrico externo: el número de fotoelectrones que se desprenden del metal por segundo es proporcional a la intensidad de la luz.

Todo lo dicho anteriormente sobre el efecto fotoeléctrico se refiere al caso en que un fotón es absorbido por un electrón del metal. Cuando las intensidades de la luz son muy grandes, como ocurre, por ejemplo, en la irradiación por láser (§ 79.3), un electrón puede absorber dos fotones exactamente iguales. En este caso las leyes del efecto fotoeléctrico se infringen. En particular, no se cumple la ley del umbral rojo. En efecto, dos fotones iguales, de energía $2h\nu$, se manifiestan como un fotón de doble frecuencia, ya que $2h\nu = h(2\nu)$. Esto significa que la frecuencia de la luz parece duplicarse. En la absorción multifotónica simultánea la frecuencia de la luz se hace igual a algo así como $n\nu$ (donde n es un número entero) y la condición de límite rojo del efecto fotoeléctrico (véase (68.5)) no se cumple.

4. Las fórmulas (68.4) y (68.5) se pueden unificar en una fórmula conveniente para comprobar por vía experimental la ecuación de Einstein:

$$eu_0 = h(\nu - \nu_0). \quad (68.6)$$

La confirmación de que la fórmula (68.6) es correcta se reduce a determinar con ella la constante de Planck:

$$h = eu_0/(\nu - \nu_0).$$

Experimentalmente hay que determinar el valor de tensión ($-u_0$) con el cual desaparece la corriente fotoeléctrica. Después es necesario construir gráficamente la dependencia de eu_0 respecto de ν . Esta dependencia se expresa mediante las rectas representadas en la fig. 68.3 para tres metales: el aluminio, el zinc y el níquel. Los puntos representan los

resultados de las mediciones de eu_0 con distintas frecuencias. Se ve que todas las rectas son paralelas entre sí, siendo su inclinación independiente de la naturaleza del metal. Por el ángulo entre las rectas y el eje de abscisas se puede determinar la constante de Planck: $\text{tg } \alpha = hK$, donde K

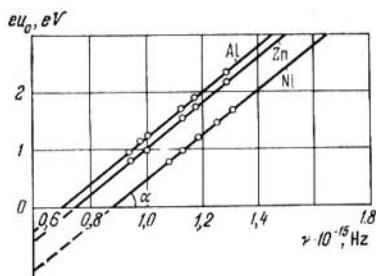


Fig. 68.3.

es la relación entre las magnitudes dimensionales tomadas como unidades de escala sobre los ejes eu_0 y ν .

En los experimentos más exactos, realizados en 1928 por P. I. Lukirski y S. S. Prilezháev, el tubo de vacío

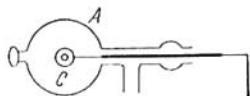


Fig. 68.4.

representado en la fig. 68.4 era un condensador esférico. La esfera de vidrio plateada por dentro era la armadura externa y desempeñaba el papel de ánodo A. El cátodo K tenía la forma de una esferita del metal que se investigaba. En este dispositivo, sobre el ánodo inciden todos los electrones —que poseen una velocidad inicial v_0 tal, que $mv_0/2 \geq e|u|$, donde $u < 0$ es la tensión retardadora. Esto eleva la exactitud con que se determina la velocidad máxima de los fotoelectrones v_0 y permite determinar con la mayor precisión la constante de Planck.

El valor medio de h , obtenido en los experimentos más exactos sobre el efecto fotoeléctrico externo resultó ser igual a $6,543 \cdot 10^{-34}$ J·s. Esto está de acuerdo con los resultados obtenidos por otros procedimientos. Por lo tanto se ha confirmado que son correctas la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico y las ideas de éste sobre el carácter cuántico de la interacción de la luz con los electrones durante el efecto fotoeléctrico.

5. El carácter cuántico de la interacción de la luz con la sustancia se pone de manifiesto en que el efecto fotoeléctrico carece de inercia. Desde el punto de vista ondulatorio, a la luz le hace falta cierto tiempo para que la onda electromagnética, aunque su intensidad sea grande, pueda «sacudir» el electrón en el metal y arrancarlo de su superficie (§ 53.6).

Las propiedades cuánticas de la luz, la concentración de la energía de radiación en porciones aisladas (cuantos), tienen como consecuencia la alta temperatura del gas fotónico. Comparemos, por ejemplo, la energía de un fotón de luz visible (de frecuencia $\nu \approx 10^{15}$ Hz) con la energía cinética media del movimiento térmico desordenado de las moléculas de un gas. Según la fórmula (26.8) la energía cinética media de las moléculas correspondiente a un grado de libertad es $kT/2$, donde k es la constante de Boltzmann y T , la temperatura absoluta. Partiendo de la condición $h\nu = kT/2$ se puede hallar que solamente a una temperatura del orden de 10^5 K tendrá la molécula del gas la misma energía que tiene un cuanto de luz visible. Las propiedades cuánticas se manifiestan con especial claridad en todos los fenómenos en que se produce la interacción de luz de onda corta con la sustancia.

§ 68.4. Acción fotoquímica de la luz

1. La luz que absorben las sustancias puede producir la transformación química de éstas. Los procesos químicos que ocurren por la acción de la luz se llaman *reacciones fotoquímicas*. A estas reacciones pertenece la descomposición de moléculas en sus partes componentes. Por ejemplo, si a la acción de la luz se somete vapor de bromo, la molécula Br_2 se disocia en dos átomos Br. La molécula de bromuro de plata AgBr se descompone por la acción de la luz en átomos de plata y bromo.

Como demostró K. A. Timiriázev, en las partes verdes de las plantas, bajo la acción de la luz solar tienen lugar reacciones fotoquímicas cuyo resultado final es la formación de los hidrocarburos necesarios para la existencia de los vegetales y animales.

2. Las transformaciones fotoquímicas transcurren de acuerdo con la ley de Bunsen—Roscoe: *la masa m de substancia que reacciona fotoquímicamente es proporcional a la energía \mathcal{E} de la luz absorbida,*

$$m = C\mathcal{E}. \quad (68.7)$$

El coeficiente de proporcionalidad C depende del carácter de la reacción fotoquímica y de la frecuencia de la luz ν . Para cada reacción fotoquímica existe su *límite* o *umbral rojo*, es decir, cierta frecuencia mínima ν_0 a partir de la cual la luz empieza a ser químicamente activa, o sea, capaz de producir una transformación fotoquímica. Einstein explicó la existencia de este límite (como también la del límite o umbral rojo del efecto fotoeléctrico, § 68.2) por el carácter cuántico de la absorción de la luz por la substancia. Para que se produzca la transformación fotoquímica de una molécula de la substancia es necesaria cierta energía \mathcal{E}_a , denominada *energía de activación* de la transformación dada. Un cuanto de luz puede producir la transformación si su energía $h\nu \geq \mathcal{E}_a$. Por lo tanto, la frecuencia mínima ν_0 de la luz químicamente activa (umbral rojo) se determina por la igualdad

$$h\nu_0 = \mathcal{E}_a, \quad \text{o} \quad \nu_0 = \mathcal{E}_a/h. \quad (68.8)$$

3. En una serie de casos las acciones fotoquímicas de la luz se subordinan a la *relación fotoquímica de Einstein: cada fotón absorbido por una substancia, sólo puede provocar la transformación fotoquímica de la molécula que la absorbió*. De aquí se sigue que el número de moléculas de la substancia que sufren la reacción fotoquímica al ser absorbida una unidad de energía de luz incidente ($\mathcal{E} = 1$) es inversamente proporcional a la energía $h\nu$ de un fotón (a condición de que $\nu \geq \nu_0$):

$$N \sim \frac{1}{h\nu} = \frac{\lambda}{hc}, \quad (68.9)$$

donde $\lambda = c/\nu$ es la longitud de onda de la luz.

La relación fotoquímica de Einstein no se cumple con frecuencia y a cada cuanto absorbido corresponde no una,

sino varias moléculas participantes en las reacciones fotoquímicas. Por ejemplo, la reacción de composición del HCl a partir del H_2 y del Cl_2 se produce a la luz en forma de reacción en cadena acompañada de explosión. La luz sirve en este caso de estímulo para que empiece el proceso fotoquímico, que luego se desarrolla independientemente.

§ 68.5. Masa e impulso del fotón. La presión luminosa desde el punto de vista cuántico

1. Hasta ahora, desarrollando la idea de Einstein sobre los cuantos de luz o fotones sólo hemos hablado de que el fotón tiene la energía $\epsilon_f = h\nu$. Pero si se profundizan estas ideas sobre la naturaleza cuántica de la luz y se considera que la luz es la propagación en el espacio de los fotones, que se comportan como un flujo de partículas peculiares, hay que considerar también que el fotón tiene masa e impulso. Que tiene la masa m se infiere de la relación mutua general entre la energía y la masa en la teoría de la relatividad (§ 16.1): $\mathcal{E} = mc^2$, o $m = \mathcal{E}/c^2$. Para el fotón $\mathcal{E} = \mathcal{E}_f = h\nu$, por consiguiente,

$$m_f = h\nu/c^2. \quad (68.10)$$

El fotón difiere esencialmente de los cuerpos macroscópicos y de las partículas elementales (que se estudiarán en el cap. 83). Esta diferencia consiste en que el fotón no tiene masa en reposo m_0 . En otras palabras, no existen fotones en reposo. Esta conclusión no debe asombrarnos. Si se «para» un rayo de luz que se propaga, la luz deja de existir; esto quiere decir que los fotones son absorbidos por los átomos y las moléculas de la substancia. La energía de los fotones se transforma totalmente en otras formas de la energía. Por ejemplo, cuando la luz es absorbida por los metales, la energía de los fotones se transmite, en particular, a los fotoelectrones que durante el efecto fotoeléctrico se arrancan de la superficie del metal.

2. La inexistencia de masa en reposo m_0 del fotón demuestra que la representación cuántica creada por Einstein de la naturaleza de la luz no es un retorno a la teoría corpuscular de Newton. Según Newton, las partículas de luz (corpúsculos) son partículas mecánicas ordinarias. Desde el punto de vista moderno estas partículas deberían tener masa en reposo ($m_0 \neq 0$). En su tiempo, Lomonósov, al criticar

la concepción newtoniana de la naturaleza de la luz, indicó justamente que, si la teoría corpuscular fuera cierta, deberían producirse colisiones entre los corpúsculos de luz y al cruzarse dos rayos luminosos se producirían en ellos «perturbaciones».

3. La masa de la partícula de luz (fotón) se debe considerar como «masa de campo». Esto significa que la luz posee una masa que depende del campo electromagnético de la onda luminosa. El hecho de que la luz tiene energía ha sido ya aclarado en lo expuesto anteriormente. Pero a toda energía corresponde una masa, ya que según la teoría de la relatividad $\mathcal{E} = mc^2$. Si en esta fórmula se entiende por \mathcal{E} la energía del campo electromagnético de la onda luminosa, deberá entenderse por masa m la masa del campo electromagnético de dicha onda. De este modo llegamos a un resultado muy importante. Tienen energía y masa no sólo las substancias. El campo electromagnético también posee energía y masa. La substancia es una de las formas de la materia que se estudia en la física y en otras ciencias naturales. Otra forma de la materia que se estudia en la física son los distintos campos. El campo electromagnético es uno de estos campos. El hecho de que el campo electromagnético tenga energía y masa —propiedades importantísimas de la materia— es una demostración muy convincente de la materialidad del campo electromagnético.

4. Además de energía y masa, el fotón tiene impulso p_f . La relación entre la energía del fotón y su impulso se deduce de la fórmula general de la teoría de la relatividad (§ 16.3), que nosotros extendemos a las partículas que carecen de masa en reposo:

$$\mathcal{E} = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}.$$

Para el fotón $m_0 = 0$ y

$$p_f = \frac{\mathcal{E}_f}{c} = \frac{h\nu}{c} = m_f c, \quad (68.11)$$

donde m_f es la masa del fotón. La fórmula (68.11) recuerda mucho el conocido resultado de la mecánica clásica acerca de que si un cuerpo de masa m se mueve con la velocidad v , su impulso $p = mv$. La fórmula (68.11) demuestra que, para los fotones, la relación de su impulso p_f con la velocidad c tiene esa misma forma.

Utilizando la relación relativista entre la masa y la energía $m = \epsilon/c^2$, escribimos la expresión del impulso relativista de la forma $p = (\epsilon/c^2) v$. Para el fotón $v = c$ y, por lo tanto, $p_f = \epsilon_f/c = hv/c$.

En una serie de casos el impulso del fotón se expresa de otra forma. Recordaremos que, en óptica, se entiende por número de onda k el número de longitudes de onda que cabe en una longitud igual a 2π metros: $k = 2\pi/\lambda$ (§ 56.2). La fórmula (68.11) se puede escribir así:

$$p_f = \hbar \frac{v}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} k = \hbar k, \quad (68.12)$$

donde \hbar es la constante de Planck. El valor de \hbar se ha determinado con gran exactitud (§ 14.3).

Como se sabe, el impulso es una magnitud vectorial. Para determinar la dirección del vector impulso del fotón procedemos del modo siguiente. Introducimos el concepto de *vector de onda* k , que numéricamente es igual a $2\pi/\lambda$, y cuya dirección coincide con la de propagación de la luz. Entonces la fórmula (68.12) se puede escribir en la forma vectorial:

$$\mathbf{p}_f = \hbar \mathbf{k}. \quad (68.12')$$

5. Hemos explicado que el fotón, lo mismo que cualquier partícula o cuerpo en movimiento, posee energía, masa e impulso. Volvamos a escribir las fórmulas de estas tres magnitudes físicas que pueden llamarse *características corpusculares del fotón*:

$$\epsilon_f = hv; \quad m_f = hv/c^2; \quad p_f = hv/c. \quad (68.12'')$$

Esta denominación subraya que características semejantes tienen todos los cuerpos y partículas (corpúsculos). Llamamos la atención sobre el hecho de que las tres características corpusculares del fotón están relacionadas con una característica *ondulatoria* importantísima de la luz, su frecuencia ν . Esta relación no es casual. Tiene una causa profunda que se explicará en el § 68.7.

6. Una demostración experimental de que el fotón tiene impulso es la *presión luminosa*, que se estudió en el § 59.3*). Allí consideramos esta cuestión desde el punto de vista de la naturaleza ondulatoria de la luz. La presión luminosa se interpreta con mucha naturalidad y sencillez desde el punto

*) Debemos advertir que la existencia de la masa del fotón no se puede descubrir de un modo experimental directo.

de vista cuántico. En efecto, la presión de la luz sobre la superficie de un cuerpo es el resultado de que, al chocar con ella, cada fotón le transmite su impulso. De forma semejante la presión de un gas sobre la pared de un recipiente se debe a la transmisión del impulso de sus moléculas a la superficie de la pared (§ 17.3).

Supongamos que sobre la superficie de un cuerpo cualquiera y en dirección perpendicular a ella, por ejemplo, incide luz. Supongamos también que, por unidad de tiempo, inciden sobre la unidad de área de la superficie del cuerpo n fotones. Una parte de ellos es absorbida por el cuerpo y cada uno de los fotones le transmite su impulso $p_f = \hbar v/c$. La otra parte de los fotones se refleja. El fotón reflejado es despedido por la pared especular en sentido contrario con el impulso $-p_f$. Por lo tanto, el impulso total transmitido al cuerpo por el fotón reflejado será $p_f - (-p_f) = 2p_f = 2\hbar v/c$. La presión de la luz sobre la superficie es numéricamente igual al impulso que los n fotones que inciden sobre la unidad de área del cuerpo le transmiten por segundo. Llamando R al factor de reflexión de la luz en una superficie arbitraria, el número de fotones reflejados será Rn , y el de fotones absorbidos $(1 - R)n$. De este modo, la presión de la luz será

$$p = Rn \frac{2\hbar v}{c} + (1 - R)n \frac{\hbar v}{c} = \frac{n\hbar v}{c} (1 + R)$$

El producto $n\hbar v = \mathcal{E}$ es la energía de todos los fotones que inciden sobre la unidad de área por unidad de tiempo. Como sabemos, esto es la intensidad de la luz (§ 55.3). La relación $\mathcal{E}/c = w$ es la densidad volumétrica de la energía de la luz incidente (§ 59.2). Así, pues, la presión de la luz se expresa por la fórmula

$$p = w (1 + R). \quad (68.13)$$

Esta fórmula la obtuvo por primera vez Maxwell en su teoría electromagnética de la luz y fue confirmada por los experimentos de Lébedev (§ 59.3).

§ 68.6. Noción del efecto Compton

1. En 1923, A. Compton observó la dispersión de los rayos X de longitud de onda λ determinada, por cuerpos ligeros, como el grafito, la parafina y otros. Los conocimientos

iniciales acerca de los rayos X se dieron a conocer en el § 61.1. Los rayos X son ondas electromagnéticas con longitudes de onda más cortas que las de los rayos ultravioletas de onda corta. El esquema de los experimentos de Compton se representa en la fig. 68.5. Los rayos X monocromáticos que se generan en el tubo de rayos X *A*, pasan a través de los diafragmas *B* y, en forma de haz estrecho se dirigen sobre la substancia ligera dispersora *C*. Los rayos dispersos

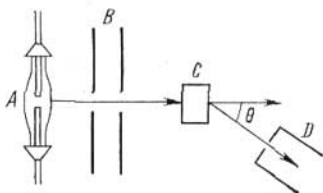


Fig. 68.5.

bajo el ángulo θ se registran en un receptor de rayos X (espectrógrafo de rayos X) *D*, en el cual se mide su longitud de onda. Los experimentos de Compton demostraron que los rayos X dispersos tienen una longitud de onda λ' mayor que la longitud de onda λ de los rayos incidentes. Resultó que la diferencia $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ sólo depende del ángulo de dispersión θ y no de las propiedades de la substancia dispersora ni de la longitud de onda de la luz incidente:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_C \text{ sen}^2 (\theta/2). \quad (68.14)$$

La longitud λ_C resultó ser constante para todas las substancias: $\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12}$ m. Esta magnitud recibe el nombre de *longitud de onda de Compton*, y el fenómeno mismo, el de *efecto Compton*.

2. De la fórmula (68.14) y de la constancia de la longitud de onda de Compton λ_C se sigue que el crecimiento de la longitud de onda al dispersarse los fotones en los electrones será máximo cuando $\theta = \pi$, es decir, cuando el fotón, después de la dispersión, sale despedido hacia atrás, en sentido contrario a la dirección inicial de su movimiento. Efectivamente, cuando $\theta = \pi$,

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda_{\text{máx}} = 2\lambda_C.$$

En este caso el electrón en que tiene lugar la dispersión, llamado electrón de rechazo, adquiere la energía cinética máxima.

3. El efecto Compton no se puede explicar satisfactoriamente desde el punto de vista ondulatorio de la naturaleza de la luz. En efecto, la dispersión de la luz se considera en la teoría electromagnética como sigue (§ 62.8). Bajo la influencia de la onda electromagnética luminosa se producen en la substancia ondas electromagnéticas secundarias *de la misma longitud*. Desde el punto de vista cuántico, el efecto Compton, lo mismo que el efecto fotoeléctrico y la acción fotoquímica de la luz, es resultado de la interacción de los fotones de la radiación incidente con los electrones de los átomos o de las moléculas. La ley de conservación de la energía permite enunciar una afirmación general. Si la dispersión de la luz en una substancia no conlleva la generación de nuevos fotones de la misma frecuencia*), la energía $h\nu$ del fotón incidente debe gastarse parcialmente en unos procesos cualesquiera, excepto en la aparición del fotón disperso de energía $h\nu'$. Aquí $\nu' = c/\lambda'$ es la frecuencia de la luz dispersa. Según la ley de conservación de la energía

$$h\nu = h\nu' + \mathcal{E}_1, \quad (68.15)$$

donde $\mathcal{E}_1 > 0$ es la energía que pierde el fotón en los procesos no luminosos. En el efecto Compton la dispersión de los rayos X se produce en los electrones de los átomos de substancias ligeras, o sea, con pequeña carga Z del núcleo (§ 71.1). La energía \mathcal{E}_1 se transmite a un electrón que puede considerarse prácticamente casi libre, es decir, ligado débilmente con el núcleo de su átomo. De la fórmula (68.15) se sigue que $h\nu > h\nu'$, o sea, $\nu > \nu'$ y, por consiguiente, $\lambda < \lambda'$. Así, en la dispersión de los rayos X se produce un aumento de la longitud de onda, fenómeno que fue descubierto por Compton.

4. Para calcular la longitud de onda de Compton λ_C hay que aplicar al problema de la dispersión de un fotón por un electrón las leyes de conservación del impulso y de la energía. Para simplificar el cálculo vamos a suponer que, que hasta que se produce el choque, el electrón se encuentra en reposo en el sistema de referencia dado y que, después del choque, el electrón y el fotón salen despedidos en sentidos opuestos (choque central, fig. 68.6). Las ecuaciones del impulso y de

*) En el § 79.4 se estudiará cómo surge la luz en los llamados generadores cuánticos, en los cuales tiene lugar este fenómeno.

la energía toman la forma

$$p_f = -p'_f + p, \quad \varepsilon_f + \mathcal{E}_0 = \varepsilon'_f + \mathcal{E}. \quad (68.16)$$

Aquí p es el impulso del electrón, y \mathcal{E}_0 y \mathcal{E} , son sus energías antes y después del choque. Elevamos al cuadrado ambas igualdades y tenemos en cuenta que la energía y el impulso del fotón están relacionados

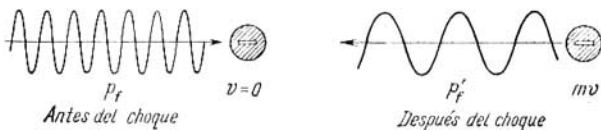


Fig. 68.6.

por la expresión $\varepsilon_f = p_f c$, y la energía y el impulso del electrón, por la fórmula $\mathcal{E}^2 = \mathcal{E}_0^2 + p^2 c^2$. Después de hacer transformaciones se obtiene

$$4\varepsilon_f \varepsilon'_f = 2\mathcal{E}_0 (\varepsilon_f - \varepsilon'_f). \quad (68.17)$$

Tomando en consideración que $\varepsilon_f = hc/\lambda$ y $\mathcal{E}_0 = m_0 c^2$ y siendo m_0 la masa en reposo del electrón, reducimos (68.17) y la forma $(\frac{\lambda'}{hc} - \frac{\lambda}{hc}) m_0 c^2 = 2$, o definitivamente,

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2h/(m_0 c). \quad (68.18)$$

Comparando con (68.14), obtenemos la expresión de la longitud de onda de Compton:

$$\lambda_C = h/m_0 c. \quad (68.19)$$

5. Vamos a demostrar que un electrón libre no puede absorber la energía de un fotón. Efectivamente, supongamos que el fotón incide sobre un electrón libre, en reposo, de la substancia y es absorbido por él. Al ocurrir esto deben satisfacerse dos leyes de conservación:

$$(m - m_0) c^2 = h\nu \quad \text{y} \quad mv = h\nu/c. \quad (68.20)$$

La primera de las ecuaciones (68.20) expresa la ley de conservación de la energía; la segunda, la ley de conservación del impulso. Aquí m es la masa relativista del electrón; m_0 , su masa en reposo, y v , su velocidad después de absorber el fotón. Es fácil demostrar que las dos ecuaciones (68.20) no se pueden cumplir al mismo tiempo con valores finitos arbitrarios de v . Proponemos al lector que compruebe esto por su cuenta. La imposibilidad de que se cumplan simultáneamente las ecuaciones (68.20) tiene el sentido físico siguien-

te: los electrones libres no pueden absorber la luz. Lo contrario contradiría las leyes de conservación de la energía y el impulso. La absorción fotoeléctrica de la luz sólo se puede producir en los electrones «ligados» que se encuentran, por ejemplo, en los átomos de los gases, en los sólidos y en otros sistemas de partículas. En este caso las leyes de conservación de la energía y el impulso toman una forma algo distinta de la del sistema de ecuaciones (68.20):

$$(m - m_0) c^2 + W = h\nu, \quad mv + p = h\nu/c. \quad (68.21)$$

La diferencia consiste en que aparecen dos nuevas magnitudes: W , que es la energía de enlace del electrón con el sistema en que se encuentra, y p , que es el impulso transmitido al sistema durante el efecto fotoeléctrico. Las ecuaciones (68.21) se pueden resolver unívocamente con valores finitos arbitrarios de ν . Esto significa que es posible la absorción de cuantos de luz (fotones) por los electrones «ligados».

§ 68.7. Dualidad ondulatoria-corpúscular de las propiedades de la luz

1. En este capítulo hemos estudiado una serie de fenómenos que sirven para demostrar las propiedades cuánticas de la luz. Pero en capítulos anteriores (véanse los cap. 61—64) se expusieron los fenómenos de interferencia, difracción y polarización de la luz, que confirman convincentemente que la luz tiene naturaleza ondulatoria, electromagnética. Se plantea la pregunta: ¿qué es entonces la luz? «¿Debemos acaso considerar que la luz está constituida por corpúsculos el lunes, martes y miércoles, mientras hacemos experimentos con el efecto fotoeléctrico y el efecto Compton, y figurárnosla como ondas el jueves, viernes y sábado, cuando trabajamos con los fenómenos de difracción e interferencia?» Estas palabras son del físico inglés W. Bragg. La pregunta que él hace de esta forma se puede plantear de esta otra: ¿qué es la luz, unas ondas electromagnéticas emitidas por la fuente de luz, o un flujo de fotones lanzados al espacio con la velocidad c de la luz en el vacío por dicha fuente?

Sin profundizar parece que estos dos puntos de vista sobre las propiedades de la luz, el ondulatorio (electromagnético) y el cuántico (corpúscular), se excluyen entre sí. Una serie de indicios de las ondas y las partículas son efectivamente opuestos. Por ejemplo, las partículas en movimiento (foto-

nes) se encuentran en determinadas regiones del espacio, y la onda que se propaga debe considerarse como «difuminada» en el espacio y no puede hablarse de localización de la onda progresiva en una determinada región del espacio. La necesidad de atribuir a la luz, por una parte, propiedades ondulatorias, y por otra, cuánticas, corpusculares, de la impresión al principio de que nuestros conocimientos de las propiedades de la luz son incompletos. Hasta surge la idea de que la dualidad de las propiedades de la luz es artificial y que toda la diversidad de fenómenos citados se puede explicar basándose en un solo punto de vista sobre las propiedades de la luz, ya sea el cuántico o el ondulatorio.

2. El desarrollo de la óptica, todo el conjunto de los fenómenos ópticos, han demostrado que la propiedad de la continuidad característica del campo electromagnético de la onda luminosa no se debe contraponer a las propiedades de discontinuidad características de los fotones. La luz tiene propiedades complejas ondulatorio-corporales: posee *al mismo tiempo* propiedades ondulatorias y cuánticas. Son características de la luz las propiedades ondulatorias de las ondas electromagnéticas continuas y las propiedades cuánticas discretas de los fotones. La naturaleza dual de la luz tiene su expresión en las fórmulas (68.12"), que definen las características fundamentales de los fotones. Como se ve en estas fórmulas, las características corpusculares del fotón (energía ϵ_f , impulso p_f y masa m_f) están ligadas con la característica ondulatoria de la luz, su frecuencia ν .

En la manifestación de las propiedades duales, contradictorias de la luz existe una regularidad importante. En la radiación de onda larga (por ejemplo, en la luz infrarroja) las propiedades cuánticas se manifiestan en grado pequeño y el papel fundamental lo desempeñan las propiedades ondulatorias. Un grupo grande de fenómenos ópticos (interferencia, difracción y polarización) se explican totalmente en la óptica ondulatoria. Pero si nos «desplazamos» por la escala de las ondas electromagnéticas (§ 61.1) de izquierda a derecha, es decir, desde las ondas largas hacia el lado de las más cortas, las propiedades ondulatorias de la luz se van manifestando cada vez más débilmente y ceden su puesto a las propiedades cuánticas, que se manifiestan con mayor claridad. Esto se ve, por ejemplo, en la ley del umbral rojo del efecto fotoeléctrico y en la existencia de este umbral en las reacciones fotoquímicas. Como se demostró en el § 62.5,

la difracción de los rayos X de onda corta sólo se pudo descubrir utilizando como red de difracción la estructura cristalina de los sólidos. De otra forma fue imposible observar las propiedades ondulatorias de dichos rayos.

3. Las propiedades ondulatorias y cuánticas de la luz están relacionadas entre sí. Vamos a examinar esta relación valiéndonos del ejemplo del paso de la luz por la rendija de una pantalla opaca (fig. 68.7). Supongamos que un haz paralelo de rayos monocromáticos pasa por la rendija AB a lo largo del eje de ordenadas. Como sabemos (§ 62.1),

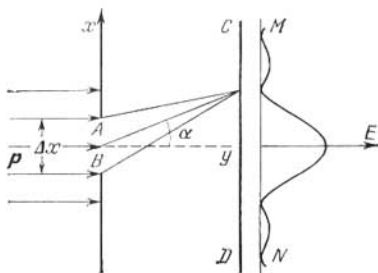


Fig. 68.7.

en la pantalla CD colocada detrás de la rendija aparece una figura de difracción. En cada punto de esta pantalla se observa una iluminación E determinada, proporcional a la intensidad de la luz en este punto. En la fig. 68.7, a la derecha, se representa la distribución de la intensidad de la luz por la pantalla. Se recordará que la intensidad de la luz es proporcional al cuadrado de la amplitud A de la onda luminosa. Por consiguiente, la iluminación E en cada punto de la pantalla es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda luminosa en dicho punto, $E \sim A^2$. Desde el punto de vista cuántico, la formación de la figura de difracción en la pantalla significa que, al pasar la luz por la rendija, se produce una *redistribución* de los fotones en el espacio. Como resultado de esto en distintos puntos de la pantalla incide un número *diferente* de fotones. La iluminación E de la pantalla en un punto dado será tanto mayor cuanto mayor sea la energía total de las fotones que inciden por

unidad de tiempo en este punto. Esta energía es a su vez proporcional al número n_0 de fotones portadores de ella. De este modo, $E \sim n_0$.

Supongamos que sobre la rendija (fig. 68.7) incide un flujo luminoso muy débil, tan débil que pueda considerarse constituido por un número muy pequeño de fotones. En el límite se puede considerar que el flujo está formado por fotones lanzados *uno tras otro*. Cada fotón debe ponerse de manifiesto en el punto de la pantalla en que hace impacto. Sin embargo, las experiencias demuestran que si se debilita el flujo luminoso, o sea, si disminuye la intensidad de la luz, la figura de difracción no varía. La relación determinada entre los sitios brillantes y oscuros de la pantalla, característicos de la difracción en el obstáculo dado, permanece también cuando el flujo luminoso es débil.

En un experimento real es imposible crear un flujo luminoso consistente en fotones lanzados uno tras otro. Para poder hablar de comparación con la experiencia hay que figurarse que el experimento con incidencia de un fotón en un punto cualquiera de la pantalla *se repite muchas veces*. En cada uno de estos experimentos el fotón, con una probabilidad determinada, puede incidir sobre cualquier punto. El resultado de este «tiro al blanco» con fotones, si se observa durante mucho tiempo, es el mismo que si pasara simultáneamente por la rejilla un flujo luminoso constituido por un gran número de fotones. La figura de difracción corresponderá a la distribución real de los sitios brillantes y oscuros de la pantalla, característica de la difracción en el obstáculo dado.

4. Comparemos ahora las expresiones de la iluminación que hemos obtenido antes. De ellas se deduce que $A^2 \sim n_0$. *El cuadrado de la amplitud de la onda luminosa en un punto cualquiera del espacio es proporcional al número de fotones que incide sobre este punto*. En otras palabras, *el cuadrado de la amplitud de la onda luminosa en un punto dado del espacio es la medida de la probabilidad de que los fotones incidan sobre dicho punto*. De este modo, las propiedades ondulatorias y cuánticas de la luz no se excluyen, sino que se complementan entre sí. Expresan las leyes reales de la propagación de la luz y de su interacción con la substancia. Las propiedades cuánticas de la luz se deben a que la energía, el impulso y la masa de la radiación se concentran en partículas (fotones). La probabilidad de que los fotones se encuentren en

distintos puntos del espacio está determinada por las propiedades ondulatorias de la luz, o sea, por la amplitud de la onda luminosa.

De todo lo anterior se deduce que las propiedades ondulatorias son propias no sólo del conjunto de un gran número de fotones lanzados simultáneamente. *Cada fotón independiente posee propiedades ondulatorias.* Las propiedades ondulatorias del fotón se ponen de manifiesto en que es imposible indicar precisamente *en qué punto* de la pantalla incidirá después de pasar por la rendija (fig. 68.7). Sólo puede hablarse de la probabilidad de que *cada fotón* incida sobre tal o cual punto de la pantalla.

Esta interpretación de la relación entre las propiedades ondulatorias y cuánticas de la luz fue propuesta por Einstein y ha desempeñado un papel prominente en el desarrollo de la física moderna.

Capítulo 69

PROPIEDADES ONDULATORIAS DE LAS PARTÍCULAS DE SUBSTANCIA

§ 69.1. Dualidad ondulatoria-corpúscular de las propiedades de las partículas de sustancia

1. En 1924, Louis de Broglie llegó a la conclusión de que la dualidad de las propiedades de la luz, estudiada en el capítulo anterior, debe extenderse a las *partículas de sustancia* (electrones). A la idea de De Broglie se puede llegar partiendo de los razonamientos siguientes*). Hemos visto anteriormente que a medida que aumenta la frecuencia de la luz ν es cada vez más difícil revelar sus propiedades ondulatorias. Si se investigan las ondas electromagnéticas más cortas (rayos γ) (§ 61.1), es casi imposible figurarse que existan las propiedades ondulatorias de la luz. Sabemos que las partículas de sustancia tienen propiedades corpusculares. Pero, ¿no pueden existir ondas, aún más cortas, ligadas

*) La marcha de los razonamientos de De Broglie fue mucho más compleja y su estudio rebasa los límites de las posibilidades de este libro.

a las partículas de substancia? La hipótesis de De Broglie consistía en que el electrón, cuyas propiedades corpusculares (carga, masa) se estudian desde hace ya mucho tiempo y son ordinarias, tiene también *propiedades ondulatorias*, es decir, se comporta en determinadas condiciones *como onda*.

2. De Broglie utilizó la relación (68.12) para el impulso del fotón: $p_f = h/\lambda$, de la cual se sigue que

$$\lambda = h/p_f. \quad (69.1)$$

La idea de De Broglie consistía en que esta relación (69.1) tiene carácter *universal*, válido para cualesquiera procesos

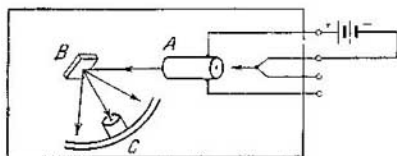


Fig. 69.1.

ondulatorios. A cualquier partícula que tenga un impulso p corresponde una onda cuya longitud se calcula por la *fórmula de De Broglie*:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \quad (69.2)$$

en la que $p = mv$ es el impulso de la partícula; m , su masa, y v su velocidad.

Diremos ya que las ondas de De Broglie, también llamadas ondas electrónicas, *no son ondas electromagnéticas*. De su naturaleza peculiar trataremos más adelante.

3. La hipótesis de De Broglie fue confirmada experimentalmente en 1927. Antes de esto indicó Einstein que si la idea de De Broglie era correcta, con los electrones debería observarse el efecto de difracción. En 1927, C. J. Davisson y L. H. Germer estudiaron la dispersión de los electrones en un monocristal de níquel. El método seguido en el experimento recordaba la experiencia de Compton sobre la dispersión de los rayos X (§ 68.6). El esquema del experimento se muestra en la fig. 69.1.

En el cañón electrónico *A* se generaba un flujo de electrones cuya energía y velocidad se determinaba por medio de la tensión aceleradora creada dentro del cañón. Un haz estrecho de electrones con velocidad dada se dirigía sobre un monocristal de níquel *B* puesto a tierra y se reflejaba en él. El blanco de níquel podía hacerse girar alrededor de un eje perpendicular al plano de la figura. Un receptor de electrones móvil *C* giraba alrededor del mismo eje y registraba los

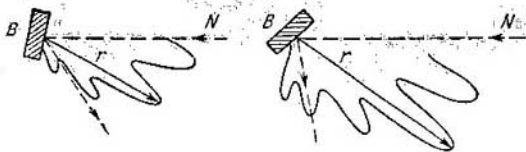


Fig. 69.2.

electrones dispersos por el blanco en distintas direcciones dentro del plano de la figura. Si los electrones se hubieran comportado como partículas clásicas, deberían haberse reflejado en el blanco de acuerdo con las leyes de la óptica geométrica. Pero los experimentos demostraron que la intensidad de los electrones dispersos era distinta en diferentes direcciones, es decir, existían máximos y mínimos del número de electrones dispersos bajo diferentes ángulos, o sea, se observó la difracción de los electrones.

En la fig. 69.2 se muestran los diagramas de distribución, entre las direcciones, del número de electrones dispersos por el blanco *B* en dos de sus orientaciones respecto del haz incidente de electrones *N*. La longitud del radio *r*, trazado desde el centro del blanco, es proporcional al número de electrones dispersos en esta dirección. Se ve claramente que existen máximos y mínimos del número de electrones dispersos bajo diferentes ángulos. Aplicando los métodos que se utilizan para observar la difracción de rayos X en los monocristales (§ 62.7), Davisson y Germer pudieron determinar experimentalmente la longitud de onda de los electrones dispersos. Por otra parte, si un electrón de carga *e* adquiere en el campo eléctrico que lo acelera (con diferencia de potencial $\Delta\phi$) la energía cinética *W*, se puede escribir que

$$W = mv^2/2 = e \Delta\phi,$$

de donde la velocidad del electrón $v = \sqrt{2e \Delta\phi/m}$. Sustituyendo este valor en la fórmula de De Broglie (69.2), obtenemos

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2em\Delta\phi}}. \quad (69.3)$$

En la fórmula (69.3) se pueden sustituir h , e y m por sus valores numéricos. Entonces obtenemos la fórmula definitiva con la cual se calcula la longitud de la onda de De Broglie del electrón que se mueve en un campo eléctrico con una diferencia de potencial $\Delta\phi$:

$$\lambda = \frac{1,225}{\sqrt{\Delta\phi}} \text{ nm}. \quad (69.4)$$

En esta fórmula $\Delta\phi$ debe tomarse en voltios y la longitud de onda resulta en nanómetros. Los valores experimentales de λ obtenidos por Davisson y Germer estaban en completo acuerdo con la longitud de onda calculada por la fórmula (69.4).

4. Poco después de las experiencias de Davisson y Germer, en 1928, las propiedades ondulatorias de los electrones fueron observadas experimentalmente por P. S. Tartakovski (de la Universidad de Leningrado) e, independientemente, por G. P. Thomson. Éstos descubrieron la difracción de los electrones haciendo pasar un haz de electrones a través de capas delgadas de distintos metales (de un orden de espesor de 10^{-7} m) de estructura policristalina. Los experimentos fueron análogos a los que se utilizaron para observar las figuras de difracción de los rayos X producidas por polvos de policristales (§ 62.7). En la fig. 69.3 se reproducen las fotografías de las figuras de difracción obtenidas al pasar los rayos X (izquierda) y un haz de electrones (derecha) a través de películas delgadas de una misma sustancia. Utilizando este método determinó Thomson por la fórmula (69.4) la longitud de onda de De Broglie y luego, valiéndose de las conocidas relaciones de la difracción en estructuras tridimensionales, halló los períodos de las redes cristalinas de los metales a través de los cuales hizo pasar los electrones. Los resultados coincidieron con los datos sobre los períodos de las redes conocidos mediante el análisis estructural por rayos X.

5. En 1949, los físicos soviéticos L. M. Biberman, N. G. Sushkin y V. A. Fabrikant hicieron experimentos de difracción de electrones individuales, *lanzados uno tras otro*.

La intensidad del haz electrónico era tan pequeña en estas experiencias, que sobre la delgada película de metal sólo incidía un electrón a la vez. Este experimento, en principio, es análogo al que hicimos mentalmente en el § 68.7 de «tiro-teo» de la rendija con fotones lanzados sucesivamente. Vimos entonces que, después de repetir muchas veces el «tiro», la figura de difracción óptica en la rendija que se obtiene debe

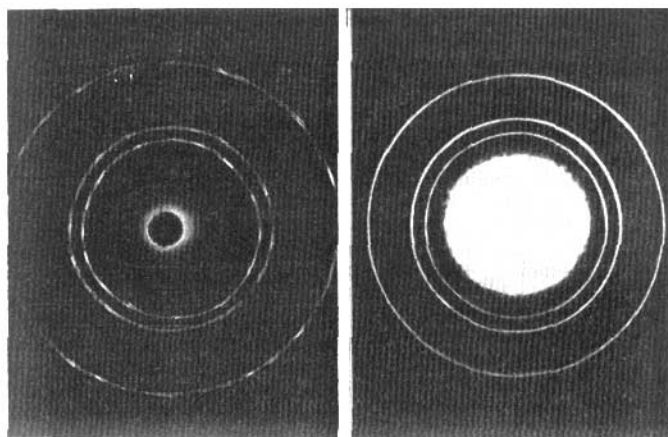


Fig. 69.3.

ser igual que la que resulta de irradiar dicha rendija con un flujo luminoso formado por multitud de fotones. Este mismo fue el resultado obtenido al «disparar» muchas veces sobre la película de la substancia con electrones lanzados uno tras otro. Cuando electrones aislados pasan uno a uno a través de la substancia y se comportan independientemente unos de otros, al fin de cuentas, cuando el experimento se repite muchas veces, aparece la misma figura de difracción que dan los flujos de electrones de intensidad decenas de veces mayor que el utilizado en la experiencia indicada. Esto significa que la figura de difracción se forma también cuando los elec-

trones *pasan individualmente* a través de la substancia. La probabilidad de que los electrones que pasan a través de la substancia incidan en un punto u otro de la pantalla está determinada por las propiedades ondulatorias de los electrones en movimiento, es decir, por la existencia de su onda de De Broglie.

6. Las propiedades ondulatorias de los electrones, que se manifiestan en la difracción de éstos, sólo se observa si la longitud de la onda de De Broglie es del mismo orden de magnitud que las distancias interatómicas de los cristales con que se observa la difracción. En esto se basa el método de investigación de la estructura de la substancia por medio de la difracción de los electrones, llamado *electronografía*. Este método es en esencia semejante al análisis espectral con rayos X (§ 62.7). Los electrones tienen menos poder de penetración que los rayos X. Por eso el método electronográfico resulta ser esencialmente útil para analizar la estructura de las superficies de los sólidos. Por ejemplo, la superficie de los metales a consecuencia de la interacción con el medio ambiente (oxidación y otros procesos) se va destruyendo. Para estudiar los distintos tipos de destrucción se utiliza eficazmente la electronografía. Los aparatos especiales con los cuales se observa la difracción de los electrones se denominan electronógrafos o difractores de electrones.

7. La fórmula (69.2) de De Broglie relaciona entre sí dos características de las partículas, su impulso p y la longitud de su onda de De Broglie λ . La primera de ellas es una característica corpuscular, propia de los corpúsculos o partículas concentradas en una región muy limitada del espacio. La segunda característica, la longitud de onda, es ondulatoria. La fórmula de De Broglie debe considerarse como la expresión de la dualidad ondulatorio-corpuscular de las propiedades de las partículas de substancia. Pero en la física moderna la idea de esta complejidad de las propiedades de las partículas de substancia se hace más profunda, porque a estas partículas se traslada la relación entre la energía total \mathcal{E} de la partícula y la frecuencia de la onda de De Broglie:

$$\mathcal{E} = h\nu = \hbar\omega, \quad (69.5)$$

donde $\hbar = h/2\pi$ y $\omega = 2\pi\nu$ es la frecuencia angular. La fórmula (69.5) se toma de la óptica, donde con ella se relaciona la energía del fotón con su frecuencia (véase (67.4)). Por lo tanto, la relación entre la frecuencia y la energía de la fór-

mula (69.5) adquiere carácter de relación universal válida tanto para los fotones como para las partículas que tienen masa en reposo.

La validez de la relación (69.5) para cualesquiera partículas se infiere de la concordancia con la experiencia de los resultados que con su ayuda se han establecido en la física atómica y nuclear moderna. Alguno de estos resultados lo conoceremos más adelante. Pero antes es necesario estudiar más detalladamente el problema de las propiedades ondulatorias de las partículas de sustancia y las importantes conclusiones a que conduce la dualidad ondulatorio-córpuscular de las propiedades de estas partículas.

§ 69.2. Propiedades ondulatorias de los neutrones, átomos y moléculas

1. No sólo los electrones tienen propiedades ondulatorias. Toda partícula de sustancia que posea cierta masa m y velocidad v debe caracterizarse por una determinada longitud de onda de De Broglie. Esto se ve por la fórmula (69.2) en la cual no hay nada específico del electrón como partícula peculiar. Por vía experimental se ha descubierto el fenómeno de la difracción de los neutrones, partículas que entran en la composición del núcleo atómico (§ 80.3). Poderosas fuentes de neutrones son en la actualidad los reactores nucleares, dispositivos que se estudiarán en el § 82.10.

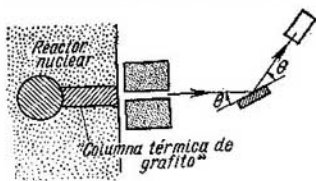


Fig. 69.4.

En la fig. 69.4 se muestra el esquema de un aparato para observar la difracción de los neutrones. Los neutrones procedentes de un reactor nuclear se retardan pasando por una gruesa capa de grafito, llamada «columna térmica de grafito». Como resultado de las numerosas colisiones con los núcleos de carbono, la velocidad de los neutrones disminuye y éstos se convierten en neutrones térmicos. De estos neutrones se trata más detalladamente en el § 82.5. Ahora lo esencial para nosotros es que, después de pasar por la columna de grafito, los neutrones tienen la velocidad y la energía correspondiente a la distribución de Maxwell de las velocidades

a la temperatura T del grafito (§ 25.2). Esto da la posibilidad de calcular la velocidad del flujo de neutrones térmicos. Estos neutrones, después de pasar por una rendija estrecha, sufren la difracción en un cristal y van a parar a un receptor. Tanto el cristal como el receptor giran de tal modo que se conserva la igualdad de los ángulos θ de incidencia y de reflexión de los neutrones. Conociendo la velocidad v de los neutrones y su masa, se puede, aplicando la fórmula (69.2), calcular la longitud de onda de De Broglie asociada a los neutrones en movimiento. Por otra parte, al reflejarse los neutrones bajo un ángulo dado θ , debe cumplirse la condición de Wulff—Bragg (§ 62.7). La reflexión de los neutrones sólo se efectúa en el caso en que λ y θ están relacionadas entre sí por la fórmula

$$2d \operatorname{sen} \theta = n\lambda, \quad (69.6)$$

en la que d es el período de la red del cristal, y n , un número entero. Conociendo la distancia d entre los planos atómicos del cristal, esta condición permite determinar experimentalmente la longitud de onda λ . La coincidencia de los valores de λ , calculados y obtenidos experimentalmente por reflexión de los neutrones, es una demostración convincente de que los neutrones tienen propiedades ondulatorias.

2. La difracción de los neutrones se utiliza para investigar la estructura de los sólidos, especialmente de los cristales que contienen hidrógeno. Esto se debe a que los neutrones interactúan muy intensamente con los núcleos de los átomos, sobre todo con los de hidrógeno. Por eso la dispersión de los neutrones en los átomos hidrogénicos de los cristales da la posibilidad de descubrir los átomos de hidrógeno e investigar su posición en la red cristalina.

La difracción de los rayos X y de los electrones no sirven para estudiar la estructura de estas sustancias. Los rayos X interactúan con los electrones de los átomos, y el átomo de hidrógeno solamente tiene uno. Los electrones, al pasar a través de una sustancia experimentan las interacciones electromagnéticas de los electrones de los átomos y de los protones de sus núcleos. En los cristales hidrogénicos estas interacciones son pequeñas. Resumiendo, la dispersión de los rayos X y de los electrones en el hidrógeno es insignificante y no se puede utilizar para el estudio estructural por rayos X o electronográfico de estos cristales. El método *neutronográfico* es en estos casos muy eficaz.

3. La fig. 69.5 representa el esquema de un *neutronógrafo*, aparato para la investigación de la estructura de los cristales por medio de la difracción de los neutrones. De base para este aparato sirve el mismo dispositivo que se usó para observar la difracción de los neutrones (fig. 69.4). Un haz estrecho de neutrones térmicos incide sobre un cristal que se encuentra en una posición fija respecto del haz. Los neutrones inciden sobre este cristal formando un determinado ángulo θ . En el cristal sólo se reflejan los neutrones que

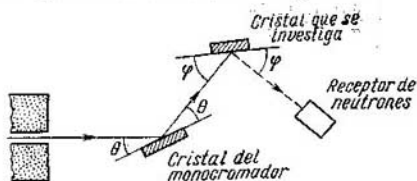


Fig. 69.5.

tienen una longitud de onda de De Broglie determinada, que satisface la relación de Wulff-Bragg. El haz de neutrones reflejado en el cristal es «monocromático», en el sentido de que todos sus neutrones tienen la misma longitud de onda λ de De Broglie. Por esto dicho cristal se llama monocromatizador. El haz monocromático de neutrones, reflejado en dicho cristal, incide después bajo un ángulo ϕ sobre el cristal que se investiga. Este último cristal y el receptor de neutrones giran sincrónicamente, de manera que se conserva la igualdad de los ángulos ϕ de incidencia y de reflexión de los neutrones. Los neutrones van por fin a parar al receptor únicamente en el caso en que el ángulo ϕ y la longitud de onda están ligados entre sí por la relación (69.6) de Wulff-Bragg. Esto da la posibilidad, si se conocen los valores de λ y ϕ , de determinar el valor de la distancia d en el cristal, lo mismo que en el caso de la difracción por rayos X.

4. Poco después de descubrirse las propiedades ondulatorias de los electrones, en 1929, Otto Stern y sus colaboradores descubrieron las propiedades ondulatorias de un haz de átomos y moléculas neutros. Si las moléculas o los átomos tienen en el haz las velocidades correspondientes a la temperatura T , se puede hallar la velocidad v de las moléculas (o átomos). La masa m de la molécula (o átomo) se halla

por la masa molar M , o sea:

$$m = M/N_A,$$

donde N_A es la constante de Avogadro. Entonces, por la fórmula (69.2) se puede calcular la longitud de onda correspondiente al movimiento de los átomos o moléculas. Por ejemplo, a 300 K, para el hidrógeno ($M = 2$ kg/kmol) y el

helio ($M = 4$ kg/kmol) se obtienen longitudes de onda iguales respectivamente a 0,13 y 0,09 nm. Estas longitudes de onda de De Broglie son conmensurables con los períodos de las redes cristalinas de los sólidos. Por eso, si las moléculas y átomos neutros de hidrógeno y helio poseen propiedades ondulatorias, al reflejarse los haces formados por ellos

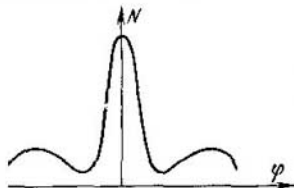


Fig. 69.6.

en la superficie de los cristales deben producirse fenómenos de difracción. Además de la reflexión especular de los átomos (o moléculas) del haz bajo el ángulo de reflexión, igual al de incidencia, en ciertas direcciones deberán observarse máximos de difracción adicionales del número de partículas reflejadas.

Las experiencias de Stern confirmaron plenamente estas conclusiones. La fig. 69.6 representa esquemáticamente los resultados de las mediciones del número de átomos (o moléculas) reflejados en la superficie del cristal en distintas direcciones. En esta figura se ve que además del máximo principal del número de partículas reflejadas, correspondiente a la reflexión especular, se observan máximos de difracción adicionales del número de átomos (moléculas) reflejados. Estos máximos adicionales se deben a las propiedades ondulatorias de las partículas neutras, cuya explicación completa se basa en la fórmula de De Broglie y en las relaciones para la red de difracción bidimensional que es la superficie del cristal.

§ 69.3. Sentido físico de las ondas de De Broglie

1. Por lo dicho en los dos párrafos precedentes se ve que la idea de De Broglie, acerca de que las partículas de sustancia tienen propiedades ondulatorias, fue confirmada

experimentalmente tanto para las partículas con carga (electrones) como para las neutras (neutrones, átomos y moléculas). En relación con esto se nos plantean dos preguntas que requieren respuesta:

a) ¿manifiestan propiedades ondulatorias los cuerpos macroscópicos con que nos encontramos diariamente?

b) ¿qué sentido físico tienen las ondas asociadas a las partículas de substancia en movimiento?

2. La respuesta a la primera pregunta tiene relación con la influencia de la masa m de la partícula y de su velocidad v sobre la longitud de onda de De Broglie. Si se considera el movimiento de un cuerpo de masa $m = 1$ g y velocidad $v = 1$ cm/s, la longitud de la onda de De Broglie correspondiente a este cuerpo será igual a $\lambda = 6,62 \cdot 10^{-27}$ cm. Esta longitud de onda está mucho más allá del límite de la posibilidad de descubrirla en cualquier experimento de difracción, ya que no existen estructuras periódicas cuyo período d sea del orden de 10^{-27} cm. A medida que aumenta la masa m del cuerpo se hace cada vez menos posible detectar las propiedades ondulatorias de los cuerpos macroscópicos.

Cuando se trata del movimiento de partículas de masa muy pequeña, cuyo orden de magnitud es comparable con la masa del electrón o del protón, el resultado es completamente otro. Como se demostró en el párrafo anterior, la longitud de onda de De Broglie de estas partículas es del orden de nanómetros, lo que da la posibilidad de descubrir sus propiedades ondulatorias por vía experimental.

3. Para contestar a la segunda pregunta recordaremos la relación mutua que existe entre las propiedades corpusculares y ondulatorias de la luz que se estudiaron en el § 68.7. Explicamos allí que el cuadrado de la amplitud de una onda luminosa en un punto cualquiera del espacio es proporcional al número de fotones que inciden sobre ese punto. Hasta ahora nos hemos referido a la longitud de onda de la correspondiente partícula, que se mueve con una velocidad determinada. Es evidente que podemos referirnos también a la amplitud de estas ondas. La cuestión acerca de la naturaleza de las ondas asociadas a las partículas de substancia en movimiento se puede formular como pregunta sobre qué sentido físico tiene la amplitud o la intensidad de estas ondas.

Como es sabido, la intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud. Las experiencias sobre la reflexión de electrones y otras partículas en superficies, examinadas en

los §§ 69.1 y 69.2, demuestran que en ciertas direcciones se observan máximos del número de partículas reflejadas. Esto significa que en dichas direcciones se refleja mayor número de partículas que en otras. Desde el punto de vista ondulatorio, la existencia de máximos en algunas direcciones significa que estas direcciones corresponden a la intensidad máxima de las ondas asociadas a las partículas reflejadas. La intensidad de la onda de De Broglie resulta ser mayor donde el número de partículas es mayor. En otras palabras, *la intensidad de la onda de De Broglie en una región dada del espacio determina el número de partículas que inciden en dicha región*. En esto consiste la interpretación estadística, probabilística, de las ondas asociadas a las partículas en movimiento. *El cuadrado de la amplitud de la onda de De Broglie en un punto dado del espacio es la medida de la probabilidad de que la partícula se encuentre en este punto*. La interpretación probabilística de las ondas de De Broglie fue propuesta por Max Born.

Subrayamos una vez más que las ondas asociadas a las partículas en movimiento no tienen nada que ver con la propagación de ningún campo electromagnético ni con las ondas electromagnéticas. Entre las ondas conocidas en la física clásica (electromagnéticas, acústicas, etc.) no hay análogas a las «ondas de probabilidad» asociadas a las partículas de substancia en movimiento.

4. Veamos algunas de las propiedades de las ondas de De Broglie. Calculemos las velocidades de fase y de grupo de la onda de De Broglie de una partícula de masa m y velocidad v . La velocidad de fase de la onda se determina por la fórmula (63.16): $u = \omega/k$. Multiplicando el numerador y el denominador por \hbar y aplicando la fórmula (69.5) y la fórmula (68.12'), que es válida para las ondas de De Broglie, obtenemos

$$u = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{e}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v} > c. \quad (69.7)$$

Vemos que la velocidad de fase de la onda de De Broglie es mayor que la velocidad de la luz en el vacío, puesto que $v < c$. Como se explicó en el § 63.8, esto no contradice la teoría de la relatividad.

La velocidad de grupo de la onda de De Broglie la calculamos por la fórmula (63.18): $U = d\omega/dk$. Si se multiplican por \hbar el numerador y el denominador y se utilizan las mismas fórmulas que nos han servido para calcular la velocidad de fase, obtenemos

$$U = \frac{d\omega}{dk} = \frac{\hbar d\omega}{\hbar dk} = \frac{de}{dp} = v. \quad (69.8)$$

Aquí se ha utilizado también la fórmula $ds = v dp$ (cap. 16, fórmula (16.10)).

La velocidad de grupo de la onda de De Broglie es igual a la velocidad de la partícula. Este resultado subraya la indisoluble relación de las ondas de De Broglie con las partículas en movimiento.

5. El descubrimiento de las propiedades ondulatorias de las partículas de substancia en movimiento constituyó un éxito muy importante de la física moderna. Junto con el carácter cuántico, sólidamente establecido por vía experimental, de las leyes que definen los procesos intraatómicos, el descubrimiento de las propiedades ondulatorias de las partículas de substancia sirvió de base para la creación de la *mecánica cuántica*. Se da este nombre a la parte de la física teórica moderna que estudia las leyes del movimiento de las partículas en la región del micromundo, en escalas de longitud de 10^{-10} — 10^{-15} m. Son objeto del estudio de la mecánica cuántica los átomos, las moléculas, los cristales, los núcleos atómicos y las partículas elementales (electrones, protones, neutrones, mesones, etc.).

Capítulo 70

NOCIÓN DE MECÁNICA CUÁNTICA

§ 70.1. Noción de función de onda

1. Las propiedades ondulatorias de las partículas de substancia y el sentido probabilístico, estadístico de las ondas de De Broglie conduce a que la descripción del movimiento de las micropartículas en la mecánica cuántica tiene un carácter peculiar no clásico. En la mecánica clásica de Newton el movimiento de un cuerpo o partícula bajo la acción de una fuerza se describe por la segunda ley de Newton. En el cap. 8 se estudió detalladamente el problema acerca de que si se dan la posición inicial (es decir, las coordenadas iniciales) y la velocidad inicial de un cuerpo, por la segunda ley de Newton se puede determinar la posición y la velocidad del cuerpo (o partícula) en cualquier instante posterior. En la mecánica clásica el dar las coordenadas y la velocidad del cuerpo en un instante determinado, tomado

como inicial ($t = 0$), es describir totalmente el estado del cuerpo (o partícula). En este caso se supone que las coordenadas y la velocidad iniciales del cuerpo (o partícula) se pueden dar con cualquier grado de exactitud, sólo dependiendo de la calidad de los instrumentos con los cuales se miden las coordenadas y las velocidades.

2. De las experiencias que condujeron al descubrimiento de las propiedades ondulatorias de las partículas de sustancia y del sentido de las ondas de De Broglie se sigue que, en la mecánica cuántica, el estado de una partícula debe darse de otro modo que en la mecánica clásica. Para la mecánica cuántica sólo tiene sentido hablar de la probabilidad de que la partícula se encuentre en un instante dado en un punto determinado del espacio, o, más exactamente, en un volumen infinitesimal ΔV . La diferencia entre la descripción cuántica del estado de una partícula y su descripción clásica consiste en que la descripción más completa del estado viene dada en la primera por la probabilidad de que la partícula se encuentre en el instante t en un volumen infinitesimal ΔV . Según el § 69.3, esta probabilidad está determinada por el cuadrado de la amplitud de la onda de De Broglie. De acuerdo con esto, en la mecánica cuántica se introduce una función $\psi(x, y, z, t)$ de cuatro variables (las tres coordenadas x, y, z , y el tiempo t) llamada *función de onda* (o función psi). Esta función se introduce como sigue: la probabilidad Δw de que la partícula se encuentre en el volumen infinitesimal ΔV es proporcional a $|\psi|^2$ y al elemento de volumen ΔV :

$$\Delta w = |\psi|^2 \Delta V \quad (70.1)$$

En esta fórmula el símbolo $|\psi|^2$ se lee así: cuadrado del módulo de la función psi. Por la fórmula (70.1) se ve que tiene sentido físico no la función ψ misma, sino el cuadrado de su módulo $|\psi|^2$:

$$|\psi|^2 = \Delta w / \Delta V.$$

La magnitud $|\psi|^2$ determina la probabilidad de que la partícula se encuentre en el punto dado del espacio*). En otras palabras, la magnitud $|\psi|^2$ está determinada por la intensidad de las ondas de De Broglie. Por lo tanto, la función ψ , dando la cual se define la posición de la partícula en el espacio, tiene sentido estadístico.

*) La magnitud $|\psi|^2$ se denomina *densidad de probabilidad*.

3. La función de onda ψ es la característica fundamental del estado de los microobjetos que estudia la mecánica cuántica. Esta función satisface la llamada ecuación de Schrödinger, que es la ley fundamental de la mecánica cuántica*). Por su importancia en la mecánica cuántica, la ecuación de Schrödinger es análoga a la ley fundamental (segunda ley de Newton) de la mecánica clásica. De un modo semejante a como en la mecánica clásica, valiéndose de la segunda ley de Newton, se resuelven los problemas relacionados con el movimiento de los cuerpos macroscópicos, en la mecánica cuántica, por medio de la ecuación de Schrödinger, se resuelven los problemas referentes al movimiento de los microobjetos.

La ecuación de Schrödinger tiene especial importancia cuando se trata de describir el movimiento de los electrones en los átomos, moléculas y cristales de los sólidos. Por medio de esta ecuación se puede demostrar que una de las conclusiones más fundamentales de la física moderna es que la energía de los electrones en los átomos, moléculas y cristales no puede tener valores arbitrarios. La energía de los electrones en estos casos sólo puede tener determinados valores discretos. En el léxico de la mecánica cuántica esto quiere decir que los electrones se encuentran en determinados estados energéticos.

El nivel de este libro excluye la posibilidad de estudiar la ecuación de Schrödinger y las conclusiones que de ella pueden sacarse. Pero en el transcurso de la exposición que sigue volveremos a tratar de uno de los problemas más importantes de la mecánica cuántica, acerca de que algunas magnitudes físicas como, por ejemplo, la energía y el momento de impulso (o momento de la cantidad de movimiento), que caracterizan el movimiento de los microobjetos, en determinados casos sólo pueden tener valores discretos.

§ 70.2. Relaciones de indeterminación (de incertidumbre) de Heisenberg

1. Las propiedades ondulatorias de las partículas y el hecho de que sólo pueda darse la probabilidad de que una partícula se encuentre en un punto dado del espacio conduce

*) Erwin Schrödinger propuso esta ecuación en 1926. La ecuación de Schrödinger no se deduce.

a que los conceptos mismos de coordenadas de la partícula y de su velocidad (o impulso) se puedan utilizar en la mecánica cuántica en medida limitada. Esto, hablando en términos generales, no tiene nada de extraño. En la física clásica también hay una serie de casos en que el concepto de coordenadas tampoco sirve para determinar la posición de un objeto en el espacio. Por ejemplo, carece de sentido decir que una onda electromagnética se encuentra en un punto dado del espacio o que la posición del frente de la superficie de onda en el agua se caracteriza por las coordenadas x, y, z . La dualidad ondulatorio-corpúscular de las propiedades de las partículas que se estudian en la mecánica cuántica conduce a que, en una serie de casos, es imposible, en el sentido clásico, caracterizar simultáneamente la partícula por su posición en el espacio (coordenadas) y por su velocidad (o impulso).

2. En el § 61.3 se demostró que si se tiene un tren de ondas, limitado en el espacio, cuya longitud a lo largo del eje x sea Δx , este tren no puede ser monocromático. Para este tren de ondas es inevitable cierta heterocromaticidad, es decir, la existencia de cierto intervalo $\Delta\omega$ de frecuencias de las ondas monocromáticas que integran dicho tren. En vez del intervalo de frecuencias $\Delta\omega$ se puede considerar el intervalo Δk de números de onda. Recuérdese que el número de onda $k = 2\pi/\lambda$. De acuerdo con la fórmula (61.7), entre Δx y Δk existe la relación*):

$$\Delta x \cdot \Delta k \geq 1. \quad (70.2)$$

Esta relación es válida para cualesquiera procesos ondulatorios. Apliquémosla a la onda de De Broglie de una partícula que se mueve a lo largo del eje x y cuyo impulso $p_x = p$ (**). Por la fórmula (69.2) tenemos que $p = h/\lambda$ o, si se introduce la magnitud $\hbar = h/2\pi$, se obtiene

$$p = \frac{2\pi}{\lambda} \hbar = k\hbar. \quad (70.3)$$

Esta misma relación deberá existir entre Δp y Δk , que son las variaciones de las magnitudes p y k :

$$\Delta p = \Delta k \cdot \hbar, \text{ por consiguiente, } \Delta k = \Delta p / \hbar = \Delta p_x / \hbar.$$

*) Cuando la deducción de (61.7) es más rigurosa, el signo \approx se sustituye por \geq .

**) Si la partícula se mueve en una dirección arbitraria, su impulso p tiene tres proyecciones: p_x, p_y y p_z . Si el movimiento es a lo largo del eje x , se tiene que $p_y = p_z = 0$, y, por lo tanto $p_x = p$.

Sustituyendo estas expresiones en (70.2) obtenemos la relación

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar. \quad (70.4)$$

Si la partícula se moviera a lo largo de los ejes y o z , de manera que las proyecciones de sus impulsos sobre los ejes fueran p_y y p_z , obtendríamos relaciones análogas:

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar, \quad (70.5)$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar. \quad (70.6)$$

Las fórmulas (70.4)—(70.6) se llaman *relaciones de indeterminación* (incertidumbre) de Heisenberg, en honor del físico alemán Werner Heisenberg, que las estableció en 1927. En estas fórmulas Δx , Δy y Δz indican las zonas de coordenadas a lo largo de los ejes x , y , z en las cuales se puede encontrar la partícula a que corresponde cierta onda de De Broglie. Al mismo tiempo, las proyecciones del impulso de la partícula sobre los ejes se encuentran respectivamente dentro de los límites Δp_x , Δp_y y Δp_z . Las relaciones de indeterminación demuestran que las coordenadas de la partícula x , y , z y las proyecciones de su impulso p_x , p_y , p_z sobre los respectivos ejes de coordenadas no pueden tener *simultáneamente* valores *exactamente* iguales a x y p_x , y y p_y , z y p_z . Las magnitudes Δx y Δp_x , Δy y Δp_y , Δz y Δp_z , ligadas por las relaciones de indeterminación, no pueden ser iguales a cero simultáneamente. En otras palabras, las coordenadas de la partícula y las proyecciones de su impulso pueden tener valores conocidos únicamente con cierto grado de indeterminación, que se infiere de las fórmulas (70.4)—(70.6).

3. Las relaciones de indeterminación de Heisenberg se pueden ilustrar con el ejemplo del paso de un flujo de electrones por una rendija estrecha. Supongamos que sobre una pantalla opaca con una rendija de anchura AB , paralela al eje x , incide en la dirección del eje y un flujo de electrones con velocidad v (véase la fig. 68.7). A la izquierda de la pantalla cada uno de los electrones tiene un impulso determinado $p = p_y = mv$ y, por lo tanto, $\Delta p_y = 0$. Las proyecciones del impulso sobre los ejes x y z son nulas, $p_x = p_z = 0$. Las coordenadas de cada electrón sobre el eje y pueden ser cualesquiera: el valor de y puede variar desde $-\infty$ hasta 0. De la fórmula (70.5) se sigue que $\Delta y \geq \hbar/\Delta p_y$ cuando $\Delta p_y = 0$, $\Delta y = \infty$. Esto corresponde a una posición totalmente indeterminada del electrón sobre el eje y . En el instante en que el electrón pasa por la rendija, se halla entre sus bordes y la coordenada x del electrón estará entre los límites de la anchura de la rendija AB . Disminuyendo esta anchura se puede disminuir la indeterminación Δx

de la coordenada x a cualesquiera límites necesarios y, por consiguiente, se puede fijar el valor de la coordenada del electrón sobre el eje x con la exactitud que se desee.

Pero, como sabemos por lo anterior, cuando las dimensiones de la rendija son pequeñas, es decir, comparables con la longitud de la onda de De Broglie del electrón, debe observarse una figura de difracción en la distribución de los electrones detrás de la pantalla. En la pantalla fluorescente CD que hay detrás de la rendija, la distribución de los electrones se caracteriza por el máximo principal, situado simétricamente respecto del eje y , y por los máximos secundarios que hay a ambos lados del principal (curva MN de la fig. 68.7). Lo esencial es que si hasta la rendija todos los electrones se movían a lo largo del eje y y por eso no tenían proyecciones del impulso sobre el eje x ($p_x = 0$), después de pasar por ella los electrones se desvían de la dirección inicial del movimiento y adquieren cierto impulso Δp_x a lo largo del eje x . Por la fig. 68.7 se ve que

$$\Delta p_x = p \operatorname{sen} \alpha = (h/\lambda) \operatorname{sen} \alpha, \quad (70.7)$$

si se aplica la fórmula (69.2) para el impulso p . Supongamos para simplificar que sólo tomamos en consideración los electrones que inciden sobre la pantalla CD dentro de los límites del máximo de difracción principal, o sea, dentro de los límites del ángulo entre el eje y y la dirección hacia el primer mínimo de difracción *). La posición de este mínimo en la pantalla está determinada por el hecho de que la diferencia de marcha de las ondas de De Broglie difractadas en los bordes superior e inferior de la rendija debe ser igual a la longitud de onda:

$$\Delta x \cdot \operatorname{sen} \alpha = \lambda. \quad (70.8)$$

Multiplicando término a término las partes izquierdas y derechas de las fórmulas (70.7) y (70.8), obtenemos $\Delta x \cdot \Delta p_x = h$, es decir, una de las relaciones de indeterminación de Heisenberg.

4. Las relaciones de indeterminación, en rigor, son válidas para cualesquiera masas, incluso para los cuerpos macroscópicos. Las limitaciones para la posible aplicación de los conceptos de coordenadas e impulso en su sentido clásico, concernientes a las relaciones de indeterminación, se manifiestan sólo en aquellos casos en que desempeña un papel importante la dualidad ondulatorio-corpúscular de las propiedades de los objetos que se estudian. En los casos en los que la longitud de la onda de De Broglie se hace insignificante (§ 69.3), también tienen poca importancia las limitaciones que introducen las relaciones de indeterminación en la posibilidad de describir el movimiento de las partículas por medio de los conceptos clásicos de coordenadas y velocidad (o impulso).

*). Es fácil demostrar que si se tienen en cuenta los máximos de difracción secundarios, la marcha de los razonamientos y las conclusiones no varían.

En virtud de esto tiene especial importancia la comparación de la ley fundamental del movimiento en la mecánica clásica con el papel de las relaciones de indeterminación. De esta cuestión se trató detalladamente en el § 14.3, en el que, sin embargo, no se pudo poner de manifiesto el verdadero contenido de las relaciones de indeterminación. Recomendamos al lector que vuelva a repasar dicho párrafo y que analice con atención especial las deducciones que allí se hicieron en el p. 5.

5. Además de las relaciones de indeterminación (70.4)—(70.6), entre las coordenadas y los impulsos existe otra relación importante del mismo tipo. Se puede demostrar que si una partícula se encuentra cierto tiempo Δt en estado no estacionario, la energía \mathcal{E} de este estado sólo se puede determinar con una exactitud de hasta la magnitud $\Delta \mathcal{E}$. La indeterminación $\Delta \mathcal{E}$ de la partícula está ligada con el tiempo Δt por la relación, análoga a las (70.4)—(70.6),

$$\Delta \mathcal{E} \cdot \Delta t \geq \hbar, \quad (70.9)$$

también llamada *relación de indeterminación para la energía y el tiempo*. La relación (70.9) se puede obtener partiendo de la condición de heterocromaticidad de principio de un tren de ondas limitado (interrumpido) de la forma (53.22)*

$$\Delta \omega \cdot \Delta t \geq 1, \quad (70.10)$$

donde Δt es la duración del tren de ondas, y $\Delta \omega$, el intervalo de frecuencias de las ondas monocromáticas que componen el tren. Basta recordar la fórmula (69.5) $\mathcal{E} = \hbar \omega$ y escribirla para los incrementos $\Delta \mathcal{E}$ y $\Delta \omega$:

$$\Delta \mathcal{E} = \hbar \cdot \Delta \omega.$$

Determinando de aquí $\Delta \omega = \Delta \mathcal{E} / \hbar$ y sustituyendo este valor en la fórmula (70.10), obtenemos la relación de indeterminación de la forma (70.9). Como se verá más adelante, esta relación desempeña un gran papel en la física atómica y nuclear.

6. Las relaciones de indeterminación de Heisenberg se ligan a veces indebidamente con el nivel de desarrollo actual de la teoría cuántica. No es raro toparse con la afirmación de que estas relaciones no son una limitación en la posibili-

*) En esta relación el signo \approx se sustituye por el \geq cuando la deducción es más rigurosa.

dad de aplicar a las partículas del micromundo los conceptos clásicos de coordenadas e impulsos, sino que únicamente limitan el grado de exactitud con el cual, en un nivel dado de la experiencia y la teoría, se pueden medir al mismo tiempo las coordenadas y los impulsos. Esto significa que con el desarrollo ulterior de la física cuántica quizá pueda darse la posibilidad de determinar al mismo tiempo las coordenadas y los impulsos más exactamente.

Estas opiniones son erróneas. Las relaciones de indeterminación son consecuencia de la existencia objetiva de la dualidad de las propiedades de las partículas del micromundo, es decir, de que tengan propiedades corpusculares y ondulatorias. Estas relaciones acreditan la *objetividad* de las limitaciones existentes en la posibilidad de describir el comportamiento de los microobjetos por medio de los conceptos clásicos de coordenadas e impulsos. En una serie de casos carece de sentido el describir el movimiento de un microobjeto como se hace en la mecánica clásica, o sea, dando en cada instante sus coordenadas e impulso, ya que estos conceptos mismos no pueden aplicarse al microobjeto.

7. Respecto de las relaciones de indeterminación también se plantea la pregunta siguiente: ¿por qué hay que describir el comportamiento de los microobjetos mediante conceptos clásicos, como coordenadas, impulso y otros, si no siempre, ni mucho menos, pueden utilizarse? Porque todo experimento que proporcione información sobre el comportamiento y las propiedades de los microobjetos es macroscópico (la desviación del índice del instrumento, la posición del punto brillante en la pantalla del oscilógrafo, la fotografía de la traza de la partícula, etc.). La acción de todos los instrumentos con que se estudia el comportamiento de las micropartículas en el espacio y con el tiempo, se subordina a la mecánica y electrodinámica clásicas y la información que proporcionan tiene carácter macroscópico, o sea, debe interpretarse en conceptos de la física clásica. Por esto tenemos que aplicar inevitablemente a los microobjetos, aunque sólo sea parcialmente, la descripción clásica valiéndonos de los conceptos clásicos. Y como estos conceptos sólo son aplicables en grado limitado a los objetos que se subordinan a la mecánica cuántica, existen los límites de aplicabilidad de los conceptos clásicos que establecen las relaciones de indeterminación de Heisenberg.

El proceso de interacción de un instrumento con el obje-

to que se estudia recibe el nombre de *medición*. Este proceso tiene lugar en el espacio y tiempo y es un proceso objetivo. Existe, no obstante, una diferencia importante entre la interacción del instrumento con los macro y microobjetos. La interacción del instrumento con un macroobjeto es una interacción entre dos macroobjetos que se describe con grado de exactitud suficiente por las leyes de la física clásica. En este caso se puede considerar que el instrumento no ejerce sobre el objeto que se mide una influencia que no pueda ser tenida en cuenta exactamente en términos (conceptos) de la mecánica o de la electrodinámica clásicas o que pueda hacerse tan pequeña como se quiera.

Cuando el instrumento interacciona con microobjetos se crea una situación distinta. A causa de la naturaleza dual, de existencia objetiva, de los microobjetos, el proceso de medición, por ejemplo, la fijación de una posición determinada de una micropartícula, introduce en su impulso una variación que no puede reducirse a cero y que solamente se puede determinar dentro de los límites de la relación de indeterminación $\Delta p_x \geq \hbar/\Delta x$. Por eso la acción del instrumento sobre la micropartícula no se puede considerar pequeña e insignificante; el instrumento varía el estado del microobjeto. Esta variación es tal, que, como resultado de la medición, determinadas características clásicas de la partícula, como, por ejemplo, su impulso, vienen dados solamente dentro de los marcos limitados por las relaciones de indeterminación.

8. Los resultados del proceso de medición son percibidos por el observador. Esta circunstancia dio motivo a que algunos físicos (y entre ellos, en primer lugar, el propio Heisenberg) atribuyeran al observador un papel especial en la mecánica cuántica. En el sentido filosófico esta concepción es una expresión del idealismo subjetivo. Heisenberg escribió: «Mientras que el objeto de la física clásica lo constituyen sucesos objetivos en el espacio y tiempo, para cuya existencia no tiene importancia su observación, la teoría cuántica examina procesos que, por así decirlo, relumbran en el instante de ser observados y sobre los cuales son absurdas las opiniones físicas intuitivas para el intervalo entre dos observaciones».

Las relaciones de indeterminación no dan pie a estas y otras conclusiones idealistas semejantes que niegan el desarrollo objetivo de los procesos del micromundo.

9. Una de las conclusiones idealistas de las relaciones de indeterminación es la afirmación de que, al parecer, de estas relaciones se infiere la inaplicabilidad del principio de causalidad a los fenómenos que transcurren en el micromundo. A primera vista, superficial, parece que esta afirmación tiene fundamento. Realmente el principio de causalidad requiere que, basándose en el conocimiento en un instante dado del estado de un sistema, se pueda predecir exactamente su estado en cualquier instante posterior. La mecánica clásica de Newton permite que por las coordenadas x_0, y_0, z_0 y las proyecciones de la velocidad v_{x0}, v_{y0}, v_{z0} de cualquier punto material, conocidas en un instante dado t_0 , se pueden hallar, resolviendo la ecuación de su movimiento, las coordenadas y la velocidad del punto en un instante t . Esta concepción se llama *determinismo mecánico*. Pero como las coordenadas y la velocidad de los microobjetos sólo pueden determinarse simultáneamente dentro de los límites de las relaciones de indeterminación, parece que se puede concluir que en el instante inicial t_0 no puede determinarse exactamente el estado del sistema y, por lo tanto, sus estados posteriores tampoco se pueden predecir, o sea, se infringe el principio de causalidad.

En realidad esto no es así. En la mecánica cuántica el concepto mismo de estado de un sistema adquiere otro sentido que en la física clásica y para determinar dicho estado se necesita otro enfoque. El modo más exacto de dar el estado de un microobjeto en la mecánica cuántica es dando su función ψ . Esta función dada para el instante t_0 determina su valor para un instante $t > t_0$. En otras palabras, en la mecánica cuántica, de acuerdo con los requerimientos del principio de causalidad, el estado del microobjeto determinado en cierto instante t_0 predetermina unívocamente sus estados posteriores. A los microobjetos no se puede aplicar el principio de causalidad en la forma tomada de la mecánica clásica y basada en el empleo «ordinario» de los conceptos de coordenadas e impulsos, ya que la naturaleza peculiar de los microobjetos no lo permite.

§ 70.3. Movimiento de una partícula libre

1. En este párrafo y en los sucesivos vamos a examinar varios ejemplos del movimiento de las micropartículas en las condiciones en que sus propiedades ondulatorias deter-

minan el carácter de dicho movimiento y de la energía de las partículas. Al hacer esto tiene gran importancia distinguir dos casos: primero, cuando sobre la partícula no actúa ninguna fuerza (movimiento libre) y segundo, cuando la partícula se mueve bajo la acción de diversas fuerzas (movimiento dependiente). La diferencia entre estos dos casos consiste en que la característica más importante de la partícula en movimiento, su energía \mathcal{E} , no puede tomar valores cualesquiera cuando existen fuerzas que actúan sobre aquélla. Si la partícula, además de la energía cinética K , tiene energía potencial U , su energía total \mathcal{E} es una magnitud *cuantizada*. Una magnitud física se dice que está cuantizada si sólo puede tomar una serie determinada de valores discretos.

2. Primeramente vamos a examinar el caso en que una partícula de masa m se mueve con la velocidad constante v a lo largo de cierta dirección tomada como eje x y ninguna fuerza actúa sobre ella, es decir, su movimiento es libre. El impulso de la partícula $p = mv$ y su longitud de onda de De Broglie $\lambda = h/p$. Al movimiento de la partícula a lo largo del eje x corresponde una onda de De Broglie que se propaga en esta misma dirección y se caracteriza por el número de onda $k = 2\pi/\lambda$. En el capítulo 56 se demostró que la ecuación de una onda plana que se propaga a lo largo del eje x poseyendo una frecuencia determinada ω y un número de onda k , tiene la forma (56.8): $s = A \cos(\omega t - kx)$, en la que A es la amplitud de la onda.

En la mecánica cuántica se demuestra que la ecuación general de la onda de De Broglie plana es la expresión

$$\psi = A (\cos \alpha + i \sin \alpha), \quad (70.11)$$

donde

$$\alpha = \omega t - kx = \frac{\mathcal{E}}{\hbar} t - \frac{p}{\hbar} x. \quad (70.12)$$

Aquí \mathcal{E} y p son, respectivamente, la energía y el impulso de la partícula, e i , la unidad imaginaria (es decir, $i^2 = -1$).

La probabilidad de que la partícula se encuentre en un volumen ΔV se determina por la fórmula (70.1), en la que $|\psi|^2 = \psi\psi^*$ es el cuadrado del módulo de la función ψ , o sea, el producto de ψ por la función ψ^* conjugada compleja de la ψ (en otras palabras, que difiere de ψ por el signo de la

unidad imaginaria). Calculando el producto $\psi\psi^*$, obtenemos

$$\begin{aligned}\psi^2 &= \psi\psi^* = A (\cos \alpha + i \operatorname{sen} \alpha) \cdot A (\cos \alpha - i \operatorname{sen} \alpha) = \\ &= A^2 (\cos^2 \alpha - i \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha + i \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha) = \\ &= A^2.\end{aligned}$$

Así, pues, tenemos una constante, independiente del tiempo de intensidad de la onda de De Broglie. De acuerdo con el sentido físico de las ondas de De Broglie (§ 69.3),

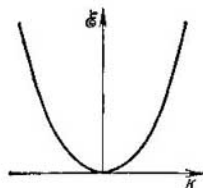


Fig. 70.1.

esto indica que existe una probabilidad igual y constante de que la partícula se encuentre en cualquier punto del eje x . Desde el punto de vista de las relaciones de indeterminación, el movimiento libre de una partícula de impulso p dado exactamente, significa que la posición de esta partícula sobre el eje x se hace indeterminada totalmente. Esto mismo nos dice la igual probabilidad de que la partícula se encuentre en todos los puntos del eje x . La partícula puede moverse con cualquier velocidad v , a lo que corresponde una energía $\mathcal{E} = mv^2/2$, que toma junto con la velocidad v cualesquiera valores posibles.

Expresemos la energía de la partícula por medio de la longitud de onda de De Broglie λ . Por la fórmula (69.2), $\lambda = h/mv$, de donde $v = h/m\lambda$. Sustituyendo este valor en la expresión de la energía, obtenemos

$$\mathcal{E} = \frac{mv^2}{2} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}. \quad (70.13)$$

Finalmente, teniendo en cuenta que $\lambda = 2\pi/k$, se puede expresar la energía \mathcal{E} mediante el número de onda k :

$$\mathcal{E} = \frac{k^2 h^2}{8\pi^2 m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \quad (70.14)$$

En la fig. 70.1 se muestra la parábola que expresa la dependencia de la energía \mathcal{E} de la partícula libre respecto de los números de ondas k de las ondas de De Broglie de la partícula, es decir, respecto de la velocidad $v = \hbar k/m$.

§ 70.4. Partícula en un pozo de potencial rectangular

1. Examinemos ahora el caso de una partícula microscópica cuyo movimiento a lo largo del eje x esté limitado del modo siguiente. Desde el origen de coordenadas $x = 0$ hasta el punto $x = L$ la partícula se mueve libremente. Pero no puede salir fuera de los límites de la región $(0, L)$. Esto significa que en los límites de esta región $(0, L)$, en los puntos $x = 0$ y $x = L$, la energía potencial U de la partícula se hace infinita. Podemos figurarnos, por ejemplo, que la partícula se mueve por el fondo de una caja plana de paredes infinitamente altas y perfectamente reflectoras. En este caso se dice que la partícula se encuentra dentro de un pozo de potencial infinitamente profundo y que su movimiento está limitado por cierta barrera de potencial.

Está claro que este tipo de barreras prácticamente no existe. Pero al estudiar la conductibilidad eléctrica de los metales utilizamos la imagen de que los electrones libres (de valencia) del metal se encuentran dentro de un pozo de potencial de fondo plano, siendo la altura de la barrera de potencial igual al trabajo de salida del electrón del metal (§ 44.9). Por lo tanto, el problema a que nos referimos es el modelo simplificado de un problema físico real muy importante.

2. En este problema nos encontramos con la limitación del movimiento de la partícula. Esta se halla dentro de una trampa rectangular, es decir, encerrada en ella. La forma de la trampa depende de la energía potencial de la partícula. En nuestro caso la energía potencial de la partícula depende de un modo muy simple de la coordenada x : si $x < 0$ ó $x > L$, $U = \infty$; si $0 \leq x \leq L$, $U = 0$.

Veamos cómo se comporta la onda de De Broglie asociada a la partícula que se mueve dentro de la trampa rectangular. En las paredes de la caja se refleja la onda y, como resultado de esto, dentro del pozo de potencial, al superponerse las ondas incidente y reflejada, deben originarse ondas de De Broglie estacionarias. Un hecho semejante tenemos cuando se estudian las ondas estacionarias en una cuerda sujeta por ambos extremos (§ 57.2); en este caso en la longitud de la cuerda debe haber un número entero n de semiondas (véase (57.7)):

$$n\lambda_n/2 = L, \text{ o } \lambda_n = 2L/n \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (70.15)$$

Por lo tanto, la longitud de una onda estacionaria no puede ser arbitraria. Esta longitud depende de los números enteros n y por eso se designa por λ_n . Existe cierto conjunto discreto de longitudes de onda que se pueden establecer en la cuerda sujeta.

Es evidente que estos razonamientos son también aplicables a la onda de De Broglie de la partícula que se mueve dentro de la trampa rectangular. En la longitud del pozo de potencial debe haber un número entero de semiondas de De Broglie. La fórmula (70.13) la escribimos ahora de una forma algo diferente:

$$\mathcal{E}_n = \frac{mv_n^2}{2} = \frac{h^2}{2m\lambda_n^2}. \quad (70.13')$$

El subíndice n de la velocidad v y de la energía \mathcal{E} indica que la velocidad y la energía de la partícula en la trampa de potencial rectangular no pueden tener valores arbitrarios. Junto con la longitud de onda λ , la velocidad y la energía serán magnitudes cuantizadas que sólo tomarán determinados valores discretos. Sustituyendo en (70.13') los valores de λ_n de (70.15), obtenemos:

$$\mathcal{E}_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2} \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (70.16)$$

La fórmula (70.16) muestra que la partícula encerrada en la trampa de potencial rectangular puede tener valores cuantizados de la energía directamente proporcionales a los cuadrados de los números enteros n .

3. Hasta ahora nos hemos referido a una partícula microscópica cualquiera que posea propiedades ondulatorias y se halle encerrada en una trampa. Supongamos ahora para concretar que en la trampa de potencial se encuentra un electrón. Los valores cuantizados de \mathcal{E}_n se llaman *niveles de energía* y los números n que determinan los niveles de energía del electrón se denominan *números cuánticos*. De este modo, dentro del pozo de potencial el electrón puede hallarse en un nivel de energía determinado. A veces se dice que se encontrará en un estado cuántico estacionario n determinado. Con esto se subraya que el estado del electrón con energía \mathcal{E}_n no depende del tiempo y que el electrón, en ausencia de influencias externas, puede encontrarse en este estado tanto tiempo como se quiera.

Es muy importante que el electrón no pueda tener una energía que no coincida con la de uno de los niveles. Sólo son posibles aquellas energías del electrón en la caja de potencial rectangular que coinciden con los niveles de energía determinados por la fórmula (70.16).

4. Vamos a estudiar la influencia de las dimensiones lineales de la trampa sobre la cuantización de la energía. Demostraremos, en primer lugar, que la cuantización de la energía se hace importante únicamente en el caso en que las dimensiones lineales de la caja de potencial son conmensurables con las dimensiones del átomo $L = 1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$. Para esto calculamos la diferencia de energía $\Delta \mathcal{E}$ del electrón cuando se encuentra en dos niveles de energía contiguos \mathcal{E}_{n+1} y \mathcal{E}_n . Por la fórmula (70.16) tenemos que

$$\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E}_{n+1} - \mathcal{E}_n = \frac{\hbar^2}{8mL^2} [(n+1)^2 - n^2] = (2n+1) \frac{\hbar^2}{8mL^2}. \quad (70.16')$$

Sustituimos en la fórmula (70.16') los valores numéricos $\hbar = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ y $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ para el electrón que se halla en una caja de potencial de dimensiones lineales $L = 10^{-9} \text{ m}$, conmensurables con las dimensiones del átomo. Obtenemos

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{E} &= (2n+1) \frac{(6,62 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-18}} = (2n+1) \cdot 6,0 \cdot 10^{-20} \text{ J} = \\ &= (2n+1) \cdot 0,38 \text{ eV}. \end{aligned}$$

La «distancia» entre los niveles de energía contiguos, al crecer n , aumenta proporcionalmente a la serie de los números impares $(2n+1)$.

Para una caja de dimensiones macroscópicas $L = 10^{-2} \text{ m}$ obtenemos de un modo análogo los resultados siguientes:

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{E} &= (2n+1) \frac{(6,62 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-4}} = (2n+1) \cdot 6,0 \cdot 10^{-34} \text{ J} = \\ &= (2n+1) \cdot 3,8 \cdot 10^{-16} \text{ eV}. \end{aligned}$$

Los niveles de energía están en este caso tan juntos que se pueden considerar prácticamente continuos. Estos niveles forman una densa sucesión de *niveles cuasicontínuos*. La cuantización de la energía del electrón en una trampa de dimensiones macroscópicas da unos resultados que difieren insignificamente de los de la física clásica, es decir, la

energía del electrón, en este caso, puede variar de un modo continuo. Cuando $L \rightarrow \infty$, la sucesión de los niveles se hace rigurosamente continua, puesto que $\Delta\mathcal{E} \rightarrow 0$.

5. En el § 14.3, al estudiar el papel de las relaciones de indeterminación para definir el movimiento, vimos que cuando el movimiento de la partícula es macroscópico, pueden no tomarse en consideración las limitaciones que introducen las relaciones de indeterminación en la posibilidad de describir el movimiento con ayuda del concepto de trayectoria. Y al contrario, cuando el electrón se mueve en un átomo, donde está encerrado en una trampa de dimensiones lineales del orden de las dimensiones del átomo, el concepto de trayectoria de la partícula carece de fundamento.

Ahora vemos que en el caso de una trampa de dimensiones macroscópicas la energía del electrón también se comporta de un modo clásico: puede tomar valores continuos arbitrarios. Un resultado totalmente distinto tenemos en el caso en que el electrón está encerrado en una trampa de dimensiones atómicas. Aquí no sólo pierde su sentido el concepto de trayectoria del electrón, sino que su característica más importante, la energía, resulta cuantizada. Ésta sólo puede variar «a saltos», de manera que el electrón salta de un estado de energía a otro. Esta deducción es fundamental en la mecánica cuántica y no depende de la forma concreta del pozo de potencial (trampa) en que se encuentra el electrón u otra micropartícula.

6. Veamos cómo depende la cuantización de la energía de la magnitud del número cuántico n . Para esto nos valdremos de la fórmula (70.16') de la diferencia $\Delta\mathcal{E}$ y formaremos la relación $\Delta\mathcal{E}/\mathcal{E}_n$. Se obtiene

$$\frac{\Delta\mathcal{E}}{\mathcal{E}_n} = \frac{2n+1}{n^2}. \quad (70.17)$$

Si los valores del número cuántico n son grandes, tenemos que $2n+1 \approx 2n$ y la relación (70.17) da

$$\frac{\Delta\mathcal{E}}{\mathcal{E}_n} = \frac{2}{n}. \quad (70.18)$$

Se ve que cuando $n \gg 1$ la relación $\Delta\mathcal{E}/\mathcal{E}_n \ll 1$ o $\Delta\mathcal{E} \ll \mathcal{E}_n$. Esto significa que cuando aumenta el número cuántico n la diferencia entre los niveles de energía más próximos crece más lentamente que la magnitud de la energía de cada uno de los niveles. En otras palabras, al crecer n

debe producirse un acercamiento relativo de los niveles de energía. Si los números cuánticos son grandes, la cuantización de la energía da resultados próximos a los que se obtienen en la consideración clásica, o sea, los niveles se hacen casi continuos. En esto encuentra su expresión el *principio de correspondencia* en su forma definitiva enunciada por N. Bohr en 1923: *para números cuánticos grandes, las deducciones y los resultados de la mecánica cuántica deben corresponderse con los resultados clásicos, es decir, los resultados cuánticos pasan a ser resultados clásicos.*

En una enunciación más general, el principio de correspondencia afirma que entre toda teoría física que sea generalización y desarrollo de la clásica y la teoría clásica inicial existe relación: en determinados casos límites la nueva teoría debe transformarse en la antigua. Así, por ejemplo, en los caps. 12—13 vimos que las fórmulas de cinemática y dinámica de la teoría especial de la relatividad se transforman en las fórmulas de la mecánica clásica de Newton para velocidades $v \ll c$ tales que $(v/c)^2 \ll 1$, y en los §§ 57.6 y 65.1 se comprobó que las deducciones de la óptica ondulatoria se transforman en los resultados de la óptica geométrica cuando se puede despreciar la longitud de la onda luminosa en comparación con cualesquiera de las distancias que figuran en el problema dado y considerar que $\lambda \rightarrow 0$. Entre la mecánica cuántica y la clásica la transición en el límite está relacionada con la posibilidad de despreciar la finitud de la magnitud h y de considerar $h \approx 0$.

§ 70.5. El oscilador lineal armónico en mecánica cuántica

1. Supongamos que una partícula de masa m se mueve a lo largo del eje x por la acción de una fuerza casi elástica $F = -kx$ proporcional a la desviación de la partícula de su posición de equilibrio. Aquí k es la rigidez del muelle de (§ 8.4). Esta partícula, llamada oscilador lineal armónico, es un modelo muy fructífero en la óptica y la física atómica. Así, al estudiar el fenómeno de la dispersión de la luz consideramos los electrones ópticos (de valencia) de los átomos que oscilan bajo la acción del campo eléctrico de la onda luminosa. En esencia consideramos que los átomos se comportan como osciladores armónicos. El modelo del átomo como oscilador armónico (oscilador atómico) también es

fructífero en otros problemas. La radiación del cuerpo negro la consideramos resultado de que los átomos-vibradores son fuentes de ondas electromagnéticas. Planck consideraba cada átomo-vibrador como un oscilador atómico armónico cuya energía sólo puede variar en porciones aisladas (§ 67.3). En la mecánica cuántica las ideas de Planck recibieron fundamento y desarrollo.

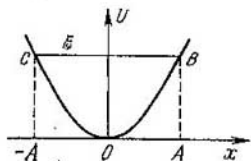


Fig. 70.2.

2. Recordaremos ante todo cómo se deben considerar las oscilaciones de un oscilador armónico en la física clásica. La fig. 70.2 representa la gráfica de la energía potencial U de un oscilador: $U = kx^2/2$. Esta misma gráfica indica el valor de la energía total \mathcal{E} de la partícula. A los puntos B y C de la gráfica $U(x)$ corresponden las desviaciones máximas de la partícula de su posición de equilibrio, en los cuales la velocidad de la partícula se anula y su energía total

$$\mathcal{E} = K + U(x) = \frac{mv^2}{2} + U(x) \quad (70.19)$$

se hace igual a la potencial:

$$\text{cuando } v = 0 \quad \mathcal{E} = U(x) = \frac{kA^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}. \quad (70.20)$$

La amplitud A de las oscilaciones del oscilador viene determinada por su reserva de energía total \mathcal{E} :

$$A = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{k}} = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m\omega^2}} = \frac{1}{2\pi\nu} \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m}}. \quad (70.21)$$

Aquí se ha utilizado la relación $k = m\omega^2$ (§ 8.4).

Desde el punto de vista clásico es evidente que la partícula, al efectuar sus oscilaciones, no puede salir de los límites de la región $(-A, A)$. Su salida indicaría que la energía potencial U se había hecho mayor que la energía total \mathcal{E} de la partícula: $U > \mathcal{E}$, lo que corresponde a la conclusión absurda de que existe energía cinética negativa, es decir, velocidad imaginaria. Porque si $mv^2/2 < 0$, será v una magnitud imaginaria (!).

3. Examinemos ahora el oscilador armónico cuántico. El paso de la consideración clásica a la cuántica significa

que deberemos tener en cuenta las propiedades ondulatorias de la partícula encerrada en la trampa de potencial de forma parabólica (véase la fig. 70.3). En la mecánica cuántica las relaciones de indeterminación conducen a un resultado nuevo en principio: la energía total del oscilador armónico y la amplitud de sus oscilaciones no pueden ser nulas. En efecto, si la partícula está «encerrada» en la región $\Delta x \approx A$, de acuerdo con (70.4), $\Delta p_x \approx \hbar/A$ y el impulso p de la partícula no puede ser nulo. Como se demostró en el § 16.7,

$$p \geq \Delta p_x \approx \hbar/A.$$

Al mismo tiempo la energía \mathcal{E} satisface la relación

$$\mathcal{E} \geq K = \frac{p^2}{2m} \geq \frac{\hbar^2}{2mA^2}. \quad (70.22)$$

Comparando (70.22) con (70.20) y eliminando la amplitud A , tenemos

$$\mathcal{E}^2 \geq \hbar^2 \omega^2/4, \text{ ó } \mathcal{E} \geq \hbar\omega/2.$$

Por lo tanto existe un valor mínimo de la energía total del oscilador armónico

$$\mathcal{E}_0 = \hbar\omega/2 = hv/2 \quad (70.23)$$

y recibe el nombre de *energía del punto cero* del oscilador.

4. La energía del punto cero del oscilador está determinada únicamente por su frecuencia propia ν . Esta energía no se le puede quitar a la partícula por mucho que se enfríe; se conserva incluso a la temperatura del cero absoluto. La energía del punto cero corresponde a ciertas «oscilaciones del punto cero» del oscilador cuántico.

La existencia de la energía del punto cero se ha confirmado experimentalmente en el fenómeno de la difusión de la luz en los cristales a temperaturas ultrabajas. La difusión de la luz en los cristales se produce en las oscilaciones térmicas que efectúan los átomos, las moléculas y los iones que hay en los nudos de la red cristalina (§ 62.8). Desde el punto de vista clásico la intensidad de la luz difusa debe decrecer hasta cero al disminuir hasta cero la temperatura, ya que deben cesar las oscilaciones térmicas de los nudos de la red en que tiene lugar la difusión de la luz. Las experiencias han demostrado que, al disminuir la temperatura, la intensidad de la luz difundida en los cristales tiende a cier-

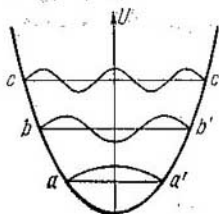


Fig. 70.3.

to valor límite que no decrece cuando el cristal se sigue enfriando. Los resultados de los experimentos han demostrado que cuando $T \rightarrow 0$ las partículas que hay en los nudos de la red conservan ciertas «oscilaciones del punto cero» en las cuales se produce la difusión de la luz. A las «oscilaciones del punto cero» corresponde la energía del punto cero de los osciladores.

La existencia de la energía del punto cero es un indicio característico de todo sistema de partículas examinado en la mecánica cuántica. A temperaturas próximas al cero absoluto toda substancia se halla en estado cristalino y sus átomos (moléculas o iones) se comportan como ciertos osciladores oscilantes.

Una excepción es el helio, que es líquido cuántico hasta llegar al cero absoluto si la presión no excede 2,53 MPa. Esto se explica, primero, porque la frecuencia de las oscilaciones de los átomos de helio es suficientemente grande, debido a que su masa es pequeña ($\nu \sim \sqrt{1/m}$, véase el § 49.2). Por eso la energía del punto cero del helio $h\nu/2$ tiene un valor relativamente grande. Por otra parte, las fuerzas de interacción entre los átomos del helio son pequeñas, porque sus capas electrónicas con dos electrones están totalmente «ocupadas» (§ 73.2). Como resultado, los átomos de helio, cuando la temperatura $T \rightarrow 0$, se hallan en intenso movimiento y el helio, a presiones relativamente bajas, permanece también en estado líquido cuando $T \rightarrow 0$. Como la causa de esto es un efecto cuántico (la existencia de la energía del punto cero), el helio líquido se dice que es un *líquido cuántico*.

5. Hallemos ahora todos los valores posibles de la energía total del oscilador armónico cuántico. El movimiento de la partícula en este caso está limitado por la curva de potencial parabólica $U = \frac{m\omega^2}{2}x^2$ (fig. 70.3). Lo mismo que en el caso de la partícula «encerrada» en la caja rectangular, la existencia de la trampa de potencial parabólica conduce a un conjunto discreto de energías de la partícula. Los valores cuantizados de la energía del oscilador se determinan por el hecho de que en la longitud eficaz $2A_{\text{ef}} = aa', bb', \dots$ cabe un número impar de semiondas de De Broglie.

Introducimos la longitud eficaz de la onda de De Broglie:

$$\lambda_{\text{ef}} = \frac{h}{p_{\text{ef}}} = \frac{2\pi\hbar}{p_{\text{ef}}}, \quad (70.24)$$

en la que p_{ef} es el impulso eficaz, ligado a la energía como si no existiera la trampa de potencial y el movimiento de la partícula fuera completamente libre:

$$\mathcal{E} = \frac{p_{ef}^2}{2m} = \frac{4\pi^2\hbar^2}{2m\lambda_{ef}^2}. \quad (70.25)$$

En la fig. 70.3 se ve que en la amplitud eficaz A_{ef} cabe un número impar de cuartos de longitudes eficaces de la onda de De Broglie:

$$A_{ef} = (2n + 1) \lambda_{ef}/4. \quad (70.26)$$

Sustituyendo (70.26) en (70.20) se obtiene

$$\mathcal{E} = (2n + 1)^2 m\omega^2\lambda_{ef}/32. \quad (70.27)$$

Y multiplicando (70.25) por (70.27) eliminamos λ_{ef} y halla-

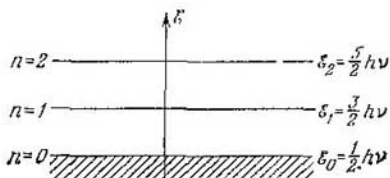


Fig. 70.4.

mos los niveles de energía discretos del oscilador lineal armónico:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_n &= (2n + 1)^2 \frac{\pi^2 \hbar^2 \omega^2}{16}, \quad \text{ó} \quad \mathcal{E} = (2n + 1) \hbar \omega \frac{\pi}{4} = \\ &= \frac{\pi}{2} \left(n + \frac{1}{2} \right) h\nu. \end{aligned}$$

En la mecánica cuántica, con un enfoque riguroso basado en resolver la ecuación de Schrödinger, se obtiene la siguiente expresión para las energías posibles del oscilador:

$$\mathcal{E}_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) h\nu, \quad \text{donde } n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (70.28)$$

Por la fórmula (70.28) se ve que los niveles de energía del oscilador armónico son un sistema de valores de la energía equidistantes entre sí (fig. 70.4). El cálculo aproximado que

acabamos de hacer nos ha conducido a la dependencia correcta de la energía del oscilador lineal armónico respecto de su frecuencia ν y a la característica correcta de la dependencia de \mathcal{E}_n respecto de n .

6. La solución mecanocuántica rigurosa del problema del oscilador armónico lleva también a una diferencia esencial respecto al examen clásico. Resulta que la partícula se puede encontrar fuera de los límites de la región permisible $|x| \leq A$, es decir, más allá de los puntos C y B de la fig. 70.2. En el p. 2 se explicó que esto significa la estancia de la partícula allí donde su energía total \mathcal{E} es menor que la energía potencial. Sin embargo, en virtud de las propiedades ondulatorias de la partícula y del principio de indeterminación, resulta posible el que la partícula se encuentre fuera de los límites de la región permisible desde el punto de vista clásico. En el párrafo siguiente examinaremos con más detalle la causa de que esto ocurra.

§ 70.6. Paso de la partícula a través de una barrera de potencial

1. En los problemas sobre la partícula en un pozo de potencial rectangular y del oscilador lineal armónico supusimos que en los límites de la «trampa de potencial» se produce una interrupción de la onda de De Broglie asociada a la partícula en movimiento. En realidad se produce un fenómeno más complejo. En los límites de la «trampa de potencial» la onda de De Broglie debe comportarse de un modo análogo a una onda electromagnética en el límite entre dos medios con índices de refracción distintos (§ 63.1). Como sabemos, en dicho límite esta onda se refleja parcialmente y en parte pasa a través de él. Incluso en el caso de la reflexión total se observa una penetración parcial de la luz en el segundo medio (§ 65.2). La onda de De Broglie también experimenta en el límite de la trampa de potencial no sólo la reflexión. Parcialmente pasa a la región que se encuentra más allá de los límites de la barrera de potencial. En otras palabras, existe una determinada probabilidad de encontrar la partícula en la región que está prohibida clásicamente.

2. Una partícula que se subordine a las leyes de la física clásica sólo puede salir de los límites de una «caja» de potencial si su energía total es mayor que la «profundidad» de la «caja» de potencial. Desde el punto de vista clásico, la par-

tícula que se encuentra dentro de una «caja» de potencial está «encerrada» en ella. Las paredes de la «caja» de potencial son para ella barreras de potencial que la partícula no puede saltar. Para que una partícula pueda salir de una «caja» de potencial o penetrar en ella, según la física clásica hay que comunicarle una energía igual o mayor que la diferencia entre la altura de la barrera y la energía propia de la partícula.

3. La mecánica cuántica conduce a un resultado esencialmente nuevo sobre la posibilidad de que las partículas pasen (*se infiltren*) a través de las barreras de potencial. Este fenómeno se conoce con el nombre de *efecto túnel*.

Para describir el efecto túnel se introduce el concepto de *transparencia* D de la barrera de potencial. Por analogía con la óptica, el coeficiente de transparencia de una barrera de potencial para las ondas de De Broglie se puede introducir del modo siguiente:

$$D = I_{\text{trans}}/I_{\text{inc}}, \quad (70.29)$$

donde I_{inc} es la intensidad de la onda de De Broglie que incide sobre la barrera de potencial, e I_{trans} es la intensidad de la onda transmitida a través de la barrera. La magnitud D se puede considerar como la probabilidad de que la onda de De Broglie pasa a través de la barrera de potencial o, lo que es lo mismo, como la probabilidad de que la partícula se infiltre a través de dicha barrera. Por analogía con la óptica se puede introducir también el coeficiente o factor de reflexión R de la partícula en la barrera:

$$R = 1 - D.$$

Los cálculos que se hacen en la mecánica cuántica indican que la transparencia de la barrera depende de su forma y altura. En el caso de una barrera de potencial rectangular de altura U_0 y anchura L (fig. 70.5), la transparencia D se expresa por la fórmula

$$D = D_0 e^{-a} = D_0 \exp \left\{ -\frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} \right\}. \quad (70.30)$$

Aquí D_0 es un coeficiente constante que se aproxima a la unidad; m , la masa de la partícula, y \mathcal{E} , su energía total. El

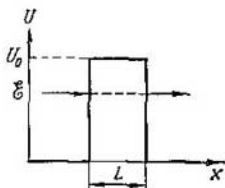


Fig. 70.5.

efecto túnel es un fenómeno cuántico y se puede manifestar en aquellos casos en que la transparencia de la barrera no es demasiado pequeña.

Calculemos la magnitud del parámetro a de la fórmula (70.30) para una barrera rectangular:

$$a = \frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}. \quad (70.31)$$

Con el parámetro a está relacionada la profundidad eficaz Δx a que puede infiltrarse la partícula, en la región prohibida clásicamente, dentro de la barrera de potencial:

$$\Delta x \approx \frac{\hbar}{2m(U_0 - \mathcal{E})}. \quad (70.32)$$

Así, para el electrón, cuando $U_0 - \mathcal{E} \approx 1$ eV, por su orden de magnitud

$$\Delta x \approx \frac{10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 10^{-30} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} \approx 2 \cdot 10^{-10} \text{ m.}$$

En el mundo atómico $2L \approx 0,1$ nm, el parámetro $a \approx 2L/\Delta x \approx 2$ y la transparencia de la barrera $D \approx e^{-2} \approx 13\%$. Pero si $x \gg \Delta x$, la transparencia de la barrera D se hace muy pequeña y la probabilidad de que la partícula se encuentre a estas distancias dentro de la barrera es insignificante. En el campo macroscópico, por ejemplo, cuando $L = 10^{-2}$ m y $U_0 - \mathcal{E} \approx 10$ eV, es $a \approx 10^8$ y la transparencia de la barrera, insignificante: $D = e^{-10^8}$. Al aumentar la masa de la partícula y la diferencia $U_0 - \mathcal{E}$, la transparencia de la barrera disminuye rápidamente.

El efecto túnel es un fenómeno puramente cuántico. Si en el espíritu del principio de correspondencia (p. 6 del § 70.4) intentamos pasar a la descripción clásica suponiendo que $\hbar \rightarrow 0$, se obtiene que $D \rightarrow 0$ y es absurdo hablar de transparencia de la barrera.

4. El efecto túnel se ha confirmado experimentalmente en el fenómeno de la *emisión en frío* (*emisión de campo*) de los electrones de los metales por la acción de campos eléctricos. Las experiencias han demostrado que en una serie de casos el arranque de los electrones de los metales se efectúa con intensidades del campo eléctrico centenares de veces menores que las que serían necesarias para que los electrones abandonasen el metal realizando el trabajo de salida. Esto se explica en la mecánica cuántica por el efecto túnel. La acción

dél campo eléctrico de intensidad E hace que la barrera de potencial para los electrones en el límite metal-vacío se estreche, es decir, que su anchura L disminuya. Un electrón que posee la energía \mathcal{E} , menor en valor absoluto que la altura de la barrera U_0 , puede salir del metal atravesando la barrera con ayuda del efecto túnel. Por eso la intensidad del campo necesaria para que se produzca la emisión en frío es menor, comparada con la que se deduce de los cálculos que no tienen en cuenta el paso de los electrones a través de la barrera de potencial.

El campo eléctrico, en virtud del efecto túnel, arranca electrones de los átomos o moléculas aislados. Este fenómeno, llamado *autoionización*, también se efectúa con intensidades del campo menores que las que se infieren de la física clásica. Valoraciones correctas de la intensidad del campo, que están de acuerdo con los datos experimentales, se obtienen en la mecánica cuántica tomando en consideración el paso de los electrones a través de la barrera de potencial. El efecto túnel desempeña el papel principal en el fenómeno de la desintegración α (§ 81.9).

5. La mecánica cuántica conduce a la posibilidad de que la partícula se encuentre en la región prohibida clásicamente, o sea donde su energía total \mathcal{E} es menor que la potencial: $\mathcal{E} < U$. En realidad esto no es una paradoja y los razonamientos dados en el p. 2 del § 70.5 acerca de la velocidad imaginaria no son ciertos.

En la mecánica cuántica surge una dificultad, inesperada desde el punto de vista de la física clásica, ligada con la representación de la energía total \mathcal{E} de la partícula en forma de suma de sus energías cinética $mv^2/2$ y potencial $U(x)$:

$$\mathcal{E} = \frac{mv^2}{2} + U(x) = \frac{p^2}{2m} + U(x).$$

En la física clásica esta representación no suscita dudas y presupone que *simultáneamente* se conocen con un grado de exactitud cualquiera tanto la energía cinética $p^2/2m$ como la potencial $U(x)$ de la partícula. En otras palabras, se considera que a la partícula se le atribuyen simultáneamente y con un grado de exactitud cualquiera, determinados valores de la coordenada x y del impulso p . Pero como sabemos por el § 70.2, las relaciones de indeterminación de Heisenberg excluyen esta posibilidad en la mecánica cuántica. Por eso la representación misma de la energía en forma de suma

de *partes exactamente determinadas* (energías cinética y potencial) resulta infundada. Esta es la causa de que la paradoja del efecto túnel,³ basada en la representación de \mathcal{E} en forma de la suma $(p^2/2m) + U(x)$, no exista en la mecánica cuántica. Si la posición de la partícula está exactamente determinada en la región Δx , es decir, la coordenada x y, por lo tanto, la energía potencial $U(x)$ se conocen con suficiente exactitud, al mismo tiempo se introducirá la indeterminación Δp en el valor del impulso; $\Delta p \approx \hbar/\Delta x$. Esto significa que la energía cinética de la partícula $p^2/2m$ varía de un modo indeterminado.

Si la partícula penetra dentro de la barrera de potencial una distancia $\Delta x \approx \hbar/\sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}$, su impulso varía en la magnitud $\Delta p \geq \hbar/\Delta x \approx \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}$. La variación de la energía de la partícula será

$$\Delta \mathcal{E} \approx \frac{(p + \Delta p)^2}{2m} - \frac{p^2}{2m} = \frac{2p\Delta p + \Delta p^2}{2m} \geq \frac{3\Delta p^2}{2m}.$$

Aquí se ha utilizado que $p \geq \Delta p$ (§ 16.7). Sustituyendo el valor $\Delta p > \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}$, obtenemos

$$\Delta \mathcal{E} > U_0 - \mathcal{E}.$$

Así, la variación de la energía de la partícula debida al intento de localizarla dentro de la barrera (o sea, de dar su coordenada), es mayor que la diferencia entre la altura de la barrera U_0 y la energía total inicial \mathcal{E} de la partícula. En otros términos, $\Delta \mathcal{E}$ es mayor que la energía que le falta a la partícula que se halla dentro del pozo de potencial para poder salir de él «clásicamente» pasando *por encima de la barrera*.

Capítulo 71

SISTEMAS HIDROGENOIDES SEGÚN BOHR

§ 71.1. Modelo nuclear del átomo de Rutherford

1. Ernest Rutherford y sus colaboradores estudiaron en 1911 el paso de las partículas α a través de láminas metálicas delgadas de oro y platino. Ellos establecieron que las partículas α emitidas por el radio pasan a través de panes

de oro muy delgados. Los rayos alfa se producen en la desintegración de los átomos de algunos elementos pesados. Estos rayos son partículas con carga positiva igual a $2e$, siendo e una carga numéricamente igual a la del electrón. La masa de la partícula α es aproximadamente cuatro veces mayor que la del átomo de hidrógeno (§ 81.1). Las partículas alfa que emiten los átomos de los elementos radiactivos tienen una gran energía. Por ejemplo, el uranio emite partículas cuya

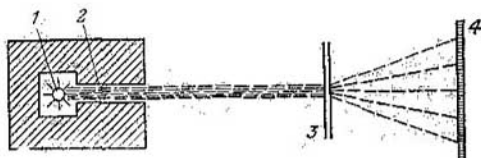


Fig. 71.1.

energía es de 4,05 MeV. Rutherford y sus colaboradores estudiaron la dispersión de estas partículas «disparándolas» sobre un pan de oro. El esquema de estos experimentos se muestra en la fig. 71.1.

Las partículas alfa las emitía una fuente 1 situada dentro de la cavidad de un bloque de plomo. Este bloque tenía un canal 2, de modo que todas las partículas, excepto las que salían por el canal, eran absorbidas por el plomo. Un estrecho haz de rayos α incidía sobre el pan de oro 3 perpendicularmente a su superficie. Las partículas α , transmitidas a través del pan y dispersas por él, producían destellos (centelleo) en la pantalla fluorescente 4. Las condiciones del experimento aseguraban un vacío suficiente en el espacio entre el pan y la pantalla, para evitar que las partículas α sufrieran una dispersión adicional en el aire. La estructura del dispositivo permitía observar las partículas α dispersas bajo ángulos de hasta 150° .

2. Las experiencias demostraron que en la inmensa mayoría de los casos las partículas α , después de pasar a través del pan, conservaban la dirección de su movimiento primitivo o se desviaban en ángulos muy pequeños. Pero algunas partículas α se desviaban en grandes ángulos, del orden de $135-150^\circ$. Explicar estas desviaciones tan bruscas por la acumulación de pequeñas desviaciones durante el recorrido

de partes exactamente determinadas (energías cinética y potencial) resulta infundada. Esta es la causa de que la paradoja del efecto túnel,¹ basada en la representación de \mathcal{E} en forma de la suma $(p^2/2m) + U(x)$, no exista en la mecánica cuántica. Si la posición de la partícula está exactamente determinada en la región Δx , es decir, la coordenada x y, por lo tanto, la energía potencial $U(x)$ se conocen con suficiente exactitud, al mismo tiempo se introducirá la indeterminación Δp en el valor del impulso; $\Delta p \approx \hbar/\Delta x$. Esto significa que la energía cinética de la partícula $p^2/2m$ varía de un modo indeterminado.

Si la partícula penetra dentro de la barrera de potencial una distancia $\Delta x \approx \hbar/\sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}$, su impulso varía en la magnitud $\Delta p \geq \hbar/\Delta x \approx \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}$. La variación de la energía de la partícula será

$$\Delta \mathcal{E} \approx \frac{(p + \Delta p)^2}{2m} - \frac{p^2}{2m} = \frac{2p\Delta p + \Delta p^2}{2m} \geq \frac{3\Delta p^2}{2m}.$$

Aquí se ha utilizado que $p \geq \Delta p$ (§ 16.7). Sustituyendo el valor $\Delta p > \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})}$, obtenemos

$$\Delta \mathcal{E} > U_0 - \mathcal{E}.$$

Así, la variación de la energía de la partícula debida al intento de localizarla dentro de la barrera (o sea, de dar su coordenada), es mayor que la diferencia entre la altura de la barrera U_0 y la energía total inicial \mathcal{E} de la partícula. En otros términos, $\Delta \mathcal{E}$ es mayor que la energía que le falta a la partícula que se halla dentro del pozo de potencial para poder salir de él «clásicamente» pasando por encima de la barrera.

Capítulo 71

SISTEMAS HIDROGENOIDES SEGUN BOHR

§ 71.1. Modelo nuclear del átomo de Rutherford

1. Ernest Rutherford y sus colaboradores estudiaron en 1911 el paso de las partículas α a través de láminas metálicas delgadas de oro y platino. Ellos establecieron que las partículas α emitidas por el radio pasan a través de panes

de oro muy delgados. Los rayos alfa se producen en la desintegración de los átomos de algunos elementos pesados. Estos rayos son partículas con carga positiva igual a $2e$, siendo e una carga numéricamente igual a la del electrón. La masa de la partícula α es aproximadamente cuatro veces mayor que la del átomo de hidrógeno (§ 81.1). Las partículas alfa que emiten los átomos de los elementos radiactivos tienen una gran energía. Por ejemplo, el uranio emite partículas cuya

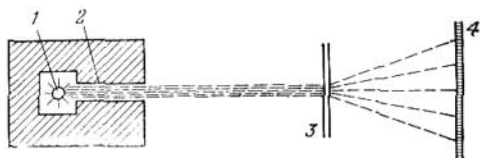


Fig. 71.1.

energía es de 4,05 MeV. Rutherford y sus colaboradores estudiaron la dispersión de estas partículas «disparándolas» sobre un pan de oro. El esquema de estos experimentos se muestra en la fig. 71.1.

Las partículas alfa las emitía una fuente 1 situada dentro de la cavidad de un bloque de plomo. Este bloque tenía un canal 2, de modo que todas las partículas, excepto las que salían por el canal, eran absorbidas por el plomo. Un estrecho haz de rayos α incidía sobre el pan de oro 3 perpendicularmente a su superficie. Las partículas α , transmitidas a través del pan y dispersas por él, producían destellos (centelleo) en la pantalla fluorescente 4. Las condiciones del experimento aseguraban un vacío suficiente en el espacio entre el pan y la pantalla, para evitar que las partículas α sufrieran una dispersión adicional en el aire. La estructura del dispositivo permitía observar las partículas α dispersas bajo ángulos de hasta 150° .

2. Las experiencias demostraron que en la inmensa mayoría de los casos las partículas α , después de pasar a través del pan, conservaban la dirección de su movimiento primitivo o se desviaban en ángulos muy pequeños. Pero algunas partículas α se desviaban en grandes ángulos, del orden de $135-150^\circ$. Explicar estas desviaciones tan bruscas por la acumulación de pequeñas desviaciones durante el recorrido

de la partícula α por la hoja metálica resultó imposible. Para poder dar una explicación de los resultados de sus experimentos supuso Rutherford que toda la carga positiva del átomo está concentrada en su *núcleo*, región que ocupa un volumen muy pequeño si se compara con el de todo el átomo. El resto del átomo es una nube de electrones, con carga negativa, cuya carga total es igual a la carga positiva del núcleo. Así fue creado en 1911 el *modelo nuclear del átomo*, que ha desempeñado un gran papel en el desarrollo de la física moderna.

3. Los resultados de los experimentos de Rutherford se explicaron fácilmente sirviéndose del punto de vista del modelo nuclear del átomo. Cuando una partícula α pasa a través de la nube de electrones del átomo no debe experimentar una desviación apreciable de su trayectoria. Los electrones tienen una masa muy pequeña, en comparación con la de las partículas α , y su carga negativa está repartida por todo el volumen de la capa electrónica. Por eso las partículas α que se encuentran a su paso con los electrones de los átomos de oro atraviesan el pan sin dispersarse prácticamente. Únicamente aquellas partículas α que pasan cerca del núcleo experimentan bruscas desviaciones. A distancias pequeñas las fuerzas de repulsión entre las partículas α , con carga positiva, y el núcleo, de gran masa, deben ser muy considerables, lo que hace que dichas partículas se desvíen mucho de su trayectoria inicial. Pero la probabilidad de que las partículas α incidan sobre el pequeño volumen del núcleo no es grande. Por eso el número de partículas α que experimentan desviaciones en ángulos grandes debe ser muy pequeño.

4. Rutherford estudió teóricamente el problema del movimiento de una partícula α en el campo eléctrico coulombiano del núcleo concentrado en un volumen pequeño. Entre una partícula α , cuya carga es $2e$, y el núcleo, cuya carga es q , actúa una fuerza coulombiana de repulsión

$$F = \frac{2eq}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (71.1)$$

donde r es la distancia entre la partícula α y el núcleo; ϵ_0 , la constante eléctrica en el SI, y e , la carga eléctrica elemental. Se puede demostrar que bajo la acción de las fuerzas de repulsión (71.1), una partícula α que se aproxime al núcleo se desviará de él describiendo una rama de hipérbola. Esto se

muestra en la fig. 71.2. Al núcleo, que se encuentra en el punto A , a cierta distancia l («parámetro de choque») de la recta que seguiría la partícula α si no hubiera repulsión, se aproxima dicha partícula. Bajo la acción de la fuerza (71.1) la partícula α es dispersada formando un ángulo θ y se mueve describiendo una hipérbola. En la fig. 71.2 se han representado dos trayectorias hiperbólicas de partículas α de la misma energía para valores diferentes del parámetro de choque l .

Rutherford consiguió deducir una fórmula que relacionaba el número de partículas α , dispersadas bajo un ángulo

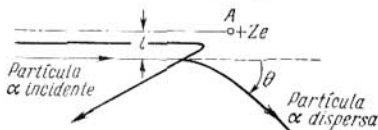


Fig. 71.2.

determinado θ , con las energías de estas partículas y el número N de cargas positivas del núcleo. La fórmula de Rutherford podía comprobarse experimentalmente utilizando partículas α de energía dada. Haciendo estos experimentos con hojas de oro y plata y contando el número de partículas α incidentes en la pantalla bajo ángulos determinados, Geiger y Marsden, colaboradores de Rutherford, confirmaron en 1913 la teoría de este último. Al mismo tiempo consiguieron demostrar que q/e es igual aproximadamente a la mitad del número de masa. Algo después, J. Chadwick, en experimentos más perfectos con hojas de cobre, plata y oro, demostró que q/e se aproxima mucho al número atómico Z , de orden en el sistema periódico de Mendeléiev: $q = Ze$. De este modo la idea de Rutherford sobre el modelo del átomo logró una brillante confirmación experimental y dio la posibilidad de establecer el sentido físico del número de orden en el sistema periódico de los elementos (§ 73.2).

5. Los conocimientos acerca de la carga del núcleo Ze permitieron determinar las dimensiones de la región ocupada por él, es decir, el límite superior del «radio» del núcleo. La palabra «radio» no se ha puesto entre comillas casualmente. El choque de las partículas α con el núcleo no puede consi-

derarse como la colisión de dos esferas elásticas (§ 17.3). Si se considera que tanto el núcleo como la partícula α tienen forma esférica, la suma de sus radios resulta ser menor que la distancia mínima d a que se pueden aproximar en presencia de las fuerzas de repulsión. Supongamos que entre la partícula α y el núcleo se produce un choque central. De la ley de conservación de la energía se sigue que a la distancia d de máxima aproximación al núcleo, la energía cinética de la partícula α pasa a ser totalmente energía potencial de su interacción electrostática y la partícula se para:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{(2e)(Z)}{4\pi\epsilon_0 d}. \quad (71.2)$$

Aquí v es la velocidad inicial de la partícula α lejos del núcleo. Para la partícula α que emite uno de los átomos radiactivos, llamado radio C, $v = 1,9 \cdot 10^7$ m/s. Para el oro ($Z = 79$), por la fórmula (71.2) se puede determinar d :

$$d = (2e)(Ze)/(2\pi\epsilon_0 mv^2) \approx 3,4 \cdot 10^{-14} \text{ m.}$$

Las dimensiones lineales del núcleo del átomo de oro son menores que esta magnitud. Si se considera que el electrón es una bolita con carga (§ 72.5), su «radio clásico» debe ser de este mismo orden de magnitud. Esta circunstancia, junto con otros motivos a que nos referiremos en el cap. 80, condujo a la conclusión de que en el núcleo no podía haber electrones.

§ 71.2. Dificultades para explicar clásicamente el modelo nuclear del átomo

1. El modelo nuclear del átomo fue propuesto como resultado de los experimentos de dispersión de las partículas α por hojas metálicas y de los cálculos teóricos efectuados por Rutherford. Según este modelo, en el centro del átomo, o sea, en su núcleo, cuyas dimensiones lineales son de 10^{-15} — 10^{-14} m, está concentrada toda la carga positiva del átomo y prácticamente toda su masa. Alrededor del núcleo, en una región de $\sim 10^{-10}$ m, describiendo órbitas, se mueven los electrones, cuya masa constituye una parte muy pequeña de la masa del núcleo. Recordaremos que la masa del electrón es 1836,5 veces menor que la masa del protón, que es el núcleo del átomo de hidrógeno. El modelo nuclear del átomo recuerda exteriormente el sistema Solar: en el centro

del sistema se encuentra el «sol», es decir, el núcleo, y alrededor de él se mueven los «planetas», electrones, por sus órbitas. Por eso a este modelo del átomo se le suele dar el nombre de planetario.

2. Los electrones del átomo no pueden estar en reposo en el modelo nuclear. Si no se movieran, como resultado de las fuerzas de Coulomb de atracción hacia el núcleo, caerían inmediatamente en él. Sin embargo es peculiar del átomo su extraordinaria *estabilidad*. De esto son prueba, en particular, los espectros ópticos de los átomos, que se distinguen por tener para todos los átomos de un elemento químico dada una posición determinada de las rayas espectrales. La estabilidad del átomo es incomprensible si el modelo nuclear se explica basándose en las leyes clásicas de la mecánica, electricidad y óptica.

Examinemos, por ejemplo, el modelo nuclear del átomo más simple, el de hidrógeno, que consta de un electrón y el núcleo, protón*). Para simplificar consideraremos que el electrón se mueve alrededor del núcleo siguiendo una órbita circular. Advertimos, ante todo, que al utilizar el término «órbita» debe recordarse que las propiedades ondulatorias del electrón y las relaciones de indeterminación conducen a que, para el electrón en el átomo, la idea de órbita, lo mismo que la de trayectoria del movimiento, no resisten crítica alguna. Esta cuestión fue tratada detalladamente en el (§ 14.3). En la mecánica cuántica la idea clásica de órbita se sustituye por la de lugar geométrico de los puntos en que puede encontrarse más probablemente el electrón en el átomo (§ 72.3). En adelante, cuando utilicemos el término «órbita» del electrón en el átomo tendremos en cuenta este sentido suyo.

3. La velocidad del electrón en el átomo de hidrógeno por una órbita circular de radio $r \approx 10^{-10}$ m se puede calcular teniendo en cuenta que la fuerza centrípeta que mantiene el electrón en la órbita es la fuerza coulombiana de atracción hacia el núcleo:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

De esta ecuación, sustituyendo en ella los valores numéricos de la masa m del electrón, de su carga e y de la constante

*) Los resultados que se obtienen son válidos, en lo fundamental, para cualquier átomo.

eléctrica ϵ_0 , obtenemos que $v \approx 10^6$ m/s. La aceleración centrípeta del electrón $a = v^2/r$ tendrá entonces un orden de magnitud de 10^{22} m/s².

4. Como se ve, la velocidad del electrón en el átomo de hidrógeno es muy grande y la aceleración es tal, que este electrón debe comportarse como un vibrador con gran frecuencia de oscilación. Como sabemos, este vibrador debe radiar ondas electromagnéticas (§ 59.5). La radiación debe ser continua y está ligada a una *constante* pérdida de energía del electrón.

Esta conclusión se deduce inevitablemente de aplicar al electrón, en el modelo nuclear, las leyes clásicas. Pero de esto se sigue también que el átomo no puede ser estable, puesto que el electrón, al perder continuamente energía, no se puede mantener en la órbita circular. Tendrá que ir aproximándose al núcleo, siguiendo una espiral, y al cabo de un tiempo $\tau \approx 10^{-10}$ s caerá en él. Por otra parte, la frecuencia con que el electrón se mueve alrededor del núcleo debe variar continuamente. Y de esto resulta que también deberá variar continuamente la frecuencia de las ondas electromagnéticas que emite el electrón. En otras palabras, el átomo de hidrógeno debería dar una radiación cuyo espectro de frecuencias fuera continuo. Este átomo no podría tener espectro de rayas.

5. La aplicación al modelo nuclear del átomo de Rutherford de las leyes clásicas de la mecánica, electricidad y óptica condujo a una contradicción total con los hechos experimentales. De la teoría resultaba que: a) el átomo debería ser inestable, a causa de que el electrón pierde constantemente energía en radiar ondas electromagnéticas; b) no deberían existir rayas espectrales; el espectro debería ser continuo.

En realidad los resultados eran:

- a) que el átomo es extraordinariamente estable;
- b) que el átomo radia ondas electromagnéticas solamente en determinadas condiciones;
- c) que el átomo emite una luz cuyo espectro es de rayas y está relacionado con la estructura y las propiedades de la capa electrónica.

La total disconformidad entre las conclusiones basadas en la interpretación clásica del modelo nuclear del átomo y los hechos experimentales hizo dudar de la posibilidad de aplicar a los electrones de los átomos las leyes de la física clásica y llevó a la creación de la mecánica cuántica moderna.

§ 71.3. Espectro de rayas del átomo de hidrógeno

1. Los gases que despiden luz dan espectros de rayas de emisión formados por rayas espectrales aisladas. Cuando la luz pasa a través de los gases aparecen espectros de rayas de absorción. Cada átomo absorbe aquellas rayas espectrales que el mismo puede emitir. El primer espectro estudiado fue el del átomo de hidrógeno. J. Balmer estableció en 1885 que las longitudes de onda de las nueve rayas del espectro del hidrógeno conocidas hasta entonces se podían calcular por la fórmula

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4}, \text{ en la que } \lambda = 364,613 \text{ nm}, n = 3, 4, \dots, 11, \quad (71.3)$$

2. J. Ridberg propuso escribir la fórmula (71.3) de la forma siguiente:

$$\nu^* = \frac{1}{\lambda} R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, \dots, 11. \quad (71.4)$$

Aquí $R = 10\,973\,731 \text{ m}^{-1}$ es la *constante de Ridberg*. La magnitud recíproca de la longitud de onda $\nu^* = 1/\lambda$ se llama *número de onda* e indica cuántas longitudes de onda caben en la unidad de longitud*). La fórmula de Balmer—Ridberg señaló por primera vez el papel especial de los números enteros en las leyes espectrales y tuvo una enorme importancia en el desarrollo del conocimiento de la estructura de los átomos.

3. En la actualidad se conoce un gran número de rayas espectrales del hidrógeno cuyas longitudes satisfacen con alto grado de exactitud la fórmula de Balmer—Ridberg. Por (71.4) se ve que las rayas espectrales que difieren por tener distintos valores de n forman un grupo o serie denominada *serie de Balmer*. Al aumentar n las rayas espectrales de la serie se van aproximando entre sí. El límite de la serie de Balmer viene determinado por la longitud de onda $\lambda_{11\text{m}}$ con la cual $n \rightarrow \infty$: $\lambda_{11\text{m}} = 4/R = 364,5068 \text{ nm}$.

Además de las rayas de la serie de Balmer, situadas en la parte visible del espectro, se ha descubierto que el hidrógeno

) Anteriormente (§ 56.2) se ha utilizado otra definición del número de onda: $k = 2\pi/\lambda$. La magnitud k indica cuántas longitudes de onda caben en la longitud $2\pi \text{ m}$ (o cm). En óptica se utiliza más la magnitud ν^ . Es evidente que $k = 2\pi\nu^*$.

tiene otras series de rayas espectrales, que se encuentran en las partes invisibles del espectro. En su parte infrarroja se descubrió un grupo de rayas espectrales llamado *serie de Pashen*. Los números de onda de las rayas espectrales de esta serie se redujeron a la fórmula

$$\nu^* = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ en la que } n = 4, 5, 6, \dots$$

En la región infrarroja remota se descubrieron otras tres series de rayas espectrales del hidrógeno:

la *serie de Brackett*:

$$\nu^* = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 5, 6, 7, \dots$$

la *serie de Pfund*:

$$\nu^* = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 6, 7, 8, \dots$$

y la *serie de Humphreys*:

$$\nu^* = R \left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 7, 8, 9, \dots$$

A la otra parte de la región visible, en la región ultravioleta remota del espectro, se encontró la *serie de Lyman*:

$$\nu^* = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

Cada una de estas series se caracteriza porque las rayas espectrales se van condensando a medida que aumentan los números n y su frecuencia límite o longitud de onda. La fig. 71.3 representa las series del espectro del hidrógeno. En la escala de la derecha se indican los números de onda en cm^{-1} . El sentido de la escala de la izquierda se explicará más adelante (§ 71.4).

4. Todas las frecuencias (o números de onda) de todas las rayas espectrales del hidrógeno se pueden expresar por medio de una fórmula única:

$$\nu^* = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (71.5)$$

en la que m y n son números enteros. Para una serie dada $n = m + 1, m + 2, \text{ etc.}$ Para la serie de Lyman, $m = 1$; para la de Balmer, $m = 2$; para la de Pashen, $m = 3$ y así sucesivamente. Al aumentar los números n , las frecuencias

de todas las series convergen en los límites correspondientes. Los números de onda límite de las series del espectro del hidrógeno son:

$$\nu_{\text{lím}}^* = R/m^2.$$

5. La fórmula (71.5) ha sido confirmada por la experiencia con gran exactitud espectroscópica. En ella se destaca

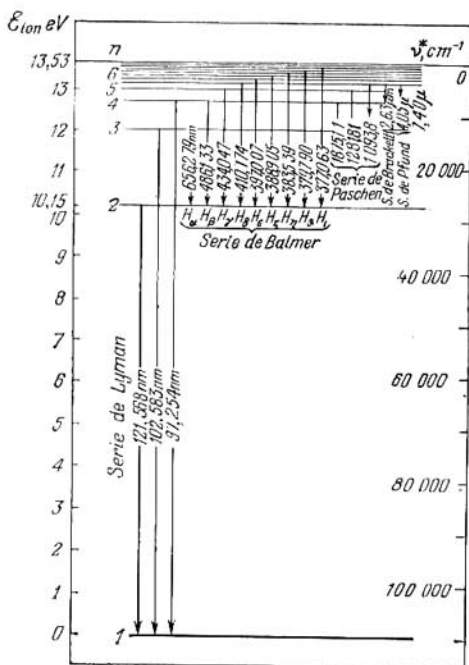


Fig. 71.3.

brillantemente el papel especial que desempeñan los números enteros en las leyes espectroscópicas, que sólo ha sido comprendido hasta el fin en la mecánica cuántica. En el cap. 70 vimos que en la mecánica cuántica se pone de mani-

fiesto el papel especial de los números enteros, o sea, de los números cuánticos n que determinan los valores discretos de la energía de los electrones en el «pozo» de potencial y en el oscilador. Adelantándonos a la exposición, diremos que los números m y n de la fórmula (71.5) también son números cuánticos, que determinan los niveles de energía del átomo de hidrógeno. Pero desde que se descubrieron las fórmulas de las series para el átomo de hidrógeno hasta que se consiguió resolver de un modo riguroso el problema de la energía del electrón en dicho átomo, dentro de la mecánica cuántica, la física recorrió un camino enorme, históricamente muy corto, pero lleno de dramatismo y de descubrimientos notables. Este camino, como toda la física de la primera mitad del siglo veinte, irá siempre ligado al nombre del gran físico Niels Bohr.

§ 71.4. Postulados de Bohr

1. Bohr creó en 1913 la primera teoría no clásica del átomo. De base de esta teoría sirvió la idea de unir en un todo único los tres resultados obtenidos en la física hasta aquel tiempo:

- a) las leyes empíricas del espectro de rayas del átomo de hidrógeno expresadas por la fórmula de Balmer—Ridberg;
- b) el modelo nuclear del átomo de Rutherford, que no admitía la interpretación clásica;
- c) el carácter cuántico de la radiación y absorción de la luz.

Para resolver este problema, Bohr, conservando el modo clásico de enfocar la descripción del comportamiento de los electrones en el átomo, propuso los denominados *tres postulados de Bohr*. Inmediatamente advertimos que el sentido físico de estos postulados no sólo no puede ser explicado en la física clásica, sino que, además, estaba en profunda contradicción con la descripción clásica del movimiento del electrón en el átomo. El verdadero sentido e importancia de los postulados de Bohr se puso de manifiesto más tarde, después de haber sido creada la mecánica cuántica.

Bohr desarrolló su teoría para el átomo de hidrógeno y los llamados *sistemas hidrogenoides*, que constan del núcleo, con carga Ze , y de un electrón, que se mueve alrededor del núcleo. Ejemplos de sistemas de este tipo son el helio simplemente ionizado (He^+), el litio doblemente ionizado (Li^{++}) y otros iones. A estos sistemas se les da también el nombre de *iones*

isoelectrónicos del hidrógeno. Para los sistemas hidrogenoides todas las fórmulas de las series, y en particular la (71.5), en vez de R utilizan el producto RZ^2 .

2. *El primer postulado de Bohr* se llama *postulado de los estados estacionarios* y se enuncia así: *en el átomo existen ciertos estados estacionarios que no varían con el tiempo en ausencia de acciones externas. En estos estados el átomo no radia ondas electromagnéticas.* A los estados estacionarios de los átomos corresponden órbitas estacionarias por las cuales se mueven los electrones. A pesar de que el movimiento de los electrones es acelerado, éstos no emiten ondas electromagnéticas. Esta afirmación del primer postulado de Bohr contiene la negación de las conclusiones de la electrodinámica clásica sobre la radiación de energía por una carga en movimiento acelerado (§ 59.4).

El segundo postulado de Bohr es la llamada *regla de cuantización de las órbitas* y afirma que *en un estado estacionario del átomo, al moverse el electrón por una órbita circular, su momento de impulso (momento cinético) debe tener valores discretos, es decir, cuantizados:*

$$L_n = mvr = n\hbar, \text{ donde } n = 1, 2, 3, \dots \quad (71.6)$$

Aquí m es la masa del electrón; v , su velocidad; r , el radio de la órbita circular y $\hbar = h/2\pi$. El segundo postulado de Bohr se interpreta fácilmente en la mecánica cuántica. Análogamente a como tenemos en los problemas acerca del pozo de potencial (§ 70.4) y del oscilador armónico (§ 70.5), en la longitud de la órbita circular $2\pi r$ debe haber un número entero de longitudes de onda de De Broglie λ :

$$2\pi r = n\lambda.$$

Aplicamos la fórmula (69.2), que determina la longitud de la onda de De Broglie, y obtenemos que

$$2\pi r = n \frac{h}{mv}, \quad \text{ó} \quad mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar,$$

lo que coincide con el segundo postulado de Bohr (71.6).

El tercer postulado de Bohr, o *regla de las frecuencias*, establece que *cuando un átomo pasa de un estado estacionario a otro, emite o absorbe un cuanto de energía.* La emisión se produce cuando el átomo pasa de un estado con más energía a un estado cuya energía es menor. A esto corresponde el salto del electrón de una órbita más alejada del núcleo a

otra más próxima a él. La absorción de energía por el átomo va acompañada del paso del átomo desde un estado de menor energía a un estado de energía mayor. A esto corresponde el salto del electrón desde una órbita próxima al núcleo a otra más alejada de él. La radiación o absorción de las ondas electromagnéticas por el átomo hace que su energía varíe de un modo proporcional a la frecuencia de estas ondas. Si $\Delta\mathcal{E}$ es la variación de la energía del átomo como resultado de la radiación o absorción de las ondas electromagnéticas, y \mathcal{E}_n y \mathcal{E}_m , las energías del átomo en los estados estacionarios n y m , la regla de las frecuencias se puede escribir

$$\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m = h\nu. \quad (71.7)$$

Cuando $\mathcal{E}_n > \mathcal{E}_m$ se produce la emisión de un fotón, y cuando $\mathcal{E}_n < \mathcal{E}_m$, su absorción. Del tercer postulado de Bohr se sigue que los átomos sólo absorben aquellas rayas espectrales (frecuencias) que ellos mismos pueden emitir. Desde los tiempos de Kirchhoff este hecho se conoce en óptica con el nombre de conversión de las rayas espectrales.

3. Los postulados primero y tercero de Bohr, cuya fundamentación mecanocuántica se estudiará más adelante, dieron la posibilidad de ligar entre sí los tres resultados que se indicaron en el p. 1. Hacia 1913 estos postulados habían sido ya confirmados plenamente por la experiencia. El segundo postulado de Bohr fue una conjetura genial suya que después se vería confirmada experimental y teóricamente.

Comparemos entre sí las fórmulas (71.5) y (71.7). Esta comparación da un resultado muy importante. La energía \mathcal{E}_n del átomo de hidrógeno en un determinado estado estacionario tiene la forma

$$\mathcal{E}_n = -\frac{Rch}{n^2}, \text{ donde } n = 1, 2, 3, \dots \quad (71.8)$$

De este modo los números enteros que figuran en la fórmula de las series (71.5) determinan los valores discretos, cuantizados, de la energía del átomo de hidrógeno en los correspondientes estados. *Los niveles de energía del átomo de hidrógeno son inversamente proporcionales a los cuadrados de los números enteros**). El número entero n que determina el ni-

*) Se supone que el núcleo del átomo está en reposo y la energía del sistema hidrogenoide es igual a la energía del electrón en movimiento. La toma en consideración del movimiento del núcleo conlleva variaciones insignificantes de los resultados.

vel de energía del átomo de hidrógeno se llama *número cuántico principal*. El estado de energía correspondiente al valor de $n = 1$ recibe el nombre de *estado fundamental* o *normal* (no excitado). Todos los estados con $n > 1$ se dice que son *excitados*.

El signo menos de la fórmula (71.8) (valores negativos de los niveles de energía) significa que el electrón experimenta una fuerza de atracción hacia el núcleo, la fuerza de atracción coulombiana (§ 18.6) que lo une a él. El valor absoluto de la magnitud \mathcal{E}_n en la fórmula (71.8) es la energía de *enlace del electrón en el átomo* que se encuentra en el estado n . Por energía de enlace del electrón en el átomo se debe entender la magnitud del trabajo que hay que realizar para arrancar el electrón del átomo, es decir, para ionizar el átomo. A veces se utiliza el término «energía de ionización del átomo en el estado dado». Es evidente que la energía de ionización en un estado dado es igual en magnitud absoluta a la energía de enlace del electrón en el átomo que se encuentra en este estado. Por ejemplo, en el estado fundamental (para $n = 1$) la energía de ionización \mathcal{E}_{ion} del átomo de hidrógeno es de 13,53 eV. La energía del electrón en el estado fundamental es $\mathcal{E}_1 = -13,53$ eV. En la fig. 71.3 (pág. 319) a la izquierda, se indican los valores de los niveles de energía del átomo de hidrógeno en electrón voltios. La aproximación de los niveles al aumentar el número cuántico principal n se debe a que, cuando $n \rightarrow \infty$, la energía $\mathcal{E}_n \rightarrow 0$. El valor $\mathcal{E}_\infty = 0$ corresponde a la ionización del átomo. En la fig. 71.3 se indican con flechas las transiciones correspondientes a la radiación de las diversas series de rayas espectrales

§ 71.5. Cuantización de la energía y cálculo de la constante de Ridberg en la teoría de Bohr

1. Los postulados propuestos por Bohr le permitieron a él mismo calcular teóricamente el espectro del hidrógeno y de los iones con un solo electrón moviéndose alrededor del núcleo. El problema consistía en deducir teóricamente la fórmula (71.8) y calcular teóricamente la constante de Ridberg, medida experimentalmente con gran exactitud. Bohr consideró que en el átomo de hidrógeno el electrón se mueve por una órbita circular de radio r . En esta trayectoria se mantiene en virtud de la fuerza de atracción coulombiana

del electrón hacia el núcleo, que desempeña el papel de fuerza centrípeta (§ 7.1):

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{(Ze) \cdot e}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (71.9)$$

o, como $v = \omega r$, siendo ω la velocidad angular del electrón,

$$r^3 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m\omega^2}. \quad (71.9')$$

Elevando al cuadrado los dos miembros de la relación (71.6) y sustituyendo en ella v por ωr , tenemos que

$$m^2\omega^2 r^4 = n^2\hbar^2.$$

Dividiendo entre sí miembro a miembro las dos últimas fórmulas resulta

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{mZe^2}. \quad (71.10)$$

Los radios de las órbitas del electrón en el átomo de hidrógeno ($Z = 1$) son directamente proporcionales a los cuadrados del número cuántico principal. En particular, el radio de la primera órbita, para $n = 1$, llamado *primer radio de Bohr*, es:

$$r_1 = a_0 = \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{me^2} = 0,528 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,0528 \text{ nm}. \quad (71.10')$$

El primer radio de Bohr se toma como unidad de longitud en la física atómica.

La energía del electrón en el átomo de hidrógeno (o en el ion correspondiente) se compone de la energía cinética K y la energía potencial U de la atracción del electrón hacia el núcleo:

$$\mathcal{E} = K + U = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (71.11)$$

Aquí hemos utilizado la fórmula (71.9) y también lo que la energía potencial de la atracción del electrón hacia el núcleo es negativa y tiene la forma

$$U = -Ze^2/(4\pi\epsilon_0 r).$$

En la fig. 71.4 se representa la gráfica de la función $U(r)$ para el electrón en el campo de un núcleo de carga Ze . El núcleo se halla en el origen de coordenadas.

Sustituyendo en (71.11) r por su valor según la expresión (71.10), se obtiene

$$\mathcal{E}_n = -\frac{Z^2 m e^4}{8 h^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (71.12)$$

Comparando las fórmulas (71.8) y (71.12) y suponiendo que para el hidrógeno $Z = 1$, obtenemos la expresión de la constante de Ridberg:

$$R = m e^4 / (8 h^3 \epsilon_0^2 c). \quad (71.13)$$

Así, la expresión de la energía de un ion hidrogenoide en un estado estacionario determinado tendrá la forma (compárese con (71.8))

$$\mathcal{E}_n = -Z^2 R c h / n^2 \text{ en la que } n = 1, 2, 3, \dots \quad (71.14)$$

y los números de onda de las rayas espectrales vendrán expresados por la fórmula (compárese con (71.5))

$$\nu^* = \frac{1}{\lambda} = Z^2 R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (71.15)$$

Es fácil darse cuenta de que, excepto en la aplicación de los postulados de Bohr, la deducción de la fórmula (71.12) tiene carácter puramente clásico. Toda la descripción del comportamiento del electrón en el átomo se hace como si se tratara de una partícula clásica ordinaria. En esto se manifiesta la inconsecuencia de la teoría de Bohr.

2. La constante de Ridberg se puede calcular aplicando el principio de correspondencia de Bohr enunciado en el § 70.4. Por (71.9') hallamos el radio clásico de la órbita del electrón en el átomo de hidrógeno ($Z = 1$):

$$r = (e^2 / 4\pi\epsilon_0 m)^{1/3} \omega^{-2/3},$$

y sustituimos su valor en la expresión (71.11) de la energía del electrón:

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{2} \frac{(e^2)^{2/3} m^{1/3} \omega^{2/3}}{(4\pi\epsilon_0)^{2/3}}. \quad (71.11')$$

Examinemos, por otra parte, la transición del electrón entre dos niveles de energía contiguos n y $n - 1$, siendo $n \gg 1$. Según el principio de correspondencia, cuando los números cuánticos son grandes, los resultados del examen mecanocuántico deben coincidir con los resultados del examen clásico. En particular, la expresión de la energía del

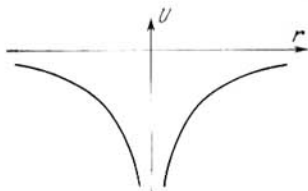


Fig. 71.4.

electrón debe tener una forma análoga a la (71.11'). Cerciorémonos de esto. Por la fórmula (71.5) hallamos la frecuencia de la transición entre los niveles contiguos:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc \left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right] = Rc \frac{2n-1}{n^2(n-1)^2} \approx \frac{2Rc}{n^3},$$

ya que $n \gg 1$ y la unidad se puede omitir tanto en el numerador como en el denominador. De este modo,

$$n^3 = \frac{2Rc}{\nu} = \frac{4\pi Rc}{\omega} \quad \text{y} \quad n = (4\pi Rc)^{1/3} \omega^{-1/3}.$$

Ahora aplicamos la fórmula (71.8) de la energía del electrón y en ella sustituimos n por la expresión que acabamos de hallar:

$$\mathcal{E}_n = -\frac{Rch}{n^2} = -(Rc)^{2/3} \frac{h}{(4\pi)^{2/3}} \omega^{2/3}. \quad (71.11'')$$

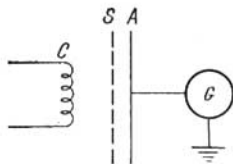
Según el principio de correspondencia las expresiones clásica y cuántica de la energía (71.11') y (71.11'') deben coincidir. Igualándolas y elevándolas al cubo obtenemos para la constante de Ridberg la fórmula

$$R = me^4 / (8h^3 \epsilon_0^2 c).$$

Este resultado, como era de esperar, coincide con la fórmula (71.13).

§ 71.6. Experiencias de Franck y Hertz

1. Los postulados primero y tercero de Bohr fueron confirmados experimentalmente en las experiencias realizadas por J. Franck y G. Hertz en 1913. En estas experiencias se estudió el paso a través de los gases de un haz de electrones acelerados en un campo eléctrico. Las primeras experiencias consistieron en hacer pasar los electrones a través de vapor de mercurio. La fig. 71.5 representa el esquema de estos experimentos. En un recipiente de vidrio, en que estaba el vapor de mercurio a una presión de cerca de 13,3 Pa,



ig. 71.5.

se encontraban también el cátodo K , que emitía los electrones, el ánodo A , conectado al galvanómetro G , y el electrodo de rejilla S . Entre el cátodo y la rejilla se creaba un campo eléctrico que aceleraba los electrones hasta la energía $e\varphi_1$, siendo φ_1 la diferencia de potencial entre el cátodo y la rejilla, y e , la carga del electrón. Entre la rejilla y el ánodo se creaba un campo retardador débil cuya diferencia de potencial φ_2 no superaba 0,5 V.

2. Al pasar los electrones a través del vapor de mercurio se producen colisiones entre ellos y los átomos de mercurio. Los choques de los electrones con los átomos pueden ser de dos tipos: primero, *choques elásticos*, como resultado de los cuales no varía la velocidad ni la energía de los electrones, sólo cambian las direcciones de sus velocidades; segundo, *choques inelásticos*, en los cuales los electrones pierden su energía y la transmiten a los átomos de mercurio.

Las colisiones elásticas de los electrones con los átomos de mercurio no pueden impedir que aquéllos lleguen al ánodo. El campo eléctrico acelerador entre K y S , a medida que aumenta la diferencia de potencial φ_1 , debe hacer que aumente la corriente anódica en el tubo y los choques elásticos no pueden alterar esta regularidad. Las colisiones inelásticas sí pueden ser causa de la ausencia total de corriente anódica. En efecto, si los electrones al chocar inelásticamente con los átomos de mercurio pierden su energía hasta tal punto que no pueden vencer el débil campo retardador que hay entre la rejilla S y el ánodo A , la corriente anódica debe disminuir prácticamente hasta cero.

Según el primer postulado de Bohr el átomo de mercurio no puede adquirir del electrón una porción de energía cualquiera. El átomo sólo puede asimilar la energía necesaria para pasar a uno de los estados de energía excitados. El estado excitado más próximo al fundamental, no excitado, del átomo de mercurio es el que por la escala de energías dista de éste $4,86$ eV. Hasta que los electrones acelerados por el campo no adquieren la energía $e\varphi_1 = 4,86$ eV, sólo experimentan choques elásticos con los átomos, no pierden su energía, llegan al ánodo y la corriente anódica aumenta. En cuanto la energía del electrón alcanza el valor de $4,86$ eV, se puede producir el choque inelástico del electrón con el átomo de mercurio, cuyo resultado es que el electrón cede su energía al átomo. Toda la energía del electrón se invierte en la transición del átomo de mercurio desde su estado de energía normal al excitado. Es evidente que este electrón no puede vencer el débil campo retardador entre S y A y no cae en el ánodo.

De este modo, cuando la diferencia de potencial entre el cátodo y la rejilla es igual a $4,86$ eV se produce una caída brusca de la corriente anódica. Cuando la diferencia de potencial es igual a $2 \cdot 4,86$, $3 \cdot 4,86$ V etc., si los electrones pueden sufrir dos, tres o más choques inelásticos con los áto-

mos de mercurio y perder así toda su energía, debe ocurrir lo mismo. La dependencia característica de la corriente anódica respecto de la diferencia de potencial entre el cátodo y la rejilla obtenida en los experimentos de Franck—Hertz se da en la fig. 71.6. Para $\varphi_1 = 4,86$ V; $9,72$ V y $14,58$ V, se produce una caída brusca de la corriente anódica que confirma que el primer postulado de Bohr es correcto.

3. En los experimentos de Franck y Hertz también se confirmó el tercer postulado de Bohr (regla de las frecuencias). El vapor de mercurio que había en el tubo con que se hicieron los experimentos resultó ser fuente de radiaciones ultravioleta de longitud de onda $253,7$ nm. Esta radiación se debe a que los átomos de mercurio excitados por el choque con un electrón se encuentran en el nivel de energía excitado durante un intervalo de tiempo muy corto, del orden de 10^{-8} s, y después retornan al nivel de energía fundamental *). De acuerdo con el tercer postulado de Bohr,

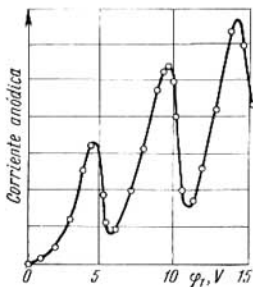


Fig. 71.6.

en el instante de la transición al estado normal, el átomo emite un cuanto de energía en forma de fotón con energía $\Delta\mathcal{E} = h\nu$. Conociendo la magnitud $\Delta\mathcal{E} = 4,86$ eV $= 4,86 \cdot eJ$, donde $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C es la carga del electrón, se puede calcular la longitud de onda de la luz emitida:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{\Delta\mathcal{E}} = 2537 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 253,7 \text{ nm.}$$

Este resultado está completamente de acuerdo con el experimento: la longitud de onda principalmente emitida por el vapor de mercurio era precisamente esta.

4. Además de dar la interpretación teórica de los espectros de rayas de los sistemas hidrogenoides, la teoría de Bohr permitió explicar la naturaleza física de los denomina-

*) De hecho, cuando el vapor de mercurio se excita, sus electrones de valencia (uno o ambos) saltan del nivel de energía normal a los niveles excitados. La radiación corresponde al salto inverso de los electrones.

dos rayos X característicos (§ 73.4) y una serie de otros fenómenos cuya exposición rebasa los límites de esta obra. La teoría de Bohr ha desempeñado un papel enorme en la creación de la física atómica. Durante su período de desarrollo (1913—1925) se hicieron importantes descubrimientos, parte de los cuales se estudian en este libro. Especialmente grande es el papel desempeñado por la teoría de Bohr en el desarrollo de la espectroscopia atómica y, en parte, de la molecular, es decir, del estudio de los espectros de los átomos y de las moléculas. Con ayuda de la teoría de Bohr una cantidad enorme de material experimental sobre los espectros de los átomos y moléculas pudo ser sistematizado y reducido a leyes semiempíricas.

Pero junto a sus considerables éxitos, pronto se demostró que la teoría de Bohr adolecía de serios defectos. El fundamental de ellos era su contradicción interna. Esta teoría era la unión de la física clásica con unos postulados cuánticos que la contradecían. El fracaso más serio de la teoría de Bohr fue que, basándose en ella, resultó ser absolutamente imposible crear la teoría del átomo de helio y en general de cualesquiera sistemas formados por el núcleo y más de un electrón. El desarrollo ulterior de la física demostró que la teoría de Bohr, que explicando correctamente unos hechos era incapaz de interpretar una serie de otros, constituyó una etapa transitoria en el proceso de creación de una teoría consecuente de los fenómenos atómicos y nucleares. Esta teoría consecuente es la mecánica cuántica, algunos de los fundamentos de la cual se han estudiado en el cap. 70 y volveremos a estudiarlos en los siguientes de este libro.

Capítulo 72

SISTEMAS HIDROGENOIDES EN LA MECÁNICA CUÁNTICA

§ 72.1. Cuantización de la energía del electrón del átomo de hidrógeno

1. Los resultados que se obtuvieron en el capítulo anterior para el átomo de hidrógeno por medio de los postulados de Bohr, se pueden conseguir en la mecánica cuántica sin

aplicar dichos postulados. El nivel de este libro no permite estudiar cómo se resuelve en la mecánica cuántica el problema del movimiento del electrón en el campo coulombiano del núcleo de carga e . Para esto hay que resolver la ecuación de Schrödinger para el electrón que posee la energía potencial $U = -e \cdot e' / (4\pi\epsilon_0 r)$, en la que r es la distancia entre el electrón y el núcleo (fig. 72.1). El resultado más importante de la solución consiste en que si el electrón se encuentra en el átomo de hidrógeno «ligado», y su energía

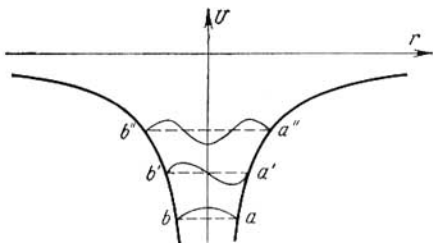


Fig. 72.1.

total \mathcal{E} es negativa (véase (71.11)), el movimiento del electrón debe ser periódico, y la energía \mathcal{E} del electrón sólo puede tomar los valores discretos expresados por la fórmula (71.12) para $Z = 1$:

$$\mathcal{E}_n = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2} \frac{1}{n^2},$$

donde n es el número cuántico principal, que toma los valores de los números enteros: $n = 1, 2, 3$, etc.

2. Vamos a intentar obtener la fórmula (71.12) por un método análogo al que se utilizó en el § 70.5 para el oscilador armónico. Partiremos de que en la longitud eficaz de la región permisible por la «trampa de potencial» (segmentos ab , $a'b'$, $a''b''$, etc. de la fig. 72.1) debe haber un número entero de semiondas de De Broglie (§ 70.5). Como la longitud eficaz l depende de la energía \mathcal{E} , la forma de la curva de potencial determina la cuantización de la energía. De la igualdad de la energía potencial del electrón a su energía total en las «paredes» de la caja de potencial (trampa de potencial), o sea, en los puntos a , a' ,

a'' , b , b' , b'' , etc. de la fig. 72.1, tenemos que

$$\mathcal{E}_n = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 l_n}, \quad \text{ó} \quad l_n = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \mathcal{E}_n}. \quad (72.1)$$

La longitud eficaz de la onda de De Broglie λ_{ef} la introducimos análogamente a como se hizo en la fórmula (70.13'):

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{h^2}{2m\lambda_{ef}^2}. \quad (72.2)$$

Para determinar λ_e tenemos la relación

$$\frac{h^2}{2m\lambda_{ef}^2} = \mathcal{E} - \bar{U}. \quad (72.3)$$

λ_{ef} se determina partiendo de la condición

$$2l_n = n\lambda_{ef}/2, \quad \text{en la que } n = 1, 2, \dots \quad (72.4)$$

El problema se reduce a hallar \bar{U} , lo que no puede hacerse por métodos elementales. Si suponemos para simplificar que el electrón se puede encontrar con igual probabilidad en cualquier punto dentro de la «trampa de potencial», es relativamente fácil calcular (pero no por vía elemental) que $\bar{U} = (3/2)\mathcal{E}_n$.

Supongamos que la carga del electrón está distribuida uniformemente dentro de la «trampa de potencial». La carga infinitesimal que hay dentro de una capa esférica de radio r y espesor dr será

$$dq = \frac{-enV}{(4/3)\pi l_n^3} = \frac{-e \cdot 4\pi r^2 dr}{(4/3)\pi l_n^3} = -\frac{3er^2 dr}{l_n^3}.$$

La energía potencial de esta capa en el campo del núcleo, cuya carga es e ,

$$dU = dq \cdot \varphi = -\frac{3er^2 dr}{l_n^3} \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{3e^2 r dr}{4\pi\epsilon_0 l_n^3}.$$

Y el valor medio de la energía potencial

$$\begin{aligned} \bar{U} &= \int_0^{l_n} dU = -\frac{3e^2}{4\pi\epsilon_0 l_n^3} \int_0^{l_n} r dr = -\frac{3e^2}{4\pi\epsilon_0 l_n^3} \frac{l_n^2}{3} = \\ &= -\frac{3}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 l_n^3} = \frac{3}{2} \mathcal{E}_n. \end{aligned}$$

Ahora la fórmula (72.3) da

$$\frac{h^2}{2m\lambda_{ef}^2} = -\frac{1}{2} \mathcal{E}_n. \quad (72.3')$$

Por otra parte, de (72.1) y (72.4) se sigue que

$$\lambda_{ef} = \frac{4l_n}{n} = - \frac{4e^2}{n \cdot 4\pi\epsilon_0 \mathcal{E}_n}.$$

Y sustituyendo este valor en (72.3'), después de simplificar, obtenemos

$$\mathcal{E}_n = - \frac{me^4}{\pi^2 \hbar^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (72.5)$$

Comparemos esta fórmula con la expresión (71.12) de los niveles de energía del electrón en el átomo de hidrógeno, que se obtiene resolviendo la ecuación de Schrödinger. Como puede verse, la dependencia de la energía respecto del número cuántico principal y de las constantes universales m , e , \hbar , se ha obtenido correctamente. La única diferencia de la fórmula exacta consiste en que en vez del 8, en el denominador figura $\pi^2 \approx 9,98$. Está claro que estos razonamientos no deben considerarse deducción de la fórmula de la energía del átomo de hidrógeno. Su propósito es ilustrar la dependencia de la energía \mathcal{E}_n respecto de la forma de la curva de potencial y mostrar que el electrón, que posee propiedades ondulatorias y que se mueve en el campo coulombiano del núcleo del átomo de hidrógeno, tiene valores cuantizados de la energía \mathcal{E} inversamente proporcionales al cuadrado del número cuántico principal.

§ 72.2. Cuantización del momento de impulso

1. En la mecánica cuántica consigue su ulterior fundamentación y desarrollo el segundo postulado de Bohr, el cual adquiere un sentido y significación nuevos. Resulta que el momento de impulso L del electrón en un átomo cualquiera, y no sólo en el de hidrógeno, puede tomar únicamente valores cuantizados:

$$L_l = \sqrt{l(l+1)} \hbar, \quad (72.6)$$

donde l es el llamado *número cuántico orbital*, que para un número cuántico principal dado n puede tomar los valores

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1). \quad (72.7)$$

Comparando la fórmula (72.6) con el segundo postulado de Bohr (71.6) es fácil darse cuenta de que el resultado de la mecánica cuántica difiere del postulado de Bohr en la de-

pendencia de L_l de los números cuánticos. En vez de número cuántico n que figura en la regla de cuantización de las órbitas circulares (71.6), entra la expresión $\sqrt{l(l+1)}$, en la que l es el número cuántico orbital. Es cierto que cuando los valores de l son grandes ($l \gg 1$), $l+1 \approx l$ y la fórmula (72.6) da $L_l = l\hbar$, lo que recuerda el postulado de Bohr: $L = n\hbar$. Sin embargo, tiene mucha importancia que el número cuántico orbital pueda tomar los valores de los números enteros desde cero hasta $(n-1)$. En la mecánica cuántica son posibles en un átomo cualquiera los estados en que el electrón tiene momento de impulso L_l igual a cero. En la teoría de Bohr a estos estados corresponde la denominada «órbita pendular», que pasa a través del núcleo del átomo, es decir, los estados con $l=0$ son imposibles según la teoría de Bohr. Los experimentos han demostrado que los estados del electrón en que éste no tiene momento de impulso relacionado con el movimiento del electrón por la órbita, existen en realidad.

2. Los distintos valores del número cuántico orbital del electrón sirven en la física atómica de base para sistematizar los estados electrónicos en los átomos y moléculas. Se han adoptado las designaciones siguientes:

si $l=0$, se dice que el electrón está en el estado s ;

si $l=1$, el electrón está en el estado p ;

los estados con $l=2, 3$, etc. se llaman, respectivamente, estados d, f , etc. siguiendo el orden de las letras en el alfabeto latino.

§ 72.3. Sentido físico de las órbitas de Bohr

1. En el § 14.3 se demostró que para el electrón que se encuentra en un átomo las relaciones de indeterminación de Heisenberg conducen a que no pueda hablarse de trayectoria por la cual se mueve el electrón. Ahora se nos plantea la pregunta: ¿qué sentido físico tiene la órbita de Bohr en la mecánica cuántica? Examinemos esta cuestión más detalladamente basándonos en el ejemplo del estado s del electrón en el átomo de hidrógeno cuando $n=1$, o sea, en su estado fundamental, no excitado. Los cálculos basados en la ecuación de Schrödinger demuestran que la probabilidad de que el electrón se encuentre en un punto determinado dentro del átomo depende en este caso solamente de la distancia r del electrón al núcleo. Esto significa que en todos los pun-

tos situados en una esfera de radio r con centro en el núcleo del átomo existe la misma probabilidad de que se encuentre el electrón. En otras palabras, la distribución de la probabilidad de encontrar el electrón en el átomo tiene carácter de simetría esférica.

2. Esto no significa, sin embargo, que exista la misma probabilidad de que el electrón se encuentre a cualquier

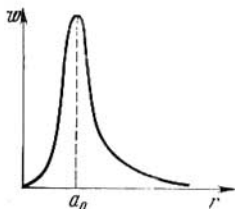


Fig. 72.2.

distancia del núcleo. Los cálculos demuestran que en la mecánica cuántica la probabilidad $w(r)$ de que el electrón se encuentre a una distancia dada del núcleo tiene la forma de la curva que reproduce la fig. 72.2. La probabilidad $w(r)$ tiene un máximo a la distancia r del núcleo que coincide con el primer radio de Bohr a_0 (véase (71.10')). Por lo tanto, las órbitas de Bohr del electrón en el átomo son los lugares

geométricos de los puntos en los cuales es mayor la probabilidad de que se encuentre el electrón. Este sentido físico de las órbitas de los electrones en los átomos lo tendremos siempre en cuenta en adelante al utilizar el término «órbita» refiriéndonos a la trayectoria del electrón en el átomo.

§ 72.4. Cuantización espacial

1. En el § 42.2 se estudió la relación entre el momento de impulso (o angular) L del electrón, debido a su movimiento por la órbita, y el momento magnético p_m del electrón. El momento orbital de impulso del electrón y su momento magnético son proporcionales el uno al otro y están orientados perpendicularmente al plano de la órbita del electrón y dirigidos en sentidos opuestos (§ 40.6). Los vectores p_m y L_l están ligados entre sí por la relación

$$p_m = - (e/2m_e L_l), \quad (72.8)$$

en la que e es la carga del electrón y m_e su masa *). La magni-

*) En este párrafo y en los siguientes de este capítulo, la masa en reposo del electrón se designa por m_e a causa de que con la letra m es necesario designar otra magnitud física.

tud

$$g_l = e/2m_e \quad (72.9)$$

es la *relación o cociente giromagnético orbital*.

2. En la mecánica cuántica no se puede indicar la orientación de los vectores \mathbf{p}_m y \mathbf{L}_l con respecto al plano de la órbita del electrón. Esto está relacionado con el sentido físico que tiene la órbita en dicha mecánica. Para indicar la

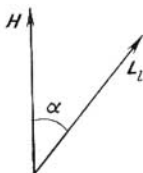


Fig. 72.3.

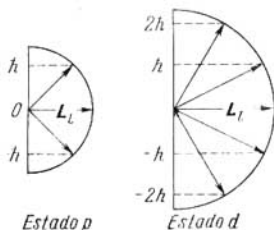


Fig. 72.4.

orientación de estos vectores basta elegir cierta dirección en el espacio de tal modo, que el ángulo α entre esta dirección y el vector \mathbf{L}_l determine la posición de \mathbf{L}_l en el espacio. Esta dirección puede ser la de la intensidad \mathbf{H} del campo magnético externo en que se halla el átomo y sus electrones (fig. 72.3). En ausencia de campo magnético exterior se puede tomar como dirección, con respecto a la cual se determina la orientación de \mathbf{L}_l , la dirección del campo magnético interno creado por el núcleo del átomo y todos los demás electrones excepto el que se considera.

3. La orientación de los vectores de los momentos magnéticos de los átomos y las moléculas en el campo magnético exterior tiene esencial importancia para las propiedades magnéticas de la substancia. En la física clásica se consideraba que el vector \mathbf{p}_m (o \mathbf{L}_l) puede estar orientado en el campo magnético exterior de un modo totalmente *arbitrario*. En esto se basa la teoría clásica del paramagnetismo que se estudió en el § 42.5.

4. La suposición de que los vectores \mathbf{L}_l (y \mathbf{p}_m) podían tener una orientación arbitraria en el campo magnético exterior resultó ser *equivocada*. En la mecánica cuántica se demuestra que existe la *cuantización espacial*: el vector momento

de impulso del electrón sólo tiene aquellas orientaciones en el espacio con las cuales la proyección L_{1z} del vector L_1 sobre la dirección z del campo magnético exterior toma los valores cuantizados de los números enteros múltiplos de \hbar :

$$L_{1z} = m\hbar, \quad (72.10)$$

donde m es el denominado número cuántico magnético, que puede tomar los siguientes valores:

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, 3, \dots, \pm l: \quad (72.11)$$

aquí l es el número cuántico orbital.

Por (72.11) se ve que el número cuántico magnético puede tomar $(2l + 1)$ valores posibles. Por consiguiente, el vector L_1 puede tener en el espacio $(2l + 1)$ orientaciones, de acuerdo con el número de sus posibles proyecciones sobre la dirección del campo magnético exterior. En la fig. 72.4 se muestran las orientaciones posibles de los vectores L_1 para el electrón que se encuentra en los estados p y d , es decir, para $l = 1$ y $l = 2$.

§ 72.5. Más sobre el espín del electrón

1. La experiencia de Stern y Gerlach, descrita en el § 42.10, confirmó la cuantización espacial. Los resultados de esta experiencia indicaron unívocamente que el momento magnético medido en este experimento adquiere en el campo magnético exterior dos orientaciones. Si la cuantización espacial no se produjera y la orientación de los momentos magnéticos \mathbf{p}_m pudiera ser arbitraria, en vez de las dos franjas nítidas, en la placa fotográfica se obtendría una distribución continua de las incidencias de los átomos sobre los distintos puntos de la misma.

2. Stern y Gerlach hicieron los experimentos primeramente con plata y otros átomos del primer grupo del sistema periódico de Mendeléiev (§ 73.2). Estos átomos tienen un electrón de valencia periférico. En el estado fundamental, no excitado, este electrón se encuentra en el estado s , es decir, tiene número cuántico orbital nulo. Por consiguiente, el electrón de valencia de los átomos de este grupo de elementos y los átomos en conjunto, no tienen momento de impulso orbital ($L_0 = 0$ *). Los experimentos de Stern

*) Los momentos orbitales de los impulsos de todos los electrones situados en las capas internas de los átomos (§ 73.2) se compensan entre sí.

y Gerlach con estos átomos *no permitieron descubrir* la cuantización espacial del momento de impulso orbital. Sin embargo, en los experimentos, como ya se dijo en el § 42.10, se ponía de manifiesto unívocamente una cuantización espacial. En la interpretación de los resultados de estos experimentos surge una seria dificultad. Esta dificultad, como otras muchas de que hablaremos más adelante, fue superada cuando, en 1925, Goudsmit y Uhlenbeck introdujeron la idea de que el electrón tenía su *propio momento mecánico de impulso* L_s , denominado *espín del electrón*. Al momento mecánico de impulso propio corresponde el momento magnético propio p_{ms} . De las experiencias de Stern y Gerlach se deducía que la proyección del momento magnético propio del electrón sobre la dirección del campo exterior era numéricamente igual al magnetón de Bhor (§ 42.10):

$$p_{msz} = \mu_B = e\hbar/2m_e. \quad (72.12)$$

3. Los experimentos de Stern y Gerlach con los átomos del primer grupo de elementos del sistema periódico tuvieron una explicación fácil después de haber sido introducido el espín. En dichos experimentos se observó la cuantización espacial del *momento de impulso del espín* L_s . De un modo semejante al momento de impulso orbital L_l , el momento de espín (o, simplemente, espín) L_s y su proyección L_{sz} sobre el eje cuya dirección coincide con la del campo magnético exterior, debe estar *cuantizada*. En la mecánica cuántica se demuestra que el espín del electrón debe estar cuantizado de acuerdo con la ley

$$L_s = \sqrt{s(s+1)} \hbar. \quad (72.13)$$

La fórmula (72.13) es análoga a la (72.6), pero en vez de l en ella figura el número cuántico s , llamado *número cuántico de espín*. La analogía entre los momentos de impulso orbital y de espín no termina en esto. La proyección L_{sz} del espín resulta que debe estar cuantizada de tal modo que el vector L_s pueda tomar $(2s + 1)$ orientaciones. Ahora tenemos en cuenta que en las experiencias de Stern y Gerlach sólo se observaron *dos* orientaciones del espín, de manera que $2s + 1 = 2$, es decir, $s = 1/2$. El número cuántico de espín sólo tiene un valor y en esto difiere de los números cuánticos principal (n), orbital (l) y magnético (m) introducidos antes. Además, el número s no es entero. Por la fórmula

(72.13) se puede hallar el valor numérico del espín del electrón:

$$L_s = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right)} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar. \quad (72.13')$$

4. Si por analogía con la cuantización espacial del momento orbital del impulso L_l se escribe la fórmula de la cuantización espacial del espín L_s , tenemos que

$$L_{sz} = m_s \hbar,$$

donde el *número cuántico magnético de espín* m_s puede tener solamente dos valores: $m_s = \pm 1/2$, de acuerdo con que la proyección del espín sobre la dirección del campo magnético puede tomar dos valores:

$$L_{sz} = \pm \frac{1}{2} \hbar. \quad (72.13'')$$

Suele decirse que el espín del electrón es igual a $\pm \hbar/2$ y puede estar orientado a lo largo de la dirección de la intensidad del campo magnético o en sentido contrario. En realidad, al decir esto, se tiene en cuenta no el espín mismo, determinado por la fórmula (72.13'), sino su proyección L_{sz} . En adelante tendremos que hablar frecuentemente del espín del electrón y utilizaremos la terminología generalmente adoptada, teniendo en cuenta su cierta inexactitud.

La fórmula (72.12) también se interpreta a veces de manera que el momento magnético de espín del electrón es igual al magnetón de Bohr. Esto también es inexacto, porque lo que se tiene en cuenta en este caso es la magnitud absoluta de la proyección del momento magnético de espín sobre la dirección del campo magnético.

5. Utilizando los resultados del experimento de Stern y Gerlach, expresados por la fórmula (72.12) y de la cuantización espacial, escritos abreviadamente en la fórmula (72.13''), calculamos la relación entre p_{msz} y L_{sz} :

$$\frac{p_{msz}}{L_{sz}} = \frac{e}{m_e} = g_s. \quad (72.14)$$

La razón de la proyección de los vectores es igual a la razón de los valores numéricos de los vectores mismos p_{ms} y L_s :

$$\frac{p_{ms}}{L_s} = \frac{e}{m_e} = g_s. \quad (72.14')$$

La expresión $g_s = e/m_e$ recibe el nombre de *relación* o *coeficiente giromagnético de espín*. La comparación de (72.14') con (72.9) muestra que la relación giromagnética de espín es dos veces mayor que la relación giromagnética orbital. En los experimentos realizados por Einstein y de Haas se midió la relación giromagnética de espín para los ferromagnéticos (§ 42.9). Esto dio la posibilidad de comprender la naturaleza espínica del campo magnético intrínseco de los ferromagnéticos y de crear la teoría mecanocuántica moderna del ferromagnetismo.

6. Para dar una idea intuitiva del espín del electrón se suele decir que los momentos intrínsecos del electrón (mecánico L_s y magnético p_s) se deben a la rotación del electrón alrededor de su eje. A veces incluso se subraya que esta rotación profundiza la analogía de la estructura del átomo con la del sistema solar, en el que los planetas no sólo giran alrededor del Sol, sino también sobre sus propios ejes. Esta representación del espín como rotación propia conlleva serias dificultades.

Figurémonos que el electrón es una bolita de radio r con la carga superficial e (en el § 83.8 se tratará más detalladamente de la estructura de las partículas elementales). El radio r se puede calcular fácilmente partiendo de la condición de que la energía potencial de la bolita cargada $e^2/(4\pi\epsilon_0 r)$ es su energía relativista en reposo $m_e c^2$ (§§ 18.8 y 16.1):

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = m_e c^2, \text{ de donde } r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 2,8 \cdot 10^{-15} \text{ m,}$$

si todas las constantes se sustituyen por sus valores numéricos.

Supongamos ahora que el electrón, es decir, la bolita con este «radio clásico», gira alrededor de su eje y posee el momento de impulso L_s igual a $\hbar/2$. Hallemos la velocidad lineal v con la cual deberán moverse en estas condiciones los puntos que se encuentran en la circunferencia de la sección diametral de la bolita. Tenemos la siguiente condición:

$$L = (1/2)\hbar = J\omega,$$

en la que $J\omega$ es el momento de impulso del electrón-bolita, y $J = (2/5)m_e r^2$, su momento de inercia. Sustituyendo $\omega = v/r$, hallamos que $v = 5\hbar/(4m_e r)$. Poniendo en esta fórmula los valores de \hbar , m_e y r , resulta que $v > c$. Este

resultado contradice evidentemente el postulado fundamental de la teoría de la relatividad, que afirma la imposibilidad de la existencia de velocidades mayores que c (§ 12.5).

Así, pues, el modelo representativo del espín («huso»), a pesar de ser tan intuitivo, no es satisfactorio y no conviene acostumbrarse a él. El espín de una partícula, en particular del electrón, es una propiedad peculiar de ella, lo mismo que su masa en reposo y su carga eléctrica.

§ 72.6. Estructura fina de las rayas espectrales

1. El *desdoblamiento fino de las rayas espectrales* se explica por el espín del electrón. Los átomos radiantes dan espectros formados por rayas espectrales separadas. Un ejemplo de espectro de rayas es el del átomo de hidrógeno que se estudió detenidamente en el § 71.3. Un estudio más minucioso de las rayas espectrales de los átomos ha mostrado que se manifiesta una estructura fina de dichas rayas. Se sabe, por ejemplo, que el átomo de sodio da en el espectro una raya amarilla brillante. Con el empleo de aparatos espectrales modernos se ha demostrado que esta raya D del sodio es en realidad *doble* y consta de dos rayas espectrales cuyas longitudes de onda son 589,00 y 589,59 nm. El desdoblamiento de la raya D es de, aproximadamente, 0,6 nm y se descubre fácilmente.

2. El desdoblamiento de las rayas espectrales se explica porque se produce el *desdoblamiento de los niveles de energía* del electrón en los estados excitados. La estructura fina de las rayas espectrales, es decir, su desdoblamiento, se debe a la estructura fina o desdoblamiento de los niveles de energía excitados del electrón en el átomo.

Veamos, en el ejemplo de un átomo con un solo electrón óptico, periférico *), cómo el espín del electrón influye en su energía. En virtud del momento magnético de espín p_{ms} el electrón se comporta como un «dipolo magnético» situado en el campo magnético creado por el movimiento del mismo electrón por la órbita. El comportamiento de este dipolo en el campo magnético se estudió en el § 41.10. Sabemos que en un campo exterior adquiere el dipolo una

*) Los espectros electrónicos de los átomos se explican por la variación del estado de los electrones de valencia o periféricos. Los electrones que se encuentran en las capas internas de los átomos (§ 73.2) no influyen en dichos espectros.

energía adicional. La interacción del momento magnético de espín con el momento magnético orbital se llama en la física atómica *interacción espín-órbita*. En virtud de esta interacción varía la energía del electrón y se produce el desdoblamiento de sus niveles de energía excitados.

En dependencia de que el espín esté orientado a lo largo o en sentido contrario del campo magnético creado por el movimiento orbital del electrón, la energía adicional que

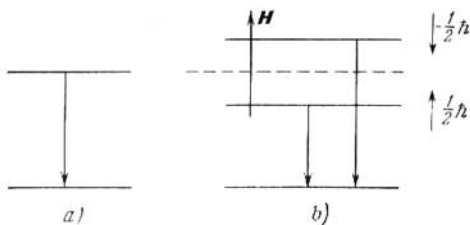


Fig. 72.5.

éste adquiere a expensas del espín puede ser mayor o menor que la energía que tenía el electrón a expensas del movimiento orbital puro.

En la fig. 72.5, *a* se muestra la disposición de los niveles de energía principal y excitado de un electrón sin tener en cuenta su espín. En la fig. 72.5, *b* se ve que como resultado de la interacción espín-órbita se produce el desdoblamiento en dos del nivel de energía del electrón. Uno de ellos, con energía menor, corresponde al espín orientado a lo largo del campo. Otro, con energía mayor, corresponde al espín orientado en sentido opuesto al del campo. Los niveles de energía desdoblados se denominan *dobletes*.

Al paso del electrón desde el nivel de energía doblete o desdoblado al estado fundamental le corresponde una raya espectral desdoblada en dos componentes.

3. Para terminar vamos a llamar la atención sobre un resultado muy importante: tomando en consideración el espín del electrón, el estado del electrón en el átomo se caracteriza por un conjunto de cuatro números cuánticos: principal n , orbital l , magnético m y magnético de espín m_s (o, simplemente, número de espín s).

§ 72.7. Sentido mecanocuántico de los postulados de Bohr

1. En el § 71.4 estudiamos, basándonos en los postulados de Bohr la emisión de las rayas espectrales por un átomo en estado excitado y la absorción de la luz que incide sobre el átomo. *La mecánica cuántica ha explicado, en completo acuerdo con la experiencia, los procesos de emisión y absorción de la luz y ha revelado el sentido de los postulados de Bohr. Aquí vamos a examinar solamente algunos de los resultados obtenidos en la mecánica cuántica. Su deducción queda muy lejos de los límites de este libro.*

2. Consideremos el electrón que en un átomo de hidrógeno (o en un ion con un solo electrón) *) se encuentra en cierto estado de energía. Sea n el número cuántico principal que caracteriza este estado y determina la energía del electrón \mathcal{E}_n . Como se sabe (§ 70.1), en la mecánica cuántica el estado del electrón se define unívocamente dando su función de onda. Sea $\psi_n(x, y, z, t)$ la función de onda del electrón en el estado de energía \mathcal{E}_n . Por el sentido que tiene la función de onda, la probabilidad de que el electrón se encuentre en cierto volumen ΔV del átomo se expresa como $|\psi_n|^2 \Delta V$. Un resultado extraordinariamente importante obtenido en la mecánica cuántica consiste en que si el electrón se halla en el estado de energía caracterizado por el número cuántico n , *la probabilidad de que se encuentre en un punto del átomo no depende del tiempo, es decir, no varía en el transcurso del tiempo.* Desde el punto de vista clásico, en este estado el electrón no puede oscilar en el átomo ni emitir energía. Su energía \mathcal{E}_n no variará. El estado del electrón caracterizado por una energía determinada \mathcal{E}_n se llama *estacionario*, es decir, que no varía con el tiempo. Esto es precisamente el primer postulado de Bohr sobre la existencia de estados estacionarios del átomo, en los cuales éste no emite luz.

3. Como se indicó antes (§ 71.4), el segundo postulado de Bohr también logró una fundamentación mecanocuántica sencilla. Así mismo la mecánica cuántica explicó el tercer postulado de Bohr (regla de las frecuencias). Si por la in-

*) La limitación a un sistema hidrogenoide no menoscaba la generalidad de los resultados obtenidos en la mecánica cuántica y sólo se hace para simplificar la comparación con la teoría de Bohr, que sólo es válida para los sistemas hidrogenoides.

fluencia de acciones exteriores varía el estado estacionario del átomo y el electrón pasa del estado n al estado m , la probabilidad de que el electrón se encuentre en cierto volumen ΔV dentro del átomo no puede determinarse como $|\psi_n|^2 \Delta V$. Si tiene lugar una transición cuántica entre los estados n y m , el electrón parece que se encuentra parte del tiempo en el estado n y parte del tiempo en el estado m . Por analogía con lo dicho en el p. 2 de este párrafo, la probabilidad de que el electrón se encuentre en el volumen ΔV se determinará en este caso por la expresión $\psi_n \psi_m \Delta V$. En la mecánica cuántica se *demuestra* que en estas condiciones el electrón en el átomo tiene un momento dipolar eléctrico que varía periódicamente en el transcurso del tiempo, y esto, como se indicó en el § 59.5 va acompañado de la radiación de una onda electromagnética. La frecuencia ω con que varía el momento dipolar *coincide* con la frecuencia radiada al pasar el electrón del estado n al estado m y es:

$$\omega = (\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m)/\hbar,$$

lo que está de acuerdo con el tercer postulado de Bohr.

De este modo, los tres postulados de Bohr han sido fundamentadas teóricamente por la mecánica cuántica. Este importante resultado muestra que la teoría de Bohr sólo fue una etapa determinada en la senda de la creación de la teoría moderna de los átomos, moléculas y sus agrupaciones. La importancia de la teoría de Bohr ha sido enorme, pero debe comprenderse claramente que la teoría consecuente de la estructura y de las propiedades del micromundo es la mecánica cuántica moderna. Esperamos que lo que sigue de este libro convencerá de esto al lector.

§ 72.8. Emisión espontánea de luz

1. Todo estado estacionario del átomo, según la mecánica cuántica, debe conservarse tanto tiempo como se quiera, si no existen causas exteriores que provoquen una variación de su energía. La experiencia demuestra, sin embargo, que el átomo que se encuentra en un estado de energía excitado pasa *de por sí* al estado normal, no excitado, emitiendo luz. Esta emisión, que se produce en ausencia de causas exteriores que varíen la energía del átomo, se llama *emisión espontánea*. Para poder explicar las transiciones espontáneas del átomo desde los estados de energía superior

a los inferiores fue necesario que prosiguiera el desarrollo de la mecánica cuántica. La explicación de este fenómeno la dio la *electrodinámica cuántica*, en la cual se estudia desde un punto de vista general la cuantización del campo electromagnético y las leyes de su aparición y desaparición. Aquí es imposible dar a conocer, ni siquiera en sus rasgos más generales, la teoría consecuente de la emisión y absorción de la luz, que por primera vez desarrolló P. Dirac en 1927.

2. En 1916, mucho antes de la creación de la mecánica y la electrodinámica cuánticas, Einstein creó una teoría de la radiación basada en la aplicación de las leyes de conservación a las interacciones de los átomos y las moléculas con el campo electromagnético. Examinemos algunas cuestiones de la teoría de la emisión espontánea de Einstein.

Si el átomo en un instante t se halla en el estado de energía n y posee la energía \mathcal{E}_n , como resultado de ciertas influencias, cuyo mecanismo no se puede estudiar elementalmente, el átomo puede pasar espontáneamente a cierto estado en el cual tiene una energía menor \mathcal{E}_m . Por lo general pasa al estado normal, no excitado, en el cual el átomo tiene su energía mínima. El paso espontáneo del estado n al estado m puede ocurrir con cierta probabilidad, ya que el átomo puede permanecer más tiempo en el estado n . Einstein introdujo la probabilidad A_{nm} de que en el transcurso de un segundo el átomo pase espontáneamente del estado n al estado m . La magnitud A_{nm} se llama *coeficiente de Einstein para la emisión espontánea*. Si en un instante t se encuentran N_n átomos en el nivel de energía n , el número dN_n de átomos que pasan en un intervalo infinitesimal de tiempo dt al nivel m será proporcional a la probabilidad A_{nm} , al número de átomos N_n que hay en el nivel n y al intervalo de tiempo dt :

$$-dN_n = A_{nm}N_n dt. \quad (72.15)$$

El signo menos en la parte izquierda de (72.15) indica que el número de átomos que hay en el nivel n disminuye como resultado de su paso al nivel m . Separando en (72.15) las variables: $dN_n/N_n = -A_{nm}dt$ e integrando, tenemos

$$\int_{N_{n0}}^{N_n} \frac{dN_n}{N_n} = -A_{nm} \int_0^t dt, \quad \text{ó} \quad \ln \frac{N_n}{N_{n0}} = -A_{nm}t$$

(N_{n0} es el número inicial de átomos que había en el nivel n en el instante inicial $t = 0$). Elevando a potencia esta expresión, se obtiene la ley de la disminución con el tiempo del número de átomos que hay en el nivel excitado n :

$$N_n = N_{n0} \exp(-A_{nm}t). \quad (72.16)$$

Cada transición del estado n al estado m va acompañada de la emisión de un cuanto de luz (fotón) de energía $\hbar\omega_{nm}$, en la que ω_{nm} es la frecuencia angular de la raya espectral correspondiente a la transición $n \rightarrow m$. De acuerdo con el tercer postulado de Bohr (regla de las frecuencias)

$$\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m = \hbar\omega_{nm}.$$

3. Además de la probabilidad de las transiciones espontáneas, es característica de la emisión espontánea *la vida media* τ_n del átomo en el estado excitado, es decir, el tiempo medio que permanece el átomo en el nivel de energía excitado. Se llama así el tiempo durante el cual el número de átomos N_{n0} , que había inicialmente en el estado excitado n , disminuye e veces:

$$N_n = N_{n0}/e.$$

De (72.16) se sigue, cuando $t = \tau_n$, que $N_{n0}/e = N_{n0} \exp(-A_{nm}\tau_n)$. Simplificando por N_{n0} , obtenemos que $e^{-1} = \exp(-A_{nm}\tau_n)$, y en definitiva $A_{nm}\tau_n = 1$, es decir,

$$\tau_n = 1/A_{nm}. \quad (72.17)$$

Así, pues, la probabilidad de las transiciones espontáneas o coeficiente de Einstein para la emisión espontánea es *la magnitud inversa a la vida media del átomo en el estado excitado*.

4. La vida media del átomo en el estado excitado se puede medir experimentalmente. Para esto se utiliza la relación (72.16), que también se puede escribir así:

$$N_n = N_{n0}e^{-t/\tau_n} \quad (72.17')$$

En uno de los experimentos hechos por Wien se estudió la luminosidad de un haz de iones de hidrógeno excitados que se movían en un espacio en el cual se había practicado un alto vacío. Las condiciones del experimento excluían la posibilidad de las colisiones entre las partículas y el intercambio de energía entre ellas.

Los iones excitados se «desexcitaban», es decir, pasaban al estado normal, no excitado, sólo a expensas de que el período de vida de las partículas en el estado excitado era τ_n . En estos experimentos se midió, en una raya espectral aislada, la disminución de su intensidad a lo largo del movimiento del haz de partículas que, con la velocidad v , recorrían el espacio x , de modo que $t = x/v$. La magnitud τ_n se determinaba partiendo de la fórmula (72.17') Logaritmando (72.17') es fácil obtener

$$\tau_n = t \ln (N_{n0}/N_n) = t \ln (J_0/J) *).$$

Para la raya del hidrógeno H_α ($\lambda = 656,2$ nm) τ_n se obtuvo igual a $1,5 \cdot 10^{-8}$ s, y para la raya del mercurio ($\lambda = 253,7$ nm), $\tau_n = 9,8 \cdot 10^{-9}$ s.

5. El orden de magnitud de $\tau_n \approx 10^{-8}$ s es característico del período de vida de los átomos en un estado excitado. En cuanto transcurre este tiempo los átomos pasan espontáneamente, por lo general, al estado de energía normal. La vida finita τ_n del átomo en el estado excitado es causa de que su energía \mathcal{E}_n en dicho estado sólo se pueda determinar con la incertidumbre $\Delta\mathcal{E}_n$ que se deduce de las relaciones de indeterminación de Heisenberg (70.9):

$$\Delta\mathcal{E}_n \geq \hbar/\tau_n.$$

La magnitud $\Delta\mathcal{E}_n = \Gamma_n$ recibe el nombre de *anchura natural del nivel de energía* \mathcal{E}_n .

Todos los niveles excitados tienen anchura natural distinta de cero, debido a que la magnitud τ_n es finita ($\tau_n \approx \approx 10^{-8}$ s). Solamente el nivel de energía correspondiente al estado normal, no excitado, del átomo es infinitamente estrecho, ya que en él puede permanecer el átomo tanto tiempo como se quiera en ausencia de influencias externas. Si τ_n tiende a infinito, $\Delta\mathcal{E}_n$ tiende a cero. Las magnitudes $\Delta\mathcal{E}_n$ y τ_n determinan la denominada *anchura natural de la raya espectral* $\Delta\omega_{nm}$ que se produce al pasar el átomo del nivel n al nivel m (§ 61.4). Según la regla de las frecuencias de Bohr

$$\Delta\omega_{nm} = \frac{\Delta\mathcal{E}_n}{\hbar} \geq \frac{1}{\tau_n}. \quad (72.18)$$

*) Se puede demostrar que la relación de los números N_{n0}/N_n es igual a la relación de las intensidades J_0/J .

La relación (72.18) indica que *es imposible la existencia de rayas espectrales infinitamente estrechas*. A la magnitud $\Delta\omega_{nm} \approx 10^8 \text{s}^{-1}$ corresponde en la escala de longitudes de onda un intervalo $\Delta\lambda \approx 10^{-5} \text{ nm}$.

En la óptica (§ 61.4) se demostró que la discontinuidad de un tren de ondas debida a la finitud de la duración del estado excitado conlleva la heterocromaticidad de *cualquier* radiación. Como hemos visto en este párrafo, la teoría de la emisión de Einstein conduce a los mismos resultados. La teoría mecanocuántica consecuente de la radiación de la luz también llega a las mismas conclusiones.

§ 72.9. Concepto de radiación inducida de la luz

1. Si sobre una sustancia actúa un campo electromagnético, según Einstein, entre los átomos (o moléculas) de la sustancia y el campo se produce una interacción subordinada a las leyes de conservación de la energía y el impulso. Como sabemos (§ 63.5), un dipolo eléctrico que se encuentre en el campo electromagnético de una onda luminosa que incida sobre él, realiza oscilaciones forzadas. En dependencia de la relación entre las fases de las oscilaciones propias del dipolo y las oscilaciones de la intensidad del campo eléctrico de la onda, el dipolo puede absorber o ceder energía al campo en forma de *emisión forzada (inducida)*. En el segundo caso se produce la llamada *absorción negativa de la luz*, a diferencia de la absorción positiva ordinaria. Einstein demostró que un átomo que se encuentra en el campo electromagnético de una onda luminosa posee propiedades análogas a las de un dipolo eléctrico: en presencia del campo debe producirse una emisión forzada del átomo. En el léxico de la mecánica cuántica esto significa que el átomo que se encuentra en cierto nivel de energía excitado n , puede, *bajo la acción del campo*, pasar con cierta probabilidad a un estado de energía inferior m . El campo electromagnético actúa como si «tirara» al átomo del nivel excitado abajo.

Según Einstein, el átomo excitado que se encuentra en el nivel n puede pasar al nivel inferior m emitiendo un cuanto $h\nu$ ya sea espontáneamente o forzado por la acción de un campo.

2. El fenómeno de la emisión inducida predicho por Einstein en 1916, fue descubierto experimentalmente por V. A. Fabrikant en 1939. Éste comprobó que, en la parte

visible del espectro, en el vapor de mercurio excitado por una descarga eléctrica, se produce la absorción negativa. La luz se intensifica al pasar a través del vapor de mercurio en condiciones especiales, cuando en los niveles superiores excitados se encuentran más átomos de mercurio que en los inferiores menos excitados. Al mismo tiempo, en 1939—1940, Fabrikant enunció por primera vez el principio de la intensificación de la luz al pasar a través de una substancia en la cual es posible su absorción negativa. En el § 79.4 veremos que el fenómeno de la emisión inducida halló su confirmación experimental y desarrollo en las fuentes y amplificadores cuánticos de la luz, esencialmente nuevos, creados durante los últimos decenios.

3. Además de las transiciones de los átomos desde el nivel superior n al inferior m , son posibles los procesos de transición inversa. El átomo que se encuentra en el nivel m , como resultado de la absorción de un fotón de energía $\hbar\omega = \mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m$ puede pasar a un estado de energía más elevado, es decir, al nivel n .

Supongamos que la substancia y el campo electromagnético se encuentran en estado de equilibrio a cierta temperatura T . Esto quiere decir que todas las características de la substancia, y en particular los parámetros de estado p , v y T (véase el cap. 26), no varían y que las características del campo también permanecen constantes. Para que este equilibrio sea posible es necesario que exista equilibrio entre los procesos de emisión y absorción de luz, o sea, que el número de actos de emisión de luz sea igual al número de actos de absorción. Este equilibrio se establece en una cavidad cerrada cuyas paredes se mantienen a temperatura constante (§ 67.1). Los átomos de las paredes de la cavidad emiten y absorben luz de tal modo que se cumple la condición de equilibrio. Einstein demostró que la condición de equilibrio y la ley de conservación de la energía para la emisión y absorción de las ondas electromagnéticas por los átomos de la pared en el caso del cuerpo negro, conducen a la fórmula de Planck (67.5).

4. La idea de la deducción de esta fórmula consiste en lo siguiente. Supongamos que el cuerpo negro es un sistema de dos niveles de energía \mathcal{E}_1 y $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$; el número de átomos que hay en cada uno de estos niveles es, respectivamente, N_1 y N_2 . Admitimos que el sistema se halla en equilibrio termodinámico.

La emisión de energía se produce a expensas de dos procesos: las transiciones espontáneas e inducidas de los átomos del nivel de

energía superior al inferior. El número de átomos que participan en la emisión espontánea durante el tiempo dt es proporcional al número de átomos que hay en el nivel superior (véase 72.15):

$$-dN_{\text{esp}}^{\text{em}} = AN_2 dt$$

El número de átomos que participan en la emisión inducida es proporcional al número de átomos que hay en el nivel superior y a la concentración de fotones que hay en la cavidad del radiador negro:

$$-dN_{\text{ind}}^{\text{em}} = BN_2 n_f dt.$$

La absorción de energía se produce en las transiciones de los átomos del nivel de energía inferior al superior. El número de átomos que absorben energía es proporcional al número de átomos que hay en el nivel inferior y a la concentración de fotones:

$$-dN^{\text{abs}} = BN_1 n_f dt.$$

La condición de equilibrio termodinámico consiste en que estén en equilibrio las energías de los procesos de emisión y absorción, para lo cual es necesario que se cumpla la igualdad

$$dN^{\text{abs}} = dN_{\text{ind}}^{\text{em}} + dN_{\text{esp}}^{\text{em}}, \quad \text{o} \quad BN_1 n_f = BN_2 n_f + AN_2.$$

Teniendo en cuenta la distribución de Boltzmann de los átomos entre los niveles de energía $N_1 = N_0 e^{-\mathcal{E}_1/hT}$ y $N_2 = N_0 e^{-\mathcal{E}_2/hT}$ (§ 26.11), obtenemos

$$BN_0 n_f e^{-\mathcal{E}_1/hT} = BN_0 n_f e^{-\mathcal{E}_2/hT} + AN_0 e^{-\mathcal{E}_2/hT},$$

de donde puede hallarse la concentración de fotones:

$$n_f = \frac{A}{B} \frac{1}{e^{(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)/hT} - 1} = \frac{A}{B} \frac{1}{e^{h\nu/hT} - 1}. \quad (72.19)$$

La densidad de la energía del campo electromagnético de la emisión es igual al producto de la concentración de fotones por la energía del fotón:

$$\bar{w} = n_f h\nu = \frac{A}{B} \frac{h\nu}{e^{h\nu/hT} - 1}. \quad (72.20)$$

El poder emisor del cuerpo negro es proporcional a la densidad de la energía del campo electromagnético de la emisión en la cavidad, lo que está de acuerdo con la fórmula de Planck. Einstein demostró que el coeficiente de proporcionalidad coincide exactamente con el factor que antecede al quebrado en la expresión (67.5).

ÁTOMOS CON DOS O MÁS ELECTRONES

§ 73.1. Principio de Pauli

1. En el párrafo anterior se ha demostrado que, como resultado de las transiciones espontáneas e inducidas con radiación, los átomos de la substancia pasan al estado normal o a otro estado de energía menos excitado. Para los átomos con un solo electrón esto significa que, en estos átomos, el electrón tiende siempre a pasar al estado normal, no excitado, en el cual tendrá la energía mínima. Es evidente que estas conclusiones también deben conservarse en el caso de átomos con dos o más electrones. Como resultado de las transiciones cuánticas todos los electrones del átomo deberán tender a pasar al estado de energía más estable, es decir, a ocupar el más bajo de todos los niveles de energía posibles. Al parecer, todos los electrones del átomo deberían «reunirse» en el nivel de energía más bajo.

2. En 1925 estableció W. Pauli la ley mecanocuántica llamada *principio de exclusión* o *principio de Pauli*. Este principio prohíbe la «acumulación» de electrones en el nivel de energía más bajo. El enunciado más sencillo y moderno del principio de Pauli es el siguiente: *en todo sistema que contenga dos o más electrones, en un estado estacionario determinado por el conjunto de los cuatro números cuánticos: principal n , orbital l , magnético m y de espín m_s , no puede haber nada más que un electrón.*

El fundamento del principio de Pauli está relacionado con un postulado importante de la mecánica cuántica acerca de la indistinguibilidad de las partículas idénticas en el micromundo. Por ejemplo, los electrones de los átomos, moléculas o cristales de los sólidos no se pueden distinguir unos de otros: tienen la misma carga, la misma masa y el mismo valor absoluto del espín. El cambio de sitio de dos electrones entre sí en un átomo no puede variar el estado de éste. La indistinguibilidad de las partículas idénticas conduce a importantes conclusiones, una de las cuales es el principio de Pauli. Nosotros no podemos estudiar aquí el problema de la relación de la indistinguibilidad de las partículas idénticas con el principio de Pauli. Pero tendremos que volver

a referirnos a que los electrones de los átomos y otros sistemas son indistinguibles (§ 74.3). Como se demuestra en la mecánica cuántica, al principio de Pauli se subordinan, además de los electrones, otras partículas cuyo espín es igual a $\hbar/2$.

3. Para el sistema de electrones de un átomo, el principio de Pauli se puede escribir como sigue:

$$Z_1(n, l, m, m_s) = 0 \text{ ó } 1, \quad (73.1)$$

donde $Z_1(n, l, m, m_s)$ es el número de electrones que hay en el estado definido por el conjunto de los cuatro números cuánticos n, l, m y m_s .

Vamos a aplicar el principio de Pauli para hallar el número máximo de electrones del átomo que tienen, respectivamente, valores dados de tres números cuánticos (n, l, m) , de dos números cuánticos (n, l) y, finalmente, de sólo el número cuántico principal n .

4. Hallamos el número máximo $Z_2(n, l, m)$ de electrones que hay en los estados determinados por el conjunto de los tres números cuánticos n, l y m . En estos estados los electrones sólo pueden diferir en la orientación de sus espines. Como el número cuántico m_s únicamente puede tomar dos valores, $1/2$ y $-1/2$ (§ 72.5), se puede escribir inmediatamente:

$$Z_2(n, l, m) = 2. \quad (73.2)$$

Calculemos ahora el número máximo de electrones $Z_3(n, l)$ que se pueden encontrar en los estados determinados por los dos números cuánticos: principal n y orbital l , o sea, que difieren en el posible conjunto de valores del número cuántico m . Como se sabe (§ 72.4), el número cuántico magnético puede tomar $(2l + 1)$ valores. Por lo tanto, el número máximo $Z_3(n, l)$ de electrones se expresa así,

$$Z_3(n, l) = 2(2l + 1). \quad (73.3)$$

Los valores de $Z_3(n, l)$, para distintos valores de l , se dan en la tabla 73.1.

Finalmente, calculemos, aplicando el principio de Pauli, el número máximo $Z(n)$ de electrones que se encuentran en los estados que se determinan dando el número cuántico principal n . Como se sabe (§ 72.2), el número cuántico orbital l , cuando se da n , varía desde 0 hasta $n - 1$. Por eso

Tabla 73.1

Valor del número cuántico orbital l	0	1	2	3	4
Símbolo del estado correspondiente de los electrones	s	p	d	f	g
Número máximo de electrones	2	6	10	14	18

obtenemos el número $Z(n)$ sumando la expresión (73.3) respecto de l desde 0 hasta $n - 1$:

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{l=n-1} Z_3(n, l) = \sum_{l=0}^{l=n-1} 2(2l+1) = \\ = [2(n-1) + 2]n = 2n^2. \quad (73.4)$$

Proponemos al lector que haga por su cuenta esta suma y obtenga este resultado, teniendo en cuenta que es la suma de los términos de una progresión aritmética cuya razón es 4.

5. Los electrones del átomo que ocupan el conjunto de estados que tienen el mismo valor del número cuántico principal n forman una *capa electrónica*. En dependencia del valor de n se distinguen las capas electrónicas siguientes: capa K , para $n = 1$; L , para $n = 2$; M , para $n = 3$; N , para $n = 4$; O , para $n = 5$ y así sucesivamente. De la fórmula (73.4) se sigue que el número máximo de electrones que puede haber en las capas es: en la capa K , 2 electrones; en las capas L , M , N y O , respectivamente, 8, 18, 32 y 50 electrones.

En cada capa los electrones se distribuyen en *subgrupos* o *subcapas*. La subcapa corresponde a un valor determinado del número cuántico orbital l . En la tabla 73.2 se dan los números máximos de electrones que hay en cada capa dada y que poseen los valores indicados del número cuántico orbital, es decir, que se encuentran en las distintas subcapas.

El principio de Pauli ha desempeñado un papel destacado en el desarrollo de la física atómica y nuclear moderna. Así, por ejemplo, sin él hubiera sido imposible crear la teoría de los sólidos moderna (véanse los caps. 75—77). El principio de Pauli ha dado la posibilidad de fundamentar el sistema periódico de los elementos químicos de Mendeléiev.

Tabla 73.2

n	Capa electrónica	Cantidad de electrones en los estados					Número máximo de electrones
		s (l = 0)	p (l = 1)	d (l = 2)	f (l = 3)	g (l = 4)	
1	K	2	—	—	—	—	2
2	L	2	6	—	—	—	8
3	M	2	6	10	—	—	18
4	N	2	6	10	14	—	32
5	O	2	6	10	14	18	50

§ 73.2. Sistema periódico de los elementos de Mendeléiev

1. En 1869 descubrió D. I. Mendeléiev la ley periódica de la variación de las propiedades químicas y físicas de los elementos en dependencia de su masa atómica. Si todos los *elementos químicos se disponen según el orden creciente* de sus masas atómicas, se pone de manifiesto la semejanza de sus propiedades físico-químicas. Dentro de los intervalos llamados *períodos*, los elementos situados en una serie vertical —*grupo* de elementos— revelan que sus propiedades físicas y químicas se repiten. En la época de Mendeléiev se conocían 64 elementos químicos. Disponiéndolos en una tabla que reflejaba las variaciones periódicas de sus propiedades químicas, Mendeléiev tuvo que apartarse en varios casos del principio que relaciona dicha periodicidad con el aumento de la masa atómica.

2. Al hacer esto resultó que una parte de las casillas del sistema periódico se quedaron libres, ya que los elementos correspondientes a ellas aún no habían sido descubiertos. Mendeléiev, basándose en su sistema, predijo la existencia de una serie de elementos químicos nuevos (galio, escandio, germanio y otros) y describió sus propiedades químicas.

Más tarde fueron descubiertos todos estos elementos y las predicciones de Mendeléiev se vieron confirmadas plenamente. Mendeléiev consiguió también precisar los valores de las masas atómicas y las propiedades químicas de algunos elementos. Así, las masas atómicas del berilio, titanio, cesio y uranio calculadas basándose en la ley de Mendeléiev resultaron ser correctas, y los datos que sobre ellas se te-

nían antes, erróneos. Esto constituyó un triunfo del sistema periódico de Mendeléiev. Como una de las leyes más importantes de las ciencias naturales, la ley periódica de Mendeléiev sirve de base a la química moderna y a la física atómica y nuclear.

3. El sentido físico del número de orden Z del elemento en el sistema periódico fue esclarecido por el modelo nuclear del átomo de Rutherford (§ 71.1). El número de orden Z coincide con el de protones (cargas positivas elementales) que hay en el núcleo (§ 80.3). Su número aumenta regularmente en una unidad al pasar del elemento químico precedente al que le sigue.

4. Las propiedades químicas de los elementos, sus propiedades ópticas y algunas otras propiedades físicas se explican por el comportamiento de los electrones periféricos, llamados también de *valencia* u *ópticos*. La periodicidad de las propiedades químicas de los elementos se debe a la periodicidad en la disposición de los electrones de valencia de los átomos de los distintos elementos.

5. La explicación de la estructura del sistema periódico de los elementos y la interpretación teórica de la ley periódica de Mendeléiev fue dada por la teoría cuántica de Bohr en 1922, antes de que existiera la mecánica cuántica. La teoría consecuente del sistema periódico se basa en los siguientes postulados:

a) el número total de electrones que hay en el átomo de un elemento químico dado es igual al número de orden Z de este elemento;

b) el estado de un electrón en el átomo se determina por el conjunto de sus cuatro números cuánticos: n , l , m y m_s ;

c) la distribución de los electrones del átomo entre los estados de energía debe satisfacer el principio del mínimo de energía potencial: al aumentar el número de electrones, cada nuevo electrón debe ocupar el estado que pueda, cuya energía sea menor;

d) la ocupación de los niveles de energía del átomo por los electrones debe producirse de acuerdo con el principio de Pauli *).

6. El orden de ocupación de los estados en las distintas capas y, dentro de los límites de cada capa, en las subcapas,

*) Bohr creó los fundamentos de la teoría del sistema periódico de Mendeléiev antes de que se conociera el principio de Pauli.

debe corresponder a la sucesiva disposición de los niveles de energía con distintos valores de los números cuánticos n y l . Primero se llenan los estados que tienen la energía menor posible, y después los estados cuya energía va siendo cada vez mayor. Para muchos átomos este orden corresponde a que primero se llenan las capas de n menor, y luego debe ser ocupada por los electrones la capa siguiente. Dentro de los límites de una capa se llenan primero los estados con $l = 0$ y después los de l mayores, hasta llegar a $l = n - 1$. El sistema de los elementos construido sobre estas bases debe tener la estructura y el número de elementos en cada período (longitud del período) que se indica en la tabla 73.2. El sistema periódico real de los elementos de Mendeléiev difiere del sistema ideal.

7. La diferencia entre la tabla 73.2 y la ocupación de los niveles en el sistema periódico real se debe a que cada electrón del átomo se encuentra en el campo eléctrico del núcleo cargado positivamente, y en el campo de todos los demás electrones, que interactúan con el núcleo y entre sí. El problema de encontrar el estado de energía del electrón que se mueve en un campo tan complejo no puede ser resuelto de un modo riguroso ni en la mecánica cuántica.

Para comprender la distribución de los electrones del átomo entre los niveles de energía, el átomo de cada elemento posterior nos lo podemos figurar como formado por el átomo del elemento anterior añadiéndole a su núcleo un protón (y el número necesario de neutrones, § 80.3) y un electrón a la periferia del átomo. Con esto, según Bohr, la distribución de los electrones entre los estados que existen en el átomo del elemento dado debe mantenerse también en el átomo del elemento que le sigue. Pero la interacción entre los electrones en el átomo hace que esto se infrinja. Como resultado de la interacción entre los electrones, para los números cuánticos principales n grandes, los estados con n mayor y l menor pueden tener menor energía, es decir, ser más convenientes desde el punto de vista energético, que los estados con n menor pero con l mayor. Esta es la causa de la desviación en la ocupación de los estados en el sistema periódico real de los elementos respecto de la ocupación correspondiente a la tabla 73.2.

8. Examinemos más detalladamente el orden de ocupación por los electrones de los estados en los átomos de los elementos químicos que se encuentran en el estado fundamental, no excitado. En la física

atómica el estado electrónico en el átomo se simboliza por nl , que indica el valor de los dos números cuánticos.

En el átomo de hidrógeno ($Z = 1$) el único electrón se encuentra en el estado $1s$, que se caracteriza por los números cuánticos $n = 1$, $l = 0$, $m = 0$. Las proyecciones de su espín sobre la dirección del campo exterior están determinadas por los números cuánticos de espín $m_s = \pm 1/2$. En el átomo de helio ($Z = 2$) su segundo electrón también puede estar en el estado $1s$, o sea, tener también los mismos números cuánticos: $n = 1$, $l = 0$, $m = 0$, pero el espín del segundo electrón debe estar orientado en sentido contrario al del primero (para uno de ellos $m_s = 1/2$ y para el otro $m_s = -1/2$ o al contrario). El grupo de estados con $n = 1$, $l = 0$, $m = 0$ y $m_s = \pm 1/2$ forma la capa K ocupada del átomo, correspondiente a la terminación del primer período del sistema periódico de Mendeléiev.

El elemento que sigue al helio, el litio ($Z = 3$), tiene tres electrones. Por el principio de Pauli, el tercer electrón del átomo de litio ya no puede instalarse en la capa K , que está completamente llena, y ocupa el estado más bajo en la capa con $n = 2$ (capa L). Este estado es el $2s$ (cuyos números cuánticos son $n = 2$, $l = 0$, $m = 0$). Con el litio comienza el segundo período del sistema periódico. El cuarto electrón del berilio ($Z = 4$) ocupa también el estado $2s$, pero el quinto electrón del boro ($Z = 5$) tiene que ocupar un estado de energía más alto, el $2p$ ($n = 2$, $l = 1$). Hasta llegar al neón ($Z = 10$), los electrones de todos los átomos se instalan en la subcapa con $l = 1$, siendo $n = 2$. El neón tiene 8 electrones de estos, o sea, el número máximo para este estado. La capa L del neón está completamente llena y en este elemento termina el segundo período del sistema periódico de Mendeléiev.

El undécimo electrón del sodio ($Z = 11$) se instala ya en la capa M ($n = 3$), ocupando el estado más bajo, $3s$. Esta capa se va completando sucesivamente hasta llegar al argón ($Z = 18$). En el argón todos los estados de la subcapa $3p$ están ocupados y con este elemento termina el tercer período del sistema periódico.

9. El décimonoveno electrón del potasio ($Z = 19$) debería ocupar el estado $3d$ en la capa M ($n = 3$, $l = 2$). Pero las propiedades químicas y ópticas del potasio son análogas a las del litio y el sodio, en los cuales el electrón de valencia se encuentra en el estado s . Por eso, en el potasio, el electrón décimonoveno, de valencia, debe encontrarse también en el estado s . Él ocupa este estado en la capa N siguiente ($n = 4$), es decir, el estado $4s$. A partir del potasio, comienza la ocupación de la capa N , sin estar llena la subcapa $3d$ de la capa M . La causa de que esto ocurra es que, a consecuencia de la interacción entre los electrones, la energía $\mathcal{E}_{4,0}$ del electrón en el estado $4s$ es menor que la energía $\mathcal{E}_{3,2}$ que este electrón tendría en el estado $3d$ *). Las propiedades químicas y ópticas del potasio ($Z = 19$) indican que su vigésimo electrón se instala en el estado $4s$ de la capa N . A partir del escandio ($Z = 21$) recomienza la ocupación normal de la subcapa

*) Aquí hemos aplicado un resultado importante de la mecánica cuántica acerca de que la energía del electrón en el átomo depende, en general, no sólo del número cuántico principal, sino también de su número cuántico orbital. Sólo en el caso del hidrógeno la energía depende únicamente del número cuántico principal (véase (71.12)).

3d, que termina en el cobre ($Z = 29$). Después, hasta el criptón ($Z = 36$), se continúa llenando la capa N normalmente. Con el criptón termina el cuarto período del sistema periódico.

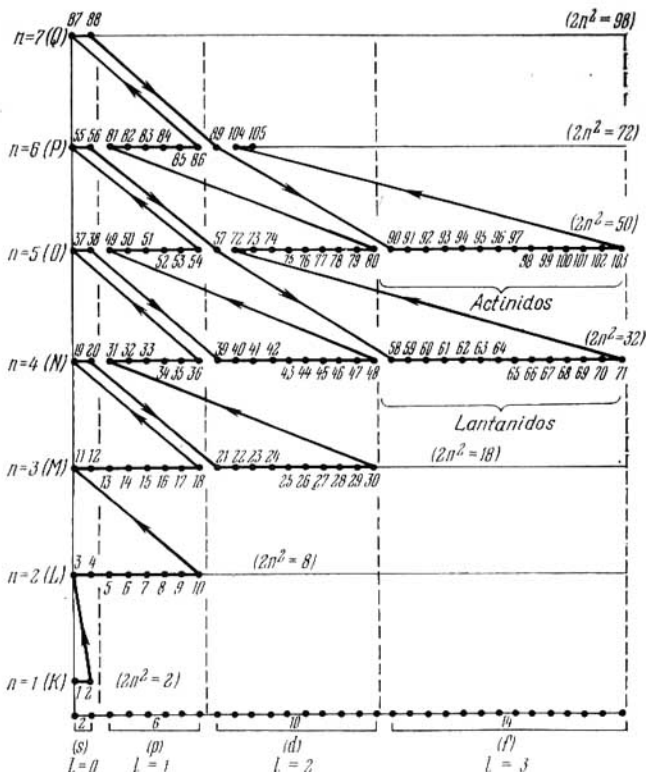


Fig. 73.1.

El elemento químico rubidio ($Z = 37$), que sigue al criptón, tiene propiedades análogas al sodio y potasio. Por eso, su trigésimo séptimo electrón, de valencia, no se instala en la capa N , que aún no está completamente llena, sino en la capa O ($n = 5$) siguiente, y ocupa el

estado 5s. En el átomo de estroncio ($Z = 38$), que tiene propiedad análoga al calcio, el electrón también ocupa el estado 5s. Desde el itrio ($Z = 39$) hasta el paladio ($Z = 46$) se va ocupando la subcapa 4d. En la plata ($Z = 47$) y el cadmio ($Z = 48$) se vuelven a seguir ocupando las subcapas de la capa electrónica N . A partir del indio ($Z = 49$) y hasta el xenón ($Z = 54$) se ocupa la subcapa 5p. En el xenón termina el quinto período del sistema periódico.

Comenzando por el cesio ($Z = 55$) empieza la ocupación de la capa P ($n = 6$).

10. Los elementos químicos desde el lantano ($Z = 57$) hasta el lutecio ($Z = 71$), que se reúnen en el grupo especial de las tierras raras, llamadas lantánidos, tienen propiedades químicas y una serie de propiedades físicas semejantes. Esto se debe a la peculiaridad del orden de ocupación de los estados por los electrones de los átomos de estos elementos. El lantano tiene completamente llenas las subcapas 5s, 5p y 6s y su quincuagésimo séptimo electrón se encuentra en el estado 5d, mientras que la profunda subcapa 4f no está llena de electrones. En los átomos de los elementos desde el cesio ($Z = 58$) hasta el lutecio ($Z = 71$) se va ocupando esta subcapa, mientras que la subcapa exterior 6s permanece invariable. Esto explica la identidad de las propiedades químicas de los lantánidos.

A partir del hafnio ($Z = 72$) se produce la ocupación de la subcapa 5d, que termina en el oro ($Z = 79$), que es monovalente. En el mercurio ($Z = 80$) termina la ocupación de la subcapa 6s y a partir del talio ($Z = 81$) hasta el radón ($Z = 86$), que es el último del sexto período del sistema periódico de los elementos, se va ocupando la subcapa 6p. En el francio ($Z = 87$) y el radio ($Z = 88$) se llena la subcapa 7s de la capa Q ($n = 7$).

11. Un grupo especial de elementos es el llamado de los actínidos. Este grupo de elementos comienza en el actinio ($Z = 89$) y se extiende hasta el elemento cuyo número atómico es $Z = 103$. Al grupo de los elementos actínidos pertenecen los elementos químicos transuránicos; neptunio ($Z = 93$), plutonio ($Z = 94$), americio ($Z = 95$), curio ($Z = 96$) y otros. En honor de Einstein y de Fermi dos elementos de este grupo recibieron los nombres de einstenio ($Z = 99$) y fermio ($Z = 100$). El elemento centésimo primero se llama mendelevio en honor del creador del sistema periódico D.I. Mendeléiev. Todos los actínidos se distinguen por que en ellos se va ocupando la capa 5f, mientras que sus electrones periféricos se hallan en un estado análogo a los estados de los electrones de los lantánidos.

El elemento número $Z = 104$ fue descubierto en 1964 en el Instituto Unificado de Investigaciones Nucleares de Dubná y llamado kurchatovio en honor del eminente físico soviético I.V. Kurchátov. Sus dos isótopos se designan así: ${}_{104}^{260}\text{Ku}$ y ${}_{104}^{264}\text{Ku}$.

La fig. 73.1 muestra esquemáticamente el orden de ocupación de los niveles de energía de los electrones en los átomos. Los elementos químicos se señalan con puntos, indicando sus números de orden.

12. En 1969 se celebró en todo el mundo el centenario de la creación del sistema periódico de Mendeléiev. Su explicación teórica ha sido uno de los grandes éxitos de la física moderna. Esta explicación sólo pudo darse basándose en la mecánica cuántica.

§ 73.3. Rayos X de deceleración

1. En las investigaciones de la estructura y propiedades de las capas electrónicas de los átomos complejos, en el estudio de la estructura de las moléculas y, en particular, en el de las redes cristalinas de los sólidos, han desempeñado un gran papel los rayos descubiertos por W. Roentgen en 1895 y llamados por él *rayos X*. Dichos rayos se producen al decelerar una sustancia los electrones rápidos, como resultado de la transformación de la energía cinética de éstos en energía de radiación electromagnética. Los rayos X son ondas electromagnéticas cuya longitud se encuentra en la gama de 0,001 a 80 nm. Recordaremos que las longitudes de onda de los rayos violetas más cortas que percibe el ojo humano son aproximadamente de 400 nm. Por lo tanto, los rayos X son ondas electromagnéticas muy cortas y, claro está, invisibles. La naturaleza ondulatoria electromagnética de los rayos X se demuestra plenamente en los experimentos de difracción de estos rayos que se estudiaron en el § 62.5.

2. Los rayos X se obtienen en unos dispositivos eléctricos de vacío denominados tubos de rayos X. Estos tubos tienen un cuerpo de vidrio o metal, en que se ha practicado el vacío y en el cual, a determinada distancia uno de otro, se encuentran un cátodo y un ánodo conectados a una red de alta tensión. El cátodo sirve de fuente de electrones y el ánodo (anticátodo), de fuente de rayos X*). Entre el cátodo y el ánodo se crea un campo eléctrico intenso que acelera los electrones hasta energías de 10^4 — 10^6 eV. En los aceleradores modernos (betatrones y sincrotrones) se producen rayos X al decelerar electrones cuyas energías son del orden de 10^2 MeV.

3. Para detectar los rayos X, invisibles, se aprovechan algunas de sus acciones. Los rayos X ejercen una acción fotoquímica intensa que hace ennegrecer las placas fotográficas. Tienen gran poder para ionizar los gases y provocan la luminiscencia fluorescente en los luminóforos (§ 79.2). Para medir la intensidad de los rayos X se utilizan principalmente sus acciones fotoquímicas e ionizantes. En cámaras de ionización especiales se mide la intensidad de los

*) Además de los tubos de rayos X electrónicos, existen tubos iónicos en los cuales los electrones se arrancan del cátodo bombardeándolo con los iones de un gas enrarecido acelerados por un campo eléctrico.

rayos X por la intensidad de la corriente de saturación que se produce como resultado de la ionización del gas que hay en la cámara (§ 48.2). La intensidad de esta corriente es proporcional a la de los rayos X. Los métodos para detectar las radiaciones ionizantes se estudian en la física nuclear (§ 81.8).

4. Las experiencias han demostrado que hay dos tipos de rayos X. El primero de ellos recibe el nombre de radiación X *blanca*. Esta radiación se caracteriza por tener espectro continuo, semejante al de la luz blanca, al que deben su nombre. Los rayos X blancos se producen por deceleración de los electrones cuando se mueven dentro de una sustancia. Por esta razón se llaman también rayos X de *deceleración* o *frenado*. Este tipo de rayos X lo emiten los mismos electrones que se mueven dentro de la sustancia. Como se sabe (§ 59.4), toda carga que se mueve acelerada o retardadamente emite ondas electromagnéticas de espectro continuo. El espectro continuo de rayos X

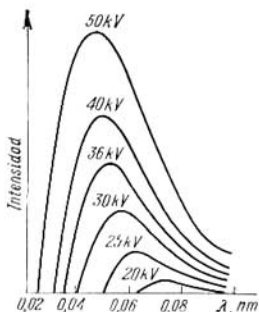


Fig. 73.2.

está limitado, por la parte de las longitudes de onda pequeñas, por una longitud de onda mínima λ_{\min} denominada *límite del espectro continuo*. La fig. 73.2 representa los espectros continuos de rayos X del volframio con distintas diferencias de potencial entre los electrodos del tubo.

El límite λ_{\min} no se puede explicar desde el punto de vista ondulatorio clásico sobre la naturaleza de los rayos X. El espectro continuo de la radiación X de frenado, según las representaciones ondulatorias no debe estar limitado. Las experiencias han demostrado, sin embargo, que la longitud de onda límite λ_{\min} es inversamente proporcional a la energía cinética K de los electrones que producen los rayos X de deceleración. Desde el punto de vista cuántico la existencia de λ_{\min} tiene una explicación sencilla. Es evidente que la energía máxima $h\nu_{\max}$ del cuanto X que surge a expensas de la energía del electrón, no puede ser mayor que

esta energía $K = e\varphi$, en la que φ es el potencial del campo acelerador:

$$K = h\nu_{\text{máx}}. \quad (73.5)$$

Pasando en (73.5) de la frecuencia a la longitud de onda, se obtiene

$$\lambda_{\text{mín}} = \frac{c}{\nu_{\text{máx}}} = \frac{ch}{K} = \frac{ch}{e\varphi}. \quad (73.6)$$

La fórmula (73.6) concuerda perfectamente con los datos experimentales; esta fórmula fue en su tiempo uno de los métodos más exactos para determinar experimentalmente la constante de Planck h .

La relación (73.5) coincide con la ecuación de Einstein (68.3') para el efecto fotoeléctrico (§ 68.3) si se desprecia en ella el trabajo de salida del electrón del metal. Si el efecto fotoeléctrico es producido por rayos X, en la ecuación (68.3') el trabajo de salida del electrón del metal A_0 es mucho menor que la energía del cuanto $h\nu$ y puede despreciarse. El efecto fotoeléctrico y el surgimiento de los rayos X de frenado son fenómenos mutuamente inversos: si la ecuación (73.5) se lee de derecha a izquierda, da la energía cinética de los electrones en el efecto fotoeléctrico; si se lee de izquierda a derecha, indica la existencia de la frecuencia (o longitud de onda) límite cuando la energía del electrón decelerado se transforma totalmente en energía de un cuanto X.

§ 73.4. Rayos X característicos

1. El segundo tipo de rayos X es el de los llamados *característicos*. Recibieron esta denominación porque caracterizan la substancia del anticátodo (ánodo) del tubo de rayos X. Los rayos X característicos tienen espectros de rayas. La peculiaridad de estos espectros consiste en que los átomos de cada elemento químico, independientemente de las composiciones químicas en que se encuentre, tienen espectro de rayas propio, perfectamente determinado, de rayos X característicos. Estos espectros de rayos X característicos de los átomos difieren esencialmente de los espectros electrónicos ópticos de los mismos átomos. Los espectros ópticos de los átomos dependen de si éstos están en estado libre o formando combinaciones químicas.

2. No es difícil comprender la causa de la variación de los espectros ópticos en combinaciones químicas diversas de

los átomos. Los espectros de rayas están determinados por el comportamiento de los electrones periféricos, de valencia. Cuando se forman los enlaces químicos, los estados de los electrones de valencia cambian y esto influye en el espectro óptico. El hecho de que los espectros de rayas de los rayos X sean una característica *individual* del átomo que no cambia al entrar éste en una combinación química, indica la naturaleza de los rayos X característicos. Es evidente que estos rayos se producen en los procesos que tienen lugar en las capas electrónicas profundas, ocupadas, de los átomos, que no varían cuando éstos entran en una combinación química.

3. En los espectros de rayas de los rayos X de los átomos de distintos elementos químicos se observan grupos de rayas (series de rayas espectrales) de un mismo tipo que sólo difieren entre sí en que en los elementos más pesados las series de rayas análogas se desplazan hacia la parte de las ondas más cortas. Según el orden creciente de las longitudes de onda, las series de los rayos X característicos se llaman, respectivamente, *K*, *L*, *M*, *N* y así sucesivamente. Estas denominaciones están relacionadas con el origen de las rayas de estas series. Como vimos en el § 73.2, en los átomos con número atómico *Z* grande las capas electrónicas internas *K*, *L*, *M*, etc. están totalmente llenas de electrones. Si de una de estas capas se arranca un electrón, al sitio desocupado pasa un electrón de otra capa más alejada del núcleo. Esta transición conlleva la radiación de un cuanto de rayos X.

Si, por ejemplo, bajo la acción de una radiación primaria dura, o por la incidencia de un electrón sobre el átomo, se desprende un electrón de su capa *K*, al sitio desocupado por él puede pasar un electrón de las capas *L*, *M*, *N* u otras. Al mismo tiempo serán emitidos cuantos de energía determinada y aparecerán las rayas de la serie *K* del espectro de rayos X. Para arrancar un electrón de la capa *K*, que es la más próxima al núcleo y en la que los electrones experimentan mayor atracción por él, se requiere gastar una energía de arranque denominada *límite de excitación* de la serie *K*. La energía del electrón o del cuanto primario incidente no debe ser menor que la magnitud de este trabajo. Por ejemplo, para el mercurio ($Z = 80$) el límite de excitación de la serie *K* es, aproximadamente, de 82 keV.

4. Al pasar un electrón de la capa *L* a la capa *K* emite un cuanto de la menor energía, a la que corresponde la raya K_{α} , cuya longitud de onda es la mayor de la serie *K* de la

radiación X característica del átomo dado. La raya K_β corresponde a la transición del electrón desde la capa M a la K ; la raya K_γ , a la transición desde la capa N a la K . El conjunto de rayas K_α , K_β , K_γ u otras, forma la serie K .

Las rayas de las series L , M , etc. de la radiación X característica son emitidas cuando queda libre o «vacante»

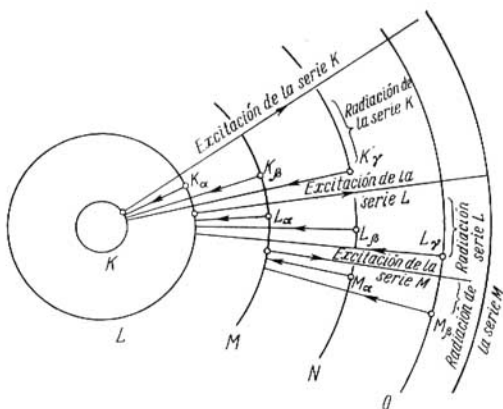


Fig. 73.3.

el sitio para un electrón en las capas L , M , N y sucesivas, respectivamente. Por ejemplo, si un electrón pasa a la capa L desde la M , se produce la raya L_α ; al pasar de la capa N , la raya L_β y así sucesivamente. Todas las transiciones que terminan en la capa L forman la serie L de los rayos X característicos. La fig. 73.3 representa esquemáticamente el surgimiento de las distintas series de los rayos X característicos.

5. En 1913 estableció H. Moseley una importante dependencia entre las longitudes de onda de las rayas de la radiación X característica y el número atómico de los átomos de los elementos químicos fuentes de los rayos X. La ley de Moseley se expresa por la fórmula siguiente:

$$\sqrt{\nu^*/R} = a(Z - \sigma), \quad (73.7)$$

en la que $v^* = 1/\lambda$ es el número de onda de la raya (§ 71.3); R , la constante de Rydberg en m^{-1} (o cm^{-1}) (§ 71.3), y a y σ son ciertas constantes que caracterizan la serie de rayas del espectro de rayos X característicos y la substancia del anticátodo (ánodo). En particular, para las longitudes de onda de la raya K_α obtuvo Moseley la relación siguiente:

$$\sqrt{v^*/R} = \sqrt{3/4}(Z-1). \quad (73.8)$$

Comparando (73.8) con (73.7) se ve que para estas rayas $a = \sqrt{3/4}$ y $\sigma = 1$. La fórmula (73.8) se puede escribir también de la forma que sigue:

$$\frac{v^*}{R} = \left(1 - \frac{1}{4}\right) (Z-1)^2 = (Z-1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$$

o bien

$$v^* = R(Z-1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right). \quad (73.8')$$

La relación (73.8') recuerda la fórmula (71.15) de la longitud de onda (o del número de onda) de las rayas de la serie

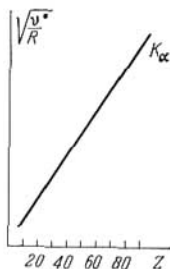


Fig. 73.4.

de Lyman del ion hidrogenoide. La diferencia entre ellas consiste en que la magnitud Z^2 que figura en las fórmulas de las series de los sistemas hidrogenoides está aquí disminuida en la magnitud $\sigma = 1$, llamada *constante de apantallamiento*. El sentido de esta constante se reduce a que en un átomo pesado, que tiene Z electrones, sobre el electrón que realiza la transición correspondiente a la raya K_α , no actúa toda la carga Ze del núcleo, sino la carga $(Z-1)e$, debilitada por el efecto de apantallamiento del electrón que permanece en la capa K .

En la fig. 73.4 se muestra el diagrama de Moseley que ilustra la dependencia lineal de $\sqrt{v^*/R}$ respecto del número atómico Z para la raya K_α . La aplicación de la ley de Moseley a los átomos de los elementos químicos del sistema periódico confirmó en su tiempo la regularidad del aumento de la carga del núcleo en una unidad al pasar de un elemento al siguiente. Esto tuvo gran importancia para demostrar

que el modelo nuclear del átomo era correcto y fundamentar la *teoría del sistema periódico*.

6. La pequeñez de la longitud de onda de los rayos X, tanto de deceleración como característicos, y su gran «dureza» condicionan su gran poder de penetración. Al pasar a través de una substancia, la intensidad de los rayos X disminuye como resultado de su dispersión debida principalmente al efecto Compton (§ 68.6). Con esto parte de la energía de los rayos X₁ duros se transmite a los electrones de la substancia y los rayos mismos experimentan la dispersión y se hacen más blandos, es decir, adquieren mayor longitud de onda. La absorción verdadera conlleva el paso de la energía de los cuantos X a energía interna de la substancia. Esta absorción depende mucho del número atómico de la substancia, siendo proporcional a Z^4 .

En virtud de que la absorción de los rayos X es distinta cuando pasan a través de obstáculos no homogéneos, estos rayos se aplican mucho en medicina, para hacer radiografías, y en diversas ramas de la ciencia y la técnica, para detectar defectos. Por ejemplo, cuando se hace la radiografía del cuerpo humano, la absorción por los huesos, cuyo componente fundamental es el fosfato de calcio, es 150 veces mayor que la de los tejidos blandos del cuerpo, en los cuales el agua es el absorbente fundamental. Por eso, en las radiografías se distingue muy bien la sombra de los huesos. La detección de defectos por medio de los rayos X se basa en la dependencia de la absorción de los rayos X respecto del número atómico Z en los sólidos ópticamente opacos. En dependencia del número atómico Z del material de las inclusiones perniciosas que haya en el cuerpo, al hacer la radiografía, los límites de los defectos se distinguen en la pantalla de modos distintos. Si los defectos tienen números atómicos Z menores que la substancia del cuerpo, la parte ocupada por ellos será más clara que el resto del campo visual. En el caso contrario la parte defectuosa resultará más oscura. Por el método de detección de defectos por rayos X no sólo se puede determinar el área que ocupa un defecto, sino también su espesor. Para esto se mide cuidadosamente el debilitamiento de los rayos X en la zona en que se halla el defecto y fuera de ella.

ESTRUCTURA DE LAS MOLÉCULAS Y SUS ESPECTROS

§ 74.1. Característica general de los enlaces químicos

1. Como se sabe, se llama molécula la partícula más pequeña de una sustancia homogénea que posee sus propiedades químicas fundamentales. Las moléculas están formadas por átomos iguales o distintos unidos entre sí por *enlaces químicos* interatómicos.

La estabilidad de las moléculas evidencia que los enlaces químicos están condicionados por las fuerzas de interacción que unen los átomos en las moléculas. La experiencia demuestra que para *descomponer* una molécula en los átomos que la forman hay que realizar un trabajo. Esto significa que la *formación* de las moléculas debe ir acompañada de desprendimiento de energía. Por ejemplo, dos átomos de hidrógeno (H) en estado libre poseen más energía que esos mismos átomos después de formar una molécula diatómica (H_2). La energía que se desprende al formarse la molécula sirve de medida del trabajo de las fuerzas de interacción que unen los átomos en la molécula.

2. Para comprender las causas por las cuales átomos eléctricamente neutros pueden formar una molécula estable, vamos a limitarnos al estudio de las moléculas diatómicas más simples, que constan de dos átomos iguales o distintos. Las fuerzas de interacción entre los átomos se producen entre los electrones periféricos, de valencia, de los átomos. Esto se pone de manifiesto en el cambio brusco que se observa en el espectro óptico de los átomos cuando entran en una combinación química. Recordaremos que los espectros de rayas de los átomos están determinados por el estado de sus electrones periféricos, de valencia. Y al contrario, los espectros de los rayos X característicos, que dependen de los electrones internos, profundos, de los átomos, no varían cuando éstos entran en una combinación química (§ 73.4). Por otra parte, en la formación de los enlaces químicos deben participar aquellos electrones cuyo estado es fácil cambiar gastando una energía relativamente pequeña. Estos

electrones son los periféricos, de valencia, de los átomos. Los potenciales de ionización de estos electrones son mucho menores que los de los electrones que se encuentran en las capas internas saturadas (§ 73.2).

3. Cualquiera que sea la naturaleza de las fuerzas que unen los átomos en la molécula, se pueden hacer ciertos razonamientos acerca de su carácter. Si los átomos se encuentran a gran distancia uno de otro, no interactúan. Cuando se van aproximando, al disminuir la distancia r entre sus núcleos, aumentan las fuerzas de *atracción mutua* que actúan entre los átomos. A pequeñas distancias r , comparables con las dimensiones de los átomos (y menores), se manifiestan las fuerzas de *repulsión mutua* que impiden que los electrones de un átomo penetren demasiado profundamente en las capas electrónicas del otro átomo.

Las fuerzas de atracción y repulsión dependen de distinto modo de la distancia r entre los átomos. En esto se parecen a las fuerzas de interacción entre las moléculas, que se estudiaron en el § 31.4. Las fuerzas de repulsión son de menor «alcance» que las de atracción y varían más rápidamente al variar r . Al aumentar la distancia r entre los átomos, las fuerzas de repulsión disminuyen más de prisa que las de atracción. La acción simultánea de las fuerzas de atracción y repulsión, dirigidas en sentidos opuestos, conduce a que a cierta distancia r_0 entre los átomos ambas fuerzas se equilibren y su suma geométrica se haga igual a cero. A esta distancia corresponde la energía potencial mínima $U(r)$ de la molécula.

La fig. 74.1 representa tres curvas: las proyecciones sobre la recta que une los dos átomos, de las fuerzas de atracción (F_2), de las de repulsión (F_1) y de la fuerza resultante (F) de interacción entre los átomos en la molécula diatómica, en función de la distancia r entre ellos. Las fuerzas de repulsión se consideran positivas (§ 31.4). En la fig. 74.2 se da la curva de función entre r y la energía potencial $U(r)$ de interacción de los átomos en la molécula diatómica.

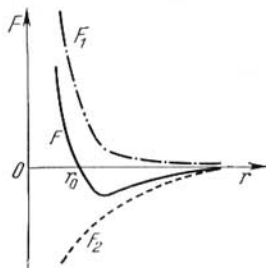


Fig. 74.1.

4. La distancia r_0 de equilibrio interatómico en la molécula se llama *longitud de enlace*. En la fig. 74.2, la magnitud D se denomina *energía de disociación* de la molécula o

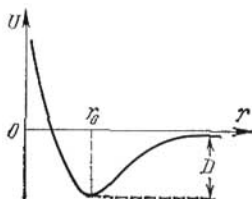


Fig. 74.2.

energía de enlace. Esta energía es igual al trabajo que hay que realizar para romper los enlaces químicos de los átomos en la molécula, descomponer la molécula en sus átomos (o iones, § 74.2) y alejar éstos uno del otro más allá de los límites de la acción de las fuerzas interatómicas. Es evidente que la energía de disociación es igual a la

energía que se desprende al formarse la molécula, pero tiene signo contrario: la energía de disociación es *negativa* y la que se desprende al formarse la molécula, *positiva*.

§ 74.2. Moléculas iónicas

1. La suposición más simple sobre la naturaleza del enlace químico que retiene los átomos en la molécula consiste en que entre los electrones periféricos de los átomos surgen fuerzas *eléctricas* que mantienen los átomos uno junto al otro. Pero esta molécula sólo será estable en el caso en que en los dos átomos que interaccionan aparezcan cargas eléctricas de *signos contrarios*. Entonces la atracción entre estas cargas asegura el enlace químico en la molécula estable.

Este tipo de enlace químico se efectúa en realidad en algunas moléculas. Ejemplos típicos de moléculas con este enlace son las moléculas de los haluros alcalinos: NaCl, RbBr, CsI y otros, que se forman por la unión de los átomos de los elementos de los grupos primero y séptimo del sistema periódico. En este caso los átomos que interaccionan se convierten en *iones*. Uno de los átomos captura uno o más electrones del otro, adquiere carga negativa y se transforma en ion negativo. El otro átomo cede el número correspondiente de electrones y se convierte en ion positivo. Entre los iones con cargas de signos distintos se produce la fuerza de atracción electrostática.

Este enlace se llama *iónico*. A veces se le da también el nombre de enlace heteropolar (del griego *έτερος*, desigual).

Las moléculas en que se efectúa este tipo de enlace se llaman *iónicas* o *heteropolares*.

2. Veamos más detalladamente cómo se forma la molécula de sal común (NaCl). El átomo de sodio, como todos los átomos de los metales del primer grupo, tiene un potencial de ionización relativamente pequeño. Para desprender del átomo de sodio su undécimo electrón, periférico, se necesita una energía de 5,1 eV. Por otra parte, el átomo de cloro Cl, que tiene siete electrones periféricos, de valencia, y otros átomos del séptimo grupo (metaloideos), se caracteriza por tener una gran *afinidad electrónica*. Por este término se entiende la cantidad de energía que *se desprende* cuando al átomo del metaloide se une un electrón. Por ejemplo, para el cloro esta magnitud es igual a 3,8 eV. El paso de un electrón del átomo de sodio al átomo de cloro hace que se formen los iones Na^+ y Cl^- . Cada uno de ellos tiene una capa exterior estable de ocho electrones (§ 73.2), característica de los gases «nobles» químicamente inertes. La atracción electrostática de los iones con cargas de signos contrarios Na^+ y Cl^- hace que éstos se acerquen.

A distancias muy pequeñas entre los iones Na^+ y Cl^- las fuerzas de atracción se truecan en fuerzas de repulsión que impiden una mayor aproximación de los iones. Estas fuerzas son debidas principalmente a la repulsión entre los núcleos de los átomos cuando las distancias entre ellos son pequeñas. En definitiva, los iones Na^+ y Cl^- se sitúan a la distancia de equilibrio r_0 entre sí, correspondiente al equilibrio de las fuerzas de atracción y repulsión. Así se forma la molécula estable de NaCl con enlace iónico.

3. En el ejemplo de la formación de la molécula NaCl se ve que la energía de ionización del sodio es 5,1 eV — 3,8 eV = 1,3 eV mayor que la afinidad electrónica del cloro. Esto significa que el paso de un electrón del átomo de sodio al átomo de cloro requiere el *gasto* de cierta cantidad de energía. Por otra parte, sabemos que al formarse la molécula se *desprende* energía. ¿De dónde se toma la energía que falta para que se forme el ion de sodio? Para responder a esta pregunta hay que tener en cuenta que al aproximarse los iones se *desprende* la energía de su interacción electrostática. La formación de los iones y su atracción se produce simultáneamente y sólo después de que los átomos se aproximan tanto, que a la vez que se forman los iones se desprende la cantidad de energía necesaria para esto.

Sabemos que la energía potencial electrostática $U(r)$ de la interacción de dos iones de carga única que se encuentran a la distancia r entre sí es $U(r) = e^2/4\pi\epsilon_0 r$, donde e es la carga del ion, que coincide con la del electrón, y ϵ_0 es la constante eléctrica en el SI. De esta fórmula se puede deducir fácilmente la distancia r a la cual la energía $U(r)$ completa la diferencia de 1,3 eV entre la energía de ionización y la afinidad electrónica:

$$r = e^2/4\pi\epsilon_0 U(r).$$

Sustituyendo todas las magnitudes por sus valores numéricos se obtiene $r = 11 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 1,1 \text{ nm}$. De aquí se sigue que el paso de un electrón del átomo de sodio al átomo de cloro sólo puede comenzar cuando sea $r \leq 1,1 \text{ nm}$. No obstante, los datos del análisis estructural por rayos X demuestran que la distancia de equilibrio r_0 en la molécula NaCl es igual a 0,14 nm. A esta distancia la energía electrostática $U(r_0)$ es igual a 10,2 eV y supera en 8,9 eV la energía necesaria para que los iones Na^+ y Cl^- formen una molécula. Si los cálculos se refieren a un kilomol, dan la energía de 49 200 J, que se desprende al formarse un kilomol de NaCl. La experiencia confirma esta magnitud. Resulta algo excesiva porque al hacer el cálculo no se tuvo en cuenta que las fuerzas de repulsión hacen que disminuya la energía que se desprende al formarse las moléculas iónicas.

§ 74.3. Moléculas con enlace químico covalente

1. El enlace iónico es imposible cuando se forman moléculas de átomos *iguales*, por ejemplo, la molécula H_2 . Efectivamente, en este caso es imposible que se formen iones con cargas de signos contrarios. Sin embargo, entre átomos eléctricamente neutros también puede efectuarse un tipo especial de enlace químico. Este tipo de enlace se llama *covalente* u *homopolar* (del griego $\delta\mu\acute{o}\varsigma$, igual). Además de las moléculas diatómicas H_2 , O_2 , N_2 , el enlace covalente se observa en otras muchas, como las de fluoruro de hidrógeno (HF), óxido nítrico (NO), amoníaco (NH_3), metano (CH_4) y otras.

2. En la física clásica sólo se conocía un tipo de fuerzas de acción entre las partículas o cuerpos eléctricamente neutros: las fuerzas gravitatorias estudiadas en el § 9.2. Pero estas fuerzas son demasiado débiles para que con ellas

se pueda explicar la formación de moléculas homopolares estables. Además, el enlace covalente tiene la propiedad de la saturación, que se expresa en que los átomos tienen una valencia determinada. Un átomo de hidrógeno puede enlazar con otro solo átomo de hidrógeno, y un átomo de carbono puede enlazar con cuatro átomos de hidrógeno, pero no con más. Las fuerzas de gravitación, lo mismo que las eléctricas y magnéticas, no tienen la propiedad de la saturación. Estas fuerzas permiten que un cuerpo central atraiga un número ilimitado de otros cuerpos. Por lo tanto, con las fuerzas gravitatorias es imposible explicar el enlace químico homopolar de los átomos neutros.

3. La naturaleza del enlace homopolar sólo se consiguió establecer basándose en la mecánica cuántica. El concepto de sentido físico del enlace homopolar vamos a explicarlo valiéndonos del ejemplo de la molécula más simple de este tipo, la H_2 , formada por dos núcleos (protones) y dos electrones. Los datos espectroscópicos experimentales han demostrado que en la molécula H_2 la distancia r_0 de equilibrio entre los núcleos es de 0,074 nm. La energía de enlace D (§ 74.1) de la molécula de hidrógeno es de 4,718 eV ó 432,25 J/kmol. La teoría debía obtener estos datos, y los obtuvo.

4. De base para la explicación mecanocuántica del enlace homopolar sirven las propiedades específicamente cuánticas, no clásicas, de los electrones de valencia de los átomos cuya interacción conduce a la formación de la molécula. Ante todo se tiene en cuenta la naturaleza ondulatoria del electrón. Ella conlleva la existencia de una determinada distribución de la probabilidad de que el electrón se encuentre en las proximidades del núcleo.

En el caso más simple, estado s del electrón (§ 72.3), la distribución de la probabilidad tiene carácter de simetría esférica: la «nube electrónica» es una esfera de cierto radio. Se toma también en consideración la *indistinguibilidad de principio de las partículas idénticas*, en particular de los electrones. En efecto, los dos electrones de la molécula de hidrógeno, que se mueven cada uno alrededor de «su» núcleo, no se diferencian en nada esencial el uno del otro: las cargas y las masas en reposo de ambos, así como sus espines $\hbar/2$, son iguales. De aquí se sigue que si estos electrones cambian de sitio entre sí, de manera que el electrón 1, antes perteneciente al núcleo a , pase al sitio del electrón 2,

perteneciente al núcleo b , y el electrón 2 realice el paso inverso, el estado de la molécula H_2 no variará en absoluto (fig. 74.3).

Está claro que este intercambio puede ocurrir solamente si los núcleos de ambos átomos de hidrógeno de la molécula H_2 están suficientemente próximos. En estas condiciones las «nubes electrónicas» de los dos átomos se superponen. El principio de Pauli permite la existencia de dos electrones

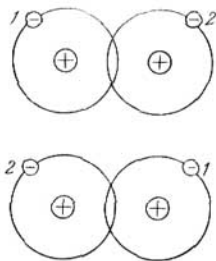


Fig. 74.3.

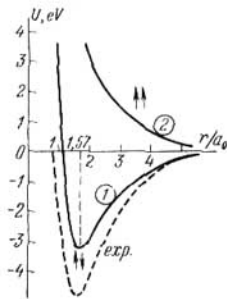


Fig. 74.4.

en un estado si sus espines tienen sentidos opuestos. La fusión de las regiones en que pueden hallarse ambos electrones en la molécula de hidrógeno significa que entre ellos surge una *interacción de intercambio* (mecanocuántica) especial. Esta se reduce a que cada uno de los electrones de la molécula de hidrógeno puede pertenecer alternativamente a uno u otro núcleo, es decir, los electrones intercambian sus sitios continuamente. Puede servir de cierta ilustración de lo que ocurre con los electrones en la molécula de hidrógeno el intercambio de pelotas iguales entre dos personas que estén cerca una de otra. Está claro que si estas personas no están especialmente entrenadas, el intercambio de las pelotas sólo marchará bien cuando la distancia entre aquéllas sea pequeña.

5. Los cálculos mecanocuánticos han demostrado que si la orientación de los espines de los dos electrones es antiparalela, la energía de interacción de los átomos tiene un mínimo que asegura la formación de la molécula de hidrógeno

estable. Si los espines de los electrones son paralelos, la energía de interacción es positiva y los átomos se repelen.

En la fig. 74.4 se representan las curvas de la energía $U(r)$ de interacción de los átomos de hidrógeno cuando los espines de los electrones son antiparalelos (curva 1) y cuando son paralelos (curva 2). El mínimo de la energía en la curva 1 corresponde a la distancia mínima entre los núcleos de los átomos $r_0 = 0,083$ nm. La energía de disociación de la molécula H_2 (energía de enlace D) calculada por W. Heitler y F. London resultó ser igual a 3,2 eV. Esta cantidad concordaba peor con el valor experimental (4,72 eV) que la longitud de enlace que hallada experimentalmente era igual a 0,074 nm. En los cálculos mecanocuánticos realizados posteriormente se ha conseguido una concordancia mejor con la experiencia.

El hecho de que la molécula H_2 formada sea estable únicamente cuando los espines de los electrones de los átomos son antiparalelos significa que si chocan dos átomos de hidrógeno cuyos electrones tengan espines *paralelos* entre sí, los átomos se repelerán y la molécula no se formará.

La experiencia demuestra que la molécula H_2 es diamagnética (§ 42.4). Esto se explica porque si la molécula carece de momento magnético orbital (§ 42.2) y tiene los espines compensados, el momento magnético resultante de la molécula es nulo y ésta revela propiedades diamagnéticas.

§ 74.4. Noción de los espectros moleculares

1. Los espectros de las moléculas, por su aspecto exterior difieren mucho de los espectros de los átomos estudiados en el § 71.3. Los espectros moleculares son un conjunto de *bandas* más o menos anchas formadas por rayas espectrales muy próximas entre sí. Por su aspecto característico, los espectros moleculares se llaman *espectros de bandas*. Las bandas de los espectros moleculares se observan en las gamas de frecuencias infrarroja, visible y ultravioleta de las ondas electromagnéticas. Las bandas que en los espectros de las moléculas están próximas, forman *grupos de bandas*. En las moléculas diatómicas más simples se observan por lo general varios grupos de bandas. En la fig. 74.5 se reproduce como ejemplo la fotografía de una parte del espectro de la molécula de yodo. A medida que se complica la estructura de las moléculas, los espectros van siendo más complejos.

En las partes visible y ultravioleta del espectro de las moléculas multiatómicas de estructura compleja se observan anchas bandas continuas de absorción y emisión.

8. Cada raya del espectro molecular, lo mismo que las de los átomos, se produce al variar la energía de la molécula. La energía total de la molécula consta de cinco partes que, en primera aproximación, se pueden considerar independientes una de otra. Estas partes son: la energía del movimiento de traslación del centro de inercia de la molécula $\mathcal{E}_{\text{trasl}}$; la energía del movimiento de rotación de la molécula, como un todo, alrededor de ciertos ejes \mathcal{E}_{rot} ; la

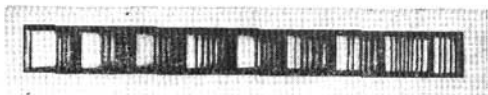


Fig. 74.5.

energía del movimiento de los electrones en los átomos \mathcal{E}_{el} ; la energía del movimiento de vibración de los núcleos de los átomos que componen la molécula \mathcal{E}_{vib} , y finalmente, la energía de dichos núcleos $\mathcal{E}_{\text{núcl}}$. Según esto se puede escribir:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{trasl}} + \mathcal{E}_{\text{rot}} + \mathcal{E}_{\text{el}} + \mathcal{E}_{\text{vib}} + \mathcal{E}_{\text{núcl}}. \quad (74.1)$$

La energía $\mathcal{E}_{\text{trasl}}$ del movimiento de traslación de la molécula puede variar de un modo continuo cuando varían las condiciones de dicho movimiento. La energía $\mathcal{E}_{\text{trasl}}$ no está cuantizada, como no la está la energía del movimiento de traslación de los átomos aislados. No existen niveles de energía discretos del movimiento de traslación de la molécula. Por consiguiente, la variación de $\mathcal{E}_{\text{trasl}}$ no puede hacer que aparezca una raya en el espectro de la molécula.

Si se desprecian los fenómenos ópticos debidos a las partículas nucleares (nucleones), en la expresión (74.1) puede no tenerse en cuenta $\mathcal{E}_{\text{núcl}}$. La energía \mathcal{E}' de la molécula que determina sus propiedades ópticas consiste en la suma de tres sumandos:

$$\mathcal{E}' = \mathcal{E}_{\text{el}} + \mathcal{E}_{\text{vib}} + \mathcal{E}_{\text{rot}}. \quad (74.2)$$

Cada uno de estos sumandos varía de un modo discreto. Estas tres partes de la energía de la molécula toman única-

mente determinados valores. Las variaciones de las partes correspondientes de la energía de la molécula $\Delta\mathcal{E}_{el}$, $\Delta\mathcal{E}_{vib}$, $\Delta\mathcal{E}_{rot}$ también tienen valores discretos. Por eso la energía \mathcal{E}' de la molécula varía discretamente en la magnitud $\Delta\mathcal{E}'$:

$$\Delta\mathcal{E}' = \Delta\mathcal{E}_{el} + \Delta\mathcal{E}_{vib} + \Delta\mathcal{E}_{rot}. \quad (74.3)$$

Según la regla de las frecuencias de Bohr (tercer postulado de Bohr) la frecuencia ν del cuanto que emite la molécula al variar su estado de energía es:

$$\nu = \frac{\Delta\mathcal{E}'}{h} = \frac{\Delta\mathcal{E}_{el}}{h} + \frac{\Delta\mathcal{E}_{vib}}{h} + \frac{\Delta\mathcal{E}_{rot}}{h}. \quad (74.4)$$

La experiencia y las investigaciones teóricas han demostrado que los sumandos de la fórmula (74.3) tienen distinta magnitud:

$$\Delta\mathcal{E}_{rot} \ll \Delta\mathcal{E}_{vib} \ll \Delta\mathcal{E}_{el}. \quad (74.5)$$

3. La desigualdad (74.5) explica la existencia de las frecuencias de los espectros moleculares en las distintas gamas de ondas electromagnéticas y la formación de las bandas de rayas espectrales.

Veamos, por ejemplo, cómo se produce el espectro molecular de absorción. Vamos a suponer que sobre una sustancia formada por moléculas incide una onda electromagnética de pequeña frecuencia ν . Esto quiere decir que la energía de un cuanto $h\nu$ de esta radiación es pequeña. Hasta que la energía del cuanto $h\nu$ no sea igual a la menor diferencia posible entre los dos niveles de energía más próximos de la molécula, la absorción de la luz no se produce y las rayas de absorción no aparecen. La absorción comienza cuando la longitud de la onda incidente se hace igual a 0,1—1 nm, es decir, en la región infrarroja remota del espectro. Con estas frecuencias los cuantos de energía corresponden a la variación $\Delta\mathcal{E}_{rot}$ de la energía de *rotación* de la molécula. La absorción del cuanto por la molécula hace que esta pase de un nivel de energía rotacional a otro más alto y ocasiona la aparición de una raya del *espectro de rotación* de absorción*). A medida que disminuye la longitud de onda, en esta región pueden surgir otras rayas nuevas del espectro de rotación de absor-

*) El paso de la molécula desde el nivel de energía rotacional superior al inferior hace que surja una raya del espectro de rotación de emisión.

ción. El conjunto de todas estas rayas da idea de la distribución de los estados de energía rotacionales de la molécula.

4. La absorción por la substancia de ondas electromagnéticas en la región infrarroja con longitudes de onda de 1—10 μm provoca transiciones entre los niveles de energía vibracionales de la molécula y conlleva la aparición del espectro de vibración de ésta.

Pero cuando varían los niveles de energía vibracionales de la molécula, *simultáneamente* varían también sus estados de energía rotacionales. Las transiciones entre dos niveles

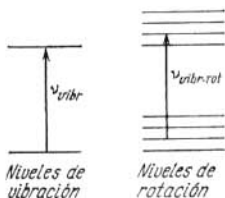


Fig. 74.6.

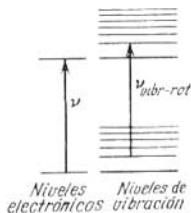


Fig. 74.7.

de energía vibracionales van acompañadas de la variación de los estados de energía rotacionales y se produce un *espectro de vibración-rotación* de la molécula. Esto se muestra esquemáticamente en la fig. 74.6. Cada transición de la molécula entre dos niveles de vibración, que da una raya de frecuencia ν_{vibr} , va seguida de las transiciones entre los niveles de rotación que siempre la acompañan. Como resultado, el espectro con las frecuencias $\nu_{\text{vibr-rot}}$ correspondientes a las transiciones entre los niveles de vibración, consta de grupos de rayas muy próximas, formados por las distintas transiciones rotacionales acompañantes. Todas estas rayas se juntan en una *banda*. Cada banda corresponde a una transición de vibración determinada.

5. La absorción de ondas electromagnéticas de la gama visible y ultravioleta origina las transiciones de la molécula entre distintos niveles de energía *electrónicos*, es decir, la aparición del *espectro electrónico* de la molécula. A cada nivel de energía electrónico le corresponde una distribución espacial determinada de los electrones pertenecientes a los átomos que forman la molécula o una determinada *configura-*

ción de los electrones con energía discreta. A cada configuración de los electrones, a cada nivel de energía electrónico de la molécula, corresponden diferentes vibraciones posibles de los núcleos de los átomos en la molécula, es decir, un conjunto de niveles de energía vibracionales. La transición entre dos niveles electrónicos va seguida de muchas transiciones entre niveles de vibración que las acompañan. Así se produce el *espectro electrónico-vibracional* de la molécula, que consta de grupos de rayas próximas que forman una banda electrónica-vibracional. Esto se muestra en la fig. 74.7. Además, debe tenerse en cuenta que a cada estado energético de vibración se superpone el sistema de niveles de rotación que se indicó en la figura anterior. Todo el espectro electrónico-vibracional en la región visible y próxima a ella es un sistema de varios grupos de bandas que frecuentemente se solapan una a otra y forman una banda ancha.

Capítulo 75

CONDUCTIBILIDAD ELÉCTRICA DE LOS METALES EN LA TEORÍA MODERNA

§ 75.1. Defectos de la teoría clásica de la conductibilidad eléctrica de los metales

1. La teoría electrónica clásica de la conductibilidad de los metales, expuesta en el § 44.4, estaba muy simplificada. En ella se suponía que los electrones del metal se comportan como partículas de un «gas electrónico clásico» peculiar. En la teoría inicial, desarrollada por P. Drude, se suponía incluso que todos los electrones tienen la misma velocidad media \bar{v} de movimiento térmico caótico.

Más tarde H. Lorentz, uno de los fundadores de la teoría electrónica clásica, aplicó consecuentemente a los electrones del metal la estadística de Maxwell—Boltzmann. Según esta estadística, en ausencia de campo eléctrico, los electrones del metal que efectúan la conducción tienen las velocidades distribuidas de acuerdo con la ley de Maxwell (§ 25.2).

2. Bajo la acción de una f.e.m. aplicada al metal, aparece en él un campo eléctrico que infringe la distribución de

Maxwell de los electrones por velocidades. Al movimiento *térmico caótico de los electrones se superpone su movimiento ordenado* debido al campo eléctrico. Entonces la velocidad media del movimiento ordenado de los electrones es proporcional a la intensidad del campo eléctrico. Lorentz obtuvo la ley de Ohm en una forma análoga a (44.13). En particular, la expresión para la conductibilidad resultó ser aproximadamente igual a la fórmula (44.15):

$$\gamma = \frac{2}{3} \frac{ne^2\bar{\lambda}}{m} \left(\frac{1}{u} \right). \quad (75.1)$$

Aquí, lo mismo que en el § 44.4, n es la concentración de electrones libres; $\bar{\lambda}$, el recorrido libre medio del electrón; e y m , la carga y la masa del electrón, y $\overline{1/u}$, el valor medio de la magnitud recíproca de la velocidad del movimiento térmico de los electrones, calculado por medio de la ley de Maxwell de la distribución de los electrones por velocidades. Como se ve, la diferencia entre las fórmulas (75.1) y (44.15) es insignificante; la fórmula (75.1) contiene la misma dependencia de γ respecto de las características físicas de los electrones del metal que la fórmula (44.15). Lorentz obtuvo también la ley de Wiedemann—Franz, en cuya expresión, a diferencia de la fórmula (45.16), en vez del factor $3k^2/e^2$ aparece el $2k^2/e^2$:

$$\frac{K}{\gamma} = 2 \frac{k^2}{e^2} T. \quad (75.2)$$

Aquí K es el coeficiente de conductibilidad térmica del gas electrónico; k , la constante de Boltzmann, y T , la temperatura absoluta del metal. Por los datos de la tabla 45.2 (t. I, pág. 594) puede advertirse que la ley de Wiedemann—Franz de la forma (75.2) concuerda peor con los datos experimentales que el resultado de Drude (45.16), ya que la relación $K/\gamma T$ se hace menor que en la teoría de este último.

La teoría electrónica clásica precisada de Lorentz, lo mismo que la más simple de Drude, no pudo explicar toda una serie de fenómenos que se observan en la práctica. De estas dificultades se habló ya en los §§ 44.5 y 45.2. Como las dificultades encontradas por la teoría clásica de la conductibilidad de los metales tienen importancia esencial, vamos a detenernos en ellas más detalladamente.

3. Se ha establecido experimentalmente que en un amplio intervalo de temperaturas la conductividad de los metales

es inversamente proporcional a la temperatura absoluta ($\gamma \sim 1/T$). La fórmula (44.15) de la teoría de Drude y la (75.1) de la teoría de Lorentz deberían explicar esta dependencia. En la física molecular se demuestra que la velocidad media del movimiento térmico de las partículas depende de la temperatura según la ley $\bar{u} \sim \sqrt{T}$. Para explicar la dependencia experimental de γ respecto de T de la forma $\gamma \sim 1/T$ por la fórmula (44.15) ó (75.1), se puede suponer que el producto $n\bar{\lambda}$ es inversamente proporcional a \sqrt{T} (o sea, $n\bar{\lambda} \sim 1/\sqrt{T}$). Utilizando la expresión para $\bar{\lambda}$ de la teoría cinética de los gases (§ 25.3), es imposible explicar esta dependencia. Por lo tanto, la teoría electrónica clásica no explicó la dependencia de la conductividad (o de la resistividad) respecto de la temperatura.

4. Partiendo de los valores de la conductividad γ (o de $\rho = 1/\gamma$) que se observan en la práctica, se pueden calcular los valores del recorrido libre medio $\bar{\lambda}$ que corresponden a los datos experimentales. Esto es fácil de hacer por la fórmula (44.15) ó (75.1). Previamente hay que calcular \bar{u} por las fórmulas de la teoría cinética de los gases, y la concentración de electrones hallarla, por ejemplo, mediante el efecto Hall (§ 44.2). De esto resulta que $\bar{\lambda}$ a la temperatura ambiente ($T \approx 300$ K) tiene un valor del orden de $10^{-9} - 10^{-8}$ m, es decir, decenas y centenares de veces mayores que el período de la red del metal. Pero en la teoría de Drude se consideró que el electrón tiene un recorrido libre medio comparable con la distancia entre los iones de la red cristalina de los metales.

5. En el § 45.2 se indicó que, de acuerdo con los datos experimentales de la tabla 44.1, el gas electrónico no hace la aportación necesaria a la capacidad calorífica del metal. Esto está en clara contradicción con la teoría clásica, según la cual los electrones del metal se comportan como un gas monoatómico y deben tener un calor molar igual a $3/2 R$. La dificultad indicada para poder explicar la capacidad calorífica de los metales tenía una importancia especial porque se trataba de una supuesta infracción de la ley de conservación de la energía.

Los defectos y dificultades de la teoría clásica de la conductibilidad eléctrica de los metales fueron obviados en la teoría cuántica de los metales.

§ 75.2. Cuantización de la energía de los electrones en el metal

1. El desarrollo de la mecánica cuántica condujo a la *creación de la teoría cuántica del sólido, que permite explicar más profundamente y desde un punto de vista único las propiedades eléctricas, ópticas y otras de los metales, dieléctricos cristalinos y semiconductores*. Esto a su vez dio la posibilidad de utilizar con más profusión los sólidos en diversas ramas de la ciencia y la técnica. En este capítulo y en los siguientes examinaremos algunas ideas de la teoría cuántica moderna de los sólidos y su aplicación. En primer lugar vamos a estudiar los fundamentos de las ideas modernas sobre la conductibilidad de los metales. Para esto hay que tener en cuenta todas las particularidades del comportamiento de los electrones en el metal y tomar en consideración que los electrones de los átomos, moléculas y cristales se subordinan a las leyes de la mecánica cuántica.

2. Supongamos que los electrones libres de los metales *forman un gas electrónico cuyas partículas se mueven como si los iones positivos de la red cristalina no crearan ningún campo eléctrico*. En este caso el movimiento de los electrones se puede describir por medio del modelo de la caja de potencial con fondo plano (§ 70.4). Si se considera que fuera del metal la energía potencial del electrón es nula, dentro de él será igual a $-A_0$, siendo A_0 el trabajo positivo de salida del electrón del metal. En otras palabras, los electrones libres del metal se encuentran dentro de una caja de potencial con paredes verticales de profundidad finita.

En el § 70.4 se demostró que, en una caja de potencial como esta, los electrones tienen valores discretos, cuantizados, de la energía y sólo se pueden hallar en determinados niveles de energía. Es cierto que la energía \mathcal{E}_n del electrón en el metal, en rigor, no puede calcularse por la fórmula (70.16), ya que las paredes de la caja de potencial, en el caso del metal, tienen altura finita. Pero lo importante ahora para nosotros no es la forma concreta de la dependencia de la energía del electrón respecto de las dimensiones de la caja y del número cuántico n . Lo esencial es que *los electrones del metal, lo mismo que los de un átomo, sólo pueden hallarse en determinados niveles de energía*. Entre la disposición de los niveles de energía de los electrones en los metales y los niveles de energía de los electrones en los átomos aislados

hay una diferencia esencial: en los átomos la diferencia entre las energías de los electrones en dos niveles contiguos es mucho mayor que en los cristales.

§ 75.3. Nivel de Fermi para los electrones del metal

1. La teoría electrónica clásica de los metales partía de que los electrones en los metales se subordinan a la estadística clásica de Maxwell—Boltzmann. Precisamente por esta vía obtuvo Lorentz la fórmula de la conductividad (75.1). Pero los electrones y otras micropartículas poseen una serie de propiedades que no se tienen en cuenta cuando se definen clásicamente los conjuntos de partículas en la estadística. Recordaremos que en la física clásica no podía ser tomada en consideración la naturaleza ondulatorio-corpúscular de las partículas. Esta peculiaridad no fue conocida hasta el año 1924, en que empezó a desarrollarse la mecánica cuántica. Además la indistinguibilidad esencial de las partículas idénticas (§§ 73.1, 74.3) tampoco era tenida en cuenta en la estadística clásica. Finalmente, los electrones y otras micropartículas con espín igual a $\hbar/2$ cumplen el principio de Pauli (§ 73.1), que introduce limitaciones en la posible distribución de los electrones entre los estados de energía. En 1926, Fermi y Dirack elaboraron un sistema estadístico cuántico que toma en consideración todas las propiedades características enumeradas de los electrones y otras partículas con espín $\hbar/2$.

2. El problema principal de la estadística de un conjunto de partículas es la descripción de la ley de distribución de las partículas por velocidades o energías. Por ejemplo, en los §§ 25.2, 26.10 y 26.11 se estudió la ley de distribución de las moléculas gaseosas según sus velocidades, establecida por Maxwell, y la distribución de las moléculas de un gas de acuerdo con sus energías en el campo de la fuerza de gravedad.

El problema fundamental de la estadística para los electrones libres de un metal se enuncia del modo siguiente: hallar qué parte del número total de electrones tiene, a una temperatura dada T , la velocidad comprendida en el intervalo entre v y $v + \Delta v$, o, respectivamente, la energía comprendida en el intervalo entre \mathcal{E} y $\mathcal{E} + \Delta \mathcal{E}$. O más exactamente: si hay n electrones en la unidad de volumen de

un metal, ¿qué parte de ellos Δn tiene la energía comprendida en un estrecho intervalo $\Delta \mathcal{E}$?

3. Al resolver este problema hay que tener en cuenta las principales propiedades de los electrones en el metal enumeradas en el p. 1 de este párrafo. Hay que partir de que los electrones sólo pueden tener en el metal ciertos valores permisibles de la energía, en otras palabras, pueden encontrarse en determinados niveles de energía. Es evidente que todos los electrones tienden a ocupar los niveles de energía más bajos, que son los más estables. Pero hay que tener en cuenta

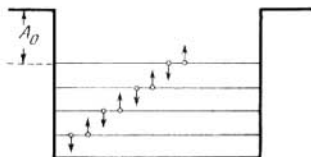


Fig. 75.1.

que los electrones cumplen el principio de Pauli. Este principio pone una limitación al número de electrones que puede haber en un estado dado (§ 73.1). Para los electrones de los metales el principio de Pauli se puede enunciar de un modo algo distinto a

como se hizo en el § 73.1: *entre los electrones de un metal no puede haber más de dos que se encuentren en estados iguales; los espines de estos dos electrones deben ser antiparalelos.*

4. De acuerdo con el principio de Pauli, los electrones ocupan, de dos en dos, los niveles de energía permisibles, empezando por el más bajo. En la fig. 75.1 las líneas horizontales representan los niveles de energía ocupados por los electrones. Por el dibujo se ve que *el trabajo de salida A_0 del electrón del metal debe contarse desde el nivel de energía superior de los ocupados por los electrones.* El nivel de energía superior ocupado desempeña un gran papel en las representaciones cuánticas acerca del sólido. Este nivel se conoce con el nombre de *nivel de Fermi*, en honor del eminente físico contemporáneo Enrico Fermi, que ha hecho una gran aportación al desarrollo de la física moderna. La energía de un electrón en el nivel de Fermi se designa por \mathcal{E}_F , y la velocidad y el impulso en este nivel, respectivamente, por v_F , y p_F . Por lo que se dice a continuación se verá cómo se determinan estas magnitudes y de qué dependen.

§ 75.4. Concepto de espacio de impulsos de los electrones en el metal

1. Si se tiene en cuenta la energía potencial de los electrones en los metales, debida al campo eléctrico de los iones de la red, y se desprecia la energía de interacción entre los electrones, la energía total \mathcal{E} del electrón dependerá solamente del valor de la velocidad v o del impulso p del electrón:

$$\mathcal{E} = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}. \quad (75.3)$$

En particular, en el nivel de Fermi

$$\mathcal{E}_F = p_F^2/2m \text{ y } p_F = \sqrt{2m\mathcal{E}_F}. \quad (75.4)$$

Introducimos un sistema de coordenadas tridimensional sobre cuyos ejes tomamos los valores de las proyecciones del impulso del electrón p_x , p_y , p_z (fig. 75.2). En este peculiar «espacio» tridimensional, cada punto A representa no sólo un valor determinado de la magnitud del impulso del electrón, sino también su dirección. En efecto uniendo el punto A con el origen de coordenadas, se obtiene el vector \mathbf{p} , cuyo módulo da el valor numérico del impulso del electrón:

$$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2} \quad \text{ó} \quad p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2. \quad (75.5)$$

Los ángulos α , β y γ que forma el vector \mathbf{p} con los ejes, determinan la dirección del impulso del electrón:

$$\cos \alpha = p_y/p, \quad \cos \beta = p_x/p, \quad \cos \gamma = p_z/p. \quad (75.6)$$

El espacio a que nos referimos se denomina *espacio de impulsos*. Recordaremos que en el espacio ordinario la posición de un punto B se caracteriza por el vector \mathbf{r} trazado desde el origen de coordenadas a este punto (fig. 75.3).

2. El espacio de impulsos da la posibilidad de determinar el estado de los electrones en el nivel de Fermi. A la energía constante del electrón determinada por la fórmula (75.3) corresponde en el espacio de impulsos una imagen geométrica simple, la superficie de una esfera de radio p . Consideremos un electrón que se halle en el nivel de Fermi y que ten-

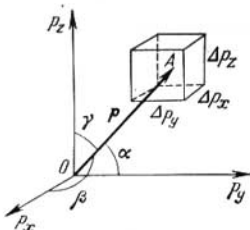


Fig. 75.2.

ga la energía máxima \mathcal{E}_F . La relación entre la energía \mathcal{E}_F y el impulso p_F de este electrón viene expresada por la fórmula (75.4). De este modo, en el espacio de impulsos, a un electrón libre con la energía \mathcal{E}_F corresponde una *superficie de Fermi* en forma de esfera de radio p_F (fig. 75.4). La superficie de Fermi se llama también *superficie de energía máxima*.

En el caso de un electrón no libre, que se mueva en el complejo campo de los iones de la red cristalina, la superficie de Fermi tiene una forma más complicada.

3. Vamos a intentar relacionar la energía de Fermi \mathcal{E}_F con el número n de electrones libres que hay en la unidad de

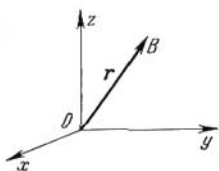


Fig. 75.3.

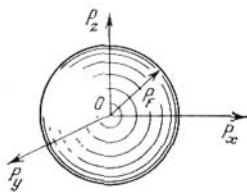


Fig. 75.4.

volumen del metal. Supongamos que dos de ellos se encuentran en el nivel de energía \mathcal{E}_F . Entonces los impulsos de todos los demás electrones deben estar comprendidos dentro de una esfera de radio $p_F = \sqrt{2m\mathcal{E}_F}$. Dividamos mentalmente todo el espacio de los impulsos en pequeñas celdillas cuyas dimensiones procuraremos valorar más adelante. En este caso el extremo del vector impulso de cualquier electrón (punto A en la fig. 75.2) se encontrará siempre dentro de una de las celdillas elementales. Uno de los postulados más importantes de la teoría cuántica de los metales es la siguiente afirmación: *cada celdilla elemental es un estado cuántico de energía determinada. En cada celdilla no puede haber más de dos electrones con espines dirigidos en sentidos opuestos.*

Para valorar las dimensiones de una celdilla elemental del espacio de los impulsos utilizamos las relaciones de indeterminación de Heisenberg (§ 70.2). Consideremos cierto cubo pequeño de metal de dimensiones lineales l , de modo que $l^3 = V$. Si en este volumen se mueve libremente un elec-

trón, su posición en el espacio podrá determinarse con una exactitud de hasta las dimensiones lineales del metal: $\Delta x \approx \Delta y \approx \Delta z \approx l$. Entonces, de las relaciones (70.4)—(70.6) se sigue que las proyecciones del impulso del electrón pueden ser determinadas con esta exactitud:

$$\Delta p_x \approx \Delta p_y \approx \Delta p_z \approx \hbar/l.$$

El volumen elemental de la celdilla del espacio de los impulsos a que nos referimos se expresa de la forma siguiente (véase la fig. 75.2):

$$\Delta\omega = \Delta p_x \cdot \Delta p_y \cdot \Delta p_z = \hbar^3/l^3 = \hbar/V. \quad (75.7)$$

El cálculo exacto conduce al resultado

$$\Delta\omega = 8\pi^3 \frac{\hbar^3}{V} = \frac{\hbar^3}{V}. \quad (75.8)$$

4. Dividamos ahora todo el espacio que hay dentro de la superficie de Fermi (esfera de radio p_F) en celdillas de volumen $\Delta\omega$. Si en el volumen V del metal hay N electrones, de acuerdo con lo antedicho, cada estado cuántico (celdilla de volumen $\Delta\omega$) lo ocuparán dos electrones. En total resultarán ocupadas $N/2$ celdillas *), que tendrán el volumen $\frac{N}{2} \frac{\hbar^3}{V}$. Por otra parte, este es el volumen de una esfera de Fermi de radio p_F en el espacio de los impulsos. Por consiguiente, tenemos la igualdad

$$\frac{4}{3} \pi p_F^3 = \frac{N}{2} \frac{\hbar^3}{V} = \frac{n}{2} \hbar^3, \quad (75.9)$$

en la que $n = N/V$ es la concentración de electrones en el metal. De la fórmula (75.9) se puede obtener la relación entre p_F y \mathcal{E}_F y la concentración de electrones n :

$$p_F = \hbar \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{1/3}, \quad (75.10)$$

$$\mathcal{E}_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}. \quad (75.11)$$

Como se ve por estas fórmulas, el impulso y la energía del electrón en el nivel de Fermi sólo depende de la concentración de electrones en el metal. Por ejemplo, si la concen-

*) Se supone que todas las celdillas que hay dentro de la superficie de Fermi tienen la misma probabilidad de ser ocupadas.

tración de electrones $n \approx 10^{29} \text{ m}^{-3}$, sustituyendo en (75.10) y (75.11) los valores de $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ y $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, se obtiene $p_F = 2 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. A este valor del impulso corresponde la velocidad del electrón en el metal

$$v_F = \frac{p_F}{m} \approx \frac{2 \cdot 10^{-24}}{9 \cdot 10^{-31}} \approx 2 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

Por la fórmula (75.11) se puede obtener el valor de $\mathcal{E}_F \approx 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ J} \approx 10 \text{ eV}$. En el § 75.6 veremos que todas las valoraciones antes hechas son correctas cuando la temperatura de los electrones en el metal es igual a cero absoluto: $T = 0 \text{ K}$.

5. Comparemos la energía de un electrón que se encuentra en el nivel de Fermi con la energía media kT_{cl} del electrón según la teoría electrónica clásica. De la condición $\mathcal{E}_F = kT_{cl}$ obtenemos que la energía \mathcal{E}_F la tendría la partícula del gas electrónico clásico a la temperatura

$$T_{cl} = \frac{\mathcal{E}_F}{k} = \frac{1,6 \cdot 10^{-18}}{1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 10^5 \text{ K},$$

es decir, a una temperatura a la cual es imposible la existencia del metal mismo en estado sólido, porque se funde. Es evidente que el gas electrónico no se subordina en los metales a la estadística clásica de Maxwell—Boltzmann. Para estudiar las propiedades y el comportamiento de los electrones en los metales es necesario tener en cuenta que el gas electrónico en los metales es un «gas cuántico» particular que cumple la estadística cuántica.

§ 75.5. Concepto de electrones degenerados en el metal

1. En la estadística cuántica de los electrones y otros sistemas de partículas con espín $\hbar/2$ se toma en consideración la indistinguibilidad esencial de las partículas idénticas, su subordinación al principio de Pauli, y también que el electrón en el metal sólo puede tener determinados valores permisibles de la energía. Por las evaluaciones numéricas hechas en los puntos 4 y 5 del párrafo anterior se ve que las propiedades del gas electrónico real difieren mucho de las del gas electrónico clásico. La desviación de un gas de sus propiedades clásicas se llama *degeneración* del gas. Se da el nombre de *temperatura de degeneración* T_{deg} a aquella por

debajo de la cual el gas dado se comporta como degenerado. De este problema se trató ya en los §§ 26.8 y 44.6.

2. Vamos a demostrar que el gas electrónico es siempre degenerado. Para esto evaluaremos la temperatura de degeneración T_{deg} de un sistema de micropartículas (en particular, los electrones del metal) que poseen propiedades cuánticas. Como se demostró en el § 26.8, la temperatura de degeneración tiene la forma siguiente:

$$T_{\text{deg}} = \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{3km}. \quad (75.12)$$

Si se supone que la constante de Planck es igual a cero, la temperatura $T_{\text{deg}} \rightarrow 0$, de donde se ve que la degeneración de los gases es de naturaleza cuántica. Para el gas electrónico de los metales $n \approx 10^{29} \text{ m}^{-3}$ y $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. La fórmula (75.12) da $T_{\text{deg}} \approx 2 \cdot 10^4 \text{ K}$. Por consiguiente, el gas electrónico de los metales, prácticamente, siempre está degenerado a causa de la pequeñez de la masa del electrón y de la gran densidad de partículas. Únicamente a temperaturas mayores de varias decenas de millares de grados se subordinan los electrones a la estadística clásica de Maxwell—Boltzmann. Pero la existencia del metal en estado condensado es imposible a esas temperaturas. En los semiconductores la concentración del gas electrónico es mucho menor que en los metales, siendo a veces de 10^{18} m^{-3} . En estas condiciones la temperatura de degeneración es insignificante ($T_{\text{deg}} \sim 10^{-4} \text{ K}$) y el gas electrónico de los semiconductores no es degenerado y se subordina a la estadística clásica.

Además de los electrones de los metales, un ejemplo de gas degenerado es el gas fotónico. En efecto, figurémonos que en una cavidad cerrada cuyas paredes tengan la temperatura T , existe un campo electromagnético. Este caso lo estudiamos en el capítulo dedicado a la radiación térmica (véase el cap. 67). Considerando esta radiación como un gas fotónico y teniendo en cuenta que la masa en reposo del fotón es nula ($m = 0$), obtenemos para el gas fotónico que $T_{\text{deg}} = \infty$. Por lo tanto, el gas fotónico es degenerado a cualesquiera temperaturas finitas.

En la fig. 75.5 se muestra la dependencia de la energía del gas electrónico de los metales respecto de la temperatura. Cuando la temperatura $T > T_{\text{deg}}$ en el tramo BA el gas electrónico no es degenerado y su energía es proporcional

a la temperatura, lo mismo que en un gas ordinario (§ 26.5). Por debajo de T_{deg} , cuando $T \leq T_{deg}$, el gas electrónico se convierte en degenerado. La energía de los electrones y la velocidad de su movimiento en esta región de temperaturas (tramo CB de la curva) no dependen prácticamente de la temperatura. Este resultado demuestra que la definición clásica de la temperatura como magnitud física proporcional a la energía cinética media del movimiento de traslación de las moléculas del gas perfecto (§ 26.5) sólo es correcta a

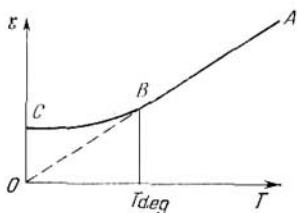


Fig. 75.5.

temperaturas mayores que la de degeneración del gas.

Para los gases moleculares, ordinarios, la definición clásica de la temperatura es válida prácticamente a todas las temperaturas (§ 26.8).

3. La gran diferencia entre las propiedades del gas electrónico degenerado y las propiedades de los gases clásicos ordinarios

se puede ilustrar con un razonamiento muy instructivo. Como es sabido (§ 26.3), el concepto de gas perfecto se basa en la posibilidad de despreciar la interacción entre las moléculas y considerar que éstas se mueven libremente, sólo chocando unas con otras. Se puede decir que un gas ordinario es tanto más perfecto cuanto menor es la energía potencial de la interacción de sus moléculas en comparación con su energía cinética. Se sabe que cuanto más enrarecido está el gas, tanto menor es su densidad y tanto más se aproximan sus propiedades a las del gas perfecto. Para el gas electrónico degenerado de los metales es correcto lo contrario: sus propiedades se aproximan tanto más a las del gas perfecto cuanto mayor es su densidad, es decir, cuanto menor es la distancia entre los electrones.

En efecto, la energía potencial U de la interacción entre los electrones es proporcional a e^2/a , donde e es la carga del electrón y a , la distancia media entre los electrones, igual por su orden de magnitud a $n^{-1/3}$ *). Por lo tanto $U \approx e^2 n^{1/3}$.

*) Si en 1 m^3 hay n partículas y la distancia media entre ellas es Δx , es evidente que $\Delta x^3 \cdot n = 1$, de donde $\Delta x \approx n^{-1/3}$.

La energía cinética K de un electrón del metal en la región en que la degeneración de los electrones es importante tiene la magnitud $K \approx \frac{3}{2} kT_{\text{deg}} \approx \frac{1}{2} \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{m}$. Resulta, pues, que *al crecer la concentración n de electrones, la energía cinética de éstos crece más rápidamente que la energía potencial de sus interacciones*. Esta condición determina la mayor aproximación del gas electrónico al perfecto.

§ 75.6. Distribución de los electrones en el metal por energías a la temperatura de cero absoluto

1. Por lo expuesto en los párrafos precedentes de este capítulo queda totalmente claro que el gas electrónico degenerado debe subordinarse a leyes estadísticas esencialmente distintas de las clásicas (§§ 25.2, 26.10 y 26.11).

Analicemos algunos resultados obtenidos en la estadística cuántica de Fermi—Dirack para los electrones en el metal. La diferencia más radical se observa en las conclusiones a que llegan las estadísticas clásica y cuántica a temperaturas ultrabajas. En la fig. 75.6 se representa la curva de la distribución de los electrones en el metal entre los niveles de energía permisibles a $T = 0$ K. Sobre el eje de abscisas se han tomado los números N de los niveles de energía contados desde el fondo de la caja de potencial, y sobre el eje de ordenadas, el número de electrones que hay en el nivel dado. Como los niveles de energía son discretos, la distribución de los electrones con energías menores que \mathcal{E}_F se representa por el conjunto de un gran número de puntos situados a lo largo de una recta (en la figura se muestra simplemente la recta trazada por estos puntos). Los electrones, de acuerdo con el principio de Pauli, ocupan, de dos en dos, todos los niveles de energía desde el fondo de la caja hasta el nivel de Fermi. El número del nivel ocupado superior, de Fermi, es igual a $n/2$, siendo n la concentración de electrones en el metal *).

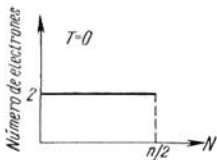


Fig. 75.6.

*) Nos referimos a la distribución entre los niveles de energía de los electrones que hay en la unidad de volumen.

2. La distancia media entre dos niveles de energía vecinos de los electrones en los metales es $\Delta\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_F}{n/2} = \frac{2\mathcal{E}_F}{n}$. Admitiendo que la concentración de electrones n es igual a 10^{29} m^{-3} y que el valor de $\mathcal{E}_F \approx 10 \text{ eV}$ (§ 75.4), obtenemos que $\Delta\mathcal{E} \approx 10^{-28} \text{ eV}$, o sea, que los niveles de energía se encuentran muy próximos y forman una sucesión densa casi continua.

Pero la curva de la fig. 75.6 no da la distribución de los electrones por energías a $T = 0 \text{ K}$. Para describir esta distribución hay que tener en cuenta que, como demuestran los cálculos teóricos, el número de niveles correspondientes a los valores de la energía entre los límites de \mathcal{E} a $\mathcal{E} + \Delta\mathcal{E}$ es directamente proporcional al producto $\sqrt{\mathcal{E}} \cdot \Delta\mathcal{E}$. Esto da la posibilidad de hallar el número de electrones Δn que, cuando n es el número total de electrones que hay en la unidad de volumen, tienen a la temperatura $T = 0 \text{ K}$ las energías comprendidas entre los límites de \mathcal{E} a $\mathcal{E} + \Delta\mathcal{E}$. Se llama *curva de distribución de los electrones del metal por energías*, la curva representativa de la dependencia de $\Delta n/\Delta\mathcal{E}$ respecto de \mathcal{E} . La fig. 75.7 representa esta curva para $T = 0 \text{ K}$. Por ella se ve que a la temperatura de cero absoluto no existen electrones con energías mayores que \mathcal{E}_F . Las curvas de las figs. 75.6 y 75.7 se corresponden entre sí e indican que la energía \mathcal{E}_F (energía de Fermi) es la mayor energía que puede tener el electrón en un metal a $T = 0 \text{ K}$.

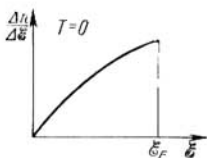


Fig. 75.7.

§ 75.7. Influencia de la temperatura sobre la distribución de los electrones por energías

1. Según la estadística cuántica la propiedad más importante de los electrones de un metal es la pequeña sensibilidad de su concentración y energía a la variación de la temperatura. Veamos cómo, al calentar el metal, varía la curva de la distribución de los electrones por energías, representada en la fig. 75.7. Al elevarse la temperatura los electrones sufren la excitación térmica y, como reciben energía, tienen que pasar a niveles energéticos más altos. Esto debe cambiar la

distribución de los electrones por energías que se había establecido cuando $T = 0$ K. Para comprender el aspecto que tiene este cambio recordaremos que la energía de Fermi \mathcal{E}_F a la temperatura de cero absoluto es, aproximadamente, de 10 eV y que la energía media que se transmite al electrón durante el calentamiento es del orden de magnitud de la energía media del movimiento térmico kT . A la temperatura

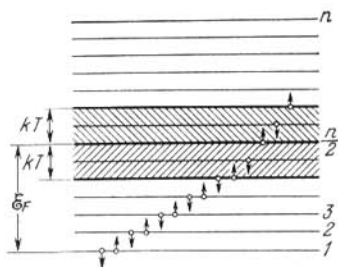


Fig. 75.8.

ambiente ($T \approx 300$ K) la magnitud kT es igual a 0,025 eV, es decir, se cumple la condición

$$kT \ll \mathcal{E}_F. \quad (75.13)$$

2. La desigualdad (75.13) muestra que, en estas condiciones, sólo pueden sufrir la excitación térmica aquellos electrones que se encuentran en los niveles de energía situados en las proximidades del nivel de Fermi, o sea, del nivel ocupado superior cuando $T = 0$ K. Estos niveles forman una estrecha banda, cuya anchura es kT , directamente adyacente con el nivel de Fermi.

En la fig. 75.8 se han rayado estas bandas de niveles. Es muy importante el que los electrones de los niveles más profundos permanezcan prácticamente inafectados, ya que la energía que reciben es insuficiente para excitarlos, es decir, para hacerlos pasar *más allá de nivel de Fermi*, y los niveles situados más arriba están ocupados. Como resultado del calentamiento parte de los electrones cuya energía es un poco menor que \mathcal{E}_F pasa a un nivel de energía algo mayor que \mathcal{E}_F y se establece una nueva distribución de los electrones por los estados de energía. Las figs. 75.9 y 75.10 representan

curvas análogas a las de las figs. 75.6 y 75.7 que satisfacen la desigualdad (75.13). La comparación de las curvas para $T = 0$ K y $T \neq 0$ K muestra que sólo difieren entre sí en el carácter de la caída en las proximidades del nivel con el número $n/2$ y del nivel ξ_F . A $T = 0$ K las curvas descienden bruscamente, de un salto, siguiendo la vertical, mientras que cuando $T \neq 0$ K el descenso se efectúa siguiendo una curva suave que al final se une con el eje de abscisas. Las curvas de las figs. 75.9 y 75.10 expresan el hecho de que durante el calentamiento sólo se excitan los electrones que se

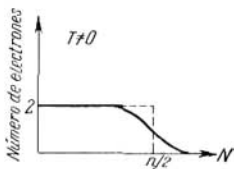


Fig. 75.9.

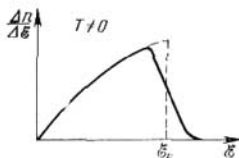


Fig. 75.10.

encuentran en los niveles más próximos al de Fermi. En cambio, la distribución entre los estados y las energías de los electrones que se hallan en los niveles de energía profundos sigue siendo la misma que cuando $T = 0$ K.

3. Vamos a evaluar aproximadamente el número de electrones Δn que se encuentran por debajo del nivel de Fermi en la banda de niveles de anchura kT . En esta banda caben $kT/\Delta \xi$ niveles, $\Delta \xi = 2\xi_F/n$ es la distancia entre niveles contiguos (§ 75.6). El número de electrones que pueden caber en estos niveles es igual a

$$2 \frac{kT}{\Delta \xi} = \frac{2kT \cdot n}{2\xi_F} = \frac{kT}{\xi_F} n.$$

El factor 2 aparece a causa de que, por el principio de Pauli, en cada nivel puede haber dos electrones cuyos espines estén dirigidos en sentidos opuestos. Suponiendo que a los niveles que se encuentran por encima del nivel de Fermi pasa la mitad de todos los electrones que hay en la banda de anchura kT , resulta que para el número Δn de electrones que experimentan la excitación térmica se obtiene la relación

$$\Delta n \approx \frac{kT}{2\xi_F} n. \quad (75.14)$$

A las temperaturas ambientes y siendo los valores de $\mathcal{E}_F \approx \approx 5-10$ eV, obtenemos que $\Delta n/n < 0,01$. Por lo tanto, sólo una parte insignificante de los electrones, menor que el 1%, es la que se excita con el calentamiento. Esto quiere decir que en toda la gama de temperaturas en que el gas electrónico es degenerado, la distribución de sus electrones por los estados de energía difiere muy poco de su distribución a la temperatura de cero absoluto. Pero, como se indicó en el § 75.5, el gas electrónico es degenerado a todas las temperaturas que permiten la existencia del metal en estado condensado. Por consiguiente, la distribución de los electrones del metal entre los estados de energía a cualesquiera temperaturas difiere poco de su distribución a la temperatura de cero absoluto. De aquí se sigue una conclusión importante: *la concentración de electrones en los metales y la velocidad de su movimiento térmico no depende de la temperatura del metal.*

4. Hasta ahora no hemos tocado el problema de si el calentamiento del metal influye en la posición del nivel superior ocupado por los electrones, o sea, del nivel de Fermi. Hemos de subrayar que, *hasta ahora, la \mathcal{E}_F que figura en todas las relaciones es la energía de Fermi correspondiente al cero absoluto.* En la estadística cuántica se demuestra que *al aumentar la temperatura, el nivel de Fermi desciende un poco.*

En los fenómenos de contacto que se producen cuando se juntan metales heterogéneos, la insignificante dependencia de la energía de Fermi respecto de la temperatura causa los fenómenos termoelectrónicos (§ 44.8).

§ 75.8. Capacidad calorífica del gas electrónico degenerado

1. Como hemos visto (§§ 45.2 y 75.1) la teoría electrónica de los metales clásica no supo explicar por qué los electrones no hacen prácticamente aportación a la capacidad calorífica del metal. La capacidad calorífica del gas electrónico es extraordinariamente pequeña en comparación con la de la red cristalina iónica. La causa de esto sólo fue explicada después de descubrirse las propiedades del gas electrónico degenerado de los metales.

2. Calculemos la energía ΔU_m que absorben durante el calentamiento los electrones que experimentan la excitación térmica. Para pasar después a la capacidad calorífica

de los metales es conveniente hacer los razonamientos con relación al número ΔN de electrones que del número total N de electrones libres contenidos en un kilomol del metal sufren la excitación térmica. Es evidente que

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta N}{N},$$

donde los números de electrones Δn y n se refieren a la unidad de volumen del metal. Durante la excitación térmica cada electrón absorbe una energía igual por su orden de magnitud a kT . Todos los electrones ΔN que se excitan y pasan a niveles de energía más altos reciben la energía

$$\Delta U_m = kT \cdot \Delta N = NkT \frac{kT}{2\mathcal{E}_F}.$$

Aquí hemos utilizado la relación (75.14). Como es sabido (§ 44.2, tabla 44.1), en los metales monovalentes a cada átomo corresponde un electrón libre. Entonces, el número N de electrones libres que hay en un kilomol del metal coincide con la constante de Avogadro N_A , y el producto $N_A k = R$ es la constante universal de los gases (§ 26.9). Por lo tanto,

$$\Delta U_m = RT \cdot kT/2\mathcal{E}_F.$$

La capacidad calorífica de un kilomol de gas electrónico la obtenemos por la fórmula (45.4):

$$C_m^{\text{el}} = \frac{\Delta U_m}{T} = R \frac{kT}{2\mathcal{E}_F}. \quad (75.15)$$

3. Comparemos la expresión (75.15) con la capacidad calorífica C_{cl} de un gas monoatómico no degenerado, subordinado a las leyes de la teoría cinética de los gases clásica. Como se sabe (véase (27.14)),

$$C_{\text{cl}} = 2/3 R. \quad (75.16)$$

De (75.15) y (75.16) es fácil obtener

$$\frac{C_m^{\text{el}}}{C_{\text{cl}}} = \frac{1}{3} \frac{kT}{\mathcal{E}_F}. \quad (75.17)$$

Como vemos, la capacidad calorífica del gas electrónico degenerado de los metales es mucho menor que la del gas monoatómico no degenerado. En efecto, a la temperatura ambiente $kT \approx 0,025$ eV, y como $\mathcal{E}_F \approx 3-10$ eV, de acuerdo con la desigualdad (75.13) $kT/\mathcal{E}_F \approx 0,01$, por lo que

$$C_m^{\text{el}} \approx 0,01 C_{\text{cl}}.$$

Este resultado concuerda bien con la experiencia y explica la poca capacidad calorífica del gas electrónico. Al mismo tiempo se resuelve la seria dificultad con que tropezaba la teoría electrónica de los metales clásica.

§ 75.9. Concepto de la teoría cuántica de la conductibilidad de los metales

1. La teoría cuántica de los metales ha introducido importantes cambios en las representaciones clásicas acerca de su conductibilidad. Como se sabe, la corriente eléctrica en los metales es resultado del movimiento ordenado de los electrones. Este movimiento se produce por la acción del campo eléctrico que crea en el metal la fuente de la corriente. Para que los electrones empiecen a moverse ordenadamente bajo la acción del campo eléctrico tienen que variar su energía cinética, o sea, «tomar» energía de la fuente de corriente. A las tensiones ordinarias de la red, los electrones toman poca energía*). Desde el punto de vista cuántico, el electrón sólo puede tomar una energía pequeña cuando existen niveles de energía próximos no ocupados por los electrones. En este caso, al recibir la energía, los electrones pasan a estos niveles libres y se produce la corriente eléctrica, es decir, el movimiento de los electrones en sentido opuesto a la dirección de la intensidad del campo eléctrico exterior.

2. La teoría de la conductibilidad eléctrica de los metales basada en la estadística cuántica de Fermi—Dirack fue desarrollada por Sommerfeld. Esta teoría condujo a una expresión de la ley de Ohm para la densidad de la corriente análoga a la fórmula (44.15). El coeficiente de conductividad según la teoría cuántica se calcula por una fórmula que exteriormente se parece a la fórmula (44.16) para γ_{cl} :

$$\gamma_{cl} = \frac{ne^2\bar{\lambda}}{2m\bar{u}}, \quad \gamma_{cuánt} = \frac{ne^2\bar{\lambda}(F)}{m\bar{u}(F)}. \quad (75.18)$$

Pero en esencia este resultado difiere mucho del clásico. En la fórmula (75.18) $\bar{\lambda}(F)$ es la longitud media del recorrido libre del electrón que se encuentra en el nivel de Fermi y

*) Recomendamos al lector que valiéndose del material de los §§ 39.3, 44.2 y 44.6 calcule la energía que adquiere un electrón en su recorrido libre bajo la acción del campo eléctrico creado por una pila galvánica ordinaria.

$\bar{u}(F)$ es la velocidad media del movimiento térmico del electrón que se halla en el nivel de energía ocupado superior; el sentido de las magnitudes que figuran en la expresión de γ_{cl} se explicó en los §§ 44.4 y 44.5.

3. La velocidad media $\bar{u}(F)$ no depende prácticamente de la temperatura, ya que al variar ésta el nivel de Fermi permanece casi invariable. Recordaremos que en la teoría electrónica clásica $\bar{u} \approx \sqrt{T}$ y que esto condujo a dificultades en la interpretación de la dependencia de γ respecto de la temperatura (§ 75.1). La diferencia más esencial entre las expresiones de γ_{cl} y $\gamma_{cuán}$ consiste en que las interpretaciones del recorrido libre medio del electrón $\bar{\lambda}$ en las teorías clásica y cuántica de los metales son totalmente distintas. Se recordará que en la teoría clásica se consideran los electrones libres como un gas electrónico clásico cuyas partículas chocan con los iones positivos de la red cristalina. En esto consiste, desde el punto de vista clásico, la causa de la resistencia eléctrica de los metales. En la teoría cuántica el movimiento de los electrones a través de la red del metal se considera como la propagación de las ondas de De Broglie electrónicas. El carácter de la interacción de estas ondas con los iones de la red difiere cualitativamente de la simple colisión del electrón con el ion. *Las ondas electrónicas se dispersan en los iones de la red cristalina.*

4. El papel del recorrido libre medio del electrón en la teoría cuántica lo desempeña el recorrido libre medio $\bar{\lambda}$ de la onda electrónica, es decir, la distancia media que puede recorrer la onda sin dispersarse en los nudos de la red cristalina. Estos nudos no son un obstáculo rígido para la propagación de las ondas electrónicas; estas ondas pueden «bordear» los nudos y propagarse sin dispersión a distancias considerables. El recorrido medio $\bar{\lambda}$ no está ligado directamente con la distancia entre dos nudos de la red (o período de la red) y puede ser centenares de veces mayor que dichos períodos. Si el recorrido de las ondas electrónicas es grande, esto significa que la probabilidad de encontrar el electrón, que ha recorrido por la red centenares de distancias inter-nodales, también será distinta de cero. En otras palabras, el electrón puede recorrer libremente grandes distancias en el cristal. A esto corresponde en la representación clásica un recorrido medio del electrón igual a centenares de períodos de la red.

5. El nuevo modo de ver el carácter de la interacción de los electrones con la red del metal condujo a una interpretación distinta de la resistencia de los conductores metálicos y de la dependencia de ésta respecto de la temperatura.

Por la óptica sabemos (§ 62.8) que la intensidad del flujo luminoso que pasa a través de un medio turbio (niebla, soluciones coloidales, etc.) se debilita a causa de que parte del flujo se dispersa hacia los lados. Las partículas del medio que dispersa la luz deben estar separadas entre sí por una distancia d comparable con la longitud λ de la onda luminosa. Con la condición $d \ll \lambda$ no se observa la dispersión de la luz y el medio es ópticamente homogéneo. La heterogeneidad de las propiedades ópticas del medio, que conduce a la dispersión de la luz, no se manifiesta cuando $d \ll \lambda$ y la luz pasa a través del medio lo mismo que si éste fuera completamente transparente. En el § 45.3 se indicó qué fenómenos análogos se producen cuando las ondas sonoras son dispersadas por los sólidos. Al propagarse las ondas electrónicas a través de la red de un metal se producen también estos fenómenos.

6. Una red cristalina ideal, absolutamente perfecta, en cuyos nudos se encuentren iones *en reposo*, no dispersa las ondas electrónicas. En esta red no existen centros de dispersión (heterogeneidades, defectos de la red cuyas dimensiones sean mayores que la longitud de las ondas de De Broglie). El flujo de electrones libres debe pasar a través de esta red sin dificultad. Una red de este tipo no ofrecería ninguna resistencia al movimiento de los electrones. La resistencia eléctrica del metal sería nula si los iones de la red de éste estuvieran en reposo.

Pero es bien sabido que a cualquier temperatura las partículas que hay en los nudos de la red cristalina de un sólido realizan vibraciones. Las oscilaciones térmicas caóticas de las partículas en los nudos de la red cristalina crean en ella fluctuaciones de la densidad (§ 28.10). En efecto, debido a las oscilaciones térmicas, las distancias entre las partículas en la red y, por consiguiente, la densidad de la substancia, pueden ser desiguales en pequeños volúmenes contiguos dentro del metal. El resultado de las vibraciones térmicas de las partículas en los nudos de la red es la aparición de heterogeneidades locales de la densidad. Las dimensiones lineales de las regiones del metal en que se manifiestan estas heterogeneidades son mucho mayores que la longitud de las

ondas de De Broglie. De este modo surgen centros de dispersión de las ondas electrónicas. Los electrones libres que se mueven a través de la red del metal son dispersados por las vibraciones térmicas de los iones que hay en los nudos de la misma. Esta es la causa de la resistencia eléctrica de los metales puros. Las oscilaciones de los nudos de la red hacen que se propaguen en ella ondas sonoras, las cuales, como se indicó en el § 45.3, se pueden sustituir por la propagación de «cuasipartículas» (fonones) por la red. La resistencia eléctrica de los metales es resultado de la dispersión de los electrones de conducción por los fonones.

7. La distinta dependencia, respecto de la distancia, de las fuerzas de atracción y de repulsión entre las partículas conduce a que las oscilaciones de las partículas de la red cristalina del sólido *no sean armónicas*. Resulta que esto tiene gran importancia para explicar la naturaleza de la resistencia eléctrica de los metales puros. Es el caso que las infracciones de la armonicidad de las oscilaciones de los iones en los nudos de la red cristalina provoca la infracción de la periodicidad de la red y, por consiguiente, la aparición de las heterogeneidades de la densidad o centros de dispersión de las ondas electrónicas. Si la periodicidad de la red cristalina no se alterara por nada, las ondas electrónicas no serían dispersadas por los iones de la red y la resistencia eléctrica del metal a cualquier temperatura sería nula. *Únicamente a expensas de las infracciones de la periodicidad* de la red se producen los procesos de dispersión de los electrones que determinan la aparición de la resistencia y el desprendimiento de calor en un conductor cuando pasa por él corriente eléctrica.

8. Al elevarse la temperatura aumenta la dispersión de las ondas electrónicas por las oscilaciones térmicas de la red y se produce una disminución del recorrido libre de los electrones. A las temperaturas ambientes ordinarias $\bar{\lambda}(T)$ es inversamente proporcional a la primera potencia de la temperatura, $\bar{\lambda}(T) \sim 1/T$. Esto conduce a la dependencia del coeficiente $\gamma_{\text{cuánt}}$ de la temperatura ($\gamma_{\text{cuánt}} \sim 1/T$), que se confirma bien en la práctica. A temperaturas muy bajas, el recorrido libre medio es inversamente proporcional a la quinta potencia de la temperatura, $\bar{\lambda}(T) \sim 1/T^5$. Por eso, de acuerdo con los experimentos, la resistividad de los metales puros a temperaturas ultrabajas es directamente proporcional a la quinta potencia de la temperatura ($\rho = 1/\gamma$, $\gamma \sim 1/T^5$ y $\rho \sim T^5$).

§ 75.10. Fenómeno de la superconductibilidad

1. Se ha establecido que a la temperatura $T_{cr} \approx 4,2$ K la resistencia eléctrica del mercurio depurado desciende bruscamente hasta cero (fig. 75.11). La corriente eléctrica inducida en un conductor de mercurio se conserva invariable a la temperatura $T \leq 4,2$ K tanto tiempo como se quiera. A este fenómeno se le dio el nombre de *superconductibilidad*.

La temperatura T_{cr} a la cual una substancia pasa al estado de superconductibilidad, se llama *temperatura crítica de transición*. Para distintos metales y aleaciones el valor de T_{cr} varía desde menos de 1 K hasta, aproximadamente, 20 K. En la tabla 75.1 se dan las temperaturas críticas de transición de algunos elementos y compuestos superconductores.

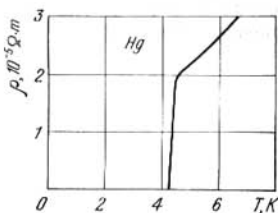


Fig. 75.11.

Los elementos químicos que poseen la propiedad de la superconductibilidad se encuentran en la parte media del sistema periódico de Mendeléiev. A las temperaturas ordinarias tienen, por regla general, conductibilidad más baja que los metales no superconductores.

Tabla 75.1

Elemento o compuesto superconductor	T_{cr} , K	Elemento o compuesto superconductor	T_{cr} , K	Elemento o compuesto superconductor	T_{cr} , K
Ir	0,14	Ag	4,16	Nb ₃ Zn	10,5
Ti	0,39	Pb	7,22	NbC	11,1
Cd	0,56	Nb	8,9	MoTc	14
Zn	0,85	MoC	8	NbN	14,7
Ga	1,10	Tc	9,3	V ₃ Si	17,0
Tl	2,39	Mo ₃ Re	9,8	Nb ₃ Sn	18,2

2. La temperatura crítica de transición de los elementos depende de su composición isotópica (§ 80.1). Por lo general la temperatura T_{cr} desciende al aumentar la masa atómica media del elemento formado por varios isótopos. La intro-

ducción en un metal superconductor puro de impurezas o las diversas deformaciones de la red del metal sólo ejercen influencia en la brusquedad de la transición al estado superconductor, pero no suprime la transición misma. Esto indica que, al pasar al estado superconductor, desaparece la interacción de los electrones con la red cristalina del metal.

3. Por debajo de la temperatura T_{cr} , cuando existe el estado de superconducción en el conductor, dicho estado se puede suprimir a $T = \text{const}$ sometiendo el conductor a un

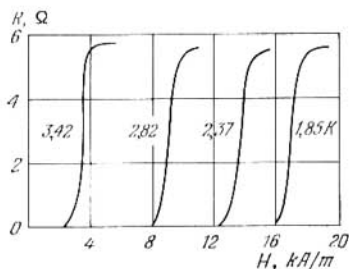


Fig. 75.12.

campo magnético suficientemente intenso. Este campo puede ser externo o creado por la corriente que pasa por el conductor mismo. A cualquier temperatura $T < T_{cr}$ existe cierto valor mínimo H_{cr} de la intensidad del campo magnético suficiente para suprimir el estado superconductor. La magnitud H_{cr} se llama *intensidad crítica*. A medida que disminuye la temperatura del conductor, H_{cr} aumenta. En la fig. 75.12 se representan las curvas de dependencia de la resistencia de una probeta (muestra), hecha de estaño blanco, respecto de la intensidad H a distintas temperaturas.

4. A temperaturas $T \leq T_{cr}$ el superconductor con corriente sometido a un campo magnético repele el flujo magnético. Este fenómeno se conoce con el nombre de *efecto Meissner*. La fig. 75.13, *a* representa el flujo de inducción magnética que penetra en el conductor en estado ordinario, y la fig. 75.13, *b*, el flujo magnético repelido por el conductor que se halla en estado de superconducción. La inducción magnética B dentro del superconductor es nula. Esto sólo es válido para los campos más débiles que el crítico. En estas condiciones el conductor se comporta como un diamagnético ideal cuya susceptibilidad magnética

$\chi_m = -1$ (§ 42.4). En efecto, para este valor de χ_m la permeabilidad magnética $\mu = 1 + \chi_m = 0$ y $B = \mu_0 \mu H = 0$.

En los superconductores reales existe cierta profundidad a la cual el campo magnético penetra a pesar de todo. Esta profundidad depende de la temperatura y de la forma geométrica de la muestra. A temperaturas que sean 1—2 K inferiores a la T_{cr} el campo penetra en los semiconductores hasta una profundidad del orden de 10^{-5} cm. Por eso las películas superconductoras muy delgadas (de espesor de 10^{-5} cm y menor) no son diamagnéticos ideales: en ellas el campo magnético no es nulo en ninguna parte.

5. Cuando una substancia pasa al estado superconductor, sus propiedades térmicas cambian. Por ejemplo, en ausencia de campo magnético, la capacidad calorífica varía bruscamente a la temperatura T_{cr} . Si existe el campo, la transición isotérmica desde el estado superconductor al normal va acompañada de una variación brusca de la capacidad calorífica y de la absorción de calor, y la transición inversa, del desprendimiento de calor. Además, al mismo tiempo cambia bruscamente la conductividad calorífica de la substancia.

Los hechos experimentales citados sirvieron de base a la teoría termodinámica de la superconductibilidad, a cuya creación hicieron una aportación decisiva L.D. Landau y V.L. Hinsburg. En esta teoría los estados superconductor y normal se consideran como dos fases distintas de la substancia. Para determinados valores de los parámetros de estado (temperatura T e intensidad del campo magnético H) estas fases se transforman la una en la otra.

6. La teoría termodinámica de la superconductibilidad, que de manera formal dio la posibilidad de explicar los hechos experimentales principales, no pudo, como es natural, descubrir la naturaleza del fenómeno de la superconductibilidad. Esto se ha conseguido hace relativamente poco tiempo en la teoría cuántica de las propiedades eléctricas de los sólidos. La teoría moderna de la superconductibilidad ha sido elaborada por J. Bardeen, L. Cooper y J. Schrieffer y también por N.N. Bogoliúbov. En 1950 se expuso la idea de que en ciertas condiciones la interacción de los electrones con los fonones (§ 45.3) puede ser causa de la transición al estado superconductor. Es el caso que la dispersión de los electrones por los fonones hace que se produzca un tipo especial de interacción entre los electrones mismos, de naturaleza mecanocuántica específica, que consiste en su atracción mutua. La solución matemática de este complicadísimo problema fue dada en 1957 por N.N. Bogoliúbov.

Resultó que la interacción es particularmente grande en los pares de electrones cuyos espines e impulsos son opuestos. En determinadas condiciones la atracción mutua entre estos electrones puede ser mucho mayor que la repulsión electrostática. En virtud de esta interacción

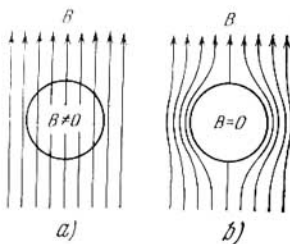


Fig. 75.13.

los electrones de conducción de los metales forman un conjunto ligado que no puede ceder energía en pequeñas porciones. Por esto las colisiones con los nudos de la red no hacen que varíe la energía de los electrones de conducción y el metal se comporta como un superconductor ideal de resistencia nula. Para alterar la ligazón de un electrón cualquiera con los otros electrones del conjunto se requiere un gasto de energía que corresponde a la energía de las oscilaciones térmicas de los nudos de la red a la temperatura de transición T_{cr} . Por eso no puede existir el estado superconductor cuando $T > T_{cr}$.

La aplicación consecuente de estas ideas permitió crear la teoría de la superconductibilidad, en la cual han encontrado su explicación todas las propiedades de los superconductores, en particular las magnéticas y las térmicas. La dependencia, hallada teóricamente, de la temperatura respecto de la composición isotópica de los metales y la dependencia de la intensidad del campo magnético crítico respecto de la temperatura concuerdan bien con los datos experimentales. Teóricamente se han obtenido los criterios de que en un sistema de electrones que interactúan entre sí pueden surgir estados ligados y existir la superconductibilidad.

7. El fenómeno de la superconductibilidad tiene diversas aplicaciones en la ciencia y en la técnica. La posibilidad de obtener grandes corrientes de una fuente con pequeña tensión en ausencia de pérdidas en calor de Joule se utiliza en la técnica de medición. Por ejemplo, un galvanómetro con cuadro superconductor tiene enorme sensibilidad, del orden de 10^{-12} V. La posibilidad de que por medio de un campo magnético se pueda conseguir que un conductor pase al estado de superconductibilidad y al contrario, a su estado normal, se utiliza para amplificar corrientes y tensiones muy pequeñas. Para esto la débil señal continua se hace llegar a un superconductor que se halla en un campo magnético alternativo. La intensidad del campo magnético se elige de tal modo que el conductor pase alternativamente al estado superconductor y normal. Como resultado se obtiene una corriente alterna cuya frecuencia coincide con la del campo magnético. La amplificación ulterior de esta corriente se efectúa por el procedimiento ordinario. Para la creación de resonadores de alta calidad (§ 51.6), con poca amortiguación de las oscilaciones, las paredes de dichos resonadores se pueden hacer de materiales superconductores, que aseguran resistencias y amortiguamientos pequeños.

El fenómeno de la superconductibilidad se aplica para obtener campos magnéticos muy intensos. Para los devanados del electroimán se utiliza alambre fabricado con aleaciones superconductoras cuya intensidad crítica H_{cr} tiene valores grandes. En estos devanados se puede crear una enorme

densidad de corrientes y, respectivamente, el electroimán tendrá un fuerte campo magnético. Los devanados modernos de los solenoides, fabricados con aleaciones superconductoras, permiten obtener campos magnéticos cuya inducción es de más de 10 T. Estos solenoides no disipan la potencia, mientras que en los devanados de cobre ordinarios, cuando el campo magnético es de 10 T se desprende una cantidad de calor enorme.

En el principio de la supresión del estado superconductor por medio de un campo magnético se basa la creación de los dispositivos de conmutación llamados criotrones. Los criotrones de películas, que tienen dimensiones exteriores muy pequeñas, se conmutan en 10^{-9} — 10^{-10} s.

Basándose en el fenómeno de la superconductibilidad se han creado elementos de memoria para los dispositivos calculadores. La idea de estos elementos, fabricados con películas superconductoras, consiste en que la corriente inducida en un anillo superconductor se conserva durante mucho tiempo sin amortiguarse.

Las serias dificultades con que tropieza la utilización práctica de la superconductibilidad se deben a tener que trabajar en la región de las temperaturas ultrabajas. La creación de materiales superconductores con alta temperatura de transición (por ejemplo, a la temperatura ambiente) al estado de superconducción abrirá nuevas y enormes posibilidades de aprovechar el fenómeno de la superconductibilidad en diversas ramas de la ciencia y la técnica.

Capítulo 76

ELEMENTOS DE TEORÍA DE LAS BANDAS EN LOS CRISTALES

§ 76.1. Concepto de teoría de las bandas en los sólidos

1. En el capítulo anterior, al estudiar la conductibilidad eléctrica de los metales, consideramos que el movimiento de los electrones en los metales es un movimiento libre dentro de una «caja de potencial» con fondo plano. A esto co-

respondía la suposición de que la energía potencial de los electrones en el metal *es igual en todas partes*. En realidad el problema es mucho más complejo. Además de los electrones libres, en el metal hay iones positivos. Estos iones crean dentro del metal un campo eléctrico que influye en el movimiento de los electrones libres.

2. Los iones positivos se encuentran en los nudos de la red cristalina de un modo rigurosamente ordenado. Las distancias entre los iones según los ejes x , y y z son iguales, respectivamente, a los períodos de la red en estas direcciones. El campo eléctrico que crean los iones varía regularmente dentro del cristal. Este campo es función *periódica* de las coordenadas x , y , z . Por eso la energía potencial de los electrones no es constante, sino que varía periódicamente y depende de sus coordenadas. La fig. 76.1 representa cómo varía la energía potencial de un electrón a lo largo del eje x .

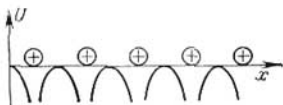


Fig. 76.1.

El eje se ha trazado por los nudos de la red cristalina. En los puntos en que se encuentran los iones existen mínimos de energía («embudos de potencial»). Cuando el electrón se acerca a un ion, parece que «cae» en un pozo de potencial.

3. La disposición regular de los átomos o moléculas en los nudos de la red cristalina no es característica solamente de los metales, sino también de otros tipos de sólidos. La distancia entre los nudos es de un orden de magnitud comparable con las dimensiones lineales de los átomos o moléculas mismos. En estas condiciones los átomos (o moléculas) no se pueden considerar aislados y es necesario tener en cuenta su interacción. No debe pensarse que en los cristales formados por átomos (o moléculas) no se crea campo eléctrico interno. Es bien sabido que incluso el sistema neutro más simple, el dipolo eléctrico, crea un campo eléctrico (§ 10.4). También lo crean los átomos (o las moléculas), en los cuales existe determinada distribución de las cargas eléctricas positivas y negativas. De este modo *en todo sólido cristalino existe un campo eléctrico periódico creado por las partículas que se encuentran en los nudos de la red cristalina*. Por eso la conclusión acerca de la variación periódica de la energía potencial de los electrones que se mueven en un sólido se refiere a todos los tipos de sólidos.

4. Un desarrollo posterior de la teoría cuántica de los metales (y de otros tipos de sólidos) fue la *teoría de las bandas*. (El sentido del nombre de esta teoría se comprenderá por la exposición que sigue). En la teoría de las bandas el sólido se considera como un cristal en el que está dispuesto ordenadamente el conjunto de las partículas que crean el campo eléctrico periódico. Se determinan los niveles de

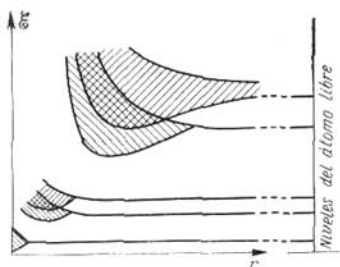


Fig. 76.2.

energía de los electrones que se mueven en el campo periódico del cristal. La base de la teoría de las bandas es el estudio del problema de las variaciones que ocurren en los niveles de energía discretos de los electrones de los átomos aislados cuando éstos se aproximan y forman una red cristalina.

Como se sabe (§ 71.4), los valores de la *energía permitidos* en el átomo están separados unos de otros por anchas zonas de energías prohibidas. Cuando los átomos se unen en un sólido, los estados de energía de los electrones de los átomos aislados cambian. El campo eléctrico periódico de la red cristalina, o sea, la interacción entre los átomos, influye mucho en los niveles de energía de los electrones en el sólido. Resultado de esta influencia es el *desdoblamiento de los niveles de energía* de los electrones. En vez de un nivel de energía igual para los N átomos aislados, en el sólido surgen N niveles próximos entre sí, pero que no coinciden, que forman una *zona o banda de energía*.

5. La fig. 76.2 muestra el desdoblamiento de los distintos niveles de energía de los átomos aislados al aproximarse y la formación de las bandas de energía en un sólido. El

desdoblamiento de los niveles se representa en función de la distancia r entre los átomos. Por esta figura se ve que no todos los niveles se desdoblan igualmente. La interacción entre los átomos del sólido influye más fuertemente sobre los niveles de energía de los electrones externos de valencia, que están unidos más débilmente con sus núcleos y que son los que poseen mayor energía. Los niveles de energía de los electrones internos se desdoblan muy débilmente.

Un sólido se puede considerar como una molécula gigante formada por multitud de átomos. Los estados de energía de los electrones internos de estos átomos son, prácticamente, los mismos que en los átomos aislados; en cambio, los electrones periféricos están «colectivizados», o sea, pertenecen a toda la molécula gigante (sólido) y no a unos átomos determinados. La energía de los electrones periféricos puede tomar los valores que se encuentran dentro de los límites de las zonas rayadas en la fig. 76.2, las cuales reciben el nombre de *bandas de energía permitidas*.

§ 76.2. Desdoblamiento de los niveles de energía de los electrones de valencia e internos en los átomos de un sólido

1. La formación de las bandas de energía permitidas de los electrones en el sólido y la causa de que el desdoblamiento de los niveles de los electrones periféricos e internos sea distinta en los átomos se puede comprender basándose en la mecánica cuántica. Para esto recurrimos a la relación de indeterminación para la energía y el tiempo (70.9). Como se sabe (§ 72.8), la vida media del electrón en estado excitado en un átomo aislado es $\tau \approx 10^{-8}$ s. Esto conduce a la anchura natural $\Delta\mathcal{E}$ del nivel energético, que es

$$\Delta\mathcal{E} \geq \hbar/\tau \approx 10^{-7} \text{ eV}$$

y que determina la anchura natural de las rayas espectrales (§ 72.8). Al formarse el cristal del sólido, los átomos aislados se aproximan hasta una distancia del orden del período de la red cristalina. Al ocurrir esto los electrones de valencia de los átomos, como están ligados más débilmente con los núcleos que los electrones internos, pueden pasar de un átomo a otro en virtud del efecto túnel de infiltración a

través de la barrera de potencial que separa los átomos en el cristal (§ 70.6). Vamos a demostrar que esto conduce al ensanchamiento de los niveles de energía de estos electrones o sea, a la transformación de estos niveles en bandas de valores permitidos de la energía, y a valorar la anchura $\Delta \mathcal{E}$ del intervalo de energías posibles de un electrón de valencia en el cristal.

2. Para simplificar supondremos que la barrera de potencial que separa los átomos en el cristal tiene la forma de la

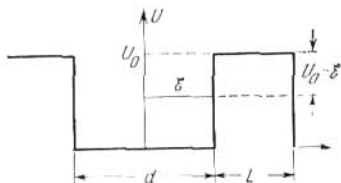


Fig. 76.3.

barrera rectangular representada en la fig. 76.3. La transparencia de esta barrera viene expresada por la fórmula (70.30):

$$D \approx \exp \left\{ -\frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} \right\};$$

aquí $(U_0 - \mathcal{E})$ es la altura de la barrera para un electrón de energía \mathcal{E} , que en nuestro caso es, aproximadamente, de 10 eV, es decir, del orden de magnitud de la energía de ionización del átomo, y L es la anchura de la barrera. Para los átomos que interactúan en el cristal conviene elegir la magnitud L de forma que sea conmensurable con el período de la red cristalina ($L \approx 10^{-10}$ m). Hallemos ahora el tiempo medio τ durante el cual el electrón de valencia pertenece a un átomo dado. Esto quiere decir que hay que calcular el tiempo durante el cual el electrón se encuentra dentro de un pozo de potencial rectangular cuyas dimensiones lineales son $d \approx 10^{-10}$ m (dimensiones lineales del átomo). Si la velocidad del movimiento del electrón en el átomo (pozo de potencial) se toma igual a $v = 10^6$ m/s, el electrón chocará v/d veces por segundo con la barrera. La

frecuencia de infiltración del electrón a través de la barrera

$$v = \frac{v}{d} D = \frac{v}{d} \exp \left(-\frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} \right).$$

La vida media τ del electrón en un átomo dado será

$$\tau = \frac{1}{v} = \frac{d}{v} \exp \left(\frac{2L}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - \mathcal{E})} \right).$$

Sustituyendo en esta expresión todas las magnitudes por sus valores numéricos se obtiene que $\tau \approx 10^{-15}$ s. El tiempo medio de pertenencia de un electrón de valencia a un átomo dado en el cristal es 10^7 veces *menor* que la vida media de un electrón excitado en el átomo aislado*). Esto hace que aumente bruscamente la anchura del nivel de energía del electrón de valencia en el átomo del cristal. Por la relación de indeterminación obtenemos que

$$\Delta \mathcal{E} \geq \hbar / \tau \approx 1 \text{ eV}.$$

En vez de la anchura natural $\Delta \mathcal{E} \approx 10^{-7}$ eV del nivel de energía del electrón en el átomo aislado, en el cristal surge una banda de *valores permitidos* de la energía del electrón de valencia, cuya anchura es del orden de 1 eV, o sea, 10^7 veces más ancha que la que tiene en el átomo aislado.

3. Las valoraciones hechas anteriormente sólo son válidas para los electrones de valencia. Los electrones internos de los átomos, que se encuentran en las capas electrónicas saturadas tienen una probabilidad insignificante de infiltrarse a través de las barreras y de pasar a otro átomo. Para los electrones internos aumenta mucho la altura de la barrera: $U_0 - \mathcal{E} \approx 10^3$ eV. El aumento relativamente pequeño de la anchura de la barrera ($L \approx 3 \cdot 10^{-10}$ m) conduce a un resultado totalmente distinto para el tiempo medio de pertenencia de un electrón a un átomo dado: $\tau \approx 10^{20}$ años. Es evidente que el ensanchamiento de los niveles de energía de los electrones profundos de los átomos en la red cristalina no puede compararse ni siquiera con el ensanchamiento natural de los niveles excitados de los electrones de valencia en un átomo aislado.

*) Esta evaluación indica que en los cristales en que el enlace de los electrones de valencia en los átomos es débil, como ocurre en las redes de los metales, se forma gas electrónico.

§ 76.3. Disposición de las bandas de energía en el sólido. Transiciones electrónicas dentro de una banda y entre ellas

1. La banda de energía permitida que surge de un nivel en un átomo aislado, consta de N niveles próximos, siendo N el número total de átomos que hay en el sólido. En 1 m^3 de sólido hay 10^{28} — 10^{29} átomos. De este mismo orden de magnitud es el número de niveles que hay en la banda. Las

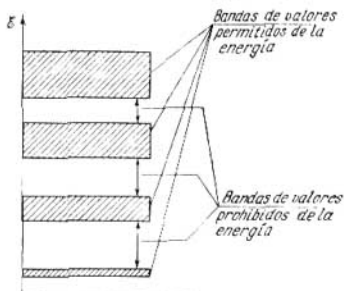


Fig. 76.4.

energías de los niveles contiguos de una banda difieren aproximadamente en 10^{-28} eV (§ 75.6). Por eso la anchura total de la banda permitida es de varios electrón-voltios. De un modo semejante a como en un átomo aislado los niveles de energía discretos están separados por regiones de valores prohibidos de la energía, en el sólido las bandas de energía permitidas están separadas por *bandas de valores prohibidos de la energía*. La anchura de las bandas prohibidas es conmensurable por su magnitud con la anchura de las bandas permisibles. Los niveles más excitados de los átomos aislados dan bandas permitidas de mayor anchura. A medida que aumenta la energía crece la anchura de las bandas de energía permitidas, y disminuye la anchura de las bandas prohibidas. El esquema de las bandas de energía de un sólido se representa en la fig. 76.4.

2. En un átomo aislado los niveles de energía cuantizados permitidos pueden estar ocupados por los electrones o libres. En el sólido los electrones son un sistema de partículas que cumplen el principio de Pauli. Supongamos que

$2N$ electrones se encuentran en determinados niveles de N átomos aislados. Entonces, al juntarse los átomos en un cristal, estos $2N$ electrones se situarán de dos en dos en los N niveles de las bandas correspondientes y los espines de ambos electrones estarán dirigidos en sentidos opuestos. En un sólido se pueden observar distintas ocupaciones de las diferentes bandas por los electrones. Las bandas de energía permitidas pueden estar saturadas de electrones, ocupadas parcialmente o totalmente libres.

3. De un modo semejante a como en un átomo aislado pueden los electrones efectuar transiciones (saltos) entre los niveles de energía, en los cristales pueden pasar los electrones de una banda permitida a otra, e incluso saltar de un nivel de energía a otro dentro de una misma banda (transiciones dentro de una banda). Para que un electrón pueda pasar de una banda permitida a la inmediata superior es necesario un gasto de energía igual a la anchura de la banda prohibida que separa las dos bandas. Esta energía es de varios electrón-voltios. Para que un electrón pueda pasar de un nivel a otro dentro de una misma banda se requiere una energía pequeña, del orden de la diferencia de energía entre los niveles vecinos, es decir, de 10^{-28} eV.

4. Vamos a examinar algunas de las causas que pueden originar las transiciones de los electrones dentro de una misma banda. La energía que adquiere un electrón bajo la acción del campo eléctrico de una fuente de corriente es, por lo general, de 10^{-4} — 10^{-8} eV*). Esta energía es suficiente para las transiciones dentro de una misma banda. La energía media de las oscilaciones térmicas de los átomos del sólido a las temperaturas ambientes es, aproximadamente, $kT \approx 0,025$ eV. Si esta energía se transmite a los electrones, también es suficiente para su transición dentro de una misma banda permitida.

5. Las condiciones de transición de un electrón de una banda a otra banda vecina requieren gastos de energía del orden de varios electrón-voltios. Con las diferencias de potencial ordinarias que se pueden conseguir conectando el sólido a una fuente de corriente, la energía que adquieren los electrones durante su recorrido libre es *insuficiente* para que puedan pasar a la banda contigua superior permitida. Calentando el cristal, o sea, elevando su temperatura,

*) Se considera que esta es la energía que adquiere el electrón en su recorrido libre.

se puede comunicar al electrón la energía suficiente para su paso a la banda vecina. La excitación térmica de los electrones puede conducir tanto a las transiciones de éstos dentro de una misma banda como a sus transiciones entre bandas.

6. Todo lo dicho en este párrafo y en los precedentes es válido no sólo para los metales, sino también para otros tipos de sólidos. En efecto, el desdoblamiento de los niveles de energía de los electrones y la formación de las bandas de energía se debe a que los átomos, u otras partículas, que se encuentran en los nudos de la red cristalina interactúan entre sí y crean dentro del cuerpo un campo eléctrico periódico. En el § 76.1 se indicó ya que, hasta en el caso en que en los nudos de los cristales hay átomos o moléculas neutros, sus núcleos y electrones también crean un campo eléctrico, especialmente intenso en las proximidades de los nudos de la red. Por lo tanto, en el caso de un sólido cualquiera formado por partículas (iones, átomos o moléculas) dispuestas ordenadamente en una red, se origina la estructura de bandas de los niveles energéticos de los electrones, existe un espectro energético de bandas.

§ 76.4. Metales y dieléctricos en la teoría de las bandas

1. Desde el punto de vista de la teoría de las bandas, la diferencia de propiedades eléctricas entre los metales, conductores de la corriente eléctrica, y los dieléctricos, no conductores, se debe a dos causas. Primera, al carácter de la disposición de las bandas de energía, o mejor dicho, a la anchura de las bandas prohibidas. Segunda, a que las bandas de energía permitidas están distintamente ocupadas por los electrones. La condición necesaria para que un sólido sea conductor es que tenga niveles de energía libres a los cuales el campo eléctrico pueda hacer que pasen electrones.

2. Como se dijo en el § 76.3, bajo la acción de las fuentes de corriente ordinarias los electrones sólo pueden efectuar transiciones dentro de una misma banda. Veamos en qué condiciones se efectúa la conducción eléctrica por los sólidos que son metales. Como ejemplo consideraremos el sodio metálico. En el átomo aislado de sodio, como sabemos (§ 73.2), hay dos capas saturadas de electrones que contienen, respectivamente, dos y ocho electrones. El un-

décimo electrón, de valencia, del átomo de sodio, de acuerdo con el principio de Pauli, llena solamente la mitad del nivel de energía superior del átomo. En el cristal de sodio metálico a las dos primeras capas saturadas corresponden bandas totalmente ocupadas por los electrones. Estas bandas no nos van a interesar en adelante. En ellas son imposibles las transiciones dentro de una misma banda por la acción del campo eléctrico. Los electrones de valencia de los átomos, cuando éstos se juntan en el cristal, forman la *banda de valencia*, que sólo está medio ocupada por los electrones

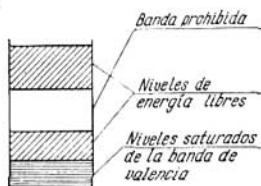


Fig. 76.5.

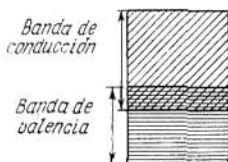


Fig. 76.6.

y que es la *banda de conducción* (fig. 76.5). En efecto, los electrones que se encuentran en esta banda pueden participar en la conducción. Bajo la acción del campo creado por una fuente de f.e.m., los electrones que se encuentran en esta banda recibirán energía, pasarán a los niveles de energía superiores libres y se moverán ordenadamente.

De este modo, si la banda de valencia no está saturada de electrones, el sólido siempre será conductor de la corriente eléctrica. Este caso de ocupación de la banda de valencia tiene lugar en los metales del primer grupo del sistema periódico (Li, Na, K, Rb, Cs).

3. Un sólido también puede ser conductor en el caso en que a la banda de conducción se superpone la banda que surge a expensas del desdoblamiento de los niveles de los electrones de valencia. Esto se observa, por ejemplo, en los *cristales de los elementos que forman el segundo grupo del sistema periódico* (Be, Cd, Mg, Zn y otros). En este caso se forma una ancha banda «híbrida» que los electrones sólo llenan parcialmente. Por encima de los niveles ocupados se encuentran próximos los niveles libres, y, como ya se dijo, este sólido será conductor (fig. 76.6).

4. La teoría de las bandas de los sólidos ha dado la posibilidad de esclarecer el problema de por qué la conductibilidad de los metales no aumenta al crecer su valencia. Desde el punto de vista clásico, al crecer la valencia del metal, es decir, al aumentar el número de electrones «libres», de valencia, correspondientes a un átomo, debe crecer su conductibilidad. Por ejemplo, en el aluminio, trivalente, cada átomo tiene tres electrones de valencia; en el cobre, monovalente, cada átomo sólo tiene un electrón de valencia. Al parecer, la conductibilidad del aluminio debería ser mayor que la del cobre. Pero en realidad, como se ve en la tabla 44.2, la resistividad del cobre a 0 °C es casi dos veces menor que la del aluminio y, por consiguiente, su conductividad es el mismo número de veces mayor.

Desde el punto de vista moderno, la conductibilidad de un metal no depende del número de electrones de valencia que tiene su átomo. La conductibilidad del metal depende del número de electrones para los cuales hay un número suficiente de estados de energía libres en la banda superior de conducción.

En el caso de los metales alcalinotérreos divalentes, los electrones de valencia de los átomos en los cristales se distribuyen por los niveles de energía de la banda híbrida de tal modo, que cierto número de niveles superiores de esta banda quedan libres para ser ocupados. Pero el número de electrones que el campo eléctrico exterior de una fuente puede hacer pasar a los estados libres es menor en los metales divalentes que en los monovalentes. Por eso la conductibilidad de los metales divalentes es menor que la de los monovalentes. Estos razonamientos pueden aplicarse en mayor grado a los metales trivalentes.

5. A veces en un sólido las bandas no se superponen, estando la banda de valencia, que reúne los electrones periféricos de los átomos o iones, saturada de electrones, y las bandas más altas, totalmente vacías (fig. 76.7). Este sólido es aislador (dieléctrico, es decir, no conduce la corriente eléctrica). Ejemplo de este tipo de sólidos es la sal común cristalina (NaCl), cuyas moléculas tienen enlace químico



Fig. 76.7.

iónico. Como se sabe (§ 74.2), en la molécula NaCl el electrón periférico, undécimo, del átomo Na pasa a la capa exterior del átomo Cl. Como resultado de esto se forman los

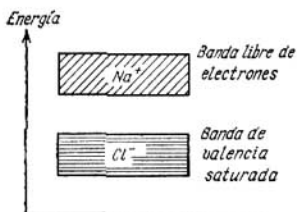


Fig. 76.8.

iones Na^+ y Cl^- , los cuales tienen sus capas electrónicas externas totalmente saturadas de electrones. Cuando se forma el cristal de NaCl surge la banda de valencia del ion Cl^- , completamente ocupada por los electrones. 6 eV más arriba que esta banda se encuentra la banda de los estados de energía del ion Na^+ , que no contiene ningún electrón

(fig. 76.8). El campo eléctrico de la fuente de corriente no puede hacer que los electrones de la banda saturada Cl^- pasen a la banda de conducción libre Na^+ . El cristal NaCl pone de manifiesto propiedades dieléctricas.

Capítulo 77

PROPIEDADES ELÉCTRICAS DE LOS SEMICONDUCTORES

§ 77.1. Conductibilidad intrínseca por electrones de los semiconductores

1. Entre los metales, cuya resistividad es del orden de 10^{-6} — 10^{-8} $\Omega \cdot \text{m}$, y los aisladores, con resistividad de 10^8 — 10^{13} $\Omega \cdot \text{m}$, existe una enorme cantidad de materiales pertenecientes a los *semiconductores*. Su resistividad varía dentro de un intervalo muy amplio: desde 10^{-5} hasta $10^8 \Omega \cdot \text{m}$. Casi toda la naturaleza que nos rodea está constituida por substancias semiconductoras. Los óxidos, sulfuros y telururos de muchos metales tienen propiedades semiconductoras. En el sistema periódico de Mendeléiev, los semiconductores forman el grupo de elementos que muestra la fig. 77.1.

A la izquierda y debajo de los elementos pertenecientes a los semiconductores, se encuentran los metales. A la derecha y encima, están los elementos que en estado sólido son dieléctricos.

Representantes típicos de los semiconductores que se utilizan mucho en la técnica son el germanio, el silicio y el telurio.

5 B (1,1)	6 C (5,2)		
	14 Si (1,1)	15 P (1,5)	16 S (2,5)
	32 Ge (0,72)	33 As (1,2)	34 Se (1,7)
	50 Sn (0,1)	51 Sb (0,12)	52 Te (0,36)
			53 I (1,23)

Fig. 77.1.

2. El germanio (Ge) es uno de los elementos semiconductores que más se emplean. Se encuentra en el grupo IV del cuarto período del sistema periódico. En el átomo de germanio aislado hay cuatro electrones en la capa exterior. Los demás 28 electrones se distribuyen entre las capas internas saturadas. El cristal de germanio tiene red cristalina atómica. Los cuatro electrones de valencia de cada átomo entran en enlace químico covalente con los electrones de los átomos vecinos de la red, de modo que en el germanio puro (fig. 77.2) no hay electrones libres. Por lo tanto, un cristal de germanio puro debe ser buen aislador.

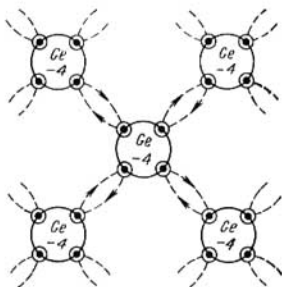


Fig. 77.2.

En la técnica semiconductor moderna se emplea mucho el silicio (Si). Los trece electrones que hay en un átomo de silicio aislado se distribuyen alrededor del núcleo de tal modo, que cuatro de ellos, lo mismo que en el germanio,

se encuentran en la capa externa. En el silicio sólido cristalino los electrones periféricos, de valencia, como en el germanio, entran en los enlaces químicos covalentes. El silicio también debe ser aislador.

3. Los enlaces covalentes en el germanio y el silicio se pueden romper fácilmente incluso a temperaturas relativamente bajas. En este caso se formarán electrones libres, y en el germanio y otros semiconductores de este tipo se

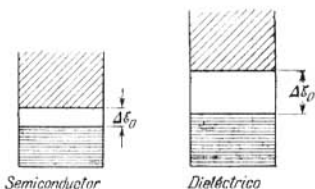


Fig. 77.3.

produce la *conductibilidad intrínseca por electrones del semiconductor puro*. Los experimentos han demostrado que al elevarse la temperatura aumenta la conductibilidad de estos semiconductores. Esta es la diferencia fundamental entre los semiconductores y los metales ordinarios, en los cuales, como sabemos (§ 44.5), la conductibilidad disminuye al elevarse la temperatura.

4. La teoría de las bandas en los sólidos ha dado también la explicación de cómo varía la resistencia (o la conductibilidad) de los semiconductores puros (intrínsecos). Si la banda superior saturada de electrones está separada de la banda de energía permisible más próxima por una banda prohibida estrecha, este cuerpo sólo será dieléctrico a bajas temperaturas. Al elevarse la temperatura, la excitación térmica puede hacer que los electrones situados en el límite superior de la banda saturada salten a la banda superior en que hay niveles de energía libres. Para esto se necesita un gasto de energía igual, por lo menos, a la anchura de la banda prohibida $\Delta\epsilon_0$. La fig. 77.3 muestra la disposición de las bandas de energía de un semiconductor y de un dieléctrico. La magnitud $\Delta\epsilon_0$ se llama *energía de activación de la conductibilidad intrínseca*. Esta magnitud es la característica más importante de las propiedades eléctricas de un semiconductor. En la fig. 77.1, las energías de activación de los elementos semiconductores (en electrón-voltios) se indican con las cifras que hay dentro de los circulitos.

A medida que aumenta la temperatura de los semiconductores intrínsecos crece el número de electrones libres

que, como resultado de la excitación térmica, pasan a la banda de energía libre y participan en la conducción por electrones. Por eso la conductibilidad de los semiconductores aumenta con la temperatura.

§ 77.2. Conductibilidad intrínseca por huecos de los semiconductores

1. La aparición de niveles de energía libres de electrones en la banda ocupada tiene gran importancia para las propiedades eléctricas de los semiconductores. El electrón que recibe energía por medio de la excitación térmica, después de romper los enlaces covalentes con los demás electrones del átomo, abandona su sitio. Supongamos que en una substancia eléctricamente neutra uno de los electrones deja su sitio y pasa a otro, por ejemplo, al ion contiguo. Entonces en el sitio dejado por el electrón se produce una carga positiva superflua, ya que, como se subrayó, la substancia era eléctricamente neutra. Como suele decirse, se forma un *hueco positivo*. Este hueco se comporta como una carga positiva de magnitud igual a la carga del electrón. Al puesto dejado libre por el electrón, hueco, se puede trasladar un electrón vecino, lo que equivale a que el «hueco positivo» se desplaza: aparece en el nuevo sitio que deja este otro electrón. Así, por ejemplo, si de una fila de pioneros*) en formación sale el que está en un extremo y se origina un sitio vacante, todos los demás pioneros se pueden desplazar sucesivamente hacia el sitio que queda libre, y todo transcurrirá como si el puesto vacío se fuera desplazando *en sentido contrario* a como lo hacen los pioneros.

2. En un campo eléctrico exterior los electrones se desplazan en sentido contrario a la dirección de la intensidad de dicho campo. Los huecos positivos se trasladan en el sentido de la intensidad del campo eléctrico, es decir, hacia donde, bajo la acción del campo eléctrico, *se desplazaría una carga positiva*. La conductibilidad de un semiconductor debida a la traslación de los huecos positivos se denomina *conductibilidad intrínseca por huecos*. El proceso de traslación de los huecos a lo largo de la dirección de la intensidad del campo eléctrico, y de los electrones en el sentido contrario, tiene lugar en toda la masa del semiconductor.

*) Miembros de la organización infantil soviética. (N. del trad.)

Por lo tanto, en los semiconductores, además de la conducción ordinaria por electrones, se observa la conducción por huecos.

Desde el punto de vista de la teoría de las bandas del sólido, la aparición de la conductibilidad por huecos se debe a que la excitación térmica (o cualquiera otra) de los electrones de la banda saturada hace que se produzcan niveles «vacantes» en esta banda. A estos niveles pueden pasar otros electrones de la misma banda. Las transiciones dentro de una misma banda por la acción de un campo eléctrico, como se explicó en el § 76.3, proporciona el surgimiento de la conductibilidad eléctrica en el sólido. Conviene subrayar que en el proceso de conducción por huecos intervienen realmente no las cargas positivas de los átomos (núcleos) sino los electrones ordinarios que se hallan en las capas que rodean los núcleos. Pero en los cristales se producen condiciones en las cuales el mecanismo de la conducción está relacionado con estas traslaciones de los electrones de una partícula del cristal a otra, *lo que equivale al movimiento de una carga positiva*. En la física de los semiconductores no se suele subrayar cada vez cómo surge la conducción por huecos. El movimiento ordenado de los huecos por el semiconductor origina una corriente de huecos que tiene gran importancia práctica (véase el cap. 78).

3. Todo lo dicho anteriormente acerca de la conducción por electrones y por huecos indica que tanto los electrones como los huecos pueden ser *portadores de corriente*. Pero todo esto se refiere a los semiconductores químicamente puros. La tecnología del crecimiento de estos cristales presenta grandes dificultades. En la mayoría de los dispositivos semiconductores (véase el cap. 78) se utilizan semiconductores en los cuales la conducción se debe a las impurezas.

§ 77.3. Semiconductores extrínsecos por exceso (o del tipo n)

1. La introducción de impurezas en un semiconductor influye mucho en sus propiedades eléctricas. Se consideran impurezas, por ejemplo, los átomos o iones de elementos químicos extraños introducidos en la red del semiconductor. También desempeñan el papel de impurezas distintos tipos de defectos y deformaciones de la red cristalina: los nudos vacíos, los corrimientos que se producen al deformarse el

metal, las grietas, etc. Las impurezas hacen que varíe el campo periódico del cristal e influyen en el comportamiento de los electrones y sus niveles de energía. Si en la red cristalina de un semiconductor se introducen átomos de impureza, sus electrones de valencia tienen niveles de energía que no se encuentran en las bandas de energía permitidas del cristal fundamental.

A expensas de los átomos de impureza surgen niveles de energía, de los electrones de las impurezas, que se hallan en la banda prohibida.

Las impurezas pueden influir de distinto modo en la cantidad de portadores de corriente que hay en los semiconductores. Por una parte, pueden servir de suministradores adicionales de electrones en el cristal.

Por otra, pueden ser centros de «adhesión» de los electrones que hay en el cristal.

2. Veamos, por ejemplo, lo que ocurre si en la red del germanio uno de los átomos se sustituye por un átomo de impureza que tenga cinco electrones de valencia (fósforo, arsénico, antimonio) (fig. 77.4). Cuatro electrones del átomo de impureza estarán ligados por enlaces covalentes con los electrones de los átomos de germanio vecinos, pero el quinto electrón no puede formar un enlace covalente. Este electrón «sobrante» o «extra» está más débilmente ligado a su átomo y es fácil hacerlo pasar a la banda de conducción del semiconductor.

La energía de los electrones «extras» de las impurezas es algo menor que la energía correspondiente al límite inferior de la banda de conducción de los electrones. Por lo tanto los niveles de energía de los electrones de las impurezas se encuentran *un poco más abajo* que el fondo de la banda de conducción. Estos niveles están saturados de electrones y se llaman *niveles donadores*, y los átomos de impureza que suministran electrones «extras» al cristal semiconductor reciben el nombre de *átomos donadores* (del latín *donare*, dar,

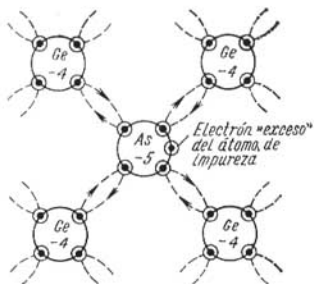


Fig. 77.4.

regalar). Para hacer pasar los electrones de los niveles donadores de las impurezas a la banda de conducción se necesita una energía insignificante $\Delta\mathcal{E}_e$ que se puede obtener por calentamiento. Por ejemplo, para el silicio la energía $\Delta\mathcal{E}_e$ es igual a 0,054 eV si el átomo de impureza es de arsénico.

3. La transición de los electrones desde los niveles donadores a la banda de conducción proporciona en el semiconductor la *conductibilidad extrínseca por electrones* (o conduc-

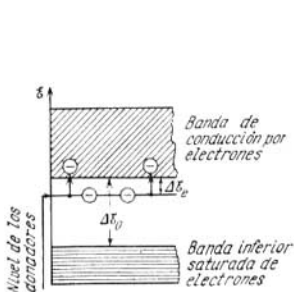


Fig. 77.5.

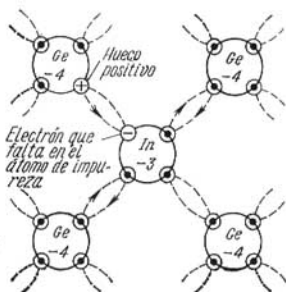


Fig. 77.6.

tividad del tipo n). Los semiconductores de este tipo se denominan *semiconductores por exceso* o *del tipo n* (del latín *negativus*, negativo).

La fig. 77.5 muestra el esquema de la disposición de las bandas y los niveles de las impurezas en un semiconductor del tipo n.

§ 77.4. Semiconductores extrínsecos por defecto (o del tipo p)

1. Supongamos ahora que en la red cristalina del germanio se ha introducido un átomo de impureza con tres electrones de valencia (boro, aluminio, indio)(fig. 77.6). A este átomo le falta un electrón para poder completar los enlaces covalentes necesarios en la red del germanio (véase la fig. 77.2). Pero el átomo de impureza puede crear todos los enlaces si quita un electrón al átomo de germanio más próximo. Entonces, en el sitio que ocupaba el electrón salido del átomo de germanio se forma un hueco positivo. A su

vez, este hueco puede ser ocupado por un electrón del siguiente átomo de germanio y así sucesivamente. El proceso de ocupación sucesiva de los huecos positivos por los electrones equivale, como vimos en el § 77.2, a un movimiento del hueco por el semiconductor y a la aparición en él de portadores de corriente. Este tipo de impurezas hace que surjan en la banda prohibida niveles de energía de las impurezas *no ocupados por los electrones*. Estos niveles reciben

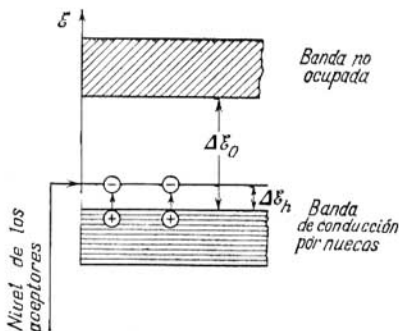


Fig. 77.7.

el nombre de *aceptores* o *colectores*. Los átomos de estas impurezas se llaman también *aceptores* (del latín *acceptor*, receptor).

2. La energía de los niveles electrónicos de los átomos aceptores es un poco mayor que la energía del límite superior de la banda saturada. Por eso los niveles de energía aceptores de las impurezas se encuentran *un poco más arriba que el borde superior* de la banda de energía ocupada del cristal fundamental (fig. 77.7). Por ejemplo, si se introduce boro, trivalente, en la red cristalina del silicio, los niveles aceptores estarán $\Delta\epsilon_h = 0,08$ eV más altos que la banda saturada. La energía $\Delta\epsilon_h$ es mucho menor que la anchura total de la banda prohibida.

En este semiconductor se puede producir la *conducción extrínseca por defecto (por huecos)*. En efecto, los electrones

que se encuentran en el límite superior de la banda saturada se pueden hacer pasar fácilmente, por calentamiento, a los niveles de energía aceptores y llenar estos niveles de electrones. Después la energía de los electrones lanzados a los niveles aceptores no puede variar por la acción del campo, estos electrones quedan «adheridos» a dichos niveles. Como resultado, la banda inferior tendrá niveles electrónicos libres, los cuales se manifestarán como huecos positivos. La banda inferior se convierte en *banda de conducción por huecos*. Bajo la acción del campo eléctrico los electrones de la banda inferior realizarán transiciones dentro de la misma banda e irán llenando sucesivamente los huecos. Esto equivale a la traslación de los huecos en sentido contrario al del movimiento de los electrones. Este tipo de conductibilidad recibe el nombre de *conductibilidad del tipo p*, y los semiconductores que la poseen se llaman *semiconductores por defecto, por huecos, o del tipo p* (del latín *positivus*, positivo). En la fig. 77.7 se muestra el esquema de la disposición de los niveles de impurezas en los semiconductores del tipo *p*.

3. Para terminar vamos a prestar atención a una diferencia esencialísima entre el comportamiento de los portadores de corriente en los semiconductores y las propiedades de los electrones en los metales. La teoría cuántica de los metales ha llevado a la conclusión de que, en los metales, la concentración de electrones y su energía no dependen prácticamente de la temperatura. Esta conclusión se ha confirmado experimentalmente y significa que, en los metales, es prácticamente imposible regular el número de portadores de corriente. En los semiconductores, cualquiera que sea el carácter de su conductibilidad, el número de portadores de corriente es mucho menor que en los metales. Pero la concentración de portadores de corriente en los semiconductores y su energía dependen mucho de la temperatura y aumentan al elevarse ésta. Esto da la posibilidad de regular el número de portadores de corriente y sus energías en los semiconductores, lo que se utiliza mucho en los respectivos dispositivos.

PROCESOS FÍSICOS QUE TIENEN LUGAR EN LOS DISPOSITIVOS SEMICONDUCTORES

§ 78.1. Fenómenos de contacto en el límite de los metales

1. Desde hace ya mucho tiempo se sabe que el contacto de un metal con la superficie de un semiconductor rectifica corrientes alternas de frecuencias radioeléctricas bastante altas. Esto dio la posibilidad de crear detectores y rectificadores cristalinos de frecuencias radioeléctricas y, más tarde, los amplificadores (cristadinos). La rectificación en el límite metal—semiconductor, o sea, la conductibilidad unilateral del contacto se debe a la existencia en la superficie de contacto de una *capa de barrera* peculiar que dificulta el paso de la corriente en un sentido y facilita el movimiento de las cargas en el sentido contrario.

2. La capa de barrera es una capa delgada que hay en las proximidades del contacto y que se caracteriza por una brusca variación de la energía potencial de los electrones en el transcurso de la capa. La aparición de esta capa se debe a que por ambos lados de ella se produce una concentración de cargas eléctricas de signos contrarios. Se forma la llamada *doble capa de cargas eléctricas* que interaccionan con las cargas que pasan a través del contacto.

La doble capa forma un campo eléctrico en el cual se mueve un flujo de electrones. Este movimiento está relacionado con la superación de una barrera de potencial determinada. Si al contacto se aplica una tensión directa, la barrera de potencial disminuye, la resistencia en esta dirección baja y la corriente pasa. Si la tensión es inversa, la barrera de potencial aumenta para los electrones, la resistencia crece en este sentido y la corriente no pasa.

3. Examinemos primeramente la formación de la doble capa y el papel que desempeña en el caso más simple de dos metales 1 y 2 con distintos trabajos de salida A_1 y A_2 , es decir, con distinta altura del nivel de Fermi, superior ocupado por los electrones (fig. 78.1, *a*). Inmediatamente después de establecerse el contacto, el flujo de electrones va principalmente en el sentido de 2 a 1 , porque en el metal 2

el trabajo de salida de los electrones es menor que en el 1. Como resultado, los límites de los niveles de energía saturados de los dos metales se igualan y al mismo tiempo se forma la doble capa de cargas eléctricas: en el metal 2 se origina un exceso de cargas positivas de la red iónica, ya que los electrones de este metal se van al metal 1, el cual se carga negativamente (fig. 78.1, b). El paso de electrones continúa hasta que se establece el equilibrio y el campo eléctrico de la doble capa impide que los electrones sigan pasando.

4. Los metales con distinto trabajo de salida A tienen diferentes niveles de Fermi. El equilibrio que se produce al

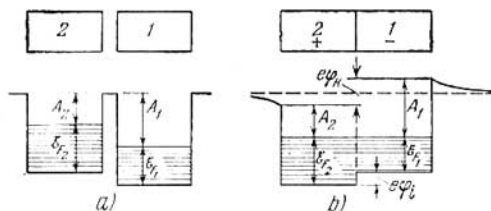


Fig. 78.1.

ponerse en contacto dos o más metales con diferentes niveles de Fermi sólo es posible si el nivel de Fermi se hace igual en todos los metales. Esto se puede demostrar rigurosamente partiendo de las condiciones termodinámicas generales de equilibrio de los gases electrónicos en los metales en contacto a volumen y temperatura constantes. Cualitativamente todo se reduce a que la igualdad de las presiones del gas electrónico de los metales en contacto, necesaria para el equilibrio, empieza cuando se igualan las «alturas» de los niveles de energía de los electrones, de forma análoga a como se igualan las alturas de los niveles de un líquido en los vasos comunicantes.

Cuando el metal 2 se carga positivamente hasta cierto potencial U_2 , todos los niveles de energía descienden en eU_2 . En el metal 1 que se carga negativamente hasta el potencial $-U_1$, todos los niveles de energía se elevan a una «distancia» eU_1 con respecto a sus posiciones en el metal descargado. En efecto, para que un electrón pueda pasar

de cierto nivel del metal sin carga a este mismo nivel del metal cargado hasta el potencial negativo $-U_1$, tiene que realizarse un trabajo numéricamente igual a eU_1 . Este trabajo es igual a la variación de la energía potencial del electrón.

Por eso la energía potencial del electrón que se encuentra en un nivel determinado del nivel con carga negativa será eU_1 mayor que la energía potencial del electrón que se halla en este mismo nivel del metal sin carga. Esto significa que todos los niveles se elevan. Por estas mismas causas todos los niveles del metal con carga positiva descienden.

5. En cuanto el nivel de Fermi desciende en el metal 2 y asciende en el metal 1, ambos niveles se encuentran a una misma altura y desaparece la causa que hace que los electrones pasen preferentemente del segundo metal al primero. Entre los metales se establece el equilibrio dinámico, al cual corresponde un determinado espesor l de la doble capa. En estas condiciones las energías potenciales de los electrones en las proximidades inmediatas a las superficies de los metales no serán iguales. Entre los metales 2 y 1 se establece una diferencia de potencial

$$\varphi_e = (A_1 - A_2)/e.$$

Esta es la llamada diferencia de potencial de contacto *externa* y se debe a la diferencia de los trabajos de salida de los electrones de los metales en contacto. Los electrones se van del metal en que el trabajo de salida es menor al metal en que dicho trabajo es mayor. La magnitud φ_e oscila, para distintos pares de metales, desde décimas a unidades de voltio (§ 44.9) y depende del estado de la superficie y de su acabado.

6. Entre los puntos situados dentro de los metales en contacto también existe diferencia de potencial. Ésta se debe a que, aunque los niveles de Fermi de ambos metales se igualan, las energías potenciales de los electrones no son iguales en los metales 2 y 1. La energía potencial de los electrones es menor en el segundo metal que en el primero. En la fig. 78.1, *b* se ve que las energías potenciales de los electrones difieren en la magnitud $\mathcal{E}_{F_2} - \mathcal{E}_{F_1}$. De acuerdo con esto los potenciales dentro de los metales se diferencian en la magnitud

$$\varphi_i = (\mathcal{E}_{F_2} - \mathcal{E}_{F_1})/e.$$

La magnitud φ_i se llama diferencia de potencial de contacto interna.

7. La diferencia de los potenciales dentro de los conductores crea un flujo de difusión adicional del segundo metal al primero. Aplicamos la fórmula (75.11) para la energía de Fermi a $T = 0$ K: $\mathcal{E}_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}$, en la que n es el número de electrones que hay en la unidad de volumen de los metales. Sustituyendo esta expresión de \mathcal{E}_F en la fórmula de φ_i , se obtiene:

$$\varphi_i = \frac{h^2}{2me} \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} (n_2^{2/3} - n_1^{2/3}).$$

Como se ve, la causa de que surja diferencia de potencial de contacto interna es la distinta concentración de los gases electrónicos en los metales en contacto. Esto hace que se produzca la difusión de los electrones en la dirección en que la concentración de ellos disminuye. Cualitativamente esto está de acuerdo con los resultados que en el § 44.7 se obtuvieron partiendo de la teoría electrónica clásica de los metales. Pero, como puede verse comparando los estudios clásico y cuántico, los resultados cuantitativos difieren notablemente.

8. A temperatura T , distinta de cero absoluto, la energía de Fermi depende de la temperatura. Esto conduce a que la diferencia de potencial de contacto interna dependa de la temperatura del contacto. Por esta dependencia se explican los fenómenos termoeléctricos estudiados en el § 44.8. Sin entrar en detalles, diremos que la fórmula (44.23) de la fuerza termoelectromotriz resulta aproximadamente correcta, sin embargo el coeficiente α se expresa de un modo mucho más complejo y, en general, es función de la temperatura.

§ 78.2. Rectificación en el límite metal — semiconductor

1. Consideremos el límite entre un metal y un semiconductor. Para concretar vamos a suponer que con el metal limita un semiconductor del tipo n .

Supongamos que el trabajo de salida de los electrones es mayor en el metal que en el semiconductor n . Entonces los electrones de los niveles de impurezas donadores pasarán del semiconductor al metal y la capa límite del semiconductor por exceso se empobrecerá en electrones libres y se car-

gará positivamente. El metal, que recibe una cantidad excesiva de electrones, se carga negativamente. Entre el metal y el semiconductor se forma una doble capa eléctrica.

2. La diferencia de potencial de contacto en el límite metal—semiconductor está condicionada por la concentración de portadores de corriente móviles es relativamente pequeña en el semiconductor. El espesor de equilibrio de la doble capa eléctrica en la región de contacto es considerable. Los niveles de Fermi en el metal y en el semiconductor se igualan al formarse la doble capa, que se extiende por doble capa eléctrica en el límite metal—semiconductor difiere mucho por sus propiedades del volumen restante del semiconductor. La diferencia más importante consiste en que la energía potencial de los electrones en esta capa se eleva en comparación con la energía de los electrones en el resto del volumen. Esto conduce a que los niveles de energía de los electrones en las bandas energéticas del semiconductor se eleven en las proximidades del límite. En el semiconductor del tipo n , en la parte contigua al metal con mayor trabajo de salida, se forma una capa con insuficiente concentración de portadores de corriente (electrones). Esta capa posee una resistividad elevada y se denomina capa de *barrera*.

3. Una peculiaridad importante de esta capa, que sirve de base al efecto rectificador del contacto del metal con el semiconductor, es su distinta resistencia a la corriente para diferentes sentidos. En el sentido directo de la corriente, cuando el menos se conecta al semiconductor, la resistencia de la capa de barrera disminuye y la corriente pasa con poca dificultad. Esto significa que la doble capa se hace más delgada y se crean condiciones favorables para el paso de los electrones del semiconductor al metal, o sea, la barrera de potencial para los electrones se hace más baja. Si la tensión en el contacto es suficiente, la resistividad de la doble capa eléctrica se iguala con la resistencia de la masa restante del semiconductor. Cuando la corriente tiene el sentido contrario (inversa), la tensión aplicada hace que la parte del semiconductor que limita con el metal continúe empobreciéndose en electrones. El espesor de la doble capa eléctrica aumenta y la resistencia que crea esta capa sigue creciendo. En esta dirección la corriente no pasará a través del contacto.

4. La acción de la capa de barrera en el límite del metal con el semiconductor depende esencialmente del área de la

superficie de contacto. La capa de barrera sólo se manifiesta siendo pequeñas las dimensiones del contacto. La dependencia de la magnitud de la capa de barrera respecto de la superficie de contacto se explica por la heterogeneidad en la distribución de las inclusiones de impurezas por el volumen del semiconductor. Existen pequeñas regiones en las que hay impurezas y regiones en las que no las hay. La capa de barrera se forma en los sitios en que se acumulan las impurezas. Donde no hay impurezas es imposible crear las condiciones para que la resistencia varíe bruscamente, en estos sitios la resistencia es pequeña. Si la superficie de contacto es grande, «abarca» un volumen en el cual el semiconductor tiene distintas conducciones. En este caso siempre se encontrarán partes con gran conductibilidad eléctrica que shuntarán la capa de barrera y disminuirán su efecto rectificador.

§ 78.3. Rectificación en el límite de una unión electrón — hueco

1. La región de un semiconductor monocristal en que se produce el cambio de conducción por exceso en conducción por defecto (o a la inversa), se llama *unión electrón-hueco* (o unión $p-n$). Esta unión $p-n$ se forma en el cristal semiconductor si, valiéndose de las impurezas correspondientes, se crean en él zonas de distinta conductibilidad (n y p). Así, si durante el crecimiento de un monocristal de germanio se introducen en la masa fundida las impurezas necesarias, se obtiene un monocristal en el cual existen regiones dispuestas sucesivamente cuyos tipos de conductibilidad son distintos.

La introducción de centros de dispersión suscitan en los semiconductores variaciones estables de la conductibilidad de carácter previsto.

2. La existencia de la fina capa límite, en que tiene lugar el cambio de conductibilidad de un tipo a otro, es la base del efecto de válvula de este límite.

Al ponerse en contacto dos semiconductores con distintos tipos de conductibilidad, empieza a formarse la doble capa de contacto. Los electrones del semiconductor n se difunden en el conductor por huecos p . Esto hace que se empobrezca en electrones el semiconductor n en las proximidades del límite y que se origine una carga positiva excesiva en el

crystal n . La difusión de los huecos del semiconductor p se producirá en sentido opuesto e intensificará la formación de cargas eléctricas excesivas de signos contrarios en el límite de la unión electrón-hueco. De este modo se crea una doble capa eléctrica de espesor l (fig. 78.2) que impide el paso ulterior de los electrones y los huecos a través del límite de separación de los dos semiconductores. Esta doble capa es para los portadores de corriente una barrera de potencial de varias decenas de voltios. Los electrones y los huecos sólo pueden salvar esta barrera a temperatura muy alta, del orden de millares de grados, por lo que la capa de contacto es para los portadores de corriente una capa de barrera con resistencia elevada.

Se llama *diodo semiconductor* el semiconductor que sólo tiene una unión $p-n$.

3. La acción de un campo eléctrico exterior influye de un modo considerable en la resistencia de la capa de barrera. Supongamos que el semiconductor n se ha conectado al polo negativo de la fuente y el semiconductor p , al polo positivo (fig. 78.3). Entonces, bajo la acción del campo eléctrico, los electrones se trasladan en el semiconductor n hacia el límite de separación de los semiconductores. En el semiconductor p , bajo la acción de este mismo campo, los huecos se mueven al encuentro de los electrones, también hacia dicho límite. Cuando la corriente tiene esta dirección de paso (directa) en el semiconductor, el espesor de la capa de barrera disminuye continuamente. Los electrones, pasando el límite, «llenan» los huecos y en la capa límite se produce la recombinación de los electrones con los huecos.

El límite de la unión $p-n$ no ofrecerá resistencia a la corriente producida por la tensión exterior. Esta tensión sólo es necesaria para mantener el movimiento en sentidos opuestos concurrentes de los electrones y los huecos.

4. Si se cambia la polaridad de la tensión aplicada a los semiconductores, los huecos en el semiconductor p , y los electrones en el n , se trasladarán desde el límite de separación hacia los lados opuestos (fig. 78.4). En este caso junto al límite de separación aumentará la dimensión l de la capa de barrera, en la cual la concentración de portadores de

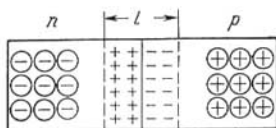


Fig. 78.2.

corriente móviles (electrones y huecos) será mucho menor que en el volumen restante del semiconductor. En la región empobrecida en cargas móviles aumentará la doble capa de cargas eléctricas inmóviles con signo contrario. En el semiconductor del tipo p se encontrarán en las proximidades del límite partículas con carga negativa. Por la otra parte del límite, en el semiconductor del tipo n , se reunirán partículas con carga positiva.

Cuanto mayor sea la tensión de corte aplicada, tanto mayor será el espesor de la doble capa empobrecida en

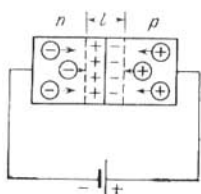


Fig. 78.3.

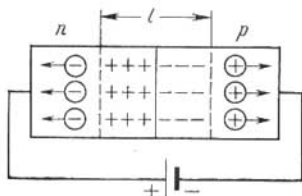


Fig. 78.4.

portadores de corriente móviles y, a consecuencia de esto, tanto mayor será la resistencia de esta capa. Si la tensión inversa es suficiente, la capa de barrera es prácticamente un aislador en el cual no existen portadores de corriente móviles. La acción de la tensión de paso, o directa, por el contrario, hace que se neutralice el campo de la doble capa, que disminuya la altura de la barrera de potencial en el límite de la unión $p-n$ (a expensas de la recombinación de los electrones y los huecos) y que disminuya de un modo brusco la resistencia de la unión. Como resultado, al aplicar la tensión alterna, se efectúa una conducción unilateral, es decir, se produce la rectificación de la corriente.

§ 78.4. Triodos semiconductores (transistores)

1. Los dispositivos semiconductores, principalmente los de germanio, se utilizan para amplificar corrientes y tensiones alternas. Si por su efecto rectificador los detectores de germanio y silicio se asemejan a los diodos electrónicos o iónicos, los triodos cristalinos semiconductores, que amplifican y modulan las oscilaciones, cumplen las funcio-

nes de triodos electrónicos. Los complejos circuitos electrónicos modernos se pueden montar valiéndose de válvulas y triodos semiconductores sin tubos electrónicos. Estos circuitos tienen una serie de ventajas: dimensiones pequeñas, ausencia de circuito de caldeo y largo plazo de servicio.

Para fabricar los triodos semiconductores, con más frecuencia se utilizan el germanio y el silicio. Esto se debe a que la movilidad de los portadores de corriente en el germanio y silicio es mayor que en los otros semiconductores. También son propiedades importantes del germanio y el silicio, que contribuyen a su máxima utilización, su resistencia mecánica, su estabilidad química y la recombinación relativamente lenta de los huecos y los electrones: las partículas con carga de signo contrario «tienen tiempo» de recorrer en estos semiconductores capas delgadas, del orden de 0,01—0,1 mm, sin reunificarse unas con otras. Los triodos semiconductores, a diferencia de los diodos, tienen dos uniones electrón-hueco.

2. Un inconveniente serio de los triodos semiconductores es que sólo funcionan normalmente en un intervalo de temperaturas relativamente estrecho. Para el germanio la temperatura de transición a su conductibilidad intrínseca es de cerca de 100 °C. En las proximidades de esta temperatura aumenta bruscamente la concentración de portadores de corriente libres en el semiconductor y la regulación de su número, imprescindible para el funcionamiento del amplificador, se hace difícil. Por eso el límite superior de la temperatura de funcionamiento de los triodos de germanio no sobrepasa los 55—75 °C. A baja temperatura la energía del movimiento térmico resulta ser insuficiente para la liberación, en el volumen del semiconductor, del número necesario de portadores de corriente. Esto hace que aumente mucho la resistencia del dispositivo y que se altere su régimen de funcionamiento.

§ 78.5. Fotorresistencias y fotodiodos semiconductores

1. La aparición de portadores de corriente en los semiconductores puede deberse a la absorción de luz y a su irradiación con electrones rápidos, partículas α u otras partículas. Si la energía del fotón absorbido es mayor que la energía de activación de la conductibilidad intrínseca

o extrínseca, los electrones (o los huecos) pasan a la banda de conducción del semiconductor y participan en la creación de la corriente. La conducción debida al surgimiento de estos electrones o huecos recibe el nombre de *fotoconductibilidad*.

No todas las cargas liberadas por la luz participan en la conducción. Parte de ellas se unen a los átomos de las impurezas y retornan a los sitios abandonados por otras cargas. No obstante, como resultado de la irradiación del semiconductor con una luz de frecuencia suficiente, la concentración de portadores de carga libres aumenta y la conductibilidad del semiconductor crece. El signo de la carga, la movilidad y otras propiedades de los portadores de carga «de luz» coinciden de ordinario con las propiedades de los portadores «de sombra». Confirman esto, en particular, las mediciones de la constante de Hall (§ 44.2).

Para muchos semiconductores la energía de un cuanto de luz visible es suficiente para hacer pasar a los portadores de corriente a la banda de conducción del semiconductor y para aumentar su conductibilidad. Pero existen semiconductores fotoeléctricos en los que la elevación de la conductibilidad es producida por la exposición a una luz de frecuencias muy pequeñas, que se encuentran en la región infrarroja remota del espectro. Esta radiación térmica, como vimos en el § 67.1, la emiten los cuerpos calientes. Con esto la presencia de cuerpos incluso poco caldeados se puede detectar a grandes distancias por el efecto que causa su radiación: en un circuito eléctrico con un semiconductor fotoeléctrico aumenta la conductibilidad.

Utilizando amplificadores, el aumento de la corriente se puede hacer llegar hasta magnitudes capaces de señalar la detección de un cuerpo caliente y radiante.

2. La fotoconductibilidad, o sea, incremento de la conductibilidad eléctrica debida a la irradiación, conduce a una disminución rápida de la resistencia. El efecto fotoeléctrico, como se sabe, se produce prácticamente sin inercia (§ 68.2). En el fenómeno de la fotoconductibilidad, o efecto fotoeléctrico interno, se basan los dispositivos llamados fotorresistencias y las células fotorresistentes (con efecto fotoeléctrico interno). La exposición de un semiconductor a una luz de frecuencia suficientemente grande ocasiona el efecto fotoeléctrico externo ordinario, es decir, el desprendimiento de electrones del semiconductor.

La fotorresistencia más simple es una lámina de vidrio recubierta de una capa delgada semiconductor. A la superficie van sujetos los electrodos suministradores de la corriente. Todo esto está cubierto a su vez con barniz transparente. Es característica de las fotorresistencias la dependencia no lineal de la corriente fotoeléctrica respecto del flujo luminoso cuando las iluminaciones son grandes. Un inconveniente de las fotorresistencias es la dependencia de sus propiedades respecto de la temperatura.

Para confeccionar las fotorresistencias para la región del espectro visible se utilizan el sulfuro de cadmio y el sulfuro de talio, y para la región infrarroja, el seleniuro y el telururo de plomo.

3. Las fotorresistencias se emplean en el cine sonoro, para señalización, en televisión, automática y telemecánica, Dan la posibilidad de controlar a distancia los procesos de producción, de detectar automáticamente las alteraciones de la marcha normal de un proceso y de parar el proceso en estos casos. Al infringirse la marcha del proceso varía el flujo de luz que incide sobre la célula fotoeléctrica y se origina una corriente que desconecta todo el proceso.

Las fotorresistencias se utilizan para clasificar por dimensiones y color artículos producidos en gran escala. En este caso un haz de luz incide sobre la célula fotoeléctrica después de reflejarse en uno de los objetos a clasificar que continuamente se suministran al transportador. El color de la pieza o sus dimensiones determinan el flujo luminoso que incide sobre la célula fotoeléctrica y, por lo tanto, la corriente fotoeléctrica. Se puede hacer de modo que, en dependencia de la intensidad de la corriente, la pieza sea empujada desde el transportador a una u otra caja.

4. Un ejemplo prácticamente importante de utilización de la fotoconductibilidad son las células fotoeléctricas rectificadoras con capa de barrera. La fig. 78.5 representa esquemáticamente una célula fotoeléctrica de este tipo. Ésta consiste en dos láminas, una de metal y otra de su óxido (semiconductor), puestas en contacto directo y recubiertas por arriba con una capa transparente delgada también

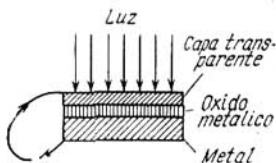


Fig. 78.5.

de metal. La capa límite entre el metal y su óxido tiene propiedad rectificadora, permite que los electrones pasen únicamente en el sentido del óxido metálico al metal (por ejemplo, del óxido cuproso al cobre). Bajo la acción de la luz surge un flujo de electrones que sólo van del semiconductor al metal. Para controlar el flujo de electrones no hace falta ninguna tensión exterior. La célula fotoeléctrica de barrera es un dispositivo que transforma la energía de la onda luminosa en energía de corriente eléctrica.

Las variaciones de la intensidad de la luz y de su coloración (variaciones de la composición espectral de la luz) se transforman en esta célula fotoeléctrica en corrientes eléctricas. La luz, a ser posible, debe actuar sobre todo el volumen de la substancia activa del dispositivo. Las células con efecto fotoeléctrico interno tienen cierta inercia. La corriente fotoeléctrica no alcanza inmediatamente el máximo cuando la célula se ilumina, ni tampoco desciende inmediatamente hasta la corriente de oscuridad cuando se apaga la luz.

5. Los dispositivos semiconductores fotoeléctricos tienen una serie de ventajas sobre las células fotoeléctricas de vacío (resistencia mecánica, funcionamiento silencioso y alta sensibilidad a distintas regiones del espectro). En estos dispositivos, que por su estructura pertenecen a los diodos semiconductores del tipo $p-n$, la luz se utiliza como elemento de control. Estos dispositivos se suelen llamar también fototransistores. Su acción se basa en que cuando se ilumina la unión $p-n$ aumenta la concentración de portadores de carga libres y se origina una disminución brusca de la resistencia de la unión $p-n$. Como resultado aumenta la corriente que pasa a través de dicha unión bajo la acción de cierta diferencia de potencial.

Capítulo 79

ALGUNAS PROPIEDADES ÓPTICAS DE LA SUBSTANCIA

§ 79.1. Dispersión de combinación de la luz

1. En 1927 los físicos moscovitas L. I. Mandelstam y G. S. Landsberg, estudiando la composición espectral de la luz dispersa por cristales de cuarzo, descubrieron

por primera vez que, además de la frecuencia ν_0 igual a la frecuencia de la luz que incide sobre el cristal, en la luz dispersa existe una serie de otras frecuencias, menores y mayores que ν_0 . A este fenómeno se le dio el nombre de *dispersión de combinación de la luz*. Este fenómeno fue descubierto al mismo tiempo por los científicos indios C. V. Raman y K. S. Krishnan al estudiar la dispersión de la luz por los líquidos. Raman publicó su trabajo en la revista «Nature» antes que Mandelstam y Landsberg, por lo que los espectros de dispersión de combinación se llaman a veces espectros de Raman.

2. En el espectro de dispersión de combinación se observan dos grupos de rayas espectrales. Las rayas de frecuencias $\nu_0 - \nu_1$, $\nu_0 - \nu_2$, etc., menores que la frecuencia de la luz incidente, se llaman *satélites rojas*. El sentido de esta denominación consiste en que estas rayas espectrales tienen longitudes de onda mayores que la longitud de onda de la luz incidente λ_0 y están desplazadas hacia la parte roja de la escala de las ondas electromagnéticas. El segundo grupo de rayas espectrales lo forman las *satélites violetas*. Estas rayas tienen las frecuencias $\nu_0 + \nu_1$, $\nu_0 + \nu_2$, etc., mayores que la frecuencia ν_0 . Sus longitudes de onda son menores que λ_0 , o sea, están desplazadas hacia la parte violeta del espectro, respecto de λ_0 .

Se ha establecido que todas las frecuencias ν_1 , ν_2 , etc., son independientes de la frecuencia ν_0 de la luz incidente y son características de la sustancia que dispersa la luz. Las experiencias han demostrado que las satélites violetas tienen menor intensidad que las rojas. Además, al aumentar la temperatura crece la intensidad de las satélites violetas, mientras que en las satélites rojas no se observa esto, es decir, su intensidad no depende prácticamente de la temperatura.

La física cuántica de los átomos y moléculas y las representaciones cuánticas sobre la naturaleza de la luz han permitido explicar fácilmente el fenómeno de la dispersión de combinación de la luz*).

3. Supongamos que sobre una sustancia incide un fotón de energía $h\nu_0$, siendo ν_0 la frecuencia de la luz. Las moléculas de la sustancia, como sabemos (§ 74.4), se pueden encontrar en distintos niveles energéticos de vibra-

*) También existe la teoría clásica de este fenómeno.

ción. Sean las energías de estos niveles iguales respectivamente a \mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 , etc., siendo $\mathcal{E}_1 < \mathcal{E}_2$ y así sucesivamente. El nivel \mathcal{E}_1 es el fundamental, no excitado; $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$ es la diferencia de energía entre los niveles de vibración más próximos. El fotón incidente puede transmitir a la molécula que se encuentra en el nivel \mathcal{E}_1 la energía $\Delta\mathcal{E}$ necesaria para que pase al nivel excitado de energía \mathcal{E}_2 . Al mismo tiempo el fotón de energía $h\nu_0$ es absorbido y en vez de él surge un nuevo fotón con menor energía:

$$h\nu = h\nu_0 - \Delta\mathcal{E}. \quad (79.1)$$

En la luz dispersada por la substancia aparece la frecuencia ν ,

$$\nu = \nu_0 - \Delta\mathcal{E}/h = \nu_0 - \nu_1, \text{ donde } \nu_1 = \Delta\mathcal{E}/h. \quad (79.2)$$

La frecuencia ν será una de las satélites rojas.

La molécula se puede hacer pasar a niveles de vibración más altos, de energías \mathcal{E}_3 , \mathcal{E}_4 , etc. La energía necesaria para esto se toma de la luz incidente. Esto hace que surjan otras satélites rojas de la dispersión de combinación de la luz.

4. Para poder comprender la posibilidad de que aparezcan las satélites violetas de la dispersión de combinación hay que recordar que las moléculas de la substancia pueden encontrarse durante un corto período de tiempo en estados excitados (§ 72.8). Supongamos que una molécula se encuentra en uno de los estados de vibración excitados, en el nivel de energía \mathcal{E}_2 o en otro cualquiera. Bajo la acción de un cuanto de energía $h\nu_0$ la molécula puede pasar al estado de vibración normal, de energía \mathcal{E}_1 . Al mismo tiempo la energía inicial del cuanto aumenta en la magnitud $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$ y se hace igual a

$$h\nu = h\nu_0 + \Delta\mathcal{E}. \quad (79.3)$$

Análogamente al mecanismo de aparición de las satélites rojas, en este caso desaparece el fotón de energía $h\nu_0$ y se genera un nuevo fotón $h\nu$ con mayor energía. En la luz dispersa aparece la frecuencia correspondiente a una de las satélites violetas:

$$\nu = \nu_0 + \Delta\mathcal{E}/h. \quad (79.4)$$

A las transiciones al estado normal desde estados más excitados \mathcal{E}_3 , \mathcal{E}_4 , etc., corresponderán otras frecuencias de las satélites violetas.

Advertimos que el desplazamiento, respecto de la frecuencia ν_0 de la luz incidente, tanto de las satélites rojas como de las violetas está determinado por las frecuencias de las transiciones entre los niveles de energía vibracionales de la molécula. Esto significa que, por lo general, el desplazamiento de las frecuencias de las satélites en la dispersión de combinación de la luz coincide con las frecuencias de las vibraciones de las moléculas que se hallan en la parte infrarroja del espectro.

5. En el estado energético de vibración normal, de energía \mathcal{E}_1 , siempre hay más moléculas que en los estados excitados. Por eso la dispersión del cuanto $h\nu_0$, que conlleva el paso de las moléculas a estados excitados, es más probable que la dispersión en las moléculas excitadas seguida del paso hacia abajo, al estado normal. Esto quiere decir, que la intensidad de las satélites rojas debe ser mayor que la de las violetas. Cuando la sustancia se calienta aumenta el número de moléculas que se hallan en los estados de energía superiores, excitados. Por consiguiente, crecerá también el número de transiciones hacia abajo, al estado de energía normal. En otras palabras, con el aumento de la temperatura aumentará la intensidad de las satélites violetas. Pero el número de moléculas que se encuentran en el estado energético de vibración normal varía poco con el calentamiento. Por eso, cuando aumenta la temperatura, la intensidad de las satélites rojas se conserva prácticamente invariable.

6. La dispersión de combinación de la luz se utiliza mucho para el estudio de las frecuencias de las oscilaciones naturales (propias) en las moléculas poliatómicas complejas. Esto da la posibilidad de estudiar la composición y la estructura de dichas moléculas. El fenómeno de la dispersión de combinación de la luz se emplea para el análisis espectral cuantitativo de los compuestos orgánicos complejos y sus mezclas.

§ 79.2. Luminiscencia

1. En el cap. 67 se estudió la radiación térmica que existe en los cuerpos calientes. Además de la radiación térmica hay otro tipo de radiación, conocida con el nombre de *luminiscencia* (del latín *luminis*, luz). En dependencia de la causa que motiva la luminiscencia, se distinguen: la cátodoluminiscencia, la electroluminiscencia, la fotolu-

miniscencia, la quimioluminiscencia y otras. En la catodoluminiscencia la luminosidad es producida por el bombardeo de una sustancia con electrones u otras partículas con carga. La electroluminiscencia se produce haciendo pasar a través de una sustancia una corriente eléctrica o por la acción de un campo eléctrico. La fuente de la fotoluminiscencia es la exposición de una sustancia a la luz visible, a los rayos X o a los rayos gamma (§ 81.10). Algunas reacciones químicas en una sustancia originan la quimioluminiscencia.

2. La causa de todos los fenómenos de luminiscencia es el paso de partículas de la sustancia luminiscente a un estado excitado. Esta transición se efectúa a expensas de la energía proporcionada por la fuente que provoca la luminiscencia. Los centros luminógenos en los sólidos son los átomos, los iones o los grupos de iones que se encuentran cerca de un defecto de la red cristalina. La regularidad de la estructura de la red puede ser alterada por la introducción de un activador, es decir, un átomo de sustancia extraña, o por la formación de lagunas o sitios vacantes. El paso de un centro luminógeno excitado al estado normal o a otro menos excitado va acompañado de la emisión de luz. En esto consiste la luminiscencia de la sustancia.

En dependencia del tiempo durante el cual los centros luminógenos se encuentran en estado excitado, la luminiscencia puede tener distinta duración.

3. Por lo general las partículas de la sustancia se encuentran en estado excitado $\approx 10^{-8}$ s (§ 72.8). Esta duración del estado excitado es característica de la luminiscencia denominada *fluorescencia* (de *fluorita*, mineral en que se observó por primera vez este fenómeno, y *fluorita*, del latín *fluor*, *fluir*). Para ella el tiempo característico de desexcitación de los centros luminógenos es del orden de 10^{-8} — 10^{-9} s. La fluorescencia se observa cuando se exponen a la luz ciertos líquidos y gases. Por ejemplo, el queroseno bajo la acción de la luz diurna da una débil fotoluminiscencia azulina. Las soluciones de muchos colorantes sometidas a la acción de la luz ultravioleta creada por una lámpara de vapor de mercurio, empiezan a emitir luz visible.

A veces el estado excitado de los centros luminógenos se conserva durante bastante tiempo: desde 10^{-4} s hasta varios minutos. Respectivamente aumenta la duración de la luminiscencia. La luminiscencia que se conserva durante

mucho tiempo después de cesar la acción excitatriz, se llama *fosforescencia* (del griego φωζ, luz, y φερω, llevar). La fosforescencia se observa en algunos sólidos, por ejemplo, en el polvo cristalino de sulfuro de zinc. Si con este polvo se recubre la superficie de un cartón, se obtiene una pantalla fosforescente que conserva su luminosidad durante varios minutos después de cesar la acción de la fuente excitatriz de la luminiscencia.

Conviene indicar que la división del fenómeno de la luminiscencia en fluorescencia y fosforescencia es en cierta medida convencional. Es imposible establecer un límite exacto entre la duración de ambos tipos de luminiscencia.

4. La fotoluminiscencia, por lo general, la excitan los rayos ultravioletas o los de las partes próximas a ellos de los espectros de las ondas electromagnéticas. G. G. Stokes estableció experimentalmente que *la substancia emite, por lo general, luz cuya longitud de onda es mayor que la de la luz que excita el fenómeno de la fotoluminiscencia (regla de Stokes)*. En la óptica cuántica la regla de Stokes tiene una explicación sencilla basada en la ley de conservación de la energía. En efecto, si sobre la substancia incide luz de frecuencia ν , sus fotones portan la energía $h\nu$. Se produce la absorción del fotón con energía $h\nu$ y la aparición de un nuevo fotón de radiación luminiscente cuya energía $h\nu_{lum}$ es menor. La diferencia entre las energías de estos dos fotones se invierte en diversos procesos no ópticos. Si ν_{lum} es la frecuencia de la radiación luminiscente intrínseca de la substancia misma, por la ley de conservación de la energía

$$h\nu = h\nu_{lum} + \Delta\mathcal{E}, \text{ o } \nu = \nu_{lum} + \Delta\mathcal{E}/h, \quad (79.5)$$

donde $\Delta\mathcal{E}$ es la parte de la energía del fotón que se gasta en los procesos de carácter no óptico. Por lo general, $\Delta\mathcal{E} > 0$ y $\nu > \nu_{lum}$, es decir, $\lambda_{lum} > \lambda$. Esta es la regla de Stokes.

A veces se infringe la regla de Stokes y la longitud de onda de la luminiscencia es menor que la de la radiación excitatriz (luminiscencia anti-Stokes). Esto ocurre en el caso en que la energía del movimiento térmico de las partículas de la substancia se transforma en radiación. Entonces a la energía del fotón de la luz excitatriz $h\nu$ se suma cierta energía $\Delta\mathcal{E}_1$ a expensas de la energía interna de la substancia y el fotón de la radiación luminiscente tendrá más energía: $h\nu_{lum} = h\nu + \Delta\mathcal{E}_1$, en este caso $\lambda_{lum} < \lambda$. Aquí también desaparece el fotón de la luz excitatriz con energía

$h\nu$ y se genera un fotón de radiación luminiscente cuya energía $h\nu_{lum}$ es mayor.

5. Para la aplicación práctica del fenómeno de la luminiscencia tiene gran importancia la valoración de la parte de la energía de la luz excitatriz que se transforma en radiación intrínseca de la substancia. Este problema fue estudiado por S. I. Vavílov. La razón de la energía emitida durante la fotoluminiscencia a la energía de la luz excitatriz absorbida, se llama *rendimiento energético de la fotoluminiscencia*. Como demostró S. I. Vavílov, el rendimiento

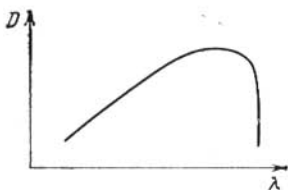


Fig. 79.1.

energético de la fotoluminiscencia D depende de la longitud de onda λ de la luz excitatriz (fig. 79.1).

La ley de Vavílov se puede explicar si se introduce el concepto de *rendimiento cuántico de la fotoluminiscencia*. Se da este nombre a la razón del número de fotones de radiación luminiscente al número de fotones de la luz excitatriz

correspondiente a una determinada reserva de energía de la fuente. Cuando aumenta la longitud de onda de la luz que excita la fotoluminiscencia, o sea, cuando disminuye su frecuencia, aumenta el número de fotones correspondiente a la reserva de energía dada de la fuente de fotoluminiscencia. Pero cada fotón puede hacer que aparezca un cuanto de energía $h\nu_{lum}$. Por eso el rendimiento energético de la luminiscencia crece al aumentar la longitud de onda. Con cierta longitud de onda se produce un descenso brusco del rendimiento de la fotoluminiscencia. Esto se explica porque, con dicha longitud de onda, los cuantos con energía $h\nu$ ya no pueden excitar los centros luminógenos.

6. La radiación luminiscente sirve de base al *análisis por luminiscencia*, cualitativo y cuantitativo, de la composición de las substancias luminiscentes. Por la intensidad de las rayas espectrales de luminiscencia se determinan con gran sensibilidad impurezas insignificantes, del orden de 10^{-11} g en 1 g de la substancia analizada. El análisis por luminiscencia se utiliza mucho en diversas ramas de la industria, en medicina, biología y otras.

7. En el fenómeno de la luminiscencia se basa la creación de *fuentes de luz* por luminiscencia. Las lámparas de incandescencia ordinarias tienen poca eficacia luminosa, 12—20 lm/W; solamente un porcentaje pequeño de la energía invertida corresponde a la radiación de luz en la región visible del espectro. Las fuentes de la luz luminiscente son muy económicas, no requieren calentamiento y dan luz en una región espectral estrecha. Por ejemplo, en las lámparas de vapor de sodio, este último emite luz bajo la influencia de una descarga eléctrica (§ 48.6). La eficacia luminosa de estas lámparas es del orden de 60 lm/W y dan luz amarilla próxima a la raya amarilla del sodio $\lambda \approx 589$ nm. Esto corresponde al máximo de sensibilidad del ojo humano.

También se emplean mucho las *lámparas de vapor de mercurio* de distinta estructura. Una luz, que por su composición se aproxima a la diurna, dan las lámparas de vapor de mercurio a baja presión en forma de tubos con la superficie interna recubierta de sustancias luminiscentes (luminóforos). El vapor de mercurio de estas lámparas da rayos ultravioletas que son absorbidos por los luminóforos. La radiación luminiscente de estos últimos tiene una composición espectral parecida a la de la luz del día. Las lámparas de *luz solar* se utilizan mucho para el alumbrado de calles, en la industria y en usos corrientes.

§ 79.3. Absorción negativa de la luz

1. A mediados de los años cincuenta comenzó el desarrollo impetuoso de la electrónica cuántica. En 1954 aparecieron en la URSS los trabajos de N. G. Bázov y A. M. Prójorov en que se describía el generador cuántico de ondas radioeléctricas ultracortas en la gama centimétrica llamado *máser*. El término «máser» está formado por las siglas de una de las denominaciones inglesas de este dispositivo: microwave amplification by stimulated emission of radiation (amplificación de microondas mediante emisión estimulada de radiación). Los generadores y amplificadores de luz en la región visible e infrarroja próxima aparecieron en 1960 y se llaman *generadores ópticos cuánticos* (GOC). También se les da el nombre de *generadores de luz coherente* (GLC). En la actualidad se conocen con la denominación abreviada

de *láser*, sigla inglesa por: light amplification by stimulated emission of radiation.

Estos dos tipos de dispositivos funcionan basándose en el efecto de radiación forzada (inducida o estimulada), del que ya se habló en el § 72.9. Allí se indicó que este efecto era resultado de la interacción de una onda electromagnética con los átomos de la substancia a través de la cual pasa dicha onda. Como el comportamiento de los átomos se describe por medio de las leyes cuánticas, en los nombres de ambos dispositivos figura la palabra «cuántico»: generador cuántico y amplificador cuántico.

2. En el § 72.9 se estudió la radiación inducida (estimulada) y se aclaró que esta radiación puede conducir a la absorción negativa de la luz. Como estos fenómenos sirven de base a los GOC, vamos a volver a tratar de ellos y a estudiarlos un poco más detalladamente.

Se llama activo (o amplificador) el medio en el cual aumenta la intensidad del rayo de luz que lo atraviesa. La posibilidad de que exista tal medio se deduce del fenómeno de la radiación forzada, investigado por Einstein. Para comprender lo que sigue es necesario estudiar más detenidamente las propiedades de la radiación estimulada.

Einstein demostró que la emisión estimulada, por sus características, debe ser totalmente *idéntica* a la radiación que al pasar por la substancia provoca la radiación inducida. El nuevo fotón, que aparece como resultado de que un átomo (o molécula) de la substancia pasa desde un estado de energía superior a otro inferior por la acción de la luz, tiene la misma energía y sigue rigurosamente la misma dirección que el fotón que estimuló su aparición.

En el léxico ondulatorio, el efecto de la radiación forzada se reduce a aumentar la amplitud de la onda que pasa, sin que varíen su frecuencia, la dirección en que se propaga, su fase ni su polarización. En otras palabras, *la radiación forzada es rigurosamente coherente con la radiación estimulante.*

3. La radiación inducida amplifica la luz que pasa a través del medio. No obstante, debe tenerse en cuenta que además de la radiación inducida se produce el proceso de absorción de la luz. Como resultado de la absorción del fotón por el átomo que se encuentra en el nivel de energía \mathcal{E}_1 , este fotón desaparece y el átomo pasa al nivel de energía \mathcal{E}_2 (fig. 79.2, *a*). Este proceso hace que disminuya la potencia de la luz que pasa por el medio. Por lo tanto, se

producen dos procesos que compiten entre sí. Como resultado de los actos de radiación forzada un fotón de energía $h\nu$ hace que un átomo pase del nivel \mathcal{E}_2 al nivel \mathcal{E}_1 y en vez de un fotón, siguen adelante dos fotones (fig. 72, b). Los actos de absorción, en cambio, hacen que disminuya el número de fotones que pasan a través del medio. El efecto amplificador del medio viene determinado por el proceso que predomina. Si predominan los actos de absorción de

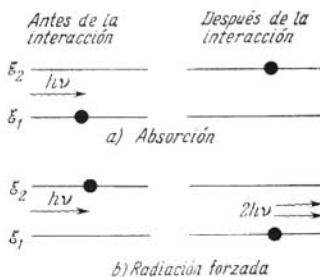


Fig. 79.2.

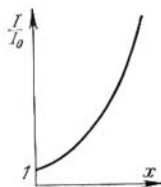


Fig. 79.3.

fotones, el medio no será amplificador, sino atenuador de la luz que pasa por él. Pero si el papel fundamental lo desempeñan los actos de radiación forzada, el medio amplificará la luz.

La absorción de la luz por la substancia se subordina a la ley de Bouguer (§ 55.4):

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (79.6)$$

en la que α es el coeficiente positivo de absorción; x , el espesor de la capa absorbente; I_0 , la intensidad de la luz que penetra en el medio, e I , la intensidad de la luz que sale de la capa de espesor x . V. A. Fabrikant fue el primero que estudió las peculiaridades de un medio con absorción negativa de la luz (§ 72.9). Él demostró que para este medio la ley (79.6) tiene la misma forma, pero el coeficiente de absorción es una magnitud *negativa*, que corresponde no a la atenuación de la luz, sino a su amplificación a medida que pasa por la substancia. Por esto se explica que estos medios sean llamados a veces medios con índice de absorción negativo. La fórmula (79.6) con $\alpha < 0$ indica que a medida

que aumenta el espesor de la capa del medio amplificador, crece rápidamente la intensidad de la luz (fig. 79.3). Esto significa que en dicho medio tiene lugar un incremento en avalancha del número de fotones a expensas del predominio de los actos de radiación forzada. Los dos fotones que se originan en un acto de radiación inducida (fig. 79.2, b), al encontrarse con dos átomos que estén en un nivel excitado, los «derriban», debido a lo que, en adelante serán ya cuatro los fotones iguales lanzados y así sucesivamente (fig. 79.4). Desde el punto de vista ondulatorio, la amplitud de la onda

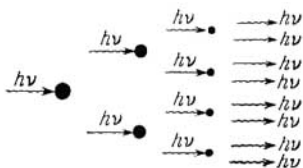


Fig. 79.4.

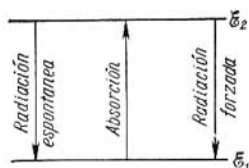


Fig. 79.5.

electromagnética y su cuadrado, proporcional a la intensidad de la luz, aumentan a expensas de la energía que se obtiene de los átomos excitados.

5. Valoremos el coeficiente de absorción α de un medio, sin suponer especialmente que sea amplificador. El coeficiente de absorción α en las condiciones en que la radiación espontánea carece de importancia, debe determinarse por dos procesos antagónicos, la absorción y la radiación inducida.

Examinemos dos niveles de energía 1 y 2 de los átomos (o moléculas) de un medio, entre los que, según Einstein, son posibles tres tipos de procesos ópticos: la radiación espontánea, la absorción y la radiación forzada (estimulada) (fig. 79.5). Supongamos para simplificar que los procesos de radiación espontánea, en los cuales los átomos excitados pasan espontáneamente al estado normal, se pueden despreciar. Más adelante explicaremos en qué condiciones es posible esto. El número de actos de absorción de fotones es proporcional al número de átomos N_1 que, en la unidad de volumen, se hallan en el nivel de energía inferior \mathcal{E}_1 . El número de actos de radiación inducida es proporcional a la concentración de átomos N_2 que hay en el nivel de

energía superior \mathcal{E}_2 (véase el § 72.9, p. 4). El coeficiente de proporcionalidad, como se demuestra rigurosamente, es el mismo en ambos casos. El coeficiente de absorción α , en la fórmula (79.6), es proporcional a la diferencia entre el número de actos de absorción y de radiación forzada:

$$\alpha = k (N_1 - N_2), \quad (79.7)$$

donde $k > 0$ es el factor de proporcionalidad.

§ 79.4. Generadores ópticos cuánticos

1. Por lo general, en el estado de equilibrio termodinámico de un sistema, el número de átomos N_2 que hay en el nivel excitado 2 es menor que el número de átomos N_1 que hay en el nivel más bajo 1, es decir, $N_2/N_1 < 1$. Por eso, en estado de equilibrio, $\alpha > 0$. Esto quiere decir que el número de actos de absorción ordinaria (positiva) es mayor que el número de transiciones acompañadas de absorción negativa, o sea, de radiación inducida. Pero de (79.7) se sigue que pueden existir medios en los cuales el coeficiente de absorción α sea *negativo* ($\alpha < 0$). Para obtener un medio con absorción negativa hay que crear un estado *de desequilibrio*, del sistema en el cual el número de átomos N_2 que haya en el nivel excitado sea mayor que el de átomos N_1 que estén en estado normal, es decir, $N_2/N_1 > 1$. Estos estados se llaman *inversos*. El sentido de este término consiste en que en este estado de desequilibrio existe una distribución «inversa» de los átomos por los estados de energía: en el nivel superior es mayor la concentración de átomos que en el inferior.

2. El proceso mediante el cual se consigue que pase un medio al estado inverso se llama *bombeo* o *excitación* del medio amplificador. El procedimiento más natural se nos figura que es el bombeo óptico del medio, con el cual los átomos se hacen pasar del nivel inferior 1 al nivel superior excitado 2 por irradiación con luz de frecuencia ν tal, que $h\nu = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$. Si el medio amplificador es gaseoso, el paso de los átomos al nivel de energía superior se puede conseguir por medio de las colisiones inelásticas de los átomos con los electrones de una descarga en el gas (bombeo eléctrico). Pero dichos métodos de hacer pasar los átomos del nivel inferior al superior no conducen a la inversión de la densidad de átomos en dichos niveles. En virtud de la

radiación espontánea de los átomos, que se encuentran en los niveles excitados durante muy poco tiempo (§ 72.8), así como debido a los choques de los átomos con los electrones, en los cuales los átomos excitados ceden a los electrones su energía y pasan al nivel inferior, la densidad de átomos en los niveles superiores será menor que en los inferiores. Este resultado general muestra que la utilización de los niveles 1 y 2 no es eficaz para conseguir la inversión de la densidad de átomos.

La esencia del método propuesto por V. A. Fabrikant (§ 72.9) consiste en que valiéndose de impurezas moleculares especiales se destruyen algunos niveles energéticos inferiores y de este modo se consigue una mayor densidad de átomos en los niveles de energía superiores, en comparación con los inferiores. En el máser creado por N. G. Básov y A. M. Prórorov, e, independientemente de ellos, por C. H. Townes, las moléculas que se encuentran en el nivel de energía inferior se eliminan por medio de un campo eléctrico no homogéneo especial. Otro método de obtener la densidad de átomos inversa es utilizar una radiación secundaria que crea una concentración excesiva, en comparación con la de equilibrio, de átomos (u otras partículas) en los niveles de energía superiores.

3. En la práctica la inversión de la densidad de partículas en los niveles se efectúa en los generadores ópticos cuánticos según el esquema de tres niveles propuesto por N. G. Básov y A. M. Prórorov en 1955.

Uno de los primeros generadores de luz coherente que funcionaron según el esquema de tres niveles, con un sólido en calidad de medio activo o amplificador, fue creado en 1960. El medio amplificador era un cristal de rubí cuya composición química era óxido de aluminio (Al_2O_3) con impurezas de óxido de cromo (Cr_2O_3) en cantidad del 0,03 al 0,05%. En la red cristalina del óxido de aluminio, una parte determinada de átomos Al había sido sustituida por iones Cr^{3+} . La substancia activa en que se efectuaban las transiciones estimuladas eran los iones de cromo (Cr^{3+}) que había en el rubí. El esquema energético de los niveles del Cr^{3+} (fig. 79.6) tiene, como más próximas al nivel fundamental *C*, dos bandas de energía anchas *A* y un nivel doble *B*, a las transiciones desde el cual al nivel fundamental *C* corresponden las longitudes de onda de la luz roja 692,7 y 694,3 nm. Es esencial que existen los tres niveles *A*, *B* y *C*.

Si el rubí se irradia intensamente con la luz verde de una potente lámpara de destellos llena de neón y criptón (lámpara de bombeo), se produce el paso de los iones de cromo a los niveles de una banda ancha *A*, desde donde lo más probable es su transición sin radiación al nivel doble *B*, cediendo el exceso de energía a la red cristalina del rubí. De este modo se pueden crear las condiciones con las cuales la densidad de iones en el doble nivel *B* será mayor que su densidad en el nivel fundamental *C*. Por consiguiente los niveles *B* y *C* tendrán invertidas las densidades. Esto da la posibilidad de tener un generador óptico para las rayas de 692,7 y 694,3 nm.

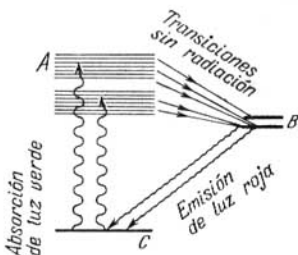


Fig. 79.6

La inversión de los niveles *B* y *C* hace que sea pequeña la probabilidad de las transiciones espontáneas de los iones de cromo del nivel *B* al *C*.

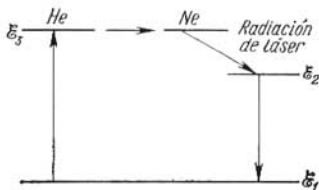


Fig. 79.7.

En uno de los GOC de gas sirve de medio amplificador el plasma de descarga de alta frecuencia obtenido en una mezcla de helio y neón. A expensas de las colisiones con los electrones, los átomos de helio pasan al estado excitado E_3 . Al chocar los átomos excitados de helio con los átomos de neón, estos últimos también se excitan y pasan a uno de los niveles superiores del neón, situados cerca del correspondiente nivel del helio. La transición de los átomos de neón desde este nivel a uno de los niveles inferiores E_2 va acompañada de radiación. En la fig. 79.7 se representa simplificada el diagrama energético de los tres niveles de este láser.

El incremento en avalancha de la intensidad de la luz

en el medio amplificador, activo, significa que dicho medio actúa como amplificador de las ondas electromagnéticas. El principio en que se basa esta amplificación fue formulado en 1951 por V. A. Fabrikant, M. M. Vudinski y F. A. Buáeva.

4. El efecto de amplificación de la luz basado en las transiciones inducidas se puede aumentar haciendo que la



Fig. 79.8.

luz que se amplifica pase muchas veces a través de una misma capa del medio «amplificador». Por ejemplo, esto se puede conseguir colocando la capa del medio con absorción negativa (una cubeta con gas o un cristal) entre dos

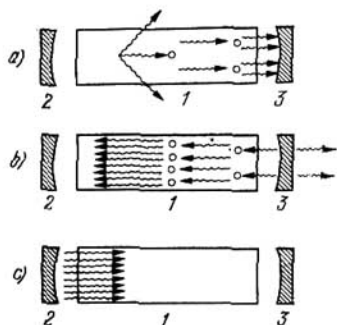


Fig. 79.9.

espejos, suficientemente planos, paralelos entre sí. Estos espejos también suelen hacerse cóncavos. El esquema teórico de este GOC se representa en la fig. 79.8. Todo fotón que surge en el medio activo a expensas de la emisión espontánea de los átomos del medio excitados por el bombeo, sirve de «cebo» para el proceso de generación de la luz.

Examinemos un fotón que se mueva paralelamente al eje de la cubeta o del cristal. Este fotón genera una avalancha de fotones lanzados en su misma dirección (fig. 79.9, a). Parte de esta avalancha saldrá al exterior a través del espejo semitransparente 3 y otra parte se reflejará en él y se incrementará en el medio activo 1 (fig. 79.9, b). Cuando la avalancha de fotones llega al espejo reflector 2, parcialmente es absorbida, pero después de reflejarse en este

espejo, el flujo amplificado de fotones vuelve a moverse en el mismo sentido que el fotón «cebadador» inicial (fig. 79.9, c). De este modo, con ayuda de los espejos se realiza en el GOC la reacción positiva necesaria en todo generador para asegurar el régimen de generación (§ 52.1). El flujo de fotones, amplificado muchas veces, que sale a través del espejo semitransparente, crea un haz rigurosamente paralelo de rayos de luz de enorme brillantez.

5. Para que en un GOC aumente la avalancha de fotones (autoexcitación del generador) es necesario que la amplificación que se consigue durante el recorrido de los fotones entre dos reflexiones consecutivas en el espejo 2 compense, por lo menos, las pérdidas de fotones que se producen al reflejarse éstos en los espejos. Como medida cuantitativa de la amplificación de la luz en el GOC durante el recorrido L de los fotones, se puede elegir la magnitud $K = I/I_0 = e^{\beta L}$ (*). Aquí L es la longitud del medio activo entre los espejos. Entre dos reflexiones los fotones recorren el camino $2L$, por eso la amplificación viene determinada por la magnitud $e^{2\beta L}$. Para tener en cuenta las pérdidas de fotones en los espejos, designamos por medio de r_1 y r_3 los coeficientes de reflexión de la luz en los espejos 2 y 3 (fig. 79.9). Las pérdidas totales de los fotones que se reflejan sucesivamente en ambos espejos son proporcionales al producto $r_2 r_3$. Teniendo en cuenta estas pérdidas, la amplificación en el GOC se puede escribir, de la forma más general, así:

$$K' = I/I_0 = r_2 r_3 e^{2\beta L}. \quad (79.8)$$

De la fórmula (79.8) se puede deducir la condición con la cual las pérdidas en los espejos se compensan con la amplificación de la luz en el medio y por lo tanto, $I = I_0$, o sea, $K' = 1$:

$$r_2 r_3 e^{2\beta L} = 1. \quad (79.9)$$

Tomando logaritmos de la condición (79.9) obtenemos la magnitud del coeficiente de absorción negativa β en el láser:

$$\beta = -\frac{1}{2L} \ln(r_2 r_3). \quad (79.10)$$

La fórmula (79.10) se utiliza para determinar la potencia mínima (umbral) de bombeo necesaria para amplificar la

*) En la fórmula (79.6) se supone que $\beta = -\alpha$.

luz en el generador. Es evidente que si se aumenta la potencia de bombeo de modo que los procesos de generación de la luz superen las pérdidas en los espejos, en el GOC crecerá la avalancha de fotones y la brillantez del rayo que sale del generador aumentará. Pero en un GOC no es posible aumentar la amplificación de la luz indefinidamente. A medida que crece la amplificación aumenta también la emisión espontánea de los átomos que se encuentran en los «niveles energéticos de trabajo» superiores del generador. Esto hace que disminuya la inversión de la densidad de partículas en los niveles de energía superiores y que disminuya el número de transiciones inducidas, por lo que la amplificación disminuye y se retarda el crecimiento de la avalancha de fotones. Este fenómeno se llama *saturación* del generador óptico cuántico.

6. Hasta ahora, al analizar las condiciones de amplificación de la luz en el GOC no hemos tenido en cuenta que la emisión inducida en el generador es coherente con la radiación inicial de «cebado». Las propiedades ondulatorias de la luz conducen a ciertas condiciones adicionales para las cuales se efectúa el régimen de generación. En el léxico ondulatorio el proceso de amplificación de la luz en el GOC significa un crecimiento continuo e importante de la amplitud de la onda luminosa. Pero para esto es necesario que la onda, al retornar a un punto determinado del medio activo después de reflejarse en los espejos, esté en dicho punto en la misma fase que la onda primitiva, cualquiera que sea el número de reflexiones en los espejos. Esto impone cierta condición a la dependencia entre la longitud de onda λ y la longitud L del medio activo. La longitud del camino recorrido por la onda entre dos reflexiones debe ser igual a un número entero de longitudes de onda:

$$2L = n\lambda, \text{ ó } L = n \frac{\lambda}{2}, \text{ donde } n = 1, 2, \dots \quad (79.11)$$

Entonces, al sumarse la amplitud de la onda primaria y las de todas las ondas secundarias, aumentará bruscamente la amplitud de la onda resultante. Si se cumple la condición (79.11), las ondas que después de cada reflexión salen a través del espejo 3 (fig. 79.9) serán coherentes entre sí. La diferencia de fase de dos ondas salidas sucesivamente será $\Delta\varphi = 2\pi \frac{2L}{\lambda}$ y viene determinada por la diferencia del

recorrido óptico $2L$ (§ 57.5). Los rayos que se escapan del GOC son resultado de las interferencias de muchas ondas coherentes cuya diferencia de fase es múltiplo de 2π . Esto asegura la máxima amplitud resultante y la máxima intensidad de la luz obtenida en el láser. Como sabemos (§§ 57.6 y 61.7), cuando interfieren muchas ondas coherentes, los máximos de intensidad de interferencia son muy estrechos y agudos. Si la condición (79.11) se infringe, las ondas dejan de ser coherentes y su interferencia resulta ser imposible.

7. La ecuación (79.11) es la condición de fase, cuyo cumplimiento es tan necesario para el proceso de generación de la luz en el GOC como el cumplimiento de la condición de compensación de las pérdidas (79.9). De la ecuación (79.11) se deduce que si el espacio entre los dos espejos del GOC se considera como un resonador especular, en la longitud L del resonador debe haber cierto número entero n de semiondas estacionarias (§ 57.2). Por lo tanto, la ecuación (79.11) es a la vez la condición de resonancia entre la onda electromagnética y el resonador especular.

De la ecuación (79.11) se pueden deducir las frecuencias que se generan en el GOC. Aplicando la relación entre la frecuencia y la longitud de onda $\lambda = c/v$ y sustituyendo en (79.11), se obtiene

$$v_n = nc/2L. \quad (79.12)$$

A cada valor de n le corresponde una determinada frecuencia v_n . Además, las frecuencias generadas por el GOC deben satisfacer al mismo tiempo la regla de las frecuencias de Bohr (§ 71.4), que relaciona la frecuencia con la diferencia entre los niveles de energía de los átomos en el medio activo del generador. La necesidad de que se cumplan simultáneamente la ecuación (79.12) y la condición de las frecuencias de Bohr, a primera vista, complica mucho la creación práctica del GOC. En efecto, esto impone unas condiciones de exactitud muy elevadas al prefijar la distancia L , para que se conserve la coherencia de las ondas interferentes. Sin embargo, en realidad la situación no es tan desesperada. El problema se simplifica porque la regla de las frecuencias de Bohr se cumple con la exactitud de hasta la anchura finita de los niveles de energía del átomo (§ 72.8), y también porque existe una serie de causas de

ensanchar las rayas espectrales, en primer lugar a expensas del efecto Doppler.

8. Aquí no podemos entrar en un estudio detallado del problema de la anchura de las rayas espectrales emitidas por el GOC. Pero se puede mostrar que el espectro radiado por el GOC consta de una serie de rayas muy estrechas cuyas frecuencias, como se ve por (79.12), se encuentran unas de otras a la distancia $\Delta\nu = c/2L$. Para el láser de gas, si $L = 10^2$ cm, $\Delta\nu$ es igual a 150 MHz. Es interesante que la anchura de las rayas espectrales procedentes del GOC de gas es mucho menor que la anchura natural de la raya espectral relacionada con el tiempo finito de vida de los átomos en estado excitado (§ 72.8).

La creación de los láseres ha permitido adelantar mucho en la solución del problema de obtener luz rigurosamente monocromática. El alto grado de monocromaticidad de la luz que se consigue en los láseres significa que la duración del tren de ondas ininterrumpido que emite el GOC es mucho mayor que la ordinaria en óptica (en varios órdenes). Por consiguiente, la extensión espacial o longitud del tren de ondas emitido por el láser también es mucho mayor que la longitud del tren en la óptica ordinaria. Esta última circunstancia elimina la limitación que generalmente se impone en la óptica cuando se hacen experimentos de interferencia, es decir, la condición de que la diferencia de camino óptico de los rayos sea pequeña. Con el rayo láser se pueden hacer experimentos de interferencia con enormes diferencias de camino óptico, del orden de decenas de metros y aún mayores.

9. Una de las excelentes peculiaridades de los rayos que se obtienen en el GOC es su aguda directividad, o sea, la pequeña divergencia angular del haz de rayos. Esto se debe al mecanismo de los procesos de emisión inducida que sirven de base a la acción de los láseres. Es el hecho que el fotón «cebador», necesario para la generación de la luz en el láser, debe ser lanzado paralelamente al eje del resonador. Un fotón lanzado «de costado», es decir, formando ángulo con el eje del resonador, crea una avalancha de electrones que después de reflejarse un número pequeño de veces se sale del medio activo y no participa más en el proceso de amplificación (fig. 79.9, a). En la generación y amplificación de la luz sólo participan los fotones lanzados paralelamente al eje del resonador. Por eso el rayo que

sale del generador tiene una aguda directividad. Pero las propiedades ondulatorias de la luz no permiten obtener un ángulo de divergencia de los rayos nulo. El fenómeno de la difracción de la luz (§ 62.4) determina el límite angular inferior θ_{mfn} de la divergencia de los rayos del GOC. El ángulo de divergencia de estos rayos no puede ser menor que el ángulo de difracción en una pantalla circular de diámetro D :

$$\theta_{\text{mfn}} \geq \lambda/D, \quad (79.13)$$

aquí D es el diámetro del espejo del generador óptico cuántico. θ_{mfn} tiene un orden de magnitud de 10^{-5} — 10^{-6} radianes. En los láseres de gas, la divergencia angular de los rayos alcanza esta magnitud.

10. En virtud de su alta coherencia y aguda directividad, los rayos de GOC se pueden utilizar muy eficazmente como medios de comunicación y localización, para obtener temperaturas muy altas en volúmenes pequeños, etc. Con anchura de la banda de radiación de 0,1 nm y longitud de onda de 1 μm se puede, teóricamente, efectuar la transmisión de 10 000 radiogramas. Valiéndose de los GOC modernos se pueden establecer comunicaciones a enormes distancias, de orden astronómico. Con la radiación de GOC se pueden practicar orificios pequeñísimos en los cuerpos más duros, como por ejemplo, en el diamante, y soldar piezas minúsculas. Los rayos láser se emplean también en cirugía para curar la exfoliación de la retina del ojo. El rayo de láser actúa como si «soldara» la retina exfoliada al tejido del fondo del ojo.

Las características de los GOC modernos distan aún mucho de las de principio posibles. Por ejemplo, teóricamente es posible obtener haces luminosos a cuya potencia le corresponderán presiones de la luz del orden de millones de atmósferas (10^2 GPa). Todo esto ofrece perspectivas inmensas a la utilización de los amplificadores cuánticos y los generadores de luz coherente.