

BM YAVORSKI, A.A. PINSKI

**FUNDAMENTOS
DE
FÍSICA**

I



Б. М. ЯВОРСКИЙ, А. А. ПИНСКИЙ

**ОСНОВЫ
ФИЗИКИ**

том I

МЕХАНИКА
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

МОСКВА «НАУКА»

B. M. YAVORSKI, A. A. PINSKI

**FUNDAMENTOS
DE
FÍSICA**

I

MECÁNICA
FÍSICA MOLECULAR
ELECTRODINÁMICA

Traducido al español
por el ingeniero
Antonio Ballesteros Elías

EDITORIAL MIR
MOSCÚ

Impreso en la URSS

На испанском языке

© Издательство «Наука». 1981

© Traducción al español. Editorial Mir. 1983

Tercera parte

TEORÍA CINÉTICO-MOLECULAR DE UN GAS

Capítulo 25

MOVIMIENTO MOLECULAR

§ 25.1. Cómo fue medida la velocidad de movimiento de las moléculas

1. Como sabemos, todos los cuerpos constan de moléculas y átomos, que se encuentran en permanente movimiento caótico. ¿Cómo determinar la velocidad de movimiento de las moléculas?

Fue Stern quien en 1920 realizó por primera vez semejante experimento. En el futuro, el método del "haz molecular", propuesto por él lo emplearon diferentes científicos, que crearon instalaciones más perfectas. Examinemos la idea del experimento realizado por Lammert en 1929.

2. El aparato (fig. 25.1) consta del recipiente 1 de gruesas paredes, al que se une el "horno molecular" 2, es decir, un recipiente en el que se evapora mercurio (u otro cualquier metal líquido). Los vapores de mercurio pasan por el sistema de diafragmas 3, a causa de lo cual se crea un haz molecular bastante estrecho. Con el motor 6 se ponen en accionamiento dos discos 4 y 5 con finas rendijas (fig. 25.2) giradas una respecto de la otra a cierto ángulo φ . El haz molecular, después de pasar por las rendijas en los dos discos, llega a la trampa 7, refrigerada por nitrógeno líquido. Las moléculas se sedimentan en las paredes del blanco 8, formando en él un sedimento visible.

Mediante la bomba 9, en la instalación se mantiene alto vacío para evitar la colisión de los átomos de mercurio con las moléculas de aire.

3. Está claro, que si los discos están inmóviles, el haz molecular no llegará al blanco. Pero si ponemos los discos

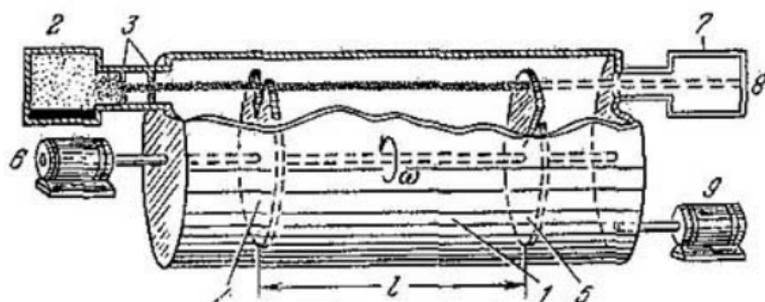


Fig. 25.1.

en rotación, las moléculas que tienen determinada velocidad, podrán pasar por las rendijas del segundo disco. Esto se producirá en aquel caso, cuando durante el tiempo que las moléculas consumen para pasar el espacio entre los dos discos, el segundo de éstos gira, precisamente, al ángulo φ , de forma que la rendija resulta encontrarse en el camino del haz molecular.

Si los discos giran a una velocidad angular $\omega = 2\pi n$ (donde n es su frecuencia de rotación), el ángulo $\varphi = \omega t = 2\pi nt$. Pero $t = l/v$, donde v es la velocidad de las moléculas. De aquí, $\varphi = 2\pi nl/v$, o bien

$$v = 2\pi nl/\varphi. \quad (25.1)$$

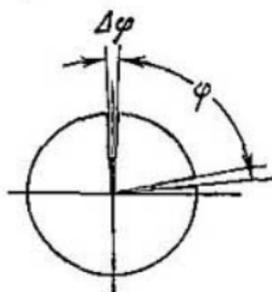


Fig. 25.2.

Conociendo el ángulo entre las rendijas, la distancia entre los discos y su frecuencia de rotación, puede ser calculada la velocidad de las moléculas.

Por ejemplo, si $l = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}$, $\varphi = 24^\circ = 24\pi/180$ rad y $n = 3000 \text{ rpm} = 50 \text{ rps}$, la velocidad de las moléculas

$$v = \frac{2\pi \cdot 50 \cdot 0,4 \cdot 180}{24\pi} = 300 \text{ m/s}.$$

4. Notemos, que a causa de la anchura finita de las rendijas, la velocidad no se mide con precisión, sino que con cierto error. En efecto, sea que la molécula vuela por el borde izquierdo de la rendija del primer disco. Por la rendija del segundo disco puede pasar tanto por el borde izquierdo, como por el derecho. Pero en el primer caso, el sistema gira al ángulo φ , mientras que en el segundo, a $\varphi_1 = \varphi + \Delta\varphi$. Correspondientemente, al blanco llegarán tanto las moléculas que se mueven a la velocidad v (pasarán por el borde izquierdo), como las que se mueven a menor velocidad $v_1 = 2\pi nl/\varphi_1$ (que pasarán por el borde derecho de la rendija). Al medir la velocidad, el error será igual

$$\Delta v = v - v_1 = \frac{2\pi nl}{\varphi} - \frac{2\pi nl}{\varphi + \Delta\varphi} = \frac{2\pi nl \Delta\varphi}{\varphi(\varphi + \Delta\varphi)} = \frac{v\Delta\varphi}{\varphi + \Delta\varphi}. \quad (25.2)$$

En nuestro caso concreto, que hemos calculado más arriba, para $\Delta\varphi = 2^\circ$, tenemos

$$\Delta v = 300 \cdot 2/26 = 23 \text{ m/s.}$$

Así, pues, en el experimento dado sólo podemos afirmar que la velocidad de las moléculas se encuentra dentro de los límites de 300 y 277 m/s.

Claro está, que este error puede ser reducido, si las rendijas se hacen más estrechas. Sin embargo, en principio es imposible liquidar por completo la dispersión de las velocidades, ya que no se pueden hacer las rendijas de una anchura infinitamente estrecha.

§ 25.2. Distribución de las moléculas por las velocidades

1. Si todas las moléculas estuvieran en movimiento a las mismas velocidades, con ángulo prefijado entre las rendijas y la distancia preestablecida entre los discos, todas las moléculas llegarían a la trampa sólo con una determinada frecuencia de rotación del disco. En tal caso, a una velocidad idónea de rotación, el blanco se cubriría con rapidez de una capa de moléculas, mientras que a otras velocidades las moléculas no llegarían a él. En realidad, los resultados del experimento resultaron ser otros por completo. Ante todo, las moléculas penetraban a la trampa a diversas velocidades de rotación, lo que significa que en el haz hay moléculas con distintas velocidades. En efecto, de (25.1) sigue que las mo-

lécúlas que se mueven a grandes velocidades, llegarán a la trampa a mayores velocidades de rotación de los discos, por lo contrario, las moléculas más lentas llegarán a la trampa a menores velocidades de rotación. Más adelante resultó, que para obtener un sedimento de igual grosor a diferentes velocidades de rotación es preciso un intervalo de tiempo distinto. Por su lado, esto indica que en el haz la parte de moléculas rápidas y lentas es diferente.

2. En el experimento que describimos, lo más difícil es determinar el número de moléculas que se mueven a una u otra velocidad. Para vencer esta dificultad fue hallada una original salida. La práctica ha mostrado que un sedimento visible se obtiene con un bien determinado número de moléculas condensadas. Mientras mayor es el número de moléculas en el haz, menor cantidad de tiempo se requiere para obtener un sedimento visible, es decir, $N_1/N_2 =$

t_2/t_1 . De esta forma, en el experimento dado puede ser definido el número relativo de moléculas, cuya velocidad se halla en el intervalo de v a $v + \Delta v$, es decir, el número $\Delta N/(N\Delta v)$.

Los resultados de uno de los experimentos se aducen en la tabla 25.1 y en la fig. 25.3. Las mediciones fueron realizadas con las moléculas de cierta sustancia a determinada temperatura en el "horno molecular".

3. De los resultados del experimento se desprende que hay cierta velocidad a la que se mueve la mayoría de las moléculas; en nuestro caso se halla en los márgenes de 270—300 m/s. Esta velocidad recibe el nombre de *la más probable*. Designémosla por u .

La mayoría de las moléculas se mueve a velocidades próximas a la más probable; hay muy pocas moléculas cuyas

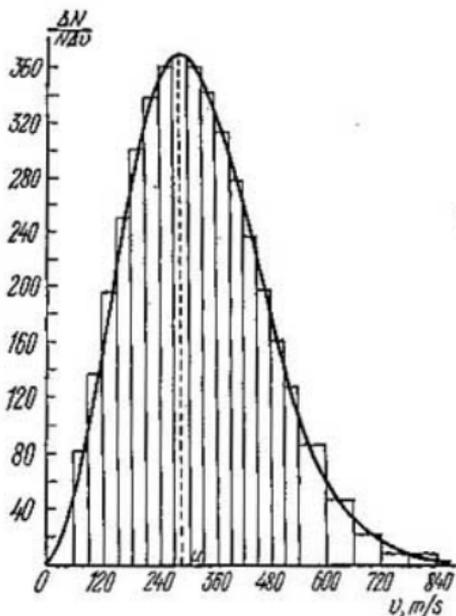


Fig. 25.3.

Tabla 25.1

| Intervalo de velocidades, m/s | Número relativo de moléculas, $\Delta N/(N\Delta v)$ | Intervalo de velocidades, m/s | Número relativo de moléculas, $\Delta N/(N\Delta v)$ |
|-------------------------------|--|-------------------------------|--|
| 60—90 | 82 | 360—390 | 313 |
| 90—120 | 137 | 390—420 | 278 |
| 120—150 | 195 | 420—450 | 237 |
| 150—180 | 251 | 450—480 | 198 |
| 180—210 | 300 | 480—510 | 161 |
| 210—240 | 338 | 510—540 | 127 |
| 240—270 | 362 | 540—600 | 86 |
| 270—300 | 368 | 600—660 | 46 |
| 300—330 | 361 | 660—720 | 22 |
| 330—360 | 342 | 720—840 | 9 |

velocidades sean mucho mayores o mucho menores que la más probable.

La distribución de las moléculas por las velocidades, obtenida de modo experimental, concuerda correctamente con la distribución teórica que fue obtenida ya en 1860 por Maxwell, que aplicó las leyes de la teoría de probabilidad al movimiento térmico, caótico. La ley obtenida fue denominada *distribución de las moléculas por las velocidades de Maxwell*. La buena coincidencia de la ley teórica con los datos experimentales, es una perfecta confirmación de que nuestras representaciones acerca del carácter del movimiento molecular en los gases son correctas.

4. Tanto mediante un experimento, como con ayuda de la distribución de las moléculas por velocidades de Maxwell, puede ser calculada la velocidad más probable de movimiento de las moléculas de un gas. Resulta, que ésta depende de la temperatura del gas y de la masa de sus moléculas.

Por ejemplo, a temperaturas de 0°C y 100°C, la velocidad más probable de las moléculas de hidrógeno es igual, respectivamente, a 1510 y 1765 m/s. A esas mismas condiciones, la velocidad más probable de las moléculas de oxígeno es igual a 378 y 442 m/s, o sea, 4 veces menor, mientras que la velocidad de las moléculas de los vapores de mercurio, 151 y 176,5 m/s, es decir, 10 veces menor que la velocidad de las moléculas de hidrógeno.

Como es sabido, la masa de una molécula de hidrógeno es 16 veces menor que la de una molécula de oxígeno y 100

veces menor que la masa de un átomo de mercurio (la molécula de mercurio consta de un sólo átomo, mientras que las moléculas de hidrógeno y oxígeno son biatómicas). Por lo tanto, del experimento se desprende que a la temperatura prefijada de los gases, las velocidades más probables de sus moléculas son razón inversa de las raíces cuadradas de sus masas:

$$u_1/u_2 = \sqrt{m_2/m_1}. \quad (25.3)$$

De aquí podemos obtener

$$m_1 u_1^2/2 = m_2 u_2^2/2. \quad (25.4)$$

Así pues, *la energía cinética media de las moléculas no depende de la naturaleza del gas y sólo depende de su temperatura.*

§ 25.3. Longitud del recorrido libre de una molécula

1. Como a la temperatura ambiente la velocidad de las moléculas de un gas constituye varias centenas de metros por segundo, a primera vista no queda claro por qué en los gases la difusión transcurre con relativa lentitud. Por ejemplo, en una habitación el olor se propaga de un extremo de ésta a otro en un intervalo de tiempo igual a decenas de segundos y no en centésimas de segundo, como al parecer deberíamos de esperar. La causa radica en que las moléculas chocan entre sí con mucha frecuencia, por lo que su trayectoria no es una línea recta, sino que una quebrada muy complicada.

Podemos obtener una representación del carácter de dicha trayectoria si con un microscopio observamos el movimiento de una partícula browniana. En 1827, Brown, mediante una potente lupa, observó la conducta en el agua de finísimas esporas, cuya dimensión era cerca de un micrómetro (micra). Descubrió que dichas partículas se encuentran en movimiento caótico permanente, como si ejecutaran una fantástica danza. Más adelante, fue revelado que *el movimiento browniano* es realizado por todas las partículas microscópicas tanto en los líquidos, como en los gases.

2. Según demostraron Einstein y Smolujovski en 1905, las partículas brownianas se comportan como gigantescas moléculas, cuya energía cinética media es igual a la energía cinética media de las moléculas del líquido o gas que rodean

dicha partícula. Por esta causa, el carácter del movimiento de las partículas brownianas corresponde por completo al del movimiento de las moléculas, pero con una notable diferencia: la velocidad de movimiento de las partículas es mucho menor que la velocidad de movimiento de las moléculas. En efecto, de la igualdad de los valores medios de la energía cinética de las partículas y las moléculas $\bar{K}_{\text{par}} = \bar{K}_{\text{mol}}$ se desprende que

$$M\bar{v}_{\text{par}}^2/2 = m\bar{v}_{\text{mol}}^2/2 \text{ o bien } \bar{v}_{\text{par}} = \bar{v}_{\text{mol}} \sqrt{m/M},$$

donde con una raya se designa el valor medio de la velocidad, m , la masa de la molécula, M , la masa de la partícula browniana. Esta contiene miles de millones de moléculas: $M/m \approx$

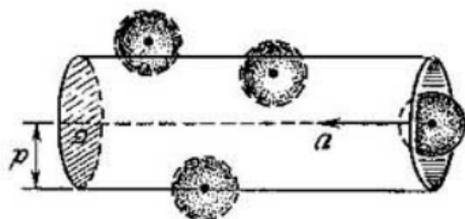


Fig. 25.4.

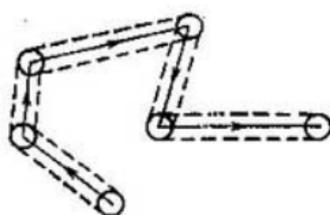


Fig. 25.5.

$\approx 10^{10}$; la velocidad de las moléculas de un gas constituye varios cientos de metros por segundo. Por lo tanto, la velocidad de las partículas brownianas es de unos milímetros por segundo, lo que es observado en la práctica.

3. Así, pues, la molécula sufre cada segundo múltiples colisiones. Probemos calcular el número de colisiones recíprocas por segundo y la longitud media del recorrido libre de una molécula.

Supongamos que al chocar entre sí las moléculas se comportan como bolitas elásticas. Además, para simplificar los cálculos, vamos a suponer que sólo una molécula se mueve, la extrema izquierda en la fig. 25.4, mientras que las demás están en reposo. Durante la colisión de las moléculas sus centros se aproximan a una distancia d , igual al diámetro de una molécula. Por esta razón, es idóneo considerar que el radio de la molécula en movimiento $r = d$, mientras que las demás moléculas son puntos materiales.

Con cada colisión, la molécula cambia la dirección de su movimiento, de modo que su trayectoria tiene la forma de

una complicada quebrada (fig. 25.5). Para comodidad de cálculo, mentalmente rectificaremos esta trayectoria, como está mostrado en la fig. 25.4. Esto no puede reflejarse en el cálculo del número de colisiones, ya que aquí la forma de la trayectoria no juega ningún papel. La molécula que consideramos realiza un recorrido $l = vt$ durante el lapso t . En el transcurso de dicho tiempo, nuestra molécula chocará con todas las demás moléculas, cuyos centros se encuentran en un cilindro, cuya generatriz $l = vt$, mientras que el área de la base σ tiene un diámetro igual al diámetro doblado de la molécula. Este área recibe el nombre de *sección eficaz de choque*.

El número de moléculas en dicho cilindro $N = n\sigma l = n\sigma vt$, donde n es la concentración de moléculas, es decir, el número de moléculas por unidad de volumen. Por segundo, la molécula sufre z choques (colisiones):

$$z = N/t = n\sigma v. \quad (25.5)$$

4. Si la molécula se moviera en el vacío, sin sufrir colisiones, pasaría por segundo una distancia, numéricamente igual a su velocidad. En realidad, la molécula sufre z choques por segundo. Por consiguiente, la longitud del recorrido libre

$$\lambda = v/z = 1/n\sigma. \quad (25.6)$$

Este cálculo es bastante aproximado, ya que durante la deducción hemos hecho una serie de suposiciones artificiales. Sin embargo, la rigurosa teoría, que toma en consideración el movimiento de todas las moléculas, nos ofrece un resultado que diverge del obtenido un 30–40%, lo que en el caso dado no es muy sustancial, ya que aquí nos interesan no los valores precisos de las magnitudes, sino sólo su orden.

5. Existen varios métodos que de modo experimental, nos permiten determinar la longitud del recorrido libre. Resulta que con la presión atmosférica normal, la longitud del recorrido libre de la molécula de un gas constituye cerca de $0,1\mu\text{m} = 10^{-7} \text{ m}$; por otro lado, la concentración de las moléculas de un gas a estas condiciones $n \approx 10^{25} \text{ m}^{-3}$. De aquí puede ser hallada la sección eficaz de choque

$$\sigma = \frac{1}{n\lambda} \approx \frac{1}{10^{-7} \cdot 10^{25}} = 10^{-18} \text{ m}^2.$$

Como $\sigma = n d^2$, donde d es el diámetro eficaz de la molécula,

$$d = \sqrt{\sigma/\pi} \approx 10^{-9} \text{ m.}$$

Por su orden, el resultado obtenido concuerda bien con los valores numéricos de las dimensiones de las moléculas, que se obtienen por otros procedimientos.

§ 25.4. Difusión

1. Denominamos *difusión* el proceso de nivelación de la concentración de dos sustancias al mezclarse éstas entre sí. La difusión transcurre tanto en los gases, como en los líquidos y sólidos.

El siguiente experimento nos permite observar la difusión en los gases. Un cilindro de acero con gruesas paredes

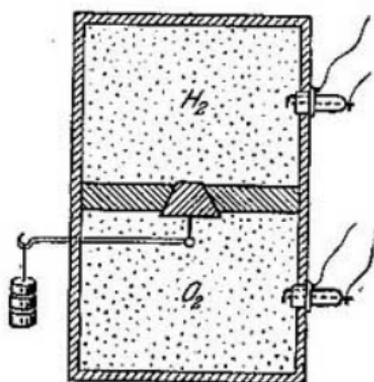


Fig. 25.6.

se divide en dos partes por medio de un tabique en el que hay una válvula (fig. 25.6). La parte inferior del cilindro se llena de oxígeno, la superior de hidrógeno. En las paredes laterales hay bujías de encendido, entre cuyos electrodos puede crearse una chispa. Al comenzar el experimento, la chispa no produce una explosión, ya que el oxígeno está separado del hidrógeno. Si abrimos la válvula, después de cierto intervalo de tiempo, los gases se mezclan y la chispa

provoca la explosión de la mezcla creada, es decir, del grisú. Notemos que durante la difusión, el oxígeno, que es más pesado, asciende, mientras que el hidrógeno, 16 veces más ligero que el oxígeno, desciende. Por consiguiente, los gases se desplazaran a pesar de la acción del campo de la fuerza de gravedad.

Como es natural, este fenómeno se explica de acuerdo con la teoría cinético-molecular. La cuestión radica en que al moverse de forma caótica y chocando entre sí, las moléculas de los gases se mezclan. Gradualmente, surge una mezcla de los dos gases con igual concentración de los dos tipos de moléculas.

2. Señalemos, que gracias a la difusión, la atmósfera que nos rodea (por lo menos su capa interior —la troposfera) es una mezcla homogénea de nitrógeno, oxígeno, dióxido de carbono, con una pequeña cantidad de gases inertes y vapores de agua. Si no hubiera difusión se produciría la división en capas de la atmósfera bajo la acción del campo de la fuerza de gravedad: abajo estaría una capa del dióxido de carbono, él más pesado, sobre éste el oxígeno y, aún más arriba, el nitrógeno y los gases inertes.

3. Como al crecer la temperatura aumentan las velocidades de movimiento de las moléculas, al mismo tiempo se acelera el proceso de difusión, lo que se observa en la práctica. Todos sabemos, que en el agua caliente la sal o el azúcar se diluyen con mucha mayor rapidez que en la fría, lo que significa la aceleración del proceso de difusión con el crecimiento de la temperatura. Fenómenos análogos también observamos tanto en los gases, como en los sólidos.

§ 25.5. Ley de la difusión

1. Tratemos de aclarar con mayor profundidad el mecanismo de la difusión en los gases y, simultáneamente, determinar de qué depende la masa de la materia que se transporta durante la difusión. Para facilitar los razonamientos, examinemos el proceso de *autodifusión*, es decir, aquel caso cuando el recipiente está relleno de un solo gas, pero en diversas partes de éste la concentración de las moléculas es diferente.

Sea, por ejemplo, el recipiente un tubo en cuya parte izquierda se mantiene una concentración excesiva, mientras que en la derecha, cierto enrarecimiento (fig. 25.7). Por la dirección del eje de abscisas, la concentración de las moléculas n y la densidad del gas, proporcional a ella, $\rho = m_0 n$, disminuyen. Destaquemos mentalmente en el tubo un área S y calculemos la masa Δm de la materia que se transporta por la unidad de área en el transcurso de la unidad de tiempo, o sea, la magnitud $\Delta m / (S \Delta t)$.

2. Por el plano sólo pueden pasar aquellas moléculas distanciadas de él a una distancia que no supere la longitud del recorrido libre, es decir, las moléculas que se encuentran en las capas 1 y 2 de la fig. 25.7. Pero como las moléculas se mueven de forma absolutamente caótica y todas las direcciones en el espacio son para ellas iguales, *en término medio*, por la dirección prefijada sólo se moverá una sexta parte de

todas las moléculas: $N/6$ a lo largo de la dirección positiva del eje de abscisas, $N/6$, a lo largo de su dirección negativa, etc.

En el volumen 1 hay $N_1 = n_1 S \lambda$ moléculas; de ellas, por la superficie S pasará una sexta parte, o sea, $N_1/6 = 1/6 n_1 S \lambda$. De igual modo, del volumen 2 por la superficie S pasará $N_2/6 = 1/6 n_2 S \lambda$ moléculas. Como resultado, por la super-

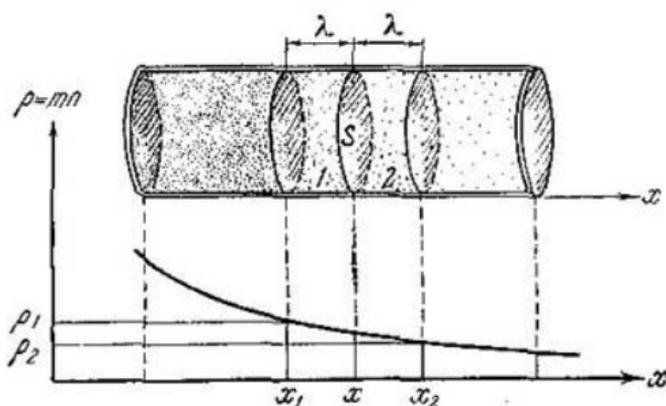


Fig. 25.7.

ficie, durante un tiempo Δt , difundirá una cantidad de moléculas igual a $\Delta N = 1/6 S \lambda (n_1 - n_2)$. Multiplicando los dos miembros de la igualdad por la masa de una molécula m_0 y teniendo en cuenta que $m_0 \Delta N = \Delta m$ y $m_0 (n_1 - n_2) = m_0 n_1 - m_0 n_2 = \rho_1 - \rho_2 = -\Delta \rho$, obtenemos

$$\Delta m = -\frac{1}{6} S \lambda \Delta \rho. \quad (25.7)$$

3. Transformemos esta igualdad en cierto grado. La magnitud $\frac{\Delta \rho}{\Delta x} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{x_2 - x_1}$, que caracteriza la velocidad de variación de la densidad del gas a lo largo del eje de abscisas, recibe el nombre de *gradiente de densidad*. La fracción $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2\lambda}{\Delta t} = 2v$ es igual a la velocidad media duplicada de movimiento de las moléculas. Teniendo esto en cuenta, reescribimos (25.7) de la siguiente forma:

$$\Delta m = -\frac{1}{6} S \lambda \Delta \rho = -\frac{1}{6} S \lambda \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \frac{\Delta x}{\Delta t} \Delta t = -\frac{1}{3} \lambda v \frac{\Delta \rho}{\Delta x} S \Delta t.$$

De aquí, la masa de la sustancia que se transporta a causa de la difusión, se expresa así:

$$\Delta m = -\frac{1}{3} \lambda v \frac{\Delta \rho}{\Delta x} S \Delta t, \quad (25.8)$$

o bien,

$$\Delta m = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} S \Delta t, \quad (25.9)$$

es decir, la masa de la sustancia transportada por difusión es proporcional al gradiente de velocidad, al área de la sección del tubo y al tiempo. Esta es la ley de la difusión.

4. El coeficiente

$$D = \frac{1}{3} \lambda v \quad (25.10)$$

se denomina *coeficiente de difusión*. Conociendo el coeficiente de difusión y la velocidad media de movimiento de las moléculas, puede ser también calculada la longitud del recorrido libre de la molécula.

§ 25.6. Separación de las mezclas de gases

1. Fenómenos bastante interesantes pueden ser observados durante la difusión de los gases a través de un tabique poroso. Para estudiar este fenómeno realicemos el siguiente experimento (fig. 25.8). Un recipiente poroso de arcilla no cocida se une mediante un tubo de goma con un manómetro de agua. Cubramos el recipiente con un vaso picudo (cubilete) e introduzcamos en este último hidrógeno, es decir, un gas cuyas moléculas son de masa mucho menor que la de las moléculas de nitrógeno u oxígeno, de las que consta el aire. Veremos que el nivel del líquido en el manómetro se desplaza y muestra que la presión dentro del recipiente poroso es mayor que la atmosférica.

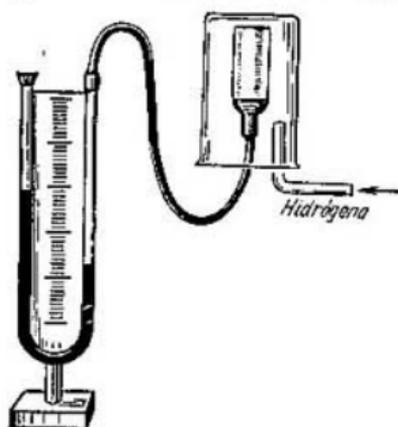


Fig. 25.8.

Este fenómeno puede ser explicado del modo siguiente. A través de las paredes del recipiente difunden tanto el aire, como el hidrógeno. El primero sale del recipiente, mientras que el segundo, entra. No obstante, la velocidad de difusión de cada uno de ellos es diferente. Como la masa de una molécula de hidrógeno es, aproximadamente, 16 veces menor que la masa de la molécula de oxígeno y 14 veces menor que la de nitrógeno, la velocidad de movimiento de las moléculas y, en correspondencia su coeficiente de difusión, es alrededor de 4 veces mayor que el coeficiente de difusión

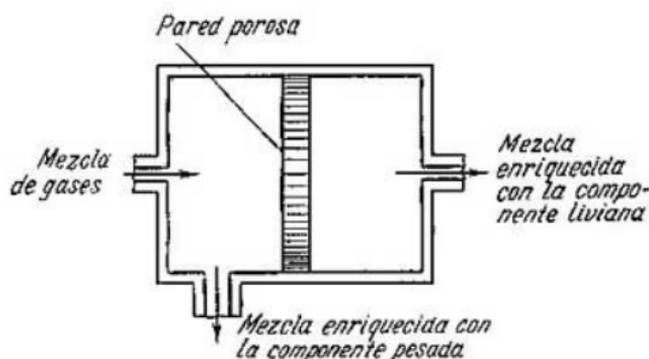


Fig. 25.9.

del aire. Como resultado, en el recipiente poroso penetra una cantidad mucho mayor de hidrógeno que la del aire que sale, por lo que la presión dentro de este recipiente crece.

Partiendo de dichas consideraciones, podemos adivinar que si el recipiente poroso se sumerge en un gas más pesado, por ejemplo en dióxido de carbono, la velocidad de difusión del aire del recipiente será considerablemente mayor que la velocidad de difusión del dióxido de carbono al recipiente poroso. Por este motivo, la presión del gas dentro de éste será menor que la atmosférica, lo que veremos gracias al manómetro. El experimento confirma esta suposición.

2. El fenómeno descrito puede utilizarse para separar las mezclas gaseosas. Imaginémonos un recipiente dividido por la mitad con un tabique poroso (fig. 25.9). A la mitad izquierda del recipiente se bombea una mezcla gaseosa compuesta de dos componentes. Como la componente ligera

difunde con mayor rapidez que la pesada por el tabique poroso, a la salida del aparato obtendremos nuevas mezclas gaseosas, de las cuales una está enriquecida con la componente ligera y la segunda, con la más pesada. Haciendo pasar la mezcla que nos interesa por una gran cantidad de cámaras, podemos conseguir, prácticamente, la separación total de una componente de la otra.

3. Casi todos los elementos químicos son una mezcla de *isótopos*, es decir, de átomos de propiedades químicas absolutamente iguales, pero que difieren por su masa atómica.

Por ejemplo, el hidrógeno consta del 99,985 % de un isótopo ligero (protio) y del 0,015 % de un isótopo pesado (deuterio); las masas de sus átomos se relacionan como 1 : 2 (con más precisión—1,008142:2,014735). De forma artificial podemos obtener un isótopo ultrapesado de hidrógeno (tricio), con una masa del átomo, aproximadamente, 3 veces mayor de la del protio. El uranio natural consta, en lo fundamental, de dos isótopos con masas de los átomos que se relacionan, aproximadamente, como 235 : 238; el isótopo ligero constituye el 0,715 %, el pesado, 99,28 % de toda la masa de uranio. El restante 0,005 % está constituido por otros isótopos.

La separación de los isótopos por métodos químicos es imposible, ya que sus propiedades químicas son absolutamente iguales. Por esta razón, para su separación hay que hacer uso de fenómenos físicos, cuyo transcurso depende de la masa de los átomos.

El método de difusión, descrito más arriba, es uno de los más importantes procedimientos de separación de los isótopos.

Por ejemplo, para algunos tipos de reactores nucleares, es necesario uranio enriquecido, con un contenido hasta del 80 % del isótopo ligero. Para su producción utilizase un gas: hexafluoruro de uranio (UF_6), que mediante bombas se hace pasar por un sistema de varios centenares, e incluso miles, de cámaras de difusión (en función del grado necesario de enriquecimiento). Como resultado, la instalación para la separación por difusión de los isótopos de uranio es una maquinaria de enormes dimensiones y de muy alto precio.

GASES IDEALES O PERFECTOS

§ 26.1. Presión de los gases

1. La experiencia muestra que un gas que ocupa cierto recipiente presiona contra sus paredes. De acuerdo con la teoría cinético-molecular semejante fenómeno es explicado del modo siguiente. Al moverse de forma absolutamente caótica, las moléculas chocan contra las paredes del recipiente. La cantidad de movimiento sumaria que las moléculas transmiten por unidad de tiempo a la unidad de área es, precisamente, la presión que crea el gas.

Para calcular la presión hagamos uso de la fórmula (17.17), con la que se describe la presión de un flujo de partículas que chocan elásticamente con la pared (§ 17.5):

$$p = 2nm_0v^2, \quad (26.1)$$

donde n es la concentración de las partículas. Sin embargo, en esta expresión debemos introducir dos correcciones. En el § 17.5 considerábamos un flujo de partículas, en el que éstas se movían en una misma dirección, a igual velocidad. Las moléculas de un gas ideal están en movimiento caótico en las más diversas direcciones, mientras que la velocidad de las moléculas, según la distribución de Maxwell, es diferente. Por esta causa, en lugar del cuadrado de la velocidad, en la fórmula (26.1) hay que introducir *el valor medio de cuadrado de la velocidad*:

$$\langle v^2 \rangle = \overline{v^2} = \frac{1}{N} (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2).$$

La raíz cuadrada del valor medio de la segunda potencia de la velocidad $\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ recibe el nombre de *velocidad media cuadrática*.

Como es lógico, en (26.1) hay que poner, en lugar de la concentración n , una sexta parte de ésta, o sea, $n/6$. En efecto, a causa de completo carácter caótico del movimiento molecular y del enorme número de moléculas por unidad de volumen, podemos afirmar que en cualquier dirección se mueve una sexta parte de las moléculas.

2. De tal modo, la presión del gas es proporcional a la concentración de las moléculas y a su energía cinética media:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \bar{v}^2}{2}. \quad (26.2)$$

A la expresión (26.2) puede aducírsele otra forma, teniendo en cuenta que la concentración de las moléculas $n = N/V$, donde N es la cantidad total de moléculas en un recipiente de volumen V ; poniendo $n = N/V$ en (26.2), obtenemos

$$pV = \frac{2}{3} N \frac{m_0 \bar{v}^2}{2}. \quad (26.3)$$

3. Como muestra la práctica, la energía cinética media de las moléculas no depende del género del gas, sino que

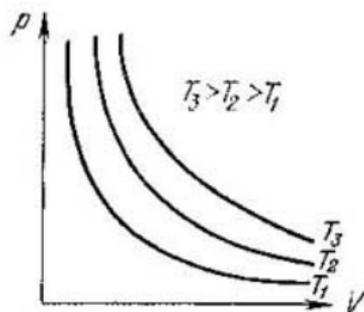


Fig. 26.1.

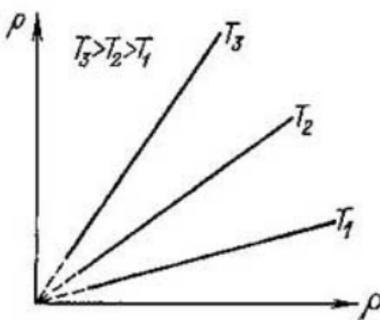


Fig. 26.2.

sólo se define por su temperatura (§ 25.2). Por lo tanto, en la transformación isotérmica (es decir, que transcurre a temperatura invariable) la energía cinética media de las moléculas es una magnitud constante. Pero con semejante condición, de (26.3) sigue que el producto de la presión del gas por su volumen también es una magnitud constante. Así, pues, hemos obtenido el siguiente resultado muy importante.

A temperatura invariable ($m_0 \bar{v}^2/2 = \text{const}$) y con masa constante del gas ($N = \text{const}$), el producto de su presión por el volumen es una magnitud constante (ley de Boyle—Mariotte),

$$pV = \text{const.}$$

4. Con frecuencia esta ley se formula del siguiente modo: *con la transformación isotérmica, la presión del gas es razón inversa de su volumen* (para la masa invariable del gas).

La gráfica de una isoterma en los ejes $p - V$ es una hipérbola (fig. 26.1). Para una misma masa de gas, diversas curvas corresponden a diferentes temperaturas.

5. El volumen es igual al cociente de la razón entre la masa y la densidad: $V = m/\rho$. Poniendo esta igualdad en (26.4) y tomando en consideración que suponemos que la masa del gas es una magnitud constante, obtenemos

$$p/\rho = \text{const.} \quad (26.5)$$

Así, pues, la ley de Boyle—Mariotte puede ser enunciada de la siguiente forma: *a temperatura constante y con una masa invariable del gas, su presión es razón directa de la densidad*.

La gráfica de esta dependencia está representada en la fig. 26.2. La inclinación de la gráfica es función de la temperatura del gas.

§ 26.2. Unidad de presión

1. En el Sistema Internacional la unidad de presión es un *pascal* (Pa). Esta es la presión, provocada por una fuerza

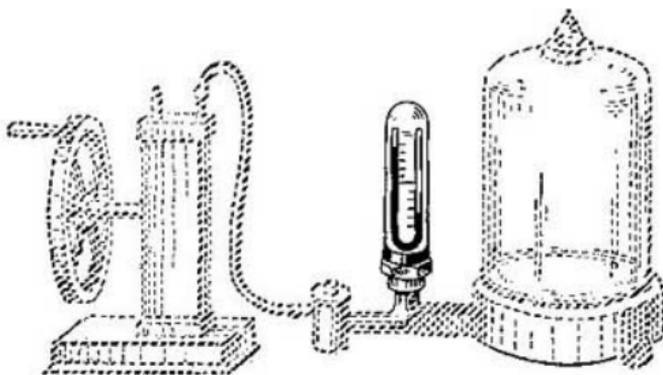


Fig. 26.3.

de 1 N, distribuida uniformemente por una superficie perpendicular a ella de 1 m² de área:

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/1 m}^2.$$

2. Es cómodo comparar la presión de un líquido o un gas con la presión de la columna vertical de cierto líquido. Por ejemplo, la presión atmosférica se mide mediante un barómetro de mercurio; el grado de enrarecimiento de una instalación de vacío (fig. 26.3), con ayuda de un manómetro.

Para calcular la presión que ejerce una columna vertical de líquido, hay que dividir su peso por el área de la base:

$$p = \frac{P}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{\rho h S g}{S} = \rho h g, \quad (26.6)$$

donde ρ es la densidad del líquido, h , la altura de la columna, g , la aceleración de caída libre.

En particular, la presión atmosférica normal es la presión del aire que se equilibra por una columna de mercurio de 760 mm de altura. Tenemos

$$p_0 = 13,595 \cdot 10^3 \cdot 0,760 \cdot 9,80665 = 101\,325 \text{ Pa} \approx 0,1 \text{ MPa}.$$

Para medir pequeñas presiones, con frecuencia se hace uso del tubo manométrico inclinado. Aquí

$$p = \rho g l \sin \alpha, \quad (26.7)$$

donde α es el ángulo entre el tubo y el plano horizontal y l , la longitud de la columna de líquido.

§ 26.3. Gas ideal o perfecto

1. La ley de Boyle—Mariotte fue comprobada mediante múltiples experimentos. Resultó, que si las presiones no sobrepasan varias decenas de atmósferas y a temperaturas relativamente altas (de un orden de la temperatura ambiente y mayores) dicha ley se cumple de forma correcta. La desviación de los resultados del experimento de los cálculos teóricos no supera el 1 . . . 3%. Sin embargo, a presiones de un orden de 5 . . . 10 MPa y mayores, los valores experimentales de los productos pV ya se diferencian considerablemente de los teóricos.

En la tabla 26.1 y en la fig. 26.4 se aducen ciertos datos de la compresión de tres gases diferentes a la temperatura invariable $t_0 = 0^\circ\text{C}$, presión inicial $p_0 = 101\,325 \text{ Pa}$ e igual volumen inicial $V_0 = 22,41 \text{ m}^3$.

2. Del análisis de los resultados del experimento se deduce que a presiones que no superan varios megapascals, la

Tabla 26.1

| Oxígeno | | | Hidrógeno | | | Helio | | |
|-----------|----------------------|---------------------|-----------|----------------------|---------------------|-----------|----------------------|---------------------|
| p , MPa | V , m ³ | $\frac{pV}{p_0V_0}$ | p , MPa | V , m ³ | $\frac{pV}{p_0V_0}$ | p , MPa | V , m ³ | $\frac{pV}{p_0V_0}$ |
| 1,020 | 2,20 | 0,988 | 1,020 | 2,24 | 1,006 | 1,017 | 2,240 | 1,003 |
| 5,208 | 0,408 | 0,936 | 5,252 | 0,448 | 1,04 | 5,178 | 0,448 | 1,02 |
| 10,74 | 0,187 | 0,884 | 10,94 | 0,224 | 1,08 | 10,64 | 0,224 | 1,05 |

correlación entre la presión y el volumen del gas puede ser expresada por la ley de Boyle—Mariotte. A estas condiciones, es conveniente no tomar en consideración las insignificantes

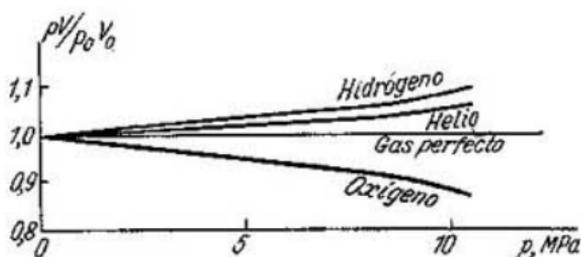


Fig. 26.4.

discrepancias entre los datos experimentales y los valores teóricos de $pV = \text{const}$ e introducir la noción de cierto *gas ideal* o *perfecto*, que sigue al pie de la letra la ley de Boyle—Mariotte.

Así, pues, recibe el nombre de *ideal* o *perfecto*, el gas en que con la transformación isotérmica la presión es con exactitud inversamente proporcional a su volumen (con la masa invariable).

El concepto de gas ideal es una idealización, del mismo modo que lo son las nociones de punto material, carga puntiforme, etc. No obstante, en una serie de casos, la utilización de tales idealizaciones es muy conveniente, ya que permite simplificar considerablemente la solución del problema sin notorio perjuicio de la precisión de su resultado.

3. Tratemos de aclarar cuál es la estructura molecular de un gas ideal. Con este objeto, comparemos la densidad de

gas con la de un líquido (o sólido) a iguales presión y temperatura.

A presión atmosférica normal y temperatura 100°C , la densidad del agua es igual a $958,4 \text{ kg/m}^3$, mientras que la del vapor de agua $0,598 \text{ kg/m}^3$, es decir, 1600 veces menor. Pero la densidad es el producto de la masa de una molécula por la concentración de éstas: $\rho = m_0 n$. Por consiguiente, en una unidad de volumen de agua hay 1600 veces mayor cantidad de moléculas que en la unidad de volumen del vapor de agua.

Como el volumen es proporcional al cubo de las dimensiones lineales, la distancia entre las moléculas de vapor es $\sqrt[3]{1600} \approx 12$ veces mayor que la distancia entre las moléculas de agua a esas mismas condiciones. Cálculos análogos para otras sustancias conducen a iguales resultados: *la distancia entre las moléculas en los gases es decenas de veces mayor que en los líquidos o sólidos* (a presiones no muy grandes).

4. Más adelante vamos a mostrar que las fuerzas moleculares varían muy rápidamente con la distancia; por ejemplo, las fuerzas de atracción molecular son razón inversa de la séptima potencia de la distancia (§ 31.4). Por lo tanto, *las fuerzas de interacción entre las moléculas en los gases* (a presiones no muy grandes) *son decenas de millones de veces menores que en los líquidos y los sólidos*. Esto quiere decir, que a estas condiciones podemos desprestigiar las fuerzas de interacción molecular.

De este modo se justifica la implícita suposición, que en realidad hicimos al deducir la fórmula (26.2), cuanto tuvimos en cuenta sólo la interacción entre las moléculas del gas y las paredes del recipiente, pero se desprestigió la interacción entre las propias moléculas. Por lo tanto, la ley de Boyle—Mariotte será realizada si en el gas no juegan un papel notorio las fuerzas de interacción molecular.

Indiquemos, que en el caso dado, tampoco se toman en consideración las dimensiones de las moléculas, ya que el volumen sumario de éstas (calculado, por ejemplo, según sus dimensiones eficaces) es mucho menor que el volumen del recipiente.

Así, pues, desde el punto de vista molecular, *un gas perfecto es un sistema de moléculas que no interaccionan entre sí y que, con la primera aproximación, se pueden tomar como puntos materiales*.

§ 26.4. Temperatura

1. El concepto de temperatura, surgió inicialmente de las sensaciones «frío» y «caliente». Pero semejante criterio es demasiado subjetivo, ya que nuestras sensaciones no sólo dependen del estado del medio, sino que también del estado de nuestro organismo. Por ejemplo, si a una misma habitación entran dos personas, una recién salida de un baño caliente, y la otra de la calle donde hiela, la primera persona tendrá frío y la segunda, calor.

Hay que hallar un criterio objetivo para caracterizar la temperatura, así como establecer un procedimiento unívoco para medir esta magnitud.

2. Desde el punto de vista de termodinámica, *la temperatura es una magnitud que caracteriza la dirección de la transmisión de calor*. En efecto, como nos muestra la práctica, la transmisión de calor siempre transcurre de tal modo que la energía, en forma de calor, solo se transmite de los cuerpos calientes a los fríos.

Para ilustrar este fenómeno examinemos el siguiente experimento. En un recipiente que contiene cierta cantidad de agua, sumerjamos un trozo de hierro caliente. Después de cierto tiempo advertiremos que la temperatura de los dos cuerpos se ha nivelado, es decir, al tocarlos, el agua y el hierro están de igual modo templados. Pero, en este caso, el hierro se enfrió y su energía interior, correspondientemente, disminuyó; por otro lado, el agua se calentó y, por consiguiente, su energía interna creció.

3. Por definición (§ 21.3), recibe el nombre de cantidad de calor la energía comunicada mediante la transmisión de calor. O sea, durante el contacto de dos cuerpos con diferentes temperaturas *la cantidad de calor se transmite del cuerpo con más alta temperatura al cuerpo con temperatura más baja*.

La igualdad de temperaturas se define por la siguiente condición: *las temperaturas de dos cuerpos son iguales si entre ellos no tiene lugar transmisión de calor*.

Esto debe tenerse en cuenta al medir la temperatura. En realidad, el termómetro siempre registra su propia temperatura; por esta razón, para medir correctamente la temperatura de cierto cuerpo, hay que poner el termómetro en contacto con él y esperar hasta que las indicaciones del termómetro sean estables. Esto significará que la transmisión de

calor entre el cuerpo y el termómetro ha cesado y la temperatura de uno y otro es igual.

4. Desde el punto de vista de las representaciones cinético-moleculares, *la temperatura es una magnitud que caracteriza la energía cinética media del movimiento de traslación de las moléculas de un gas ideal*. Semejante definición tiene sentido, ya que la experiencia muestra que a igual temperatura, las energías cinéticas medias de las moléculas de diversos gases coinciden (§ 25.2).

Tomando en consideración el sentido termodinámico de la temperatura, podemos reducir la medición de la temperatura de cualquier cuerpo a la medida de la energía cinética media de las moléculas de un gas ideal, que se encuentre en estado de equilibrio termodinámico respecto del cuerpo dado. Sin embargo, la medición de las velocidades (o energías cinéticas) de las moléculas está relacionada con considerables dificultades. Por esta causa, en la práctica medimos no la energía cinética de las moléculas, sino que otra magnitud proporcional a ella, por ejemplo, la presión del gas.

§ 26.5. Temperatura absoluta y ecuación de estado de un gas ideal

1. Definamos *la temperatura absoluta* como una magnitud física *proporcional a la energía cinética media del movimiento de traslación de las moléculas de un gas ideal*. De acuerdo con esta definición y con las leyes de la teoría molecular clásica, la dependencia entre la temperatura y la energía cinética media de las moléculas de semejante gas, tiene el aspecto

$$\bar{\epsilon}_k = \frac{3}{2} kT. \quad (26.8)$$

Donde $\bar{\epsilon}_k$ es la energía cinética media de movimiento de traslación de las moléculas, T , la temperatura absoluta y k , un coeficiente de proporcionalidad, llamado *constante de Boltzmann* (§ 26.9).

Para poder hacer uso del concepto de temperatura absoluta, formulado con anterioridad, ante todo hay que establecer el método de medición de dicha magnitud; a continuación, debe establecerse la unidad de medida y, por fin, definir el nivel nulo de la temperatura. Todo esto será realizado en los siguientes párrafos.

2. Como ya hemos mostrado, la energía cinética media de las moléculas de un gas perfecto, puede ser expresada me-

dian­te la presión del gas y la concentración de sus molé­culas (véase (26.2)):

$$\bar{\epsilon}_k = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} \frac{p}{n}. \quad (26.9)$$

De (26.8) y (26.9), sigue

$$p = nkT, \quad (24.10)$$

es decir, la presión de un gas ideal es proporcional a su temperatura absoluta y la concentración de las moléculas.

3. Teniendo en cuenta que $n = N/V$, obtenemos

$$\frac{pV}{T} = Nk = \text{const.} \quad (26.11)$$

Esta ecuación recibe el nombre de *ecuación de estado de un gas*. Se enuncia del modo siguiente:

Para la masa invariable de un gas (es decir, con número constante de moléculas N), el producto de la presión y el volumen es proporcional a su temperatura absoluta.

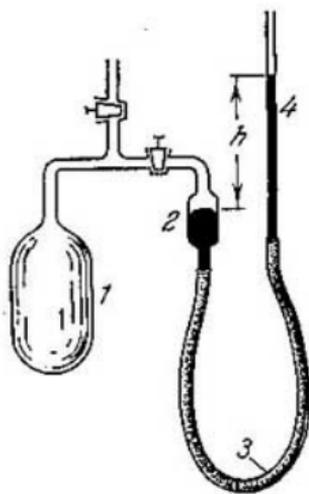


Fig. 26.5.

§ 26.6. Termómetro de gas

1. Para la medición de la temperatura absoluta se utiliza un instrumento denominado *termómetro de gas* (fig. 26.5). Éste está constituido por el recipiente 1, lleno de gas (por regla, hidrógeno); mediante el tubo 2, con el extremo ensanchado, y la manga de goma 3, el recipiente se une con el tubo manométrico 4. El recipiente lleno de hidrógeno se pone en contacto con el cuerpo, cuya temperatura se quiere medir. Subiendo o bajando el tubo manométrico, se hace llegar el nivel en el ensanchamiento 2 hasta la marca prefijada, de forma que la medición de la presión transcurre a volumen invariable.

2. La temperatura de dos cuerpos se nivela del modo siguiente. Primeramente creamos el equilibrio termodinámico del termómetro de gas con el primer cuerpo y, a continuación, con el segundo, midiendo cada vez la presión

según la altura de la columna de mercurio. Después, basándonos en la ecuación de estado de un gas (26.11), a condición de la constancia del volumen del gas, llegamos a la conclusión de que

$$T_1/T_2 = p_1/p_2. \quad (26.12)$$

Es decir, la medición de la temperatura se reduce a medir la presión del gas.

Como es natural, en la práctica la temperatura no se mide con termómetros de gas, sino que con otros instrumentos, o sea, con termómetros de mercurio o de alcohol, de resistencia o con termopares, etc. No obstante, todos estos instrumentos se gradúan por medio del termómetro de gas que, por lo tanto, sirve de instrumento-patrón.

3. No es casual que como cuerpo termométrico se haya elegido el hidrógeno y no otro cualquier gas. Resulta que las indicaciones del termómetro de hidrógeno son de mayor precisión que las del termómetro de gas, cuyo recipiente esté lleno de otro gas cualquiera. Dichas indicaciones son las más próximas a las que ofrecería un termómetro relleno de gas ideal.

Tabla 26.2

| Gas | $\delta = \Delta p/p_{\text{Ind}}$ |
|-----------|------------------------------------|
| Oxígeno | 0,00073 |
| Hidrógeno | 0,00012 |
| Helio | 0,00018 |

En la tabla 26.2. se aducen los errores que proporcionan los termómetros de gas al medir la temperatura del agua en ebullición. El error relativo

$$\delta = \frac{\Delta p}{p_{\text{Ind}}} = \frac{p - p_{\text{Ind}}}{p_{\text{Ind}}},$$

donde p_{Ind} son las indicaciones del termómetro de gas ideal, p , las indicaciones del termómetro de gas relleno del gas correspondiente. Vemos que estas discrepancias son muy pequeñas y constituyen centésimas de tanto por ciento. Con esto, las indicaciones del termómetro de hidrógeno son una vez y media más precisas que las del de helio y seis veces de mayor exactitud que al rellenar el recipiente con oxígeno (o aire).

§ 26.7. Temperatura absoluta y temperatura según la escala de Celsius

1. Por unidad de temperatura absoluta se toma un *Kelvin* (K), que en el SI se define como 1/273,16 parte de la temperatura termodinámica del punto triple del agua (§ 36.6). En la práctica se emplea como unidad de temperatura un *grado de Celsius* (°C). El grado de Celsius y el Kelvin son iguales:

$$1^{\circ}\text{C} = 1\text{K} = (T_{\text{eb}} - T_{\text{fus}})/100. \quad (26.13)$$

Con anterioridad, el grado Celsius era determinado como una centésima del intervalo de temperaturas entre el punto de fusión del hielo y el punto de ebullición del agua destilada a presión normal $p_0 = 101\,325\text{ Pa}$.

Sobre esta base, podemos determinar de forma experimental el valor de la temperatura absoluta de los puntos de fusión del hielo y ebullición del agua. En efecto, de (26.12) se desprende

$$T_{\text{eb}}/T_{\text{fus}} = p_{\text{eb}}/p_{\text{fus}}, \quad (26.14)$$

donde p_{fus} es la presión que muestra un termómetro de gas sumergido en una mezcla de agua y hielo en fusión, p_{eb} , la presión que ese mismo termómetro de gas muestra al ser sumergido en agua en ebullición. De la práctica se deduce: $p_{\text{eb}}/p_{\text{fus}} = 1,3661$. Poniendo este valor en (26.14) y teniendo en cuenta (26.13), obtenemos

$$\begin{aligned} T_0 &= T_{\text{fus}} = 273,15\text{ K}; \\ T_{\text{eb}} &= 373,15\text{ K}. \end{aligned} \quad (26.15)$$

Tabla 26.3

| Estado de equilibrio (a $p = 101\,325\text{ Pa}$) | Temperatura | |
|--|-------------|----------|
| | K | °C |
| Punto de ebullición del hidrógeno | 20,28 | -252,87 |
| Punto de ebullición del neón | 27,102 | -246,048 |
| Punto de ebullición del oxígeno | 90,188 | -182,962 |
| Punto triple del agua | 273,16 | 0,01 |
| Punto de ebullición del agua | 373,15 | 100 |
| Punto de solidificación del cinc | 692,73 | 419,58 |
| Punto de solidificación de la plata | 1235,08 | 961,93 |
| Punto de solidificación del oro | 1337,58 | 1064,43 |

2. Para las mediciones prácticas de la temperatura es empleada la Escala práctica internacional de temperaturas (EPIT—68) basada en un sistema de puntos fundamentales de referencia (constantes) que se reproducen con facilidad. Algunos de ellos se han aducido en la tabla 26.3.

Según los datos de los puntos constantes puede ser graduado el termómetro de gas. La fórmula (26.12) puede ser escrita:

$$T = 373,15 h/h_{eb},$$

donde h es la altura de la columna de mercurio en el tubo manométrico del termómetro de gas a la temperatura que se mide y h_{eb} , la altura de dicha columna en el punto de ebullición del agua; esta magnitud se determina de forma experimental para cada termómetro. De esta manera se realiza la graduación del termómetro de gas, es decir, por la altura de la columna de mercurio en el tubo manométrico puede ser de inmediato calculada la temperatura absoluta.

3. Como ya hemos dicho, el grado y el kelvin son de igual dimensión. Sólo se ha desplazado el nivel de lectura de las temperaturas. La correlación entre las temperaturas en las dos escalas se muestra en la fig. 26.6. Es fácil cerciorarse, que

$$t = T - 273,15, \quad (26.16)$$

donde t es la temperatura Celsius, T , la temperatura absoluta.

Para los cálculos de una precisión del 0,055 % puede suponerse, que

$$t = T - 273.$$

§ 26.8. Cero absoluto

1. Según la escala absoluta, el nivel nulo recibe el nombre de cero absoluto. A éste corresponde una temperatura de $-273,15^{\circ}\text{C}$ según la Escala práctica internacional de temperaturas.

El cero absoluto es la temperatura límite más baja. No hay tal experimento en el que sea posible obtener una temperatura igual al cero absoluto, siendo imposible por completo, obtener una temperatura menor que el cero absoluto.

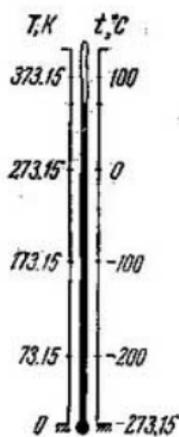


Fig. 26.6.

La obtención de bajas temperaturas, próximas al cero absoluto, ofrecen gran interés, ya que a semejantes temperaturas las propiedades de la materia varían de modo notorio. Surgen una serie de interesantes fenómenos, tales como la superfluidez del helio, superconductividad, etc. (§ 75.10). En la actualidad, mediante complicadísimos métodos, que aquí no pueden ser examinados, han sido obtenidas temperaturas mayores que el cero absoluto sólo 0,0001 K.

2. Hay que señalar que a temperaturas próximas al cero absoluto, la energía cinética media de las moléculas ya no es proporcional a la temperatura absoluta. Esto se desprende del hecho que a temperaturas cercanas al cero absoluto, comienzan a manifestarse las propiedades cuánticas de las moléculas. En particular, con la disminución de la temperatura, la energía cinética media de las moléculas no tiende a cero, como podríamos suponer de acuerdo con (26.8), sino a la energía mínima de una partícula localizada, lo que está expresado por la fórmula (16.26). El cero absoluto es la temperatura a la que corresponde la energía interna mínima del sistema.

Así, pues, a bajas temperaturas surge la *degeneración del gas*, es decir, la correlación (26.8) no es válida. La *temperatura de degeneración* puede ser apreciada de la desigualdad

$$\frac{3}{2} kT \gg \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{2m_0},$$

de donde se desprende

$$T_{\text{deg}} = \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{3km_0}. \quad (26.17)$$

Por ejemplo, para el helio con una concentración $n \approx 10^{26} \text{ m}^{-3}$, tenemos

$$T_{\text{deg}} \approx \frac{10^{-68} \cdot 10^{30/3}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 0,7 \cdot 10^{-26}} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ K}.$$

Como vemos, la temperatura de degeneración de un gas molecular es muy baja, de forma que está justificada la utilización del modelo del gas ideal clásico, aún a temperaturas muy bajas. Para el helio líquido ($n \approx 10^{28} \text{ m}^{-3}$) la temperatura de degeneración

$$T_{\text{deg}}^{\text{liq}} \approx 10^2 T_{\text{deg}}^{\text{gas}} \approx 0,2 \text{ K}.$$

Sin embargo, el gas electrónico en los metales resulta degenerado a cualesquiera temperaturas, incluso a muy altas

(§ 75.5) y sus propiedades difieren notablemente de las del gas ideal corriente.

3. Así, pues, a temperaturas cercanas al cero absoluto, la energía cinética media de las moléculas ya no es proporcional a la temperatura absoluta, sino que es expresada por una función mucho más complicada. Por esta razón, es de principio errónea la afirmación, con la que a veces se tropieza en la literatura de popularización científica, de que al alcanzar el cero absoluto cesa el movimiento de las moléculas. Como en la actualidad ha sido demostrado, incluso a cero absoluto el movimiento molecular no cesa, es decir, las moléculas realizan las llamadas *vibraciones nulas*, a las que corresponde la *energía nula*, es decir, la energía mínima que pueden poseer las moléculas de la sustancia dada y que no puede ser extraída del cuerpo cualquiera que sea el enfriamiento, incluso hasta el cero absoluto (§ 70.5). La presencia de vibraciones nulas se detecta por la dispersión de la luz en la materia a temperaturas próximas al cero absoluto.

Con el cero absoluto pierde su sentido la noción de gas ideal. Por esta causa, es errónea la afirmación, con la que a veces se tropieza, de que a cero absoluto la presión de un gas ideal es igual a cero. Semejante extrapolación de la fórmula (26.10) no es válida y sólo tiene sentido a temperaturas lejanas del cero absoluto y, precisamente, a temperaturas mucho mayores que la temperatura de degeneración.

§ 26.9. Constantes de Avogadro y Boltzmann

1. De la expresión (26.10) podemos obtener una serie de interesantes corolarios. Ante todo se desprende que a iguales condiciones (o sea, a las mismas presiones y temperaturas) la concentración de las moléculas es igual en diferentes gases. Con otras palabras, *la unidad de volumen de distintos gases a condiciones iguales, contiene un número igual de moléculas (ley de Avogadro)*.

Para calcular la concentración de las moléculas hay que conocer la constante de Boltzmann. Existen una serie de métodos para medir dicha magnitud (véase, por ejemplo, el § 28.12). En la actualidad ha sido medida con una precisión hasta del 0,0032%.

$$k = (1,380622 \pm 0,000044) \cdot 10^{-23} \text{ J/K.}$$

Conociendo la constante de Boltzmann, podemos calcular el número de moléculas en 1 m^3 de gas a condiciones normales ($T_0 = 273,15 \text{ K}$, $p_0 = 101\,325 \text{ Pa}$):

$$N_L = n_0 = \frac{p_0}{kT_0} = \frac{101325}{1,38062 \cdot 10^{-23} \cdot 273,15} = 2,68675 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}.$$

Esta magnitud denominase *constante de Loschmidt*.

2. Conociendo la densidad del gas a condiciones normales, podemos calcular la masa de una de sus moléculas, teniendo en cuenta que la densidad es el producto de la masa de una molécula por la concentración de éstas. Así, pues,

$$m_0 = \frac{\rho_0}{n_0} = \frac{\rho_0}{2,687 \cdot 10^{25}}.$$

Así, la densidad del hidrógeno a condiciones normales $\rho_0 = 0,0899 \text{ kg/m}^3$, del oxígeno $1,4291 \text{ kg/m}^3$, del helio $0,1785 \text{ kg/m}^3$. Entonces la masa de una molécula de hidrógeno es igual $3,345 \times 10^{-27} \text{ kg}$, de oxígeno $53,145 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ y la masa de un átomo de helio $6,643 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

3. Por resolución de la XIV Conferencia general de medidas y pesos, que se celebró en octubre de 1971 en París, en el SI de unidades fue introducida una magnitud fundamental más: *cantidad de materia*. Por cantidad de materia se debe entender el número de elementos estructurales específicos (moléculas, átomos, iones, etc.) de los que consta la materia.

Como las masas de los elementos estructurales por separado (por ejemplo, las moléculas) se diferencian entre sí, iguales cantidades de materia tienen distinta masa. Por ejemplo, 10^{25} moléculas de hidrógeno y 10^{25} moléculas de oxígeno se consideran iguales cantidades de materia, aunque tienen diferentes masas que son iguales a 33,45 y 531,45 g, respectivamente. De esta manera, la resolución de XIV Conferencia General aclara por completo la cuestión acerca de que *la masa no es la medida de cantidad de materia*.

Fue establecido que la unidad de cantidad de materia es *el mol* (mol), es decir, la cantidad de materia de un sistema que contiene tantos elementos estructurales específicos (moléculas, átomos, iones, etc.), como átomos hay en una masa de 0,012 kg del isótopo de carbono ^{12}C (§ 80.1).

Además del mol, se permite el uso de las unidades múltiples y fraccionarias de éste, en particular *el kilomol*: $1 \text{ kmol} =$

$= 10^3$ mol. Más adelante haremos los cálculos, principalmente, para 1 kmol.

4. El número de elementos estructurales, que contiene un mol (o kilomol) de materia denomínase *constante de Avogadro*:

$$N_A = (6,022045 \pm 0,000031) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = \\ = 6,022045 \cdot 10^{26} \text{ kmol}^{-1}.$$

Conociendo las constantes de Avogadro y de Loschmidt, podemos hallar el volumen de un mol (*volumen molar*) a condiciones normales:

$$V_m = N_A/N_L = 22,41383 \pm 0,00070 \text{ m}^3/\text{kmol}.$$

Aquí y más adelante, el índice "m" por abajo significa que la magnitud dada está calculada para un mol o kilomol.

La masa de un mol (*masa molar*)

$$M = \rho_0 V_m = m_0 N_A,$$

donde ρ_0 es la densidad de la materia a condiciones normales, m_0 , la masa de la unidad estructural (molécula, átomo, ion, etc.).

Se introducen dos magnitudes adimensionales más: la *masa atómica relativa del elemento* A_r y la *masa molecular relativa de la materia* M_r , que se definen como la razón entre la masa media del átomo (o molécula) de una mezcla natural de los isótopos de la materia y $1/12$ de la masa del átomo del isótopo ^{12}C (§ 80.1):

$$M_r = \frac{m_0}{1,6603 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}.$$

Notemos, que la masa molecular relativa es numéricamente igual a la masa de un kilomol.

5. El producto de la constante de Avogadro por la constante de Boltzmann recibe el nombre de *constante de los gases molar o universal*:

$$R = N_A k = (8,31441 \pm 0,00026) \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kmol} \cdot \text{K}).$$

Por medio de esta magnitud, la ecuación de estado de los gases (26.10) se transforma del modo siguiente:

$$p = nkT = \frac{n}{N_A} N_A kT = \frac{nm_0}{N_A m_0} RT = \frac{\rho RT}{M}.$$

Así, pues, la ecuación de estado de los gases toma el aspecto

$$p = \frac{\rho RT}{M}. \quad (26.18)$$

Multiplicando ambos miembros de la igualdad por el volumen del gas y teniendo en cuenta que $m = \rho V$ es la masa del gas, obtenemos la ecuación de Clapeyron—Mendeléiev:

$$pV = \frac{m}{M} RT. \quad (26.19)$$

§ 26.10. Distribución de las moléculas en un campo de fuerzas

1. Supongamos que un gas, ubicado en cierto recipiente, se halla en un campo de fuerzas, por ejemplo, en el campo gravitatorio (fig. 26.7). Aclaremos cómo influye la presencia de la fuerza de gravedad en el carácter de la distribución de las moléculas del gas.

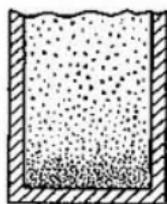


Fig. 26.7.

Si el campo de la fuerza de gravedad no existiera, con el tiempo, las moléculas se distribuirían en el recipiente de forma absolutamente uniforme. La concentración de las moléculas n sería igual en todos los puntos y, por consiguiente, la densidad del gas $\rho = m_0 n$ y la presión $p = knT$ también serían iguales en todos los puntos del espacio.

Por lo contrario, si actuara sólo el campo de la fuerza de gravedad, pero no hubiera movimiento térmico de las moléculas, éstas se encontrarían presionadas por las fuerzas de gravedad al fondo (inferior) del recipiente, con otras palabras, hallaríanse en el estado con la energía potencial mínima. Esto es el corolario de una ley general: todo sistema de partículas siempre llega al estado con la energía potencial mínima.

2. Vemos que el movimiento térmico de las moléculas tiende a lanzarlas de la forma más caótica de manera que ellas, en la medida de lo posible, del modo más uniforme rellenen todo el espacio que para ellas es accesible. Y a la inversa, el campo de fuerzas tiende, en lo posible, a ordenar la distribución de las moléculas, de manera que éstas ocupen el nivel con el valor mínimo de la energía potencial.

A causa de la acción de estos dos factores las moléculas del gas se distribuyen por todo el recipiente, pero su concentración en diferentes puntos es distinta: la mayor concentración de moléculas será allí, donde su energía potencial es la mínima; la concentración más pequeña de las moléculas se observará en aquellos sectores donde la energía potencial es grande.

3. Como ejemplo podemos examinar el carácter de la variación de la concentración de las moléculas en la atmósfera de la Tierra (y otros planetas). Como nos muestra la experiencia, a medida que nos elevamos sobre la superficie terrestre, la presión atmosférica y la densidad del aire disminuyen (tabla 26.4).

Tabla 26.4

| Altitud sobre el nivel del mar, m | Presión, Pa | Densidad, kg/m ³ | Temperatura, °C | Altitud sobre el nivel del mar, m | Presión, Pa | Densidad, kg/m ³ | Temperatura, °C |
|-----------------------------------|-------------|-----------------------------|-----------------|-----------------------------------|-------------|-----------------------------|-----------------|
| 0 | 101 325 | 1,2250 | 15,0 | 8 000 | 35 000 | 0,52717 | -37,0 |
| 1000 | 86 874 | 1,1117 | 8,5 | 10 000 | 26 436 | 0,41271 | -50,0 |
| 2000 | 79 495 | 1,0065 | 2,0 | 12 000 | 19 330 | 0,31083 | -56,5 |
| 3000 | 70 108 | 0,90913 | -4,5 | 14 000 | 14 102 | 0,22675 | -56,5 |
| 4000 | 61 640 | 0,81914 | -11,0 | 16 000 | 10 287 | 0,16542 | -56,5 |
| 5000 | 54 020 | 0,73612 | -17,5 | 18 000 | 7504,8 | 0,12068 | -56,5 |
| 6000 | 47 181 | 0,65970 | -24,0 | 20 000 | 5474,9 | 0,08804 | -56,5 |
| 7000 | 41 061 | 0,58950 | -30,0 | | | | |

Señalemos que al investigar la atmósfera hay que introducir una corrección a la variación de la temperatura del gas con la altura, lo que complica en cierto grado los cálculos.

§ 26.11. Distribución barométrica

1. Deduzcamos la expresión de la ley de distribución de las moléculas en el campo de fuerzas. Para simplificar los razonamientos, consideraremos la temperatura del gas constante en todos los puntos.

Para el cálculo introduzcamos el concepto de *probabilidad* de que las moléculas se hallen en el punto dado del campo de fuerzas, donde la energía potencial de la molécula es igual a U . La probabilidad w es igual a la razón entre la concentración de las moléculas en el punto dado del campo n y la concen-

tración de las moléculas n_0 en el punto del campo donde la energía potencial es igual a cero:

$$w = n/n_0. \quad (26.20)$$

2. El análisis del carácter del influjo del campo de fuerzas y del movimiento térmico de las moléculas, realizado en el párrafo anterior, muestra que la probabilidad de que la molécula se halle en el punto dado del recipiente, depende de su energía potencial en dicho punto y de la temperatura del gas. Mientras mayor sea la energía potencial U menor será la probabilidad de que la molécula se halle en dicho punto. Cuanto más alta sea la temperatura, más probable será que las moléculas se distribuyan más uniformemente, es decir, mayor será la probabilidad de hallar la molécula en el punto dado del recipiente.

Introduzcamos una variable auxiliar x , igual a la razón entre la energía potencial de la molécula U y la energía media de su movimiento térmico $\varepsilon \approx kT$, es decir, $x = U/kT$. Resulta, que la probabilidad de hallar la molécula con la energía dada es cierta función de dicha variable:

$$w = f(x). \quad (26.21)$$

La energía potencial de la molécula a cierta altura $h = h_1 + h_2$ es igual a la suma de las energías: $U = U_1 + U_2$. La variable $x = \frac{U}{kT} = \frac{U_1}{kT} + \frac{U_2}{kT} = x_1 + x_2$. La probabilidad $f(x) = f(x_1 + x_2)$. Como se demuestra en la teoría de las probabilidades, la probabilidad de un acontecimiento complicado, compuesto de dos eventos independientes, es igual al producto de las probabilidades de cada uno de los eventos por separado: $w = w_1 w_2$, o bien

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) f(x_2). \quad (26.22)$$

Se puede mostrar que la única función que satisface esta ecuación es la función exponencial de la forma

$$f(x) = a^{-\alpha x}. \quad (26.23)$$

Hagamos uso, para la comprobación, de una propiedad de la función exponencial: al multiplicar los exponentes con iguales bases, los exponentes se suman, es decir

$$a^{-\alpha(x_1+x_2)} = a^{-\alpha x_1} \cdot a^{-\alpha x_2}. \quad (26.24)$$

La base $a > 1$ puede ser elegida al azar. Esto sólo se reflejará en el valor numérico del coeficiente α . Por regla, se elige la base de los logaritmos naturales, el número irracional $e = 2,71828\dots$ Para $a = e$ el coeficiente $\alpha = 1$.

3. Así, pues, la probabilidad de hallar la molécula en el punto del campo donde su energía potencial es igual a U , se expresará

$$w = e^{-\frac{U}{kT}}. \quad (26.25)$$

El signo menos en el exponente aparece por las siguientes consideraciones. Como ya hemos indicado, mientras mayor sea la energía potencial de la molécula en el punto dado, menor será la probabilidad de que dicha molécula se encuentre allí. Por lo tanto, la probabilidad que buscamos es una función decreciente. Con la base $a > 1$, la función exponencial decrece si su exponente es un número negativo.

4. Comparando (26.20) y (26.25), obtenemos la expresión para la concentración de las moléculas:

$$n = n_0 e^{-\frac{U}{kT}}. \quad (26.26)$$

Correspondientemente, obtenemos para la densidad del gas

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{U}{kT}} \quad (26.27)$$

y para la presión

$$p = p_0 e^{-\frac{U}{kT}}. \quad (26.28)$$

5. Si examinamos la distribución de las moléculas en el campo gravitacional de la Tierra (o de otro planeta), para $h \ll R$, donde R es el radio del planeta, podemos suponer que de acuerdo con (18.21), $U = m_0gh$, donde m_0 es la masa de la molécula, g , la aceleración de caída libre y h , la altura sobre la superficie del planeta. Para la presión obtendremos la expresión

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0gh}{kT}}. \quad (26.29)$$

La gráfica de esta dependencia nos la ofrece la fig. 26.8. Recibe el nombre de *distribución barométrica*. Este resultado concuerda bien con los datos del experimento en la atmósfera terrestre.

Con la distribución barométrica se explica, precisamente, la carencia de atmósfera en la Luna y el extremo grado de enrarecimiento en la de Marte. A causa de la pequeña masa de dichos cuerpos celestes, éstos tienen un campo gravitacional relativamente débil: en la Luna la fuerza de la gravedad es 6 veces menor que en la Tierra, en Marte, 2,6 veces.

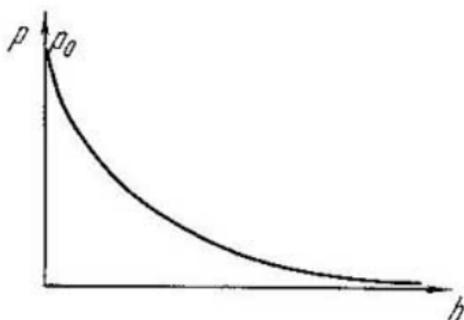


Fig. 26.8.

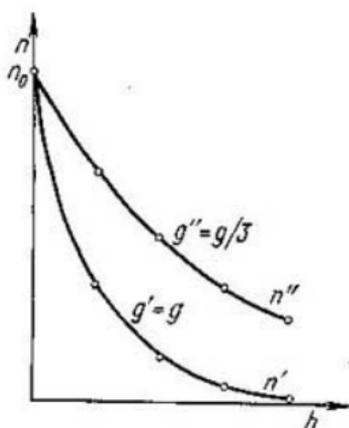


Fig. 26.9.

Pero como se desprende de (26.29), para g pequeña crece bruscamente la probabilidad de que las moléculas se encuentren a grandes alturas (fig. 26.9), donde el campo gravitacional es mucho más débil que junto a la superficie del planeta. La velocidad de las moléculas puede resultar aquí igual a la segunda cósmica y el gas se disemina por el espacio sideral.

Capítulo 27

GAS IDEAL Y PRIMER PRINCIPIO DE TERMODINÁMICA

§ 27.1. Energía interna de un gas ideal monoatómico

1. El gas ideal monoatómico es el sistema termodinámico más sencillo, por lo que su energía interna puede ser calculada con facilidad.

Recordemos que examinamos las moléculas de un gas ideal monoatómico como puntos materiales, entre las que la interacción es tan pequeña que podemos despreciarla. La carencia de fuerzas de interacción significa que la energía potencial de interacción molecular es constante (§ 19.5). La suma de las energías en reposo de las propias moléculas también es constante, ya que durante los procesos térmicos, las propias moléculas no varían. Haciendo en (20.2) $\mathcal{E}_0^{(1)} + \mathcal{E}_0^{(2)} + \dots + \mathcal{E}_0^{(N)} = \text{const}$, obtenemos que la energía interna de un gas ideal monoatómico es la suma de las energías cinéticas del movimiento de traslación de las moléculas más cierta magnitud constante.

En termodinámica ha sido adoptado designar la energía interna con el símbolo U y no con \mathcal{E}_0 , como lo hacíamos en el cap. 20. Así, pues,

$$U = K_1 + K_2 + \dots + K_N + \text{const}, \quad (27.1)$$

donde K_1, K_2, \dots, K_N son las energías cinéticas del movimiento de traslación de moléculas aisladas. Tomando en consideración que la energía cinética media de una molécula $\bar{\varepsilon}_k = (K_1 + K_2 + \dots + K_N)/N$, y que de acuerdo con (26.8) $\varepsilon_k = 3/2 kT$, obtenemos

$$U = N\bar{\varepsilon}_k + \text{const} = \frac{3}{2} NkT + \text{const}, \quad (27.2)$$

donde N es el número total de moléculas en el gas. El sumando constante en la expresión (27.2) con frecuencia se omite, ya que en los cálculos posteriores no desempeña papel alguno.

2. De (27.2) sigue que la energía interna de un gas ideal se define plenamente por su temperatura absoluta. Dicha energía no depende del proceso, mediante el cual alcanzó el estado con semejante temperatura.

Del mismo modo, la variación de la energía interna de un gas ideal al pasar del estado a la temperatura T_1 al estado a la temperatura T_2 , también se define sólo por los estados inicial y final, pero no depende del carácter del proceso con el que el gas pasa del primer estado al segundo:

$$U_2 - U_1 = \frac{3}{2} Nk(T_2 - T_1). \quad (27.3)$$

§ 27.2. Trabajo al dilatarse un gas ideal

1. Sea que un gas ideal rellena cierto cilindro, cerrado con un émbolo móvil (fig. 27.1). Al desplazarse el émbolo a una distancia infinitamente pequeña Δx , se realiza el trabajo elemental $\Delta A = F\Delta x$. De la definición de la presión sigue: $F = pS$; como $S\Delta x = \Delta V$ es la variación infinitésima del volumen del gas, el trabajo elemental

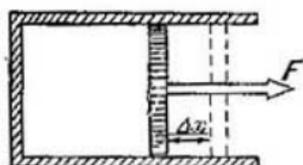


Fig. 27.1.

$$\Delta A = p \Delta V. \quad (27.4)$$

Durante su expansión, el gas realiza trabajo *positivo* contra las fuerzas externas ($\Delta V > 0$). Y a la inversa, al comprimirse, el trabajo del gas es *negativo*, ya que $\Delta V < 0$; este

es realizado por las fuerzas externas que comprimen el gas.

2. El trabajo que se realiza al variar el volumen de un gas en la magnitud finita $V_2 - V_1$, se halla de acuerdo con la regla general para calcular el trabajo de una fuerza variable (§ 18.1):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} F dx = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (27.5)$$

El trabajo se representa gráficamente por el área de un trapecio curvilíneo, limitado por abajo con el eje de abscisas,

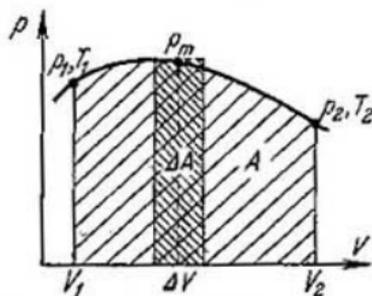


Fig. 27.2.

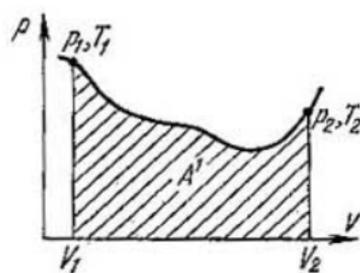


Fig. 27.3.

por arriba, con la gráfica de la presión y, por la izquierda y la derecha, con las ordenadas extremas (fig. 27.2).

3. Hay que prestar atención al hecho, de que el trabajo que se realiza al variar el volumen del gas, no sólo se deter-

mina por los estados inicial ($p_1V_1T_1$) y final ($p_2V_2T_2$) de este, sino que también por el carácter de proceso, con el que el gas pasa del estado inicial a final. Para demostrarlo vamos a comparar las figs. 27.2 y 27.3. En ellas, los estados inicial y final del gas son iguales, pero a pesar de esto el trabajo A' y A no son iguales: $A' < A$, ya que en los dos procesos divergen los estados intermedios.

Esto quiere decir, que la fuerza de presión del gas no es conservativa y no se puede considerar el trabajo de dicha fuerza como la diferencia de las energías potenciales (§ 18.6).

§ 27.3. Primer principio de termodinámica y capacidad calorífica de un gas

1. La variación de la energía total de un gas inmóvil se reduce al cambio de su energía interna: $\Delta\mathcal{E} = \Delta U = U_2 - U_1$. Poniendo esta igualdad en (21.9), obtenemos

$$Q = U_2 - U_1 + A. \quad (27.6)$$

Para un gas monoatómico, tomando en consideración (27.3), esta expresión adquiere el siguiente aspecto para el primer principio de termodinámica

$$Q = \frac{3}{2} Nk(T_2 - T_1) + A. \quad (27.7)$$

2. La cantidad de calor que recibe el gas, consta de dos sumandos. Uno de ellos, o sea, la variación de la energía interna, sólo se determina por los estados inicial y final del sistema y no depende del carácter del proceso que lo hace pasar del estado inicial al final; el segundo sumando, es decir, el trabajo, es función del carácter del proceso que transcurre en el gas. Es natural, que también la cantidad de calor no sólo depende de los estados inicial y final, sino que, además, del carácter de proceso que examinamos.

Así, pues, la cantidad de calor y el trabajo no son características cuantitativas del estado del sistema, sino que del proceso que con éste se realiza. Del mismo modo que no podemos hablar de la "reserva de trabajo" en el sistema, no lo podemos hacer sobre la "reserva de calor". La cantidad de calor y el trabajo son características cuantitativas de dos diferentes formas de variación de la energía del sistema y no ciertos tipos especiales de energía. Precisamente por

esta causa no tiene sentido físico el término "energía térmica" con el que, frecuentemente, se tropieza en la literatura.

3. Recibe el nombre de *calor específico* la razón entre la cantidad de calor, recibida por el sistema y su masa y la variación de su temperatura:

$$c = \frac{Q}{m(T_2 - T_1)}, \quad (27.8)$$

donde m es la masa del sistema, T_1 , la temperatura inicial y T_2 , la final.

En el SI sirve de unidad de calor específico un $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

Es lógico, que la capacidad calorífica, lo mismo que la cantidad de calor, no sólo depende de los estados inicial y final del sistema, sino que también del proceso, con ayuda del cual dicho sistema pasa del estado inicial al final. Por esta razón, al indicar el valor de la capacidad calorífica, es necesario indicar el carácter del proceso, con el que fue obtenido dicho valor (es decir, medido o calculado).

Más adelante serán calculadas las capacidades caloríficas de los gases ideales con ciertos procesos.

§ 27.4. Transformación isócara

1. Denomínase *isócara* la transformación que transcurre con volumen constante del gas. De la ecuación de estado de un gas (26.11), para $V = \text{const}$, se desprende que *con la transformación isócara, la presión de un gas ideal es razón directa de su temperatura absoluta (ley de Charles)*:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (27.9)$$

2. Es evidente, que con la transformación isócara el gas no efectúa trabajo, ya que para $\Delta V = 0$ el trabajo $A = 0$. De aquí se deduce que *durante la transformación isócara la cantidad de calor, recibida por el gas, se dirige por completo a la variación de su energía interna*. De acuerdo con (27.7), obtenemos

$$Q_V = U_2 - U_1 = \frac{3}{2} Nk(T_2 - T_1). \quad (27.10)$$

En esta igualdad hemos hecho uso de las designaciones aceptadas en termodinámica: si un parámetro queda invariable en la transformación dada, éste sirve de índice para

la magnitud que nos interesa. Por ejemplo, la designación Q_V se lee del siguiente modo: cantidad de calor que recibe el sistema con volumen constante; c_V , calor específico con volumen constante (capacidad calorífica isócara), etc.

3. El calor específico isócara se define de acuerdo con (27.8) y (27.10):

$$c_V = \frac{Q_V}{m(T_2 - T_1)} = \frac{3}{2} \frac{Nk}{m} = \frac{3}{2} \frac{k}{m_0}, \quad (27.11)$$

ya que el cociente de la división de la masa del gas m entre el número de moléculas N nos da la masa de una molécula: $m_0 = m/N$.

Empleando la expresión (27.11), podemos calcular el calor específico de cualquier gas monoatómico, es decir, de tal gas cuya molécula consta de un sólo átomo. Entre ellos se encuentran los gases inertes (helio, neón, argón, etc.), los vapores de metales, etc.

4. En vez del calor específico, en muchos casos es más cómodo hacer uso de la capacidad calorífica molar C_m :

$$C_{mV} = M c_V, \quad (27.12)$$

donde M es la masa molar del gas. La masa de un kilomol es igual al producto de la masa de una molécula por el número de moléculas en el kilomol, es decir, por la constante de Avogadro:

$$M = m_0 N_A \quad (27.13)$$

Si sustituimos en (27.12) los valores de c_V y M de (27.11) y (27.13), obtendremos

$$C_{mV} = \frac{3}{2} N_A k = \frac{3}{2} R. \quad (27.14)$$

El valor de la capacidad calorífica molar de los gases monoatómicos obtenido de (27.14) coincide con perfección con los datos experimentales en una amplia gama de temperaturas.

§ 27.5. Transformación isobárica

1. Recibe el nombre de *isobárica* la transformación que transcurre a presión constante. De la ecuación de estado de un gas (26.11), siendo $p = \text{const}$, se deduce que *durante la transformación isobárica el volumen de un gas ideal es razón*

directa de su temperatura absoluta (ley de Gay-Lussac):

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (27.15)$$

2. De forma absolutamente elemental se calcula el trabajo durante la dilatación isobárica de un gas. En efecto, como $p = \text{const}$

$$A_p = p (V_2 - V_1), \quad (27.16)$$

donde V_1 es el volumen inicial y V_2 , final. En la gráfica este trabajo se expresa por el área de un rectángulo.

También puede expresarse este trabajo mediante la variación de la temperatura del gas. Haciendo uso de (26.11), tenemos

$$pV_2 = NkT_2, \quad pV_1 = NkT_1,$$

por consiguiente,

$$A_p = Nk (T_2 - T_1). \quad (27.17)$$

3. La cantidad de calor que recibe un gas ideal tanto se emplea para el aumento de la energía interna del gas, como para el trabajo de expansión. De acuerdo con (27.7), para un gas monoatómico, tenemos

$$\begin{aligned} Q_p = U_2 - U_1 + A_p &= \frac{3}{2} Nk (T_2 - T_1) + Nk (T_2 - T_1) = \\ &= \frac{5}{2} Nk (T_2 - T_1). \end{aligned} \quad (27.18)$$

Vemos que para el calentamiento isobárico de un gas es precisa mayor cantidad de calor que para su calentamiento isócoro en el mismo intervalo de temperaturas. Esto es natural, ya que la energía interna del gas en los dos casos varía en una misma magnitud, pero con la transformación isobárica el gas realiza, además, trabajo de expansión, mientras que con la transformación isócora no se efectúa trabajo.

4. Está claro, que la capacidad calorífica isobárica es mayor que la isócora; para un gas monoatómico

$$c_p = \frac{Q_p}{m(T_2 - T_1)} = \frac{5}{2} \frac{k}{m_0}, \quad (27.19)$$

mientras que $c_v = \frac{3}{2} \frac{k}{m_0}$ (véase (27.11)). Por lo tanto, la capacidad calorífica molar isobárica de semejante gas

$$C_{mp} = \frac{5}{2}R = \frac{3}{2}R + R = C_{mv} + R. \quad (27.20)$$

5. La razón entre el calor específico isobárico e isócoro denomínase *coeficiente de Poisson*:

$$\gamma = c_p/c_v. \quad (27.21)$$

Comparando (27.11) y (27.19), obtendremos un importante resultado: para todos los gases monoatómicos el coeficiente de Poisson tiene el mismo valor,

$$\gamma = 5/3 = 1,67. \quad (27.22)$$

Un experimento realizado en una amplia gama de temperaturas, en el cual el gas monoatómico puede considerarse perfecto, ha confirmado brillantemente el resultado de estos cálculos.

§ 27.6. Transformación isotérmica

1. Como ya dijimos en el § 26.1, llámase isotérmica una transformación que transcurre a temperatura invariable del gas. En dicho párrafo fue también mostrado que la correlación entre la presión y el volumen de un gas con la transformación isotérmica es expresada por la ley de Boyle—Mariotte (26.4) y confeccionadas las gráficas de la isoterma en los ejes $p - V$ y $p - \rho$.

El trabajo que se realiza con la transformación isotérmica representase por el área de un trapecio curvilíneo, es decir, con una integral (§ 27.2).

Recomendamos que el lector efectúe el cálculo por su cuenta. Los resultados obtenidos pueden ser comprobados por la fórmula, que aducimos sin su demostración:

$$A_T = 2,3p_1V_1 \lg (V_2/V_1) = 2,3NkT \lg (V_2/V_1).$$

2. Durante la transformación isotérmica, la energía interna del gas no varía, lo que sigue en directo de (27.3), ya que $T_2 = T_1 = T$. De aquí, en ciertas ocasiones, llegan a una conclusión errónea: ya que con la transformación que tratamos la temperatura no varía, parece como si al gas no fuera necesario comunicarle calor. ¡Falso razonamiento! Del primer principio de termodinámica (27.6) se desprende:

$$Q_T = A_T, \quad (27.23)$$

es decir, *durante la transformación isotérmica hay que transmitir al gas una cantidad de calor, exactamente igual al trabajo que el gas realiza.*

3. Como con la transformación isotérmica al gas se le comunica calor, quedando con ello su temperatura invariable, el concepto de capacidad calorífica isotérmica, no tiene sentido: en el denominador de la fracción (27.8) hay que poner $T_2 - T_1 = 0$. Como sabemos, al dividir por cero, el cociente es infinito.

Si, por lo contrario, la transformación es casi isotérmica, es decir, transcurre a temperatura casi invariable, el calor específico del gas se expresa por un número muy grande, puesto que si el denominador de la fracción tiende a cero, la propia fracción crece ilimitadamente. Precisamente en este sentido, suele decirse que con la transformación isotérmica el calor específico del gas es infinitamente grande.

§ 27.7. Transformación adiabática

1. Ya hemos dicho en el § 21.5 que recibe el nombre de adiabática la transformación que transcurre en un sistema cuando entre éste y el medio ambiente no hay intercambio de calor. De acuerdo con esta definición $\Delta Q_{ad} = 0$. De aquí se deduce (véase (27.8)) que el calor específico adiabático del gas es igual a cero $c_{ad} = 0$.

Para que una transformación que transcurre en el gas pueda ser considerada adiabática, el gas debe estar térmicamente aislado, es decir, introducido en una cubierta adiabática (del tipo de la vasija de Dewar). No obstante, hay otra posibilidad: la transformación puede realizarse con tal rapidez, que no se produzca el intercambio de calor entre el gas y el medio ambiente. Esto es posible, ya que la transmisión de calor se produce con mucha mayor lentitud que la compresión o expansión del gas.

2. Durante la expansión adiabática, el gas realiza trabajo a cuenta de la disminución de su energía interna (ya que no hay intercambio de calor con el medio ambiente). En correspondencia, durante la transformación adiabática, la compresión del gas su energía interna crece a causa de la acción de las fuerzas exteriores. Pero como la energía de un gas ideal se determina completamente por su temperatura, queda claro que *durante la compresión adiabática de un gas ideal su temperatura crece, mientras que durante la expansión, decrece.*

Este fenómeno utilízase con amplitud en la práctica. Por ejemplo, si abrimos el grifo de una bombona que contenga

dióxido de carbono (a una presión de no más de 4 MPa), la expansión de éste será adiabática. Con esto, su temperatura descende hasta -80°C y parte del gas se transforma en una masa cristalina que se parece a la nieve. Si esta masa se prensa, obtenemos el "hielo seco".

En los motores de combustión interna tipo "Diesel", durante la rápida compresión adiabática del aire su temperatura asciende hasta $500-600^{\circ}\text{C}$, lo que produce la autoinflamación del combustible líquido que es inyectado al cilindro al final de la compresión.

3. Como la transformación adiabática transcurre sin transmisión de calor con el medio ambiente, para calcular el trabajo hay que hacer $Q_{\text{ad}}=0$ en la expresión (27.6). De acuerdo con (27.7) para un gas monoatómico, obtendremos

$$A_{\text{ad}} = \frac{3}{2}Nk(T_1 - T_2), \quad (27.24)$$

donde T_1 es la temperatura al comenzar la transformación y T_2 , la temperatura al final de ésta. Aplicando la ecuación de estado de un gas (26.11), tendremos

$$A_{\text{ad}} = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\gamma - 1} = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_2V_2), \quad (27.25)$$

ya que de acuerdo con (27.22)

$$\gamma - 1 = 5/3 - 1 = 2/3.$$

4. Aclaremos como varía la presión de un gas ideal durante el cambio adiabático de su volumen y confeccionemos la gráfica de la adiabática en los ejes $p - V$ (fig. 27.4).

Sea que el estado del gas esté caracterizado por el volumen V_0 , la presión p_0 y la temperatura T_0 . Hagamos que el gas se dilate, hasta el volumen V_1 . Si la expansión es isotérmica, la presión $p_1^{\text{isot}} = p_0V_0/V_1$. Por lo contrario, si la expansión se lleva a cabo adiabáticamente, la presión disminuirá de forma más brusca, ya que durante la transformación adiabática no sólo crece el volumen, sino que también la temperatura descende. De la ecuación de estado de un

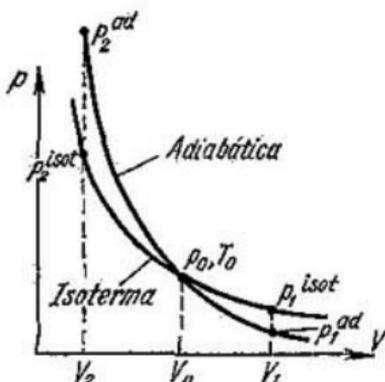


Fig. 27.4.

gas $p_0V_0/T_0 = p_1V_1/T_1$, obtenemos

$$p_1^{\text{ad}} = \frac{p_0V_0}{V_1} \frac{T_1}{T_0} = p_1^{\text{isot}} \frac{T_1}{T_0}.$$

Pero como durante la expansión adiabática $T_1 < T_0$, entonces $p_1^{\text{ad}} < p_1^{\text{isot}}$. Por esta causa, la gráfica de la adiabática en esta región está trazada en la fig. 27.4 por debajo de la gráfica de la isoterma.

Si el lector realiza razonamientos análogos para el caso, cuando el gas se comprime del estado con parámetros p_0 ,

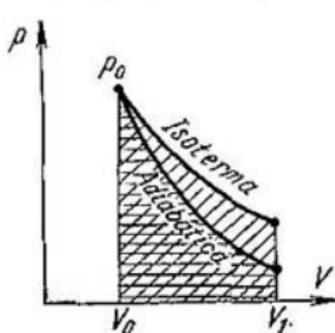


Fig. 27.5.

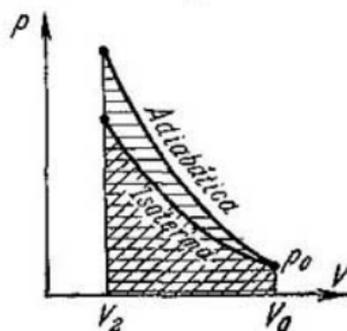


Fig. 27.6.

V_0, T_0 al estado p_2, V_2, T_2 , podrá cerciorarse de que entonces, gracias a la elevación de la temperatura $p_2^{\text{ad}} > p_2^{\text{isot}}$ y, por lo tanto, la gráfica de la adiabática pasará sobre la gráfica de la isoterma.

En la fig. 27.5 vemos que con la expansión adiabática, el gas realiza un trabajo menor que con la dilatación isotérmica. Durante la compresión adiabática, por lo contrario, las fuerzas externas realizan un trabajo mayor que con la isotérmica (fig. 27.6).

5. La ligazón entre la presión y el volumen de un gas ideal durante la transformación adiabática se expresa con la ecuación de Poisson, que aducimos sin demostración

$$p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma. \quad (27.26)$$

§ 27.8. Capacidad calorífica de un gas biatómico

1. La experiencia muestra que la capacidad calorífica de los gases biatómicos (hidrógeno, oxígeno, nitrógeno, etc.), así como de los gases multiatómicos (dióxido de carbono,

metano, etc.) es mucho mayor que la de los gases monoatómicos. Además, las capacidades caloríficas de dichos gases son diferentes a diversas temperaturas, mientras que las de los gases monoatómicos no dependen de la temperatura. Ya que no tenemos la posibilidad de exponer en el presente manual la teoría de las capacidades caloríficas de los gases multiatómicos, con el ejemplo del hidrógeno y el oxígeno aclararemos el carácter de la dependencia entre la capacidad calorífica de los gases biatómicos y la temperatura y, a continuación, enumeraremos las ideas fundamentales de la teoría cuántica de este fenómeno.

2. El punto de ebullición del hidrógeno a presión normal, es igual a 20,45 K. Es evidente, que cerca de dicha temperatura el hidrógeno no puede ser considerado gas ideal. Sin embargo, a temperaturas más altas, desde, aproximadamente, 30 K, este gas, a presión normal, se comporta ya como un gas ideal.

En una gama de temperaturas del orden de 30 . . . 80 K, la capacidad calorífica del hidrógeno no se diferencia de la de un gas monoatómico. Al aumentar la temperatura, la capacidad calorífica de modo uniforme crece, mientras que el coeficiente de Poisson disminuye. Los correspondientes datos se dan en la tabla 27.1.

Tabla 27.1

| T, K | γ | $\frac{C_{mP}}{R}$ | $\frac{C_{mV}}{R}$ | $\frac{C_{mP} - C_{mV}}{R}$ |
|--------|----------|--------------------|--------------------|-----------------------------|
| 50 | 1,66 | 2,51 | 1,51 | 1,00 |
| 100 | 1,57 | 2,76 | 1,76 | 1,00 |
| 273 | 1,41 | 3,46 | 2,46 | 1,00 |
| 773 | 1,39 | 3,56 | 2,56 | 1,00 |
| 1273 | 1,36 | 3,76 | 2,77 | 0,99 |

3. El punto de ebullición del oxígeno a presión normal es igual a 90,25 K. A partir de la temperatura de un orden de 100 K, el oxígeno, a presión normal, compórtase como un gas ideal, cuya capacidad calorífica molar isobárica es igual, aproximadamente, a $C_{mP} \approx 7/2R$, y el coeficiente de Poisson $\gamma \approx 1,4$. Al crecer la temperatura, la capacidad calorífica aumenta (tabla 27.2).

Tabla 27.2

| T, K | γ | $\frac{C_{mP}}{R}$ | $\frac{C_{mV}}{R}$ | $\frac{C_{mP} - C_{mV}}{R}$ |
|--------|----------|--------------------|--------------------|-----------------------------|
| 150 | 1,40 | 3,50 | 2,50 | 1,00 |
| 273 | 1,39 | 3,53 | 2,53 | 1,00 |
| 773 | 1,33 | 4,04 | 3,05 | 0,99 |
| 1273 | 1,29 | 4,32 | 3,34 | 0,98 |

En la fig. 27.7 esta representada la dependencia entre las capacidades caloríficas isócoras del hidrógeno y oxígeno y la temperatura. Para su comparación, también se muestra la capacidad calorífica de un gas monoatómico.

4. Como para un gas monoatómico, la capacidad calorífica isócora caracteriza la cantidad de calor, dirigida a la

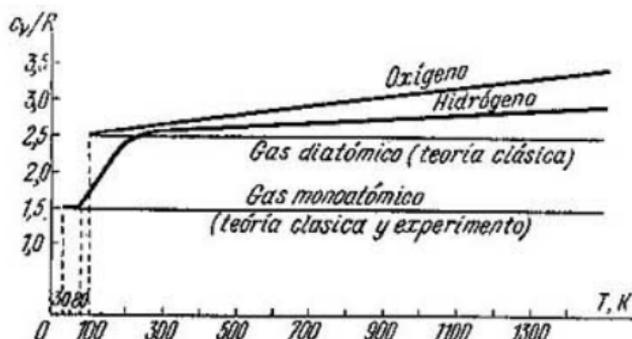


Fig. 27.7.

variación de la energía interna del gas. Pero a una misma temperatura, las energías cinéticas medias del movimiento de traslación de las moléculas mono y multiatómicas, coinciden. Por consiguiente, la energía interna de los gases multiatómicos es la suma de las energías no sólo del movimiento de traslación de las moléculas, sino que también de otros tipos de movimiento: la rotación de las moléculas y las oscilaciones de los átomos en el interior de aquellas.

En la teoría molecular clásica se suponía que la molécula de un gas biatómico era de por sí un sistema rígido, compuesto por dos bolitas, entre las que la distancia es invariable

(algo así como una pesa, para ejercicios gimnásticos). La molécula puede estar en movimiento de avance a lo largo de tres ejes arbitrarios de coordenadas y girar alrededor de dos de ellos, por ejemplo, Oy y Oz (fig. 27.8). El giro alrededor del eje Ox no introduce aportación alguna en la energía de la molécula, a causa del pequeño valor del momento de inercia de ésta respecto de dicho eje. Por lo tanto, la energía de la molécula se compone de la energía cinética de tres movimientos de avance y la de dos rotaciones:

$$\epsilon_k = \frac{mv_x^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} + \frac{mv_z^2}{2} + \frac{J\omega_y^2}{2} + \frac{J\omega_z^2}{2}. \quad (27.27)$$

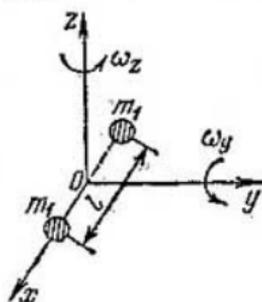


Fig. 27.8.

En la teoría molecular clásica se demuestra que a cada uno de estos movimientos le corresponde, en promedio, la misma cantidad de energía, igual a $kT/2$:

$$\frac{mv_x^2}{2} = \frac{mv_y^2}{2} = \frac{mv_z^2}{2} = \frac{J\omega_y^2}{2} = \frac{J\omega_z^2}{2} = \frac{1}{2} kT.$$

Poniendo esta última expresión en (27.27), obtenemos que la energía media de la molécula de un gas biatómico

$$\bar{\epsilon}_k = 5/2 kT. \quad (27.28)$$

De aquí se desprende que la energía interna de un kilomol de gas biatómico

$$U_m = 5/2 N_A kT + \text{const} = 5/2 RT + \text{const}. \quad (27.29)$$

La capacidad calorífica molar isócara

$$C_{mV} = 5/2 R. \quad (27.30)$$

5. Comparemos este último resultado con los datos del experimento (véase la fig. 27.7). Veremos que los valores numéricos de las capacidades caloríficas de los gases biatómicos concuerdan mal con el valor teórico (27.30). Así, la divergencia constituye para el oxígeno un 20 . . . 30%. No obstante, la teoría clásica tiene insuficiencias más notables, ya que dicha teoría no puede explicar los siguientes hechos:

1. ¿Por qué las capacidades caloríficas de los gases biatómicos (y en general, multiatómicos) crecen al aumentar la temperatura?

2. ¿Por qué a bajas temperaturas la capacidad calorífica del hidrógeno coincide con la de los gases monoatómicos (es decir, $C_{mV} = \frac{3}{2}R$ y no $\frac{5}{2}R$, como a temperaturas más altas)?

3. ¿Por qué este efecto se manifiesta en el hidrógeno, mientras que en el oxígeno, no?

4. ¿Por qué las moléculas biatómicas se comportan como sistemas rígidos? ¿Por qué durante los choques no se excitan oscilaciones de los átomos en las moléculas?

A estas preguntas sólo se ha conseguido dar respuesta, empleando la teoría cuántica de la capacidad calorífica.

§ 27.9. Concepto de la teoría cuántica de la capacidad calorífica de los gases

1. La energía de una molécula de un gas biatómico puede ser representada como la suma de las energías cinemáticas de sus movimientos de avance y rotativo, más la energía de las oscilaciones de los átomos en el interior de las moléculas:

$$\varepsilon = \varepsilon_{av}^k + \varepsilon_{rot}^k + \varepsilon_{osc} = \frac{p^2}{2m_0} + \frac{L^2}{2J} + \varepsilon_{osc}, \quad (27.31)$$

donde p es la cantidad de movimiento de la molécula, L , el momento de la cantidad de movimiento, m_0 , la masa de la molécula, J , el momento de inercia. La variación de la energía interna del gas se reduce al cambio de la energía del movimiento de avance y rotativo de las moléculas y la energía de las oscilaciones. Sin embargo, según la teoría cuántica, estos tres componentes de la energía de la molécula reaccionan de diferente modo a la variación de la temperatura del gas.

2. La variación de la energía cinética del movimiento de traslación se reduce al cambio de la cantidad de movimiento de la molécula. Es natural, que la variación de la cantidad de movimiento no debe ser menor que la incertidumbre de la cantidad de movimiento, que puede ser calculada mediante la correlación (14.5). Haciendo en (14.5) la incertidumbre de la coordenada, por el orden de su magnitud, igual a la longitud del recorrido libre de la molécula, $\Delta l \approx$

$\approx \lambda \approx 10^{-7}$ m (§ 25.3), obtenemos la incertidumbre de la cantidad de movimiento

$$\Delta p \approx \hbar / \Delta l \approx 10^{-34} / 10^{-7} = 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

La incertidumbre de la cantidad de movimiento corresponde a la incertidumbre en el valor de la energía cinética de la molécula:

$$\Delta \varepsilon_{\text{tras}} = \frac{(p + \Delta p)^2}{2m_0} - \frac{p^2}{2m_0} = \frac{2p \Delta p + \Delta p^2}{2m_0} \geq \frac{3p^2}{2m_0}.$$

La incertidumbre de la energía corresponde a la incertidumbre de la temperatura ΔT_{tras} , que puede ser hallada de la correlación

$$\Delta \varepsilon_{\text{tras}} = \frac{3}{2} k \Delta T_{\text{tras}}.$$

De aquí sigue, que

$$\Delta T_{\text{tras}} = \frac{\Delta p^2}{\frac{1}{2} m_0 k}. \quad (27.32)$$

La masa de la molécula de hidrógeno $m_0 = \frac{2 \text{ kg}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 3,32 \cdot 10^{-27}$ kg. Por lo tanto,

$$\Delta T_{\text{tras}} \approx \frac{10^{-54}}{3,32 \cdot 10^{-27} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ K}.$$

De hecho esto significa que *la energía del movimiento de translación puede variar con cualquier cambio de la temperatura*. Por esta causa, la teoría cuántica nos proporciona, en este caso, un mismo resultado que la estadística clásica.

3. La variación de la energía cinética del movimiento rotativo de una molécula se reduce al cambio de su cantidad de movimiento. En la teoría cuántica se demuestra que la variación del momento de la cantidad de movimiento no puede ser cualquiera, sino que es múltiple a la constante de Planck. De esto sigue, que el momento de la cantidad de movimiento de una molécula puede tomar una serie de valores (§ 72.2):

$$L_1 = \hbar, L_2 = 2\hbar, \dots, L_n = n\hbar.$$

Del mismo modo, la energía cinética del movimiento rotativo de una molécula puede tomar los valores

$$\varepsilon_{\text{rot}}^{(1)} = \frac{L_1^2}{2J} = \frac{\hbar^2}{2J}, \quad \varepsilon_{\text{rot}}^{(2)} = \frac{L_2^2}{2J} = \frac{4\hbar^2}{2J}, \text{ etc.}$$

La variación mínima de la energía cinética de movimiento rotativo de una molécula $\Delta e_{\text{rot}}^k \approx e_{\text{rot}}^{(2)} - e_{\text{rot}}^{(1)} = 3\hbar^2/2J$. A esta variación de la energía corresponde un cambio de la temperatura, que se desprende de la igualdad $\frac{3}{2} k\Delta T_{\text{rot}} = \frac{3\hbar^2}{2J}$, de donde

$$\Delta T_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{Jk}. \quad (27.33)$$

4. El momento de inercia de la molécula de hidrógeno puede ser hallado partiendo de las siguientes consideraciones. Imaginémonos dicha molécula como una pesa para ejercicios gimnásticos (véase la fig. 27.8): la distancia entre los centros de los átomos $l \approx 0,74 \cdot 10^{-10}$ m; la masa del átomo de hidrógeno es dos veces menor que la de la molécula y es igual a $m_1 = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg. En tal caso,

$$J_{H_2} = 2m_1 r^2 \approx 5 \cdot 10^{-48} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

($r = l/2$). Poniendo este valor en (27.33) obtenemos que para la variación de la energía cinética de movimiento rotativo de la molécula de hidrógeno, la temperatura del gas deberá cambiar

$$\Delta t_{\text{rot}} = \frac{10^{-68}}{5 \cdot 10^{-48} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 140 \text{ K}.$$

Así, pues, a temperaturas de un orden de 200 K, al chocar las moléculas, éstas pueden hacer variar la energía de su movimiento rotativo, por lo que $C_{mV} \approx \frac{5}{2} R$.

A temperaturas cerca de 100 K, sólo una pequeña parte de las moléculas, cuyas energías, según la distribución de Maxwell (§ 25.2), son mayores que la media pueden variar la energía de su rotación durante las colisiones. Por este motivo, a estas temperaturas $\frac{3}{2}R < C_{mV} < \frac{5}{2}R$. A temperaturas menores que 80 K, el porcentaje de moléculas que durante los choques son capaces de variar la energía de rotación es tan pequeño que, en realidad, al cambiar la temperatura varía sólo la energía del movimiento de avance de las moléculas. Como es natural, a semejantes temperaturas la capacidad calorífica isócara del hidrógeno es la misma que la de un gas monoatómico.

5. De forma completamente diferente hemos de tratar la capacidad calorífica del oxígeno. Aquí la masa del átomo es 16 veces mayor que la del átomo de hidrógeno, y la distancia entre los centros de los átomos $l \approx 1,2 \cdot 10^{-10}$ m; por

consiguiente, el momento de inercia de la molécula de oxígeno es, aproximadamente, 40 veces mayor que el de la molécula de hidrógeno. En correspondencia con (27.33), la variación de la temperatura del gas, que se acompaña con el cambio de la energía de rotación, será para el oxígeno $\Delta T_{\text{rot}} \approx 3$ K. Como, además, el punto de ebullición del oxígeno es igual a 90 K a presión normal, en las condiciones, cuando podemos considerar que el oxígeno es un gas ideal, durante los choques crecerán en él las energías cinéticas tanto del movimiento de traslación, como del rotativo de las moléculas, lo que corresponde a la teoría clásica de las capacidades caloríficas de los gases biatómicos.

6. En los anteriores razonamientos no hemos tenido en cuenta la energía del movimiento oscilatorio de las moléculas, suponiendo en silencio, que a las temperaturas que examinábamos dicho movimiento era una magnitud constante. La causa de semejante situación, también puede ser bien explicada en la mecánica cuántica, donde se demuestra que, con la primera aproximación, la energía de las oscilaciones

$$\varepsilon_{\text{osc}} = \hbar\omega (n + 1/2).$$

Aquí ω es la frecuencia propia de las oscilaciones de los átomos en la molécula, n , un número entero: $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. De esto sigue, que la variación mínima de la energía de las oscilaciones $\Delta\varepsilon_{\text{osc}} = \hbar\omega$.

Las frecuencias propias de las moléculas se determinan con ayuda de métodos ópticos. Para el hidrógeno $\omega_{\text{H}_2} = 7,86 \cdot 10^{14}$ rad/s; para el oxígeno $\omega_{\text{O}_2} = 2,94 \cdot 10^{14}$ rad/s.

Calculemos la temperatura con la que, a cuenta de las colisiones entre las moléculas, crece la energía de las oscilaciones. Obtendremos $3/2 k \Delta T = \Delta\varepsilon_{\text{osc}} = \hbar\omega$, de donde

$$\Delta T_{\text{osc}} = \frac{2\hbar\omega}{3k}. \quad (27.34)$$

Para el hidrógeno

$$\Delta T_{\text{osc}} \approx \frac{2 \cdot 10^{-34} \cdot 7,86 \cdot 10^{14}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 3800 \text{ K};$$

para el oxígeno

$$\Delta T_{\text{osc}} = \frac{2 \cdot 10^{-34} \cdot 2,94 \cdot 10^{14}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 1400 \text{ K}.$$

Es lógico que en una gama de temperaturas del orden de 1300 . . . 1500 K la energía de las oscilaciones en la molécula de hidrógeno varía débilmente y la capacidad calorífica de

dicho gas crece con menor rapidez que la del oxígeno (véase la fig. 27.8).

En la molécula de oxígeno, la energía de las oscilaciones aumenta a temperaturas mucho mayores. Ya a temperaturas de un orden de 700 . . . 900 K, cerca de la mitad de las moléculas resultan ser capaces de incrementar la energía de las oscilaciones, por esto $C_{mv} \approx 3R$, lo que es mayor que el valor clásico para los gases biatómicos, igual a $2,5R$. A temperaturas de un orden de 1400 . . . 1500 K, todas las moléculas, durante los choques, deberán variar la energía de las oscilaciones.

Puede ser calculado el límite a que tiende, en semejante caso, la capacidad calorífica isócara del oxígeno haciendo uso de la misma regla que en el § 27.8. aplicamos para tener en cuenta la energía cinética de los movimientos de traslación y rotativo. Durante las oscilaciones varía tanto la energía cinética, como potencial de las moléculas. Resulta que sus variaciones son idénticas e iguales a $kT/2$. En vez de (27.28), hallamos la expresión:

$$\bar{\varepsilon}_k = 7/2 kT. \quad (27.35)$$

De aquí sigue, que

$$C_{mv} = 7/2 R, \quad C_{mp} = 9/2 R \quad \text{y} \quad \gamma = 9/7 = 1,29.$$

Comparando este resultado con la tabla 27.2, vemos que el resultado que hemos obtenido corresponde al experimento.

7. Así, pues, nos hemos cerciorado de que sobre la base de las representaciones cuánticas, pueden ser explicadas las particularidades características de la conducta de las capacidades caloríficas de los gases biatómicos. Por su parte, la estadística clásica no puede explicar todos estos fenómenos, aunque nos permite, en ciertos casos, obtener los valores límites de las magnitudes que nos interesan.

Capítulo 28

SEGUNDO PRINCIPIO DE TERMODINÁMICA

§ 28.1. Transformaciones casiestáticas

1. En los anteriores capítulos, al examinar diversos procesos, que transcurren en los gases ideales, hablábamos de su temperatura, densidad, presión. Con esto, suponíamos

tácitamente que en todos los puntos del volumen dado del gas su presión, densidad y temperatura eran iguales. Estas magnitudes reciben el nombre de *parámetros termodinámicos de estado*.

En rigor, la igualdad de los parámetros termodinámicos en todos los puntos del sistema, sólo es posible a condición de que éste se encuentre en estado de equilibrio. Si en el sistema transcurren cualesquiera transformaciones (procesos), dicha condición se viola.

Por ejemplo, si desplazamos ligeramente el émbolo en un cilindro, en las cercanías del émbolo el gas se comprimirá un poco y, por lo tanto, en dicho entorno su presión, densidad y temperatura aumentarán. En lo que se refiere a otros sectores, los parámetros del gas no pueden cambiar de inmediato. Después de pasar cierto tiempo τ , llamado *tiempo de relajación*, el equilibrio violado se restablecerá. Con ello, los parámetros termodinámicos del gas tomarán en todo punto valores nuevos, pero iguales por todo el volumen.

Supongamos que la compresión transcurre tan lentamente, que el tiempo de su transcurso sea mucho mayor que el de relajación. Entonces, toda la transformación puede ser representada como la suma de una gran cantidad de muy pequeñas compresiones, de forma que la duración de cada microcompresión resulte ser, a pesar de todo, mayor que el tiempo de relajación. En tal caso, durante cada una de las microcompresiones habrá tiempo suficiente para que se establezca el equilibrio y toda la transformación será de por sí un conjunto de transiciones por una gran cantidad de estados de equilibrio.

Las transformaciones con las que el sistema pasa por una serie de posiciones de equilibrio, reciben el nombre de *casiestáticas*.

2. La velocidad de las transformaciones isócara, isobárica o isotérmica con nada se limita, de forma que estas transformaciones pueden realizarse con la lentitud que se quiera. Por esta razón, en un recipiente de pequeñas dimensiones, cuyas paredes poseen elevada conductividad térmica, cualquiera de estas transformaciones puede aproximarse a la casiestacionaria con la precisión prefijada de antemano.

Es mucho más difícil llevar a cabo la transformación adiabática casiestacionaria. Por un lado, ésta debe transcurrir con tal rapidez que el intercambio de calor con el medio ambiente no sea notorio. Por otro lado, el tiempo de su

transcurso, debe ser mucho mayor que el de relajación. Como estas dos condiciones son contradictorias, satisfacerlas simultáneamente no es fácil y las transformaciones que transcurren en la práctica, son adiabáticas y al mismo tiempo casi estacionarias, sólo con cierta aproximación.

3. Las gráficas sólo nos ofrecen transformaciones casi estacionarias, ya que cada punto en la gráfica caracteriza cierto estado intermedio de equilibrio. Aquí no será considerado el problema acerca de la metodología de representación de las transformaciones reales, no casi estacionarias.

§ 28.2. Transformaciones reversibles

1. Recibe el nombre de *reversible*, la transformación que responde a las condiciones siguientes:

a) puede ser realizada con facilidad en dos direcciones opuestas;

b) en cada uno de estos casos, el sistema pasa por iguales estados intermedios;

c) después de realizar la transformación directa e inversa, el sistema y los cuerpos que lo rodean retornan al estado inicial.

Toda transformación que no satisfaga, aunque no sea más que a una de dichas condiciones, es *irreversible*.

2. *Son reversibles aquellos procesos que transcurren en sistemas sobre los que están aplicadas fuerzas conservativas (§ 18.5).*

En efecto, sea que una bola perfectamente elástica cae en el vacío sobre una plancha absolutamente elástica. Empleando las leyes del choque elástico (§ 17.3), es fácil mostrar que cuando la bola cae sobre la plancha, después de reflejarse volverá al punto inicial, pasando en dirección contraria todos aquellos estados intermedios que pasó al caer. Después de que el proceso termine, la bola y todos los cuerpos que la rodean volverán a su estado inicial, pudiéndose esto repetir cuantas veces se quiera.

También es fácil cerciorarse de que las oscilaciones de un péndulo en el vacío o de un cuerpo sobre un resorte perfectamente elástico son también de por sí transformaciones reversibles.

3. Nos convenceremos fácilmente de que *todas las transformaciones térmicas casi estáticas son asimismo reversibles.*

Como ejemplo examinemos una transformación isotérmica casiestática.

Sea que un gas se dilata de forma casiestática y, al mismo tiempo, isotérmica y que su volumen aumenta en una pequeña magnitud ΔV . Como con la transformación dada, el sistema pasa constantemente por estados de equilibrio, queda claro que en cualquier momento puede ser dirigida en dirección opuesta, es decir, comprimir el sistema hasta la misma magnitud ΔV . Con esto, todo el sistema pasará de nuevo por los mismos estados intermedios que pasó durante la expansión.

Como sabemos del § 27.6, durante la expansión isotérmica, el gas realiza trabajo, recibiendo del medio circundante, por medio del intercambio térmico, cierta cantidad de calor: $Q_T = A_T$. Supongamos que dicho trabajo está destinado a aumentar la energía potencial de cierto cuerpo de masa m que se eleva a una altura h . Entonces, de la ley de la conservación de la energía sigue que $Q_T = A_{\text{exp}} = mgh$. Durante el proceso inverso el cuerpo baja a la misma altura h ; la energía potencial de la carga se empleará para realizar el trabajo necesario para la compresión del gas; al mismo tiempo, el gas cederá al medio ambiente, mediante el intercambio térmico, la misma cantidad de calor que recibió durante la expansión.

Así, pues, después de realizarse el proceso de expansión y seguidamente, la compresión del gas, éste y todos los cuerpos que lo rodean retornarán a las condiciones iniciales. Esto quiere decir que la transformación isotérmica casiestática es reversible.

Razonamientos análogos nos permiten demostrar la reversibilidad de cualesquiera otros procesos casiestáticos, ya que en las anteriores consideraciones era importante no el carácter de la transmisión de calor del sistema al medio ambiente, sino que el procedimiento equilibrado de transición del sistema por todos los estados intermedios, es decir, el carácter casiestático de la transformación.

§ 28.3. Irreversibilidad de las transformaciones térmicas reales

1. Los ejemplos de transformaciones reversibles que hemos examinado son una idealización de fenómenos naturales reales. Pero en verdad, en la naturaleza no hay siste-

mas que sean en rigor conservativos; por ejemplo, en todo sistema real están presentes las fuerzas de rozamiento. Tampoco hay en la naturaleza procesos rigurosamente casiestáticos, ya que todas las transformaciones térmicas transcurren no con infinita lentitud, sino que a velocidad finita. De aquí se desprende que *todos los procesos reales en la naturaleza son irreversibles.*

Sin embargo, no debemos pensar que el concepto de proceso reversible casiestático es insubstancial y, por lo tanto, superfluo. Por analogía a tales idealizaciones como punto material, carga puntual, sistema conservativo, etc., la noción de proceso reversible es una cómoda idealización de los procesos reales, que en una serie de casos permite simplificar la solución de uno u otro problema concreto. Sólo es necesario, comprobar primeramente con minuciosidad, hasta qué grado la aplicación de esta idealización es lícita, en qué grado los resultados del cálculo idealizado se aproximan a los del experimento.

Examinemos varios ejemplos que ilustran la irreversibilidad de las transformaciones térmicas reales.

2. La experiencia muestra que durante la difusión la nivelación de las concentraciones transcurre espontáneamente, sin influjos externos. Por lo contrario, el proceso inverso nunca transcurrirá por sí mismo: podemos esperar cuanto tiempo queramos, pero nunca resultará, por ejemplo, que una mezcla de gases se divida en sus componentes iniciales o que la sustancia diluida en un líquido (sal, azúcar, pintura, etc.) se desprenda por sí sola de dicho líquido.

Claro está, que una mezcla puede ser dividida en los componentes iniciales. Pero, primero, en este caso el sistema no pasa por aquellos estados intermedios que pasó durante la difusión. Segundo, el retorno del sistema a su estado inicial provoca la notoria variación de las propiedades de los cuerpos circundantes. Por ejemplo, dividiendo una mezcla gaseosa, creada con ayuda de la difusión en sus componentes iniciales (§ 25.6), debemos consumir energía para el funcionamiento de las bombas; del mismo modo, al sacar, por ejemplo, la sal de una disolución acuosa mediante la destilación, consumimos energía para la evaporación del agua, lo que está ligado con la variación del estado de los cuerpos que rodean el sistema dado de cuerpos.

Así, pues, la difusión es un proceso unilateral, o sea, irreversible.

3. La práctica muestra que la transmisión de calor, lo mismo que la difusión, es un proceso que transcurre en una sola dirección. Como resultado de la transmisión de calor, la energía se comunica, por sí sola, desde el cuerpo a temperatura más alta al cuerpo a temperatura más baja. Por esta causa, el intercambio de calor se ve siempre acompañado de la nivelación de las temperaturas. El proceso inverso de transmisión de la energía en forma de calor de los cuerpos fríos a los calientes no puede transcurrir de forma espontánea.

También transcurre en dirección unilateral el proceso de transformación de la energía mecánica en interna durante el choque inelástico o el rozamiento. La energía mecánica de los cuerpos en contacto se convierte en interna, a causa de lo cual su temperatura aumenta. No obstante, por mucho tiempo que esperemos, no se producirá el proceso inverso de transformación espontánea de la energía interna en mecánica.

§ 28.4. Irreversibilidad y estadística

1. A primera vista, la irreversibilidad de los procesos térmicos parece ser paradójica. En efecto, todas las transformaciones térmicas se reducen, en fin de cuentas, a procesos mecánicos, es decir, al movimiento e interacción de las moléculas. Pero los procesos mecánicos son reversibles; ¿qué es lo que provoca la irreversibilidad de los fenómenos térmicos? Esta aparente contradicción puede ser resuelta con ayuda de la estadística molecular, en la que los métodos de la teoría de las probabilidades se aplican para estudiar los procesos que transcurren en un sistema, constituido por una enorme cantidad de partículas. Vamos a considerar, primeramente, la esencia de su idea en el sencillo ejemplo del modelo de un recipiente en el que hay dos clases de bolas.

2. Supongamos que en el fondo de un recipiente se encuentran dos capas de bolas de igual tamaño y masa, pero de dos colores (fig. 28.1). Al sacudir el recipiente las bolas se mezclan (fig. 28.2). Seguidamente, podemos sacudir el recipiente cuanto queramos, pero, prácticamente, nunca se restablecerá el estado inicial. Así, pues, *el proceso de mezcla de las bolas es irreversible*, o sea al sacudir el cajón la disposición ordenada pasa de forma espontánea a la desordenada, mientras que el proceso inverso nunca transcurrirá por sí solo.

¿En dónde reside la causa de la irreversibilidad de este proceso? ¿Cómo «saben» las bolas que deben disponerse de

forma precisamente desordenada? Será posible responder a esta pregunta si conseguimos calcular qué cantidad total de combinaciones existen para la distribución de diez bolas negras y diez blancas en dos capas.

3. Para facilitar el cálculo designemos las bolas de alguna forma, por ejemplo, todas las blancas con las letras mayúsculas del alfabeto, todas las negras con minúsculas:

| | |
|---------|---------------------|
| Blancas | A B C D E F G H I J |
| Negras | a b c d e f g h i j |

Supongamos que en la fila superior se encuentran tres bolas blancas y siete negras (fig. 28.2). Como es lógico, en

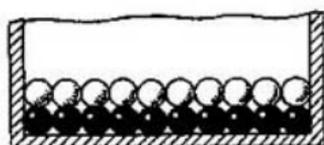


Fig. 28.1.

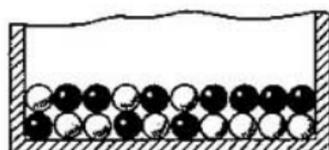


Fig. 28.2.

la capa inferior su contenido será a la inversa, es decir, siete blancas y tres negras, de forma que la elección de cualquier distribución de las bolas en la fila superior determina de forma automática su distribución en la inferior. Calculemos cuántas combinaciones de las bolas corresponden a la distribución dada. De las diez bolas blancas podemos elegir tres bolas por diferentes procedimientos *ABC*, *ABG*, *EFJ*, etc. Su número es igual al número de combinaciones que pueden ser formadas de 10 elementos de tres en tres. Se designa por C_{10}^3 y es igual a

$$C_{10}^3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 120.$$

De manera análoga se calcula el número de procedimientos, mediante los cuales pueden ser elegidas siete bolas negras de las diez:

$$C_{10}^7 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = C_{10}^3 = 120^*).$$

* Señalemos que siempre $C_m^n = C_m^{m-n}$. Recomendamos que esta propiedad de combinaciones sea comprobada con ejemplos. La demostración general se aduce en el curso de matemáticas.

Como las bolas negras pueden ser elegidas independientemente de las blancas (con tal de que su número sea igual a 10), el número total de combinaciones, por medio de las cuales puede realizarse una distribución de tres bolas blancas y siete negras en la fila superior, es igual al producto del número de combinaciones de bolas blancas y negras, o sea, a $C_{10}^3 \cdot C_{10}^7 = 120^2 = 14\,400$.

De modo análogo es posible calcular el número de combinaciones que corresponden a la distribución de dos bolas blancas y ocho negras, de cuatro blancas y seis negras, etc. Los resultados de los cálculos se aducen en la tabla 28.1.

Tabla 28.1

| Número del estado | Disposición de las bolas en la fila superior | | Número de combinaciones correspondientes al estado dado | En % |
|-------------------|--|--------|--|---------|
| | blancas | negras | | |
| 1 | 10 | 0 | $C_{10}^{10}C_{10}^0 = 1$ | 0,00054 |
| 2 | 9 | 1 | $C_{10}^9C_{10}^1 = (C_{10}^1)^2 = 10^2 = 100$ | 0,05446 |
| 3 | 8 | 2 | $C_{10}^8C_{10}^2 = (C_{10}^2)^2 = \left(\frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2}\right)^2 = 2\,025$ | 1,096 |
| 4 | 7 | 3 | $C_{10}^7C_{10}^3 = (C_{10}^3)^2 = \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3}\right)^2 = 14\,400$ | 7,794 |
| 5 | 6 | 4 | $C_{10}^6C_{10}^4 = (C_{10}^4)^2 = \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}\right)^2 = 44\,100$ | 23,87 |
| 6 | 5 | 5 | $C_{10}^5C_{10}^5 = \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}\right)^2 = 63\,504$ | 34,37 |
| 7 | 4 | 6 | $C_{10}^4C_{10}^6 = (C_{10}^4)^2 = 44\,100$ | 23,87 |
| 8 | 3 | 7 | $C_{10}^3C_{10}^7 = (C_{10}^3)^2 = 14\,400$ | 7,794 |
| 9 | 2 | 8 | $C_{10}^2C_{10}^8 = (C_{10}^2)^2 = 2\,025$ | 1,096 |
| 10 | 1 | 9 | $C_{10}^1C_{10}^9 = (C_{10}^1)^2 = 100$ | 0,05446 |
| 11 | 0 | 10 | $C_{10}^0C_{10}^{10} = 1$ | 0,00054 |
| En total | | | 184 756 | 100 |

4. Vamos a sacudir el recipiente y cada vez fotografiaremos la distribución de las bolas que ha surgido. Si hacemos una gran cantidad de fotografías, por ejemplo un millón, de

ellas, aproximadamente, 5—6 fotografías corresponderán a la distribución con la que todas las bolas blancas estarán abajo y las negras, arriba; una misma cantidad de fotos nos ofrecerán el cuadro inverso; la cantidad de fotos que corresponderán a la distribución cuando en cada fila habrá cinco bolas blancas y cinco negras, ¡será alrededor de 344 000!

Así, pues, el sistema de diez bolas blancas y diez negras, puede encontrarse en 11 estados diferentes. Sin embargo, cada uno de estos estados puede ser realizado con diferente número de combinaciones de las bolas.

Recibe el nombre de *probabilidad termodinámica del estado dado de cierto sistema de cuerpos, el número de combinaciones de los elementos por separado del sistema mediante los cuales se realiza dicho estado.*

En la tabla 28.1 vemos que la mayor probabilidad termodinámica corresponde a la distribución uniforme de las bolas negras y blancas en las dos filas (estado N° 6) y a los estados N° 5 y 7, próximos al uniforme. En lo que se refiere a la probabilidad termodinámica menor, ésta corresponde a la distribución por completo ordenada de las bolas (estados N° 1 y 11), así como a los estados N° 2 y 10, próximos a la distribución totalmente ordenada.

5. Es posible mostrar que *el tiempo en el que cierto sistema se encuentra en uno u otro estado es proporcional a la probabilidad termodinámica de dicho estado.* Por esto, queda clara la causa de la irreversibilidad del proceso de mezcla de las bolas. Al sacudir el recipiente las bolas se disponen al azar y, en principio, puede surgir cualquier combinación. No obstante, con la mayor frecuencia se realiza el estado para el que la probabilidad termodinámica es mayor. Por ejemplo, si sacudimos el recipiente con las bolas en el transcurso de 24 horas, en el estado N° 6 el sistema se encontrará cerca de 8 h, en el estado N° 5 ó 7, cerca de 6 h, mientras que en el estado N° 1 ó 11, ¡sólo cerca de 0,5 s!

Así, pues, *la irreversibilidad del proceso de mezcla de las bolas se determina por la probabilidad termodinámica de aquellos estados en los que puede encontrarse dicho sistema.* De modo espontáneo transcurre el proceso de paso de un estado con pequeña probabilidad termodinámica a otro más probable.

En lo que se refiere al proceso inverso de paso de la distribución desordenada (y por lo tanto, la más uniforme) de los elementos del sistema (bolas) al estado ordenado por

sí solo, prácticamente, no transcurre a causa de que la probabilidad de semejante proceso es pequeñísima.

Obtendremos un resultado análogo al analizar los fenómenos que se producen en cualquier sistema, constituido por una gran cantidad de elementos homogéneos, por ejemplo, en un sistema formado por múltiples moléculas en movimiento caótico.

§ 28.5. Difusión y probabilidad termodinámica

1. El fenómeno de la difusión se parece mucho al proceso de mezcla de las bolas, que examinamos en el párrafo anterior. Por esta razón, para explicar las causas de la irreversibilidad de la difusión vamos a hacer uso de ese mismo método. Imaginémonos un recipiente dividido por la mitad por un tabique impermeable; las mitades del recipiente están rellenas de un mismo número de moléculas de diferentes gases, por ejemplo, hidrógeno y oxígeno. Si quitamos el tabique, como resultado de la difusión, se creará espontáneamente una mezcla homogénea de los gases. Sin embargo, podemos esperar el tiempo que queramos y la mezcla, por sí misma, no se dividirá en los componentes iniciales.

Comparemos la probabilidad del «desorden molecular» que corresponde a la mezcla homogénea de los gases, con la probabilidad del «orden molecular», correspondiente a la distribución inicial de los dos gases en las dos mitades del recipiente.

2. La distribución inicial puede realizarse por medio de un sólo procedimiento, por consiguiente, su probabilidad termodinámica es igual a la unidad. En lo que se refiere a la mezcla homogénea, ésta se obtiene mediante un enorme número de procedimientos: éste es igual al producto del número de combinaciones de N moléculas de hidrógeno con $N/2$ moléculas en cada mitad del recipiente por el mismo número de combinaciones de N moléculas de oxígeno con $N/2$ moléculas en cada mitad. Así, pues, la probabilidad termodinámica de tal estado

$$W_{\text{homog}} = (C_N^{N/2})^2. \quad (28.1)$$

3. En condiciones corrientes, incluso pequeños volúmenes de gas contienen una cantidad colosal de moléculas, por ejemplo, en un milímetro cúbico cerca de 10^{16} . Para $N \approx 10^{16}$, la probabilidad termodinámica del estado que

corresponde a una mezcla homogénea de gases se expresa por un enorme número:

$$W_{\text{homog}} \approx 10^{10^{15}}.$$

De aquí se desprende la causa de la irreversibilidad del fenómeno de difusión. La probabilidad termodinámica del estado de una mezcla homogénea es incomparablemente mayor que la probabilidad del estado, con el cual los dos componentes están divididos. Por esta razón, el sistema de forma espontánea, a cuenta del movimiento caótico de las moléculas, pasa al estado más probable, que corresponde a la mezcla homogénea de los gases. Por lo contrario, el proceso inverso de división de la mezcla en los componentes iniciales es tan poco probable que, en la práctica, nunca tiene lugar.

§ 28.6. Probabilidad termodinámica y otras transformaciones térmicas

1. Es posible aplicar el concepto de probabilidad termodinámica para explicar la causa de la irreversibilidad del proceso de transformación de la energía mecánica en interna durante el choque inelástico. Sin embargo, a diferencia de la difusión, aquí es muy difícil calcular la probabilidad termodinámica y en este caso, nos limitaremos a la apreciación cuantitativa de esta magnitud.

Sea que un cuerpo en movimiento a la velocidad v choca de modo inelástico contra la pared. En este estado, todas las moléculas del cuerpo, al mismo tiempo que toman parte en el movimiento térmico caótico, se mueven en una misma dirección a igual velocidad v . Después del choque inelástico el cuerpo se para, pero su energía cinética no desaparece, sino que se consume para el aumento de la energía interna del cuerpo y la pared:

$$K = U_2 - U_1 + Q, \quad (28.2)$$

donde K es la energía cinética del cuerpo antes del choque, $U_2 - U_1$, la variación de la energía interna del cuerpo, Q , la cantidad de calor transmitida a la pared, al aire, etc.

2. La energía cinética del cuerpo es la medida del proceso mecánico, es decir, precisamente del proceso de transporte ordenado de todas las moléculas en una misma dirección, a velocidad igual. Semejante estado puede ser realizado mediante un solo procedimiento y, por consiguiente, su probabilidad termodinámica es igual a la unidad.

El paso de la energía cinética del cuerpo a la interna corresponde a la transmisión del movimiento ordenado al desordenado. De forma elemental no podemos calcular el número de combinaciones que corresponden a diversas distribuciones de las moléculas por todas las posibles magnitudes y direcciones de las velocidades que caracterizan el movimiento térmico caótico. Pero con seguridad es posible decir que con el gigantesco número de moléculas, la cantidad de dichas combinaciones es exclusivamente grande. Por lo tanto, la probabilidad termodinámica de semejante estado es expresada por un número enorme.

3. Así, pues, el proceso de transformación de la energía mecánica en interna es una transición de un estado con pequeña probabilidad termodinámica a un estado más probable. Con un gigantesco número de moléculas esta transformación transcurre de forma espontánea. El proceso inverso de paso de la energía interna a la mecánica, significaría la transición de un estado más probable a otro, menos probable. Con un gran número de moléculas, semejante transformación es tan poco probable, que prácticamente nunca transcurrirá. Es precisamente por esto, por lo que el proceso de conversión de la energía mecánica en interna resulta ser irreversible.

4. El lector puede cerciorarse con facilidad, de modo independiente, que todos los razonamientos aplicados al analizar el fenómeno de un choque inelástico, son aplicables al considerar el proceso de transformación de la energía durante el rozamiento, al calentarse los conductores con la corriente eléctrica, etc.

Razonamientos análogos permiten aclarar la causa de la irreversibilidad de la transmisión de calor. Sin embargo, aquí no examinaremos este problema, sino que lo haremos mediante un procedimiento más sencillo en el § 28.8.

§ 28.7. Probabilidad termodinámica y entropía

1. *La probabilidad termodinámica sirve de característica de la dirección de las transformaciones térmicas.* Comparando la probabilidad de dos estados de un sistema termodinámico, establecemos de inmediato la dirección de la transformación posible en el sistema dado: ésta será el paso del estado menos probable al estado más probable. No obstante, el cálculo de la probabilidad termodinámica es un problema muy complicado, ya que de hecho es enormemente difícil calcular

el número de distintas combinaciones de las moléculas que corresponden a uno u otro estado del sistema. Por esta causa, para los cálculos termodinámicos se hace uso de una magnitud física, introducida por Clausius y a la que éste dio el nombre de *entropía*.

Como la probabilidad termodinámica, *la entropía es una magnitud física que caracteriza la dirección de los procesos en la naturaleza*. Estas dos magnitudes pueden servir de medida del desorden en un sistema constituido por muchas partículas.

2. Boltzmann estableció que *la entropía es proporcional al logaritmo de la probabilidad termodinámica*, mientras que Planck mostró que la constante de Boltzmann sirve de coeficiente de proporcionalidad entre la entropía y el logaritmo natural de la probabilidad termodinámica:

$$S = k \ln W. \quad (28.3)$$

Si el sistema pasa de un estado a otro, con la variación de la probabilidad termodinámica, cambia también la entropía:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = k \ln W_2 - k \ln W_1 = k \ln (W_2/W_1), \quad (28.4)$$

donde el índice 1 se refiere al primer estado y el 2, al segundo.

Aclaremos las propiedades principales de la entropía, que desempeña un importante papel en termodinámica.

3. Ante todo, *la entropía de un sistema se determina por completo por el estado en que se encuentra el sistema*: no depende de la transformación, mediante la cual el sistema llegó a dicho estado. En este sentido, la entropía es análoga a la energía y se distingue del trabajo o de la cantidad de calor. La causa radica en que cada estado del sistema es determinado por cierta cantidad de combinaciones de las moléculas. Por lo tanto, a dicha cantidad le corresponde determinada probabilidad termodinámica y, según (28.3) a cada valor de la probabilidad corresponde un valor determinado de entropía.

4. Además, *la entropía de un sistema formado por dos (o varias) partes independientes, es igual a la suma de las entropías de dichas partes*. Por este lado, la entropía se parece a la energía, ya que si no hay interacción entre las dos partes del sistema, su energía es igual a la suma de las energías de estas partes.

Para la demostración, calculemos primeramente la probabilidad termodinámica. Sea que el estado de la primera parte del sistema se realiza mediante $W^{(1)}$ combinaciones de las moléculas, en la segunda parte, con $W^{(2)}$ combinaciones. Como ambas partes son independientes, a cada combinación de moléculas en la primera parte del sistema pueden ser puestas en correspondencia $W^{(2)}$ combinaciones en la segunda parte. Entonces, el número de combinaciones de moléculas, por medio de las cuales se realiza el estado de todo el sistema es igual a $W^{(1)} \cdot W^{(2)}$. Pero esto es precisamente su probabilidad termodinámica. Así, pues,

$$W = W^{(1)}W^{(2)}. \quad (28.5)$$

Efectuando la logaritmicación de la expresión (28.5) y multiplicando la igualdad obtenida por la constante de Boltzmann, obtenemos

$$k \ln W = k \ln W^{(1)} + k \ln W^{(2)}$$

o bien, de acuerdo con (28.3)

$$S = S^{(1)} + S^{(2)}. \quad (28.6)$$

5. Es, por fin, evidente que durante *los procesos irreversibles*, tales como la difusión o la transformación de la energía mecánica en interna, *la entropía crece*. En efecto como mostramos más arriba, con estos procesos, crece la probabilidad termodinámica y, entonces, según (28.4) crece la entropía: si $W_2 > W_1$, en semejante caso $S_2 > S_1$.

§ 28.8. Entropía y transmisión de calor

1. Supongamos que isotérmicamente un cuerpo gana o pierde cierta cantidad de calor Q ; con esto su entropía cambia. Como mostró Clausius, la variación de la entropía será en este caso

$$\Delta S = S_2 - S_1 = Q/T, \quad (28.7)$$

donde S_1 es la entropía del estado inicial, S_2 , la entropía del estado final, T , la temperatura con la que transcurre la transmisión de calor, Q , la cantidad de calor perdida o ganada. Con ello, de acuerdo con la definición del concepto «cantidad de calor» (§ 21.3), es válida la siguiente regla de

signos: $Q > 0$ si el cuerpo gana energía durante la transmisión de calor; $Q < 0$, si durante el intercambio de calor el cuerpo pierde energía, cediéndosela a otro cuerpo.

2. Calculemos la variación de la entropía de un sistema de dos cuerpos, si entre ellos se produce transmisión de calor. Para simplificar el cálculo, supongamos que este sistema está cubierto de una capa adiabática, de forma que la transmisión de calor con el medio ambiente está excluida (fig. 28.3).

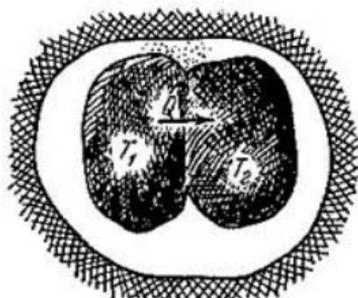


Fig. 28.3.

Según (28.6), tenemos

$$\Delta S = \Delta S^{(1)} + \Delta S^{(2)}, \quad (28.8)$$

donde $\Delta S^{(1)}$ es la variación de la entropía del primer cuerpo y $\Delta S^{(2)}$, la del segundo.

Sea la temperatura del primer cuerpo antes del intercambio de calor igual a T_1 , la del segundo, T_2 , con la particularidad de que $T_2 < T_1$. Como de la práctica sabemos que durante la transmisión de calor, la energía (en forma de calor), siempre se transmite del cuerpo caliente al frío; entonces, en correspondencia con la regla de signos para la cantidad de calor, $Q^{(1)} = -Q$, $Q^{(2)} = Q$, ya que el primer cuerpo cede energía, mientras que el segundo, la gana. Como resultado de la transmisión de calor, las temperaturas de los cuerpos variarán y serán: la del primero $T_1 - \Delta T_1 = T_{\text{med}}^{(1)}$, la del segundo $T_2 + \Delta T_2 = T_{\text{med}}^{(2)}$. La variación de la entropía de todo el sistema, según (28.7) y (28.8), es igual a

$$\Delta S = \frac{Q^{(1)}}{T_{\text{med}}^{(1)}} + \frac{Q^{(2)}}{T_{\text{med}}^{(2)}} = -\frac{Q}{T_{\text{med}}^{(1)}} + \frac{Q}{T_{\text{med}}^{(2)}} = \frac{Q(T_{\text{med}}^{(1)} - T_{\text{med}}^{(2)})}{T_{\text{med}}^{(1)} T_{\text{med}}^{(2)}}. \quad (28.9)$$

Pero las temperaturas absolutas $T_{\text{med}}^{(1)}$ y $T_{\text{med}}^{(2)}$ son magnitudes positivas; de acuerdo con las condiciones de transmisión de calor $T_{\text{med}}^{(1)} - T_{\text{med}}^{(2)} > 0$ y $Q > 0$. Así, pues, en la expresión (28.9) el segundo miembro es un número positivo. De aquí se desprende que $\Delta S > 0$, es decir, *en un sistema cerrado y aislado adiabáticamente, a causa de la transmisión de calor entre sus partes componentes, la entropía crece.*

3. Señalemos que el proceso de transmisión de calor que examinamos es *irreversible*: la energía (en forma de calor) pasa por sí sola del cuerpo caliente al frío, lo que provoca la nivelación de las temperaturas en todas las partes de este sistema. En lo que se trata del proceso inverso de transmisión de calor del cuerpo frío al caliente, por sí solo no puede transcurrir.

Así, pues, vemos que *durante las transformaciones irreversibles, en un sistema cerrado y adiabáticamente aislado la entropía crece,*

$$\Delta S_{\text{irr}} > 0. \quad (28.10)$$

4. Vamos a mostrar, por fin, que durante las transformaciones reversibles la entropía no varía. Con este objeto, investigaremos, como ejemplo, las transformaciones casiestáticas isotérmica y adiabática de expansión o de compresión de un gas.

Sea que un gas se dilata de forma isotérmica casiestática. En tal caso, el gas realiza trabajo para elevar una carga y recibe cierta cantidad de calor del medio ambiente. La variación de la entropía de todo el sistema

$$\Delta S = \Delta S_m + \Delta S_g + \Delta S_{\text{mec}}, \quad (28.11)$$

donde los índices "m", "g" y "mec" se refieren al medio, gas y sistema mecánico (respectivamente). Pero $\Delta S_m = -Q/T$ y $\Delta S_g = Q/T$, ya que el medio cede energía (en forma de calor) y el gas recibe esa misma cantidad de energía. En lo que se refiere a la variación de la entropía del sistema mecánico, ésta es igual a cero, ya que en los sistemas conservativos, durante toda transformación, la probabilidad termodinámica y, por lo tanto, la entropía no varían: $\Delta S_{\text{mec}} = 0$. Sustituyendo en (28.11), obtenemos

$$\Delta S = -\frac{Q}{T} + \frac{Q}{T} = 0.$$

También está claro, que con la transformación casiestática adiabática la entropía del sistema no varía: de la condición de la transformación adiabática $Q = 0$, según (28.7), se desprende que también $\Delta S = 0$.

5. Pero *las transformaciones casiestáticas* (tanto isotérmica, como adiabática) son *reversibles*. Por lo tanto, con los anteriores ejemplos hemos mostrado que

$$\Delta S_{\text{rev}} = 0. \quad (28.12)$$

Así, pues, hemos obtenido un importante resultado: *durante cualquier transformación, en un sistema cerrado y aislado adiabáticamente la entropía no disminuye,*

$$\Delta S \geq 0. \quad (28.13)$$

Aquí, el signo de igualdad se refiere a las transformaciones reversibles, el signo de desigualdad, a las irreversibles.

§ 28.9. Segundo principio de termodinámica

1. Al examinar las transformaciones térmicas reales, nos hemos cerciorado de que de ellas es propia una determinada dirección. De modo espontáneo todas ellas transcurren de tal modo que su resultado es de por sí *la nivelación de los parámetros termodinámicos*: la presión, temperatura, densidad, composición química, etc. Pero de las leyes fundamentales de la naturaleza, es decir, las leyes de la conservación de la cantidad de movimiento, del momento de la cantidad de movimiento y de la energía (en la forma del primer principio de termodinámica), la dirección y, por consiguiente, la irreversibilidad de las transformaciones térmicas no se deduce de ningún modo.

En realidad, el primer principio de termodinámica no prohíbe la transformación con la que cierta cantidad de calor fuera comunicada del cuerpo frío al caliente. El primer principio exige sólo una cosa: que la cantidad de calor cedido por un cuerpo, sea exactamente igual a la cantidad de calor que recibe el otro cuerpo, con otras palabras, que la energía total de un sistema cerrado y adiabáticamente aislado no varíe. En lo que se refiere a la cuestión de qué cuerpo a qué cuerpo pasa la energía durante el intercambio de calor, del caliente al frío o viceversa, ésta queda en suspenso: el primer principio de termodinámica no nos da respuesta a dicha cuestión.

Del mismo modo, partiendo del primer principio no se puede explicar la irreversibilidad del proceso de transformación de la energía mecánica en interna durante el choque inelástico, rozamiento, etc. El primer principio, sólo exige que la suma de las energías mecánica e interior no varíe en un sistema cerrado y aislado adiabáticamente. Pero también aquí, la ley de la conservación de la energía permite, en igual grado, la posibilidad de transformación tanto de la energía mecánica en interna, como de la interna en mecá-

nica. La dirección real de la transformación no puede ser predicha basándose en el primer principio de termodinámica.

2. De este modo, hemos llegado a la conclusión de que la dirección y, por lo tanto, la irreversibilidad de las transformaciones reales térmicas no es definida por las leyes de la conservación, sino que por alguna otra ley de la naturaleza. Esta recibe el nombre de *segundo principio de termodinámica*.

Existen diversas enunciaciones del segundo principio de termodinámica, que son entre sí equivalentes. La más general es la siguiente:

Durante toda transformación, que transcurre en un sistema macroscópico cerrado y aislado adiabáticamente, su entropía no decrece, es decir, $\Delta S \geq 0$.

3. Del segundo principio de termodinámica sigue el principio de imposibilidad formulado por Clausius: *una transformación cuyo único resultado fuese la transmisión de energía en forma de calor del cuerpo frío al caliente, es imposible* (véase también el § 29.5).

En efecto, si semejante proceso fuera posible, sería acompañado por la disminución de la entropía (§ 28.8), y esto contradice al segundo principio de termodinámica formulado más arriba.

4. Hay que prestar atención al sentido de las palabras "único resultado". Esto quiere decir que la transmisión de energía en forma de calor del cuerpo frío al caliente es imposible en el caso, cuando en la naturaleza no transcurre ninguna otra transformación. Si, por lo contrario, junto con la transmisión de calor se produce una transformación más (llamada *compensadora*, véase el § 29.4), la prohibición que implica el segundo principio de termodinámica, se retira y resulta ser posible la transmisión de energía en forma de calor del cuerpo a baja temperatura al cuerpo a temperatura más alta. Las condiciones a las que transcurre semejante transformación se estudiarán en el § 29.7.

§ 28.10. Sentido estadístico del segundo principio de termodinámica. Fluctuaciones

1. Las leyes de la conservación tienen un dominio ilimitado de aplicación. Del mismo modo son válidas para las micropartículas, como para los sistemas macroscópicos.

El segundo principio de termodinámica sólo es aplicable a sistemas macroscópicos, constituidos de una enorme cantidad de moléculas.

Como hemos visto, el aumento de la entropía es consecuencia del crecimiento de la probabilidad termodinámica. Pero la estadística molecular no excluye la posibilidad de principio de una transformación, con la que la probabilidad termodinámica de cierto sistema decrece, aunque semejantes transformaciones, al haber gran cantidad de moléculas en el sistema, transcurren muy rara vez. Por lo tanto, no podemos, incluso de principio, excluir la posibilidad de transformaciones, con las que la entropía decrece, cuan pequeña fuese la probabilidad de su realización en la práctica.

2. De aquí sigue la necesidad de precisar la enunciación del segundo principio de termodinámica. Tomando en consideración las ideas de la estadística molecular, puede ser formulado así:

En un sistema macroscópico cerrado y aislado adiabáticamente, la transformación más probable es aquella que va acompañada por el aumento de la entropía.

Para los sistemas macroscópicos, constituidos por enorme número de moléculas, el segundo principio de termodinámica nos ofrece aquí resultados tan seguros, como las leyes de la conservación. En lo que se refiere a los sistemas microscópicos, formados por número relativamente pequeño de moléculas, en ellos son en absoluto posibles discrepancias entre los valores reales de las magnitudes físicas y sus valores medios, lo que recibe el nombre de *fluctuaciones*.

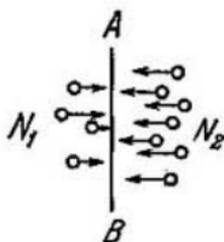


Fig. 28.4.

§ 28.11. Movimiento browniano y fluctuaciones

1. El resultado de las fluctuaciones es el movimiento browniano (§ 25.3). Haciendo uso de las leyes de dinámica, no puede ser explicado por qué causa el movimiento browniano se observa en las partículas, cuyas dimensiones

constituyen unos $0,5 \dots 1 \mu\text{m}$, mientras que las partículas mayores que $5 \mu\text{m}$ ya no toman parte en dicho movimiento.

Para simplificar el cálculo, supongamos que la partícula browniana tiene la forma de un largo y delgado hilo AB (fig. 28.4).

Calculemos cuál es la probabilidad de la fluctuación que nos interesa con diversas dimensiones del hilo. Aceptamos que la longitud del hilo es igual a $0,5 \mu\text{m}$, mientras que la distancia entre las moléculas

de gas, cerca de $0,001 \mu\text{m}$. Entonces, por los dos lados del hilo se dispondrán, aproximadamente, 1000 moléculas.

Si el número de moléculas a la derecha y a la izquierda es igual, digamos $N_1 = N_2 = 500$, la partícula se encuentra en equilibrio. Si a la izquierda resulta haber $N_1 = 470$, mientras que a la derecha $N_2 = 530$ moléculas, la presión a la derecha será $530/470 = 1,13$ veces mayor, con otras palabras, crecerá el 13%. Comparemos la probabilidad de semejante fluctuación con la probabilidad del estado de equilibrio.

La probabilidad termodinámica del estado de equilibrio es igual al número de combinaciones que se puede constituir de 1000 moléculas, con 500 por cada lado del hilo:

$$W_{\text{equiv}} = C_{1000}^{500} = \frac{1000 \cdot 999 \cdot 998 \dots 503 \cdot 502 \cdot 501}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 498 \cdot 499 \cdot 500}.$$

La probabilidad termodinámica de la fluctuación de la presión que consideramos

$$W_{\text{fluc}} = C_{1000}^{470} = \frac{1000 \cdot 999 \dots 533 \cdot 532 \cdot 531}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 468 \cdot 469 \cdot 470}.$$

Su razón:

$$w = \frac{W_{\text{fluc}}}{W_{\text{equiv}}} = \frac{C_{1000}^{470}}{C_{1000}^{500}} = \frac{(1000 \cdot 999 \dots 532 \cdot 531) (1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 469 \cdot 470 \cdot 471 \dots 500)}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 469 \cdot 470) (1000 \cdot 999 \dots 531 \cdot 530 \dots 501)}.$$

Reduciendo los factores iguales, obtenemos

$$w = \frac{471 \cdot 472 \cdot 473 \dots 498 \cdot 499 \cdot 500}{501 \cdot 502 \cdot 503 \dots 528 \cdot 529 \cdot 530}.$$

2. Calcular esta magnitud por métodos elementales es muy difícil, pero podemos determinar sus límites. Para esto tengamos en cuenta que $471/501 = 0,9401$ y $500/530 = 0,9434$.

Así, pues,

$$0,9401^{30} < w < 0,9434^{30},$$

de donde se desprende que:

$$0,157 < w < 0,174.$$

Un cálculo más preciso nos ofrece, que

$$w = 0,1654 \approx 17\%.$$

De forma que hemos obtenido un importante resultado: para una partícula browniana de cerca de $0,5 \mu\text{m}$ de tamaño, la probabilidad de la fluctuación de la presión en un 13%, constituye $0,1654 \approx 17\%$ de la probabilidad del estado de equilibrio. Por consiguiente, si semejante partícula estuviera en reposo en el transcurso de una hora (estado de equilibrio), cerca de 10 min actuarán sobre ella fuerzas considerables que pondrán a la partícula en movimiento. Suponiendo que la duración del «salto» constituye cerca de un segundo, obtenemos que durante una hora la partícula realizará cerca de 600 «saltos».

Recomendamos que el lector muestre por su cuenta, que una partícula dos veces mayor sólo realizará 100 «saltos» por hora.

3. Para que una partícula browniana de 5 μm de tamaño realice semejante «salto», si ella está rodeada, a las mismas condiciones, de 10 000 moléculas, es preciso que a la izquierda se encuentren 4700 moléculas y a la derecha, 5300. La fluctuación de la presión de nuevo resulta ser igual al 13%. Para la probabilidad de fluctuación, obtenemos

$$w = \frac{W_{\text{fluc}}}{W_{\text{equiv}}} = \frac{C_{10000}^{4700}}{C_{10000}^{5300}} = 2,2 \cdot 10^{-8}.$$

O sea, que la probabilidad de fluctuación para esta partícula, es tan pequeña que puede hacerse igual a cero. Para notar un solo «salto», que dure cerca de un segundo, habría que observar la partícula $4,5 \cdot 10^7$ s o como 1 año = $3,16 \cdot 10^7$ s, ¡cerca de año y medio! Está completamente claro por qué las partículas de tamaños análogos o mayores no toman parte en el movimiento browniano.

Señalemos que nuestros cálculos son muy simplificados. Pero el orden de las magnitudes que hemos obtenido más arriba es muy próximo a la realidad.

§ 28.12. Movimiento browniano y constante de Boltzmann

1. Tratemos de apreciar, a donde se desplazará una partícula browniana durante el tiempo de observación t , que es mucho mayor que el tiempo τ de la carrera libre de la molécula. Con este objeto, dividamos el tiempo de observación en una gran cantidad de iguales intervalos $\Delta t = t/N$, de forma que éstos sean también mucho mayores que el tiempo del recorrido libre. A continuación apreciaremos el valor de dicho intervalo.

Durante el tiempo Δt la partícula se desplaza a una distancia L , que llamaremos «paso» de la partícula. En el transcurso de este recorrido, la partícula sufre una enorme cantidad de choques ($\Delta t/\tau \approx 10^{11}$) por parte de las moléculas que la rodean. Esto significa, que cada siguiente «paso» de la partícula browniana, no depende en absoluto de la dirección del «paso» anterior y el ángulo entre ellos varía por completo al azar.

Así, pues, no podemos de ningún modo predecir donde se encontrará la partícula browniana en cualquier momento de tiempo. *El movimiento de una partícula browniana es absolutamente caótico.*

2. Encontrándose en movimiento caótico, la partícula bien se aleja, o bien se aproxima a su posición inicial (fig. 28.5). Pero como su movimiento en todos los sentidos es igualmente probable, puede parecer que la partícula todo

el tiempo gira alrededor de su posición inicial. Sin embargo, la experiencia muestra que esto no es así. Por ejemplo, una gota de tinta en el agua se difunde por ella de forma gradual. Las partículas de pintura son, precisamente, las brownianas. Esto significa, que durante un intervalo de tiempo suficientemente grande, éstas se alejan uniformemente de su posición inicial. La distancia media a la que la partícula browniana se aleja de su posición inicial en un intervalo de tiempo, mucho mayor que el tiempo necesario para el recorrido medio de la molécula, recibe el nombre de *recorrido medio cuadrático de la partícula*. El método de cálculo de esta magnitud fue propuesto en 1904—1907 por A. Einstein y M. Smolujovski.

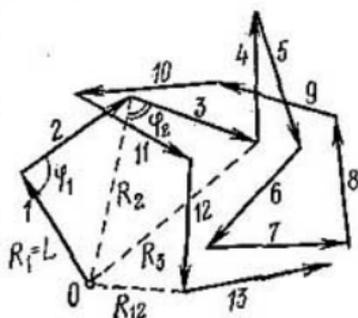


Fig. 28.5.

3. Para resolver este problema, nos dirigimos a la fig. 28.5. Aquí, L es el "paso" de la partícula; la distancia desde la partícula hasta su posición inicial, en los siguientes intervalos de tiempo, que transcurren uno tras otro, $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \dots, \Delta t_N$, son designados, respectivamente, por $R_1, R_2, R_3, \dots, R_N$ (en la figura sólo están designados $R_1 = L, R_2, R_3$ y R_{12}). Los ángulos que caracterizan las direcciones de los posteriores recorridos, están designados por $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_{N-1}$.

Sobre la base del teorema de los cosenos, constituimos un sistema de igualdades:

$$\begin{aligned}
 R_2^2 &= R_1^2 + L^2 - 2R_1L \cos \varphi_1, \\
 R_3^2 &= R_2^2 + L^2 - 2R_2L \cos \varphi_2, \\
 &\dots \dots \dots \\
 R_N^2 &= R_{N-1}^2 + L^2 - 2R_{N-1} \cos \varphi_{N-1}.
 \end{aligned}$$

Notamos fácilmente que al sumar los miembros primeros y segundos, los cuadrados de los desplazamientos intermedios se eliminan; quedan sólo R_N^2 y $R_1^2 = L^2$. Así, pues,

$$R_N^2 = NL^2 - 2L (R_1 \cos \varphi_1 + R_2 \cos \varphi_2 + \dots + R_{N-1} \cos \varphi_{N-1}).$$

Todos los sumandos entre paréntesis son magnitudes arbitrarias, que pueden tomar, con igual probabilidad, cualesquiera valores positivos y negativos. Por lo tanto, con un gran

número de observaciones, el valor medio de la suma entre paréntesis es igual a cero. De aquí sigue la expresión para el cuadrado del recorrido medio cuadrático:

$$\Delta^2 = \overline{R^2} = \langle R^2 \rangle = NL^2. \quad (28.14)$$

4. Como mostraron Einstein y Smolujovski, esta magnitud puede ser expresada mediante el tiempo de observación, las propiedades del líquido y el tamaño de la partícula. Efectuemos un cálculo aproximado, pero bastante sencillo. Para ello, apreciemos, primeramente, el intervalo de tiempo Δt .

Una partícula browniana de masa $m \approx 10^{-14}$ kg y radio $r \approx 10^{-6}$ m es al mismo tiempo un objeto macroscópico y microscópico. Desde el punto de vista energético, semejante partícula es microscópica, ya que ella toma parte en el movimiento térmico y su energía cinética es igual a la energía media del movimiento térmico de las moléculas, es decir, $\frac{3}{2}kT$. Pero desde el punto de vista de la cantidad de movimiento, es un objeto macroscópico: la cantidad de movimiento de una partícula browniana $p = \sqrt{2mK} = \sqrt{2m \cdot \frac{3}{2}kT}$ es mucho mayor que la cantidad de movimiento de la molécula $p_0 = \sqrt{2m_0 \cdot \frac{3}{2}kT}$. La razón de las cantidades de movimiento

$$\frac{p}{p_0} = \sqrt{\frac{m}{m_0}} \approx \sqrt{\frac{10^{-14}}{10^{-28}}} = 10^6.$$

Es natural, que el choque de una molécula con una partícula browniana se parece al choque perfectamente elástico de una partícula contra la pared (§ 17.3): la molécula se separa de la partícula a una velocidad prácticamente igual, pero en sentido opuesto, mientras que la cantidad de movimiento de la partícula browniana varía en una pequeña magnitud $\Delta p \approx 2p_0$. Será precisa una enorme cantidad de choques entre las moléculas y la partícula browniana, para que ésta se "olvide" de la dirección inicial de su movimiento y comience a moverse en otra dirección. El número de estos choques puede ser apreciado del modo siguiente:

$$N_0 \approx p/p_0 \approx 10^6.$$

Esto permite valorar el intervalo de tiempo Δt , durante el cual la partícula realiza un "paso":

$$\Delta t = N_0 \tau \approx 10^6 \cdot 10^{-10} \approx 10^{-4} \text{ s.}$$

Es natural, que durante el tiempo de observación de un orden de $t \approx 1$ h, el número de "pasos" constituirá

$$N = t/\Delta t \approx 10^3/10^{-4} = 10^7. \quad (28.15)$$

5. Como desde el punto de vista de acción de la fuerza, la partícula browniana puede ser considerada como un objeto macroscópico, la acción sumaria de las moléculas que chocan con ella es posible igualarla a la fuerza del rozamiento viscoso $F = 6\pi r\eta v$ (§ 11.8). No obstante, si el influjo de la fuerza del rozamiento viscoso sobre un objeto macroscópico se reduce al frenado, en el caso de una partícula browniana esta fuerza, en la longitud del «paso», primero frenará la partícula y, a continuación, de nuevo la acelerará hasta su anterior velocidad de movimiento, pero en otra dirección.

Así, pues, el trabajo de la fuerza media del rozamiento viscoso por la longitud del «paso», es igual, aproximadamente, al valor doble de la energía cinética media del movimiento térmico: $F_m L \approx 2\bar{\epsilon}_k$.

Poniendo los valores medios de las magnitudes, tenemos

$$\frac{1}{2} \cdot 6\pi r\eta v L \approx 2 \cdot \frac{3}{2} kT.$$

Multipliquemos los dos miembros de la desigualdad por el tiempo de observación y tomemos en consideración, que $vt \approx NL$; obtenemos $\pi r\eta NL^2 \approx kTt$.

Así, pues,

$$\Delta^2 = NL^2 = \frac{kT}{\pi r\eta} t.$$

Hemos obtenido la fórmula de Einstein, con ayuda de la que es posible determinar, mediante los resultados de la observación de la conducta de la partícula browniana, la constante de Boltzmann, y después la constante de Avogadro (§ 26.9). Semejantes experimentos fueron realizados en 1908—1913 por Perrin, que para el número de Avogadro obtuvo un valor seguro:

$$6 \cdot 10^{26} < N_A < 7 \cdot 10^{26}.$$

Estas obras clásicas jugaron un gran papel en la fundamentación de la física estadística.

MAQUINAS TÉRMICAS

§ 29.1. Máquinas térmicas y el desarrollo de la técnica

El progreso de la humanidad está ligado del modo más estrecho con el desarrollo de la energética. La posesión de una nueva fuente de energía, el descubrimiento de nuevas vías de su transformación y utilización, este proceso es, por regla, toda una época en la historia de la cultura material.

Por ejemplo, el potente auge de la industria en el siglo XIX, estuvo relacionado con la invención del primer motor térmico, la máquina de vapor. La creación del motor de combustión interna fue la base para el desarrollo del transporte automóvil y la construcción de aviones. La turbina de gas literalmente ha provocado en las tres últimas décadas una revolución en la aviación, es decir, la sustitución de los aviones de poca velocidad con motores de pistón por las naves de retropropulsión y turbohélices, la velocidad de las cuales se aproximaba a la del sonido y en los últimos tiempos, a la supersónica. Con ayuda de motores térmicos de retropropulsión, se ha hecho realidad el sueño secular de la humanidad: la salida al espacio sideral.

La parte fundamental de la energía eléctrica se produce por centrales termoeléctricas, cuyos generadores se accionan por turbinas de vapor. En las centrales nucleares, la energía que se desprende durante las reacciones nucleares, también se transforma, primeramente, en energía del vapor que pone en movimiento la turbina de gas, accionando esta última el rotor del generador que produce la corriente eléctrica.

En el presente capítulo haremos uso de los principios de termodinámica para estudiar las propiedades generales de todas las máquinas térmicas y la destinación de sus conjuntos principales, así como para aclarar los parámetros que determinan su rendimiento y las vías de su aumento.

§ 29.2. Motor térmico

1. Todos los motores térmicos, independientemente de sus particularidades estructurales, resuelven un mismo problema, *la transformación de la energía interna en mecánica*. Con este objeto, la energía que se desprende al quemarse el combustible o bien en las reacciones nucleares, por medio de la transmisión de calor se comunica a cierto gas. Durante la expansión del gas, éste realiza trabajo contra las fuerzas externas, accionando un mecanismo cualquiera.

2. Es evidente que en el motor térmico el gas no puede expandirse de forma ilimitada, ya que la máquina tiene dimensiones finitas. Por lo tanto, después de la expansión

el gas tiene que ser, a continuación, comprimido, de manera que el propio gas y todas las piezas de la máquina retornen a su estado inicial. Después de esto, puede ser realizada la siguiente expansión, etc. Así, pues, hemos llegado a la conclusión de que *el motor térmico debe funcionar de modo cíclico*; en el transcurso del ciclo, tras el proceso de expansión del gas debe producirse su compresión hasta el estado inicial.

Los motores térmicos reales, funcionan, por regla, de acuerdo con el llamado *ciclo abierto*, cuando después de la expansión el gas se expulsa y se comprime una nueva cantidad de gas. No obstante, esto no influye notoriamente sobre la termodinámica de la transformación y más adelante consideraremos *un ciclo cerrado* cuando se realiza la expansión y compresión de una misma porción de gas.

3. Para que el motor efectúe durante el ciclo trabajo útil, es necesario que el trabajo de expansión sea mayor que el de compresión. En semejante caso, los cuerpos externos que rodean al motor, recibirán más energía mecánica que la que ceden durante la compresión. Mostremos que con este objeto, la temperatura del gas al comprimirse debe ser menor que al dilatarse. Para demostrar esto, retornemos de nuevo a las figs. 27.2 y 27.3 (pág. 311). Los estados inicial y final del gas durante la expansión y la compresión coinciden; por consiguiente, el trabajo de compresión será menor que el de expansión sólo cuando en todos los estados intermedios la presión en el proceso de compresión sea menor que en el proceso de expansión, lo que es sólo posible en el caso, cuando en todos los puntos intermedios la temperatura del gas con la compresión es más baja que con la expansión.

Examinemos la fig. 29.1. Aquí el trabajo de expansión es numéricamente igual al área del trapecio curvilíneo, limitado por arriba por la gráfica de dependencia entre la presión y el volumen en el proceso de expansión, es decir, por *la curva de expansión*. El trabajo de compresión es el área del trapecio curvilíneo limitado por arriba por *la curva de compresión*. Para acabar, el trabajo útil se repre-

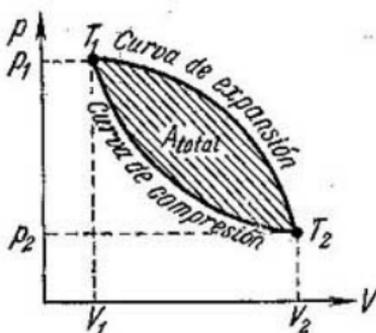


Fig. 29.1.

senta por el área que en la figura está rayado; este área se encuentra limitada por la gráfica del ciclo, o sea, por las curvas de expansión y compresión.

§ 29.3. Estructura esquemática y balance energético de motor térmico

1. Basándonos en los anteriores razonamientos podemos examinar el esquema de todo motor térmico, independientemente de sus particularidades estructurales y de las transformaciones energéticas que son en él características.

Cualquier motor térmico consta de tres partes fundamentales: sustancia de trabajo, calentador y refrigerador (fig. 29.2). Como sustancia de trabajo se hace uso de cualquier gas (o vapor), a cuenta de la expansión del cual realizase el trabajo. La sustancia de trabajo recibe cierta cantidad de calor Q_1 del calentador, que es un cuerpo en el que se mantiene alta temperatura T_1 constante por medio del quemado del combustible o bien por las reacciones nucleares. Por fin, durante su compresión el gas cede cierta cantidad de calor Q_2 al refrigerador, que es un cuerpo cuya temperatura T_2 siempre es constante e inferior a la temperatura de calentador. Por esta razón, la presión del gas al comprimirse es más baja que al dilatarse, lo que, como fue mostrado en el párrafo anterior, es condición obligatoria para el funcionamiento exitoso del motor.

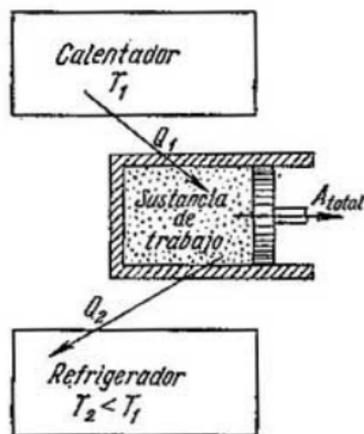


Fig. 29.2.

Notemos, que como refrigerador puede ser utilizado el medio ambiente, como sucede en los motores de combustión interna y en los de retroimpulsión.

2. Obtenemos el balance de energía por ciclo basándonos en el primer principio de termodinámica (27.6). Como al finalizar el ciclo la sustancia de trabajo retorna a su estado inicial, su energía interna no varía: $\Delta U = U_2 - U_1 = 0$. De aquí

$$Q_1 = Q_2 + A_{\text{total}} + Q_{\text{pér}}, \quad (29.1)$$

donde $Q_{\text{pér}}$ es la energía que se pierde durante el ciclo por el intercambio de calor con el medio ambiente, por el rozamiento, etc. De aquí se desprende que al trabajo útil que realiza el motor por ciclo,

$$A_{\text{total}} \leq Q_1 - Q_2, \quad (29.2)$$

donde la desigualdad caracteriza las máquinas reales, mientras que la igualdad, las perfectas (ideales), ya que en ellas no hay pérdidas.

3. Recibe el nombre de *rendimiento de un motor* η la razón entre el trabajo útil y la energía que la sustancia de trabajo recibe del calentador, es decir, la cantidad de calor Q_1 :

$$\eta = \frac{A_{\text{total}}}{Q_1} \leq \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (29.3)$$

De (29.3) se desprende que incluso para un motor térmico perfecto, que funciona sin pérdidas, el rendimiento, en principio, es menor que el 100%. Pudiera ser igual al 100% sólo en el caso de que en el transcurso del ciclo no se cediera energía al refrigerador, es decir, si Q_2 pudiese ser igual a cero. Pero ya hemos dicho que esto es imposible, ya que en el proceso de compresión es preciso el enfriamiento del gas, para lo que se necesita transmitir al refrigerador una cantidad de calor $Q_2 \neq 0$.

§ 29.4. Motor térmico y segundo principio de termodinámica

1. Basándose en el análisis del principio de trabajo del motor térmico, Thomson y Planck llegaron a una conclusión que se formula como el principio de imposibilidad:

Es imposible conseguir un proceso, cuyo único resultado fuese el enfriamiento del calentador y la transformación íntegra de la cantidad de calor recibido en trabajo.

Se puede mostrar que el principio de imposibilidad de Thomson—Planck es un corolario del segundo principio de termodinámica. En efecto, la transformación de la energía interna en mecánica es un proceso de transición del sistema de un estado con movimiento desordenado de las moléculas a otro estado con su movimiento ordenado. Pero

con semejante transformación la entropía del sistema debe menguar, lo que contradice al segundo principio de termodinámica. Por esta causa, la transformación de la energía interna en mecánica no puede ser un proceso *único*. Junto con él debe transcurrir otro proceso que provoque el crecimiento de la entropía y *que compense la disminución de ésta* al transformarse la energía interna en mecánica.

2. Aunque con la expansión isotérmica de un gas perfecto, el trabajo de un gas coincide íntegramente con la cantidad de calor recibida (§ 27.6), este fenómeno no provoca la disminución de la entropía del sistema. La cuestión reside en que el propio proceso de expansión del gas es acompañado por el aumento de la entropía. Este proceso de compensación liquida la imposibilidad impuesta por el segundo principio.

Esto también es aplicable al funcionamiento del motor térmico. En efecto, en el transcurso del ciclo no sólo se enfría el calentador (foco caliente) y se realiza trabajo, sino que además, una parte de la energía se transmite al refrigerador (foco frío). Precisamente este proceso de compensación elimina la imposibilidad impuesta por el segundo principio de termodinámica al fenómeno de transformación de la energía interna en mecánica.

3. El principio de imposibilidad de Clausius (§ 28.9), el principio de imposibilidad de Thomson—Planck y el principio de crecimiento de la entropía son tres enunciaciones equivalentes del segundo principio de termodinámica.

Con frecuencia, los principios primero y segundo de termodinámica se enuncian como leyes que prohíben la creación de los móviles perpetuos.

Primer principio: es imposible el móvil perpetuo de primera especie (perpetuum mobile I), es decir, una máquina que realizase trabajo periódico sin recibir energía de otras fuentes.

Segundo principio: es imposible el móvil perpetuo de segunda especie (perpetuum mobile II), es decir, una máquina que realizase trabajo periódico sólo a cuenta del enfriamiento de un foco de calor, por ejemplo, la corteza terrestre o el océano que tienen una colosal reserva de energía interna, sin transmitir calor al cuerpo más frío.

§ 29.5. Ciclo de Carnot

1. Para simplificar el análisis del principio de funcionamiento del motor térmico, así como para calcular su rendimiento, examinemos un experimento mental puesto por Carnot.

En la máquina idealizada de Carnot, la sustancia de trabajo era un gas ideal. Al comenzar el ciclo, la sustancia de trabajo tiene igual temperatura T_1 que el calentador. Este estado se representa en la gráfica por el punto 1 (fig. 29.3) Como el gas está en contacto con el calentador, éste se expande de modo isotérmico, recibe una cantidad de calor Q_1 y pasa al estado 2. A continuación, su expansión transcurre adiabáticamente hasta el estado 3. Su temperatura disminuye y toma el valor T_2 , que es la temperatura del refrigerador. Tras la expansión sigue la compresión del gas. Hallándose en contacto con el refrigerador, por la acción de las fuerzas externas, el gas se comprime isotérmicamente del estado 3 al 4, cediendo al refrigerador la cantidad de calor Q_2 . Más adelante, por medio de la compresión adiabática, la temperatura del gas aumenta hasta la inicial. El ciclo se cierra y la sustancia de trabajo vuelve al estado inicial.

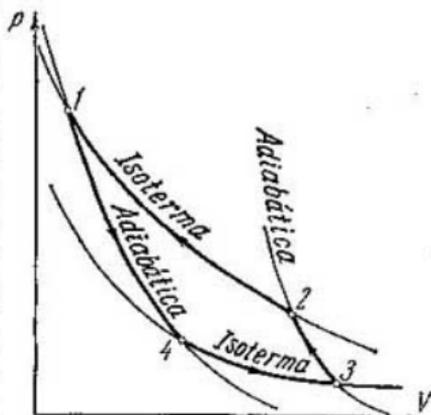


Fig. 29.3.

2. El ciclo de Carnot es de por sí la idealización del ciclo de una máquina térmica real. Se supone que aquí no hay pérdidas de energía para el intercambio de calor con el medio ambiente, que en la máquina no hay rozamiento y que los procesos de expansión y compresión del gas transcurren de modo casiestático y, por lo tanto, el ciclo es reversible. De aquí sigue, que durante el ciclo la variación general de la entropía de todo el sistema es igual a cero.

Veamos cómo varía la entropía de las partes aisladas del sistema.

Es natural que la entropía de la sustancia de trabajo no

cambia, puesto que retorna al estado inicial. La entropía de los cuerpos circundantes tampoco varía, ya que no toman parte en el intercambio de calor y los procesos mecánicos no provocan el cambio de la entropía. La del calentador, según (28.7), decrece en la magnitud $\Delta S_{\text{cal}} = -Q_1/T_1$, mientras que la entropía del refrigerador crece en la magnitud $\Delta S_{\text{ref}} = Q_2/T_2$. Pero como la variación de la entropía de todo el sistema $\Delta S = 0$,

$$\Delta S = \Delta S_{\text{cal}} + \Delta S_{\text{ref}} = -\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (29.4)$$

De aquí se deduce que $Q_1/T_1 = Q_2/T_2$, o bien

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}. \quad (29.5)$$

3. De acuerdo con (29.3) y (29.5), para una máquina perfecta que funciona según el ciclo reversible de Carnot,

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (29.6)$$

Hemos obtenido un resultado de importancia fundamental: *el rendimiento de una máquina perfecta que trabaja según el ciclo reversible de Carnot, es definido sólo por las temperaturas del calentador y el refrigerador.*

§ 29.6. Rendimiento de un motor real

1. En todo motor real hay pérdidas. Además, los procesos que en él transcurren son irreversibles. Es natural, que la entropía crece en el transcurso del ciclo: $\Delta S > 0$. La expresión (29.4) se transforma en una desigualdad:

$$\Delta S = -\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} > 0. \quad (29.7)$$

De esto se desprende que para un motor térmico que trabaja por un ciclo irreversible

$$\frac{Q_2}{Q_1} > \frac{T_2}{T_1}. \quad (29.8)$$

2. De acuerdo con (29.3), el rendimiento de una máquina real es expresada por la desigualdad $\eta < 1 - Q_2/Q_1$. Si en esta expresión sustituimos el sustraendo, es decir, Q_2/Q_1 por la fracción menor T_2/T_1 , la desigualdad crecerá. Así,

pues,

$$\eta < 1 - \frac{Q_2}{Q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (29.9)$$

Vemos que el rendimiento de un motor térmico real siempre es menor que el de la máquina de Carnot que funciona en el mismo intervalo de temperaturas, o sea,

$$\eta < \eta_{\text{Carnot}}. \quad (29.10)$$

3. Debemos prestar atención a la diferencia en principio entre los motores térmicos y las máquinas mecánicas o eléctricas. Perfeccionando estas últimas aproximamos su rendimiento al valor teórico límite del 100%. Aunque en condiciones reales este límite es inaccesible, podemos aproximarnos a él disminuyendo las pérdidas. Mediante el perfeccionamiento de los motores térmicos, acercamos su rendimiento no al 100%, sino que al rendimiento de la máquina de Carnot que trabaja en el mismo intervalo de temperaturas. De aquí se desprende, que el factor decisivo en el proceso de elevación del rendimiento de un motor térmico es el aumento de la temperatura del calentador y la disminución de la del refrigerador.

Es lógico, que la reducción de toda especie de pérdidas también lleva al aumento del rendimiento del motor térmico, pero el método más eficaz es el incremento de la diferencia de temperaturas del calentador y refrigerador.

§ 29.7. Ciclo inverso de Carnot

1. El ciclo de Carnot es reversible, por lo tanto, puede transcurrir en sentido inverso. Estudiemos qué efecto energético obtenemos en semejante caso.

Supongamos que la sustancia de trabajo, cuyo estado está representado en la fig. 29.4 por el punto 1, se expande adiabáticamente hasta el estado que representa el punto 4. Con ello, la temperatura del gas disminuye hasta la de la cámara refrigeradora T_2 . Seguidamente, la sustancia de trabajo dilátase isotérmicamente hasta el estado 3, realizando trabajo de expansión y absorbiendo de la cámara refrigeradora una cantidad de calor Q_2 . El gas, pasa del estado 3 al estado 2 por compresión adiabática y su temperatura aumenta hasta la del calentador T_1 . Por fin, la sustancia de trabajo pasa del estado 2 al estado 1 mediante su compre-

sión isotérmica a cuenta del trabajo que realizan las fuerzas exteriores. Con esto, la sustancia de trabajo comunica al calentador cierta cantidad del calor Q_1 .

El esquema general de la transformación de la energía está representada en la fig. 29.5.

2. Como en el ciclo inverso la compresión de la sustancia de trabajo transcurre a temperatura más alta, que la

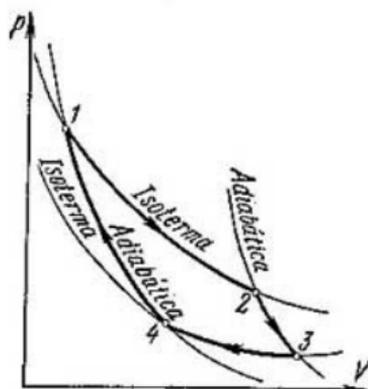


Fig. 29.4.

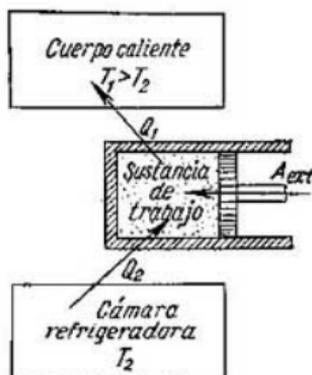


Fig. 29.5.

expansión, el trabajo de compresión es mayor que el de expansión. Por lo tanto, durante el ciclo las fuerzas exteriores realizan trabajo positivo:

$$A_{ext} = A_{com} - A_{ext} > 0. \quad (29.11)$$

De acuerdo con (27.23) $Q_1 = A_{comp}$, $Q_2 = A_{ext}$. Poniendo en la anterior expresión estos valores, obtenemos que $A_{ext} = Q_1 - Q_2$, o bien

$$Q_1 = Q_2 + A_{exp}. \quad (29.12)$$

3. Así, pues, como resultado del ciclo dado, cierta cantidad de calor pasa del foco frío al foco con temperatura más alta. Puede parecer que esto contradice al segundo principio de termodinámica (§ 28.9). Sin embargo, es fácil cerciorarse de que no es así. El paso de la energía en forma de calor del foco frío al caliente es un proceso que provoca la disminución de la entropía. El segundo principio de termodinámica, prohíbe semejante transformación si es *única*. Sin embargo, en el caso del ciclo inverso de Carnot que examinamos, transcurre un proceso más: la transformación de la energía mecá-

nica de los cuerpos circundantes en la energía interna del calentador, lo que se acompaña del aumento de la entropía.

Resulta que el proceso de crecimiento de la entropía a cuenta de la transformación de la energía mecánica en interna, compensa la disminución de la entropía al transferir el calor del refrigerador al calentador. El proceso de compensación elimina la imposibilidad que impone el segundo principio de termodinámica y hace posible el transcurso del ciclo inverso de Carnot.

4. Como quiera que el ciclo de Carnot es reversible, la variación total de la entropía durante el ciclo de Carnot es nula. Por lo tanto, la correlación (29.5) queda también válida para el ciclo inverso de Carnot.

Si, por lo contrario, un ciclo inverso se realiza de modo irreversible, la expresión (29.7) en cierto grado cambiará. En lugar de (29.7), obtendremos

$$\Delta S = -\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} > 0, \quad (29.13)$$

de donde

$$\frac{Q_2}{Q_1} < \frac{T_2}{T_1}. \quad (29.14)$$

No obstante, también en este caso el rendimiento del ciclo real es inferior al del ciclo de Carnot.

§ 29.8. Instalación frigorífica y bomba térmica

1. Si la máquina de Carnot es una idealización del motor térmico, el ciclo inverso de Carnot es de por sí la idealización del ciclo de otras dos máquinas térmicas, a saber: la instalación frigorífica y la bomba térmica.

La *instalación frigorífica* sirve para mantener en la cámara refrigerante una temperatura inferior a la del medio ambiente. Esto resulta posible si la sustancia de trabajo de la máquina térmica se hace pasar por un ciclo inverso, análogo al inverso de Carnot. La sustancia de trabajo de la instalación frigorífica suelen ser, por regla, los vapores de líquidos de fácil ebullición, amoníaco, freón, etc. A la máquina se le transmite la energía de la red eléctrica. A cuenta de dicha energía se realiza el proceso de «bombeo del calor» de la cámara refrigerante a los cuerpos más calientes, o sea, al medio ambiente. Para valorar la eficacia de la instalación frigorífica, halleemos la razón entre la

cantidad de calor, ganado de la cámara refrigerante en el transcurso del ciclo, y el trabajo de las fuerzas externas:

$$k = Q_2/A.$$

Haciendo uso de las correlaciones (29.12) y (29.14), nos cercioramos con facilidad que

$$k = \frac{Q_2}{A} \leq \frac{T_2}{T_1 - T_2}, \quad (29.15)$$

donde el signo de igualdad se refiere al ciclo reversible y el de desigualdad, al irreversible. Debemos indicar, que mientras menor es la diferencia de temperaturas entre la cámara refrigerante y el medio ambiente, tanto menos energía mecánica (o eléctrica) hay que consumir para «bombear el calor» del cuerpo frío al caliente. Hay que prestar atención al hecho de que $k = Q_2/A$ puede ser mayor que el 100%. Esto no contradice de ningún modo al factor de que el rendimiento del motor térmico siempre es considerablemente menor que el 100%.

2. La instalación frigorífica puede ser utilizada como *bomba térmica* para la calefacción.

Si una habitación se calienta por electrocalentadores corrientes, la cantidad de calor desprendida de los elementos calentadores es con exactitud igual al consumo de energía eléctrica. Pero si esta energía se utiliza para poner en funcionamiento una instalación frigorífica en la que sirve de calentador el local que se calienta, mientras que la cámara refrigerante de la atmósfera exterior, el local que se calienta recibirá más calor que el que se desprendería al transformar directamente la energía eléctrica en interior de los calentadores del tipo de infiernillos eléctricos, calentadores eléctricos, etc. En efecto, cuando en la máquina no hay pérdidas, la cantidad de calor recibida por el local que se calienta $Q_1 = Q_2 + A$, donde A es el consumo de energía eléctrica, Q_2 , la cantidad de calor que se transfiere de la atmósfera exterior al local. En una instalación real, gracias a las pérdidas, $Q_1 < Q_2 + A$. Pero a pesar de todo, aún habiendo pérdidas, con una buena estructura de la bomba térmica se puede obtener $Q_1 > A$.

3. La eficacia de la bomba térmica se determina por la razón entre la cantidad de calor que ha recibido el local que se calienta y el consumo de energía eléctrica. Recomendamos que el lector, haciendo uso de las correlaciones anteriores, muestre por su cuenta que

$$k = \frac{Q_1}{A} \leq \frac{T_1}{T_1 - T_2}. \quad (29.16)$$

Notemos, que con el ciclo inverso la eficacia del bombeo de calor siempre es superior al 100%.

4. Así, pues, el motor térmico, la instalación frigorífica y la bomba térmica, son tres tipos de máquinas térmicas, cuyo funcionamiento se define por los primero y segundo principio de termodinámica. En adelante, tropezaremos con una serie de fenómenos, para cuya explicación haremos uso de estas leyes fundamentales de la naturaleza.

PRINCIPIOS DE DINÁMICA DE LOS GASES

§ 30.1. Parámetros termodinámicos de un gas en movimiento

En el presente capítulo las leyes fundamentales de termodinámica serán aplicadas para el estudio de los fenómenos que transcurren en los gases en movimiento.

El estado de un gas en movimiento se determina no sólo por su presión, densidad y temperatura, sino que también por la velocidad de su movimiento. Por consiguiente, la

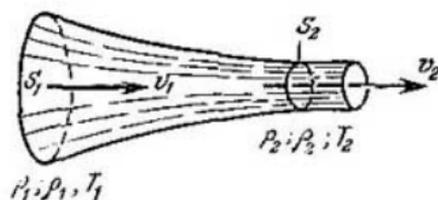


Fig. 30.1

velocidad v , la presión p , la densidad ρ y la temperatura T , son los cuatro parámetros termodinámicos cuya variación define todos los procesos que tienen lugar en el gas.

Sea que un gas fluye por cierto tubo de sección variable (fig. 30.1). En semejante caso, los parámetros termodinámicos serán diferentes en cada sección.

Si en toda sección del tubo los parámetros termodinámicos del gas no dependen del tiempo, semejante movimiento recibe el nombre de *estacionario* o *estable*. Por lo contrario, si los parámetros cambian con el tiempo, se dice que ese movimiento es *no estacionario*.

Más adelante examinaremos sólo la corriente estacionaria de un gas a velocidades mucho menores que la de la luz ($v \ll c$).

§ 30.2. Ecuación de continuidad

1. Recibe el nombre de *consumo* de un líquido o gas la masa de materia que pasa por la sección transversal del tubo en el transcurso de la unidad de tiempo:

$$\mu = dm/dt. \quad (30.1)$$

Si en cierta sección de área S la velocidad de la corriente es igual a v , durante el tiempo dt por dicha sección pasará un volumen de gas $dV = Sv dt$. La masa de dicho gas será $dm = \rho Sv dt$. Poniendo este valor de dm en (30.1), para el consumo obtenemos la siguiente expresión:

$$\mu = \rho Sv. \quad (30.2)$$

2. De la ley de la conservación de la masa se desprende que *para la corriente estacionaria, el consumo en cualquier sección del tubo es una magnitud constante*. En efecto, si, por ejemplo, por la sección S_1 en la figura 30.1 entrara por segundo más gas del que sale por la sección S_2 , su masa dentro de dicho volumen crecería con el tiempo. Esto provocaría el aumento de la densidad y la presión del gas y, en fin de cuentas, la variación de la velocidad de la corriente, lo que significaría la violación del carácter estacionario del flujo.

Así pues, para las corrientes estacionarias (uniformes) se obtiene la siguiente ecuación:

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2. \quad (30.3)$$

Esta ecuación expresa la ley de la conservación de la masa de la materia: denominase *ecuación de continuidad de la corriente*.

3. En la dinámica de los líquidos (hidrodinámica) y de los gases ha sido aceptada la siguiente terminología. La sustancia que fluye por el tubo se llama *fluido* independientemente del estado de agregación en que se encuentre: líquido o gaseoso. Distinguimos *los fluidos compresibles* (por regla, estos son los gases) e *incompresibles*, es decir, los llamados líquidos en gotas, así como los gases en aquellos casos cuando su compresibilidad puede ser despreciada (§ 30.6).

4. Para un líquido incompresible $\rho_1 = \rho_2 = \text{const}$, de donde se deduce que

$$S_1 v_1 = S_2 v_2. \quad (30.4)$$

§ 30.3. Ecuación de la cantidad de movimiento

1. Con la corriente estacionaria, la cantidad de movimiento de cierta masa de gas en la sección dada es una magnitud constante. Al pasar a otra sección, la cantidad de movimiento varía a cuenta de la acción de las fuerzas de la presión y de las del rozamiento interno (viscosidad).

De por sí, es un problema de exclusiva dificultad la determinación de las fuerzas del rozamiento interior. Ciertas indicaciones a este respecto haremos al final del capítulo § 30.16). Aquí, vamos a desprestigiar la viscosidad del gas (y sólo tomaremos en consideración las fuerzas de la presión. El líquido en el que no se tiene en cuenta las fuerzas del rozamiento interno reciben el nombre de *ideal* o *perfecto*.

2. De acuerdo con la ecuación fundamental de dinámica (7.2) la variación de la cantidad de movimiento por unidad de tiempo es igual a fuerza que actúa; recordando que la velocidad del fluido en la sección dada es constante, tenemos

$$F_1 - F_2 = \frac{dm \cdot v_2 - dm \cdot v_1}{dt}, \quad (30.5)$$

donde $F_1 = p_1 S_1$ y $F_2 = p_2 S_2$ son las fuerzas de la presión en las secciones S_1 y S_2 . Pero según (30.1) y (30.2) $dm/dt = \rho S v$. Poniendo en (30.5), se obtiene

$$p_1 S_1 - p_2 S_2 = \rho_2 S_2 v_2^2 - \rho_1 S_1 v_1^2,$$

o bien

$$S_1 (p_1 + \rho_1 v_1^2) = S_2 (p_2 + \rho_2 v_2^2). \quad (30.6)$$

La fórmula (30.6) recibe el nombre de *ecuación de la cantidad de movimiento para un líquido ideal compresible*.

§ 30.4. Ecuación de Bernoulli

1. Apliquemos al flujo de gas la ley de la conservación de la energía, es decir, el primer principio de termodinámica (21.9). Considerando el gas como un líquido ideal compresible, no vamos a tomar en cuenta las fuerzas del rozamiento interno. Las transformaciones que transcurren en el gas las consideraremos adiabáticas.

En la sección S_1 (véase la fig. 30.1) la masa del gas dm tiene energía cinética $K_1 = dm \cdot v_1^2/2$ y energía interna $U_1 = dm \cdot c_v T_1$; la sección S_2 tiene, respectivamente, $K_2 = dm \cdot v_2^2/2$ y $U_2 = dm \cdot c_v T_2$. Entonces, la variación de la energía total del gas al pasar de la sección S_1 a S_2 , será expresada:

$$\Delta \mathcal{E} = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = \frac{dm \cdot v_2^2}{2} + dm \cdot c_v T_2 - \frac{dm \cdot v_1^2}{2} - dm \cdot c_v T_1.$$

El trabajo elemental realizado por el gas,

$$\Delta A = p_2 dV_2 - p_1 dV_1,$$

donde dV_1 y dV_2 son los volúmenes de las masas dadas de gas en las secciones S_1 y S_2 , respectivamente. Sustituyendo en (21.9) y teniendo en cuenta que durante la transformación adiabática no hay intercambio de calor, es decir, $Q = 0$, tenemos

$$\frac{dm \cdot v_2^2}{2} - \frac{dm \cdot v_1^2}{2} + dm \cdot c_V T_2 - dm \cdot c_V T_1 + p_2 dV_2 - p_1 dV_1 = 0.$$

Dividamos ambos miembros de la igualdad por dm y tomemos en consideración que $dm/dV = \rho$ es la densidad del gas. Pasando todos los términos con el índice 1 a uno de los miembros de la igualdad y con el índice 2, a otro, obtenemos

$$\frac{v_1^2}{2} + c_V T_1 + \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{v_2^2}{2} + c_V T_2 + \frac{p_2}{\rho_2}. \quad (30.7)$$

Esta fórmula es la ecuación de la energía (o de Bernoulli) para el flujo de un gas ideal, es decir, para un líquido perfecto compresible.

2. Poniendo en (30.7) el valor de la presión $p = R\rho T/M$ (véase (26.18)) y considerando que $c_p = c_V + (R/M)$, obtendremos

$$\frac{v_1^2}{2} + c_p T_1 = \frac{v_2^2}{2} + c_p T_2. \quad (30.8)$$

Haciendo uso del valor (26.18), nos dará

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{Mc_p}{R} \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{Mc_p}{R} \frac{p_2}{\rho_2}.$$

Pero $\frac{Mc_p}{R} = \frac{c_p}{c_p - c_V} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}$, ya que $\frac{c_p}{c_V} = \gamma$. Así pues,

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_2}{\rho_2}. \quad (30.9)$$

Esta expresión para la ecuación de Bernoulli nos será necesaria más adelante.

3. Cuando un líquido ideal incompresible está en movimiento, su densidad y temperatura quedan invariables. Haciendo en la igualdad (30.7) $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ y $T_1 = T_2$, tendremos

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2. \quad (30.10)$$

Esta es la ecuación de Bernoulli para un líquido ideal incompresible.

§ 30.5. Velocidad de propagación de perturbaciones elásticas

1. Imaginémonos que en cierta capa de un gas inmóvil la presión creció inesperadamente a causa de la rápida compresión o calentamiento. A cuenta del exceso de presión, esta capa comenzará a expandirse, transmitiendo el impulso de presión a las demás capas. La compresión de estas capas se transmitirá más adelante y en el gas surgirá una *onda de perturbaciones elásticas*.

Semejante fenómeno puede ser observado si tiramos una piedra al agua. Aquí la perturbación se transmite de capa

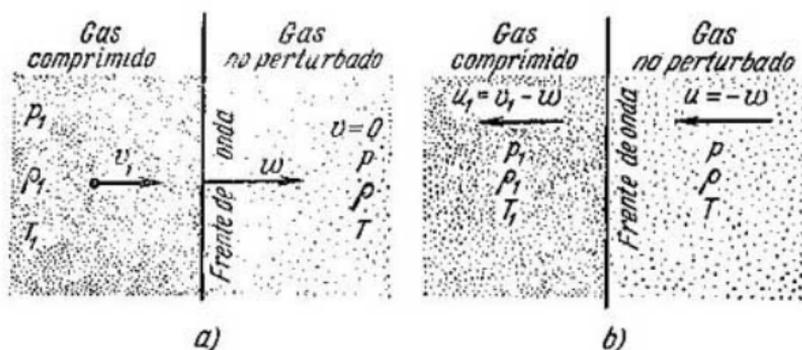


Fig. 30.2.

en capa y por el agua corre una onda superficial (circular).

Recibe el nombre de *frente de onda* una superficie en la que por todos los puntos los parámetros termodinámicos (velocidad, densidad, presión y temperatura) del gas tienen iguales valores. *Velocidad de desplazamiento del frente de onda (velocidad de onda) w* se denomina la velocidad de transmisión de la perturbación elástica de capa a capa (fig. 30.2, a)

2. Para calcular la velocidad de onda es cómodo pasar a un sistema de referencia que se mueva junto con el frente de onda (fig. 30.2, b).

En efecto, en el sistema de referencia ligado al gas no perturbado, el proceso de propagación de la onda es no estacionario, ya que los parámetros de gas cambian con el tiempo. En lo que se refiere al sistema de referencia en movimiento junto con el frente de onda, el proceso es estacionario y a él puede ser aplicada la ecuación de continuidad, de

cantidad de movimiento y de energía, que hemos estudiado en los párrafos anteriores.

En el sistema de referencia relacionado con el frente de onda el gas no perturbado alcanza el frente de onda a una velocidad $u = -w$, el gas comprimido se retarda respecto del frente de onda y se desplaza a una velocidad $u_1 = v_1 - w$ (fig. 30.2, b). Aplicando al flujo la ecuación de continuidad (30.3) y de la cantidad de movimiento (30.6), obtenemos

$$\rho u = \rho_1 u_1, \quad p + \rho u^2 = p_1 + \rho_1 u_1^2. \quad (30.11)$$

Expresando en la primera igualdad $u_1 = \rho u / \rho_1$ y poniéndola en la segunda, para la velocidad de propagación del frente de onda obtenemos la siguiente expresión

$$w = |u| = \sqrt{\frac{\rho_1 p_1 - p}{\rho \rho_1 - \rho}} = \sqrt{\frac{\rho_1 \Delta p}{\rho \Delta \rho}}. \quad (30.12)$$

3. En los gases son posibles ondas de dos tipos: de choque y sonoras.

La *onda de choque* se caracteriza por que en el frente de onda los parámetros termodinámicos varían a salto y la diferencia de presión $p_1 - p$ y de densidad $\rho_1 - \rho$ pueden ser muy considerables. Por esta causa, decimos que el frente de onda es un salto de compresión.

Las ondas sonoras son de por sí ondas de débil perturbación. Las diferencias de presiones y densidades son unas magnitudes muy pequeñas: $dp \ll p$ y $d\rho \ll \rho$. Por esta razón, en la fórmula (30.12) podemos hacer $\rho_1 = \rho + d\rho \approx \rho$, con lo que para la velocidad de la onda sonora se obtiene la siguiente expresión:

$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}. \quad (30.13)$$

4. Las ondas sonoras se propagan con bastante rapidez y al pasar el frente de onda por un gas, el proceso de su compresión debe ser considerado adiabático. Esto permite introducir una expresión más cómoda para calcular la velocidad de la onda sonora.

Ecuación de una adiabática: $pV^\gamma = \text{const}$ (véase (27.27)). La derivación nos da

$$dp \cdot V^\gamma + \gamma p V^{\gamma-1} dV = 0,$$

de aquí se desprende, que

$$dp/p = -\gamma dV/V. \quad (30.14)$$

La densidad del gas $\rho = m/V$. Suponiendo que la masa del gas no varía, obtenemos $d\rho = -m dV/V^2$. Dividiendo los dos miembros de

esta igualdad por la densidad, tendremos

$$d\rho/\rho = -dV/V. \quad (30.15)$$

Poniendo esta expresión en (30.14), obtenemos

$$\gamma d\rho/\rho = dp/p. \quad (30.16)$$

La velocidad del sonido, de acuerdo con (30.13) y (30.16) se expresará del modo siguiente:

$$a = \sqrt{\gamma p/\rho}, \quad (30.17)$$

o bien, teniendo en cuenta la ecuación de estado de un gas $p = R\rho T/M$ (véase (26.18)), obtendremos

$$a = \sqrt{\gamma RT/M}. \quad (30.18)$$

De este modo, la *velocidad del sonido en un gas ideal* se determina en absoluto por su temperatura.

Conociendo que para el aire $\gamma = 7/5$ (gas biatómico) y $M = 29 \text{ kg/kmol}$, recomendamos al lector que muestre por su cuenta que en este caso la velocidad del sonido

$$a = 20 \sqrt{T} \text{ [m/c]}.$$

§ 30.6. Cómo tener en cuenta la compresibilidad de un gas. Número de Mach

1. Hemos dicho más arriba que en ciertos casos podemos despreciar la compresibilidad del gas y suponer que su densidad es una magnitud constante. Introduzcamos un criterio que nos permite apreciar aquellas condiciones, cuando semejante simplificación del problema es posible.

El mayor crecimiento de la presión de un gas resultará, por lo visto, cuando el gas se frena por completo. Sean antes de frenarlo su velocidad v , su presión p y su densidad ρ . Después del frenado la velocidad será $v_1 = 0$, la presión $p_1 = p + \Delta p$ y la densidad $\rho_1 = \rho + \Delta \rho$. De acuerdo con la ecuación de Bernoulli (30.9)

$$\frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{p+\Delta p}{\rho+\Delta \rho} \right).$$

O bien:

$$\frac{v^2}{2} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{p+\Delta p}{\rho+\Delta \rho} - \frac{p}{\rho} \right) = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\Delta p}{\rho+\Delta \rho} \left(\frac{\Delta p}{\Delta p} - \frac{p}{\rho} \right).$$

Pero según (30.13) y (30.17) $\Delta p/\Delta \rho \approx a^2$, $p/\rho = a^2/\gamma$. Sustituyendo en la anterior igualdad y tomando en considera-

ción que $\Delta\rho \ll \rho$, tenemos

$$\frac{v^2}{2} \approx \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\Delta\rho}{\rho} \left(a^2 - \frac{a^2}{\gamma} \right) = a^2 \frac{\Delta\rho}{\rho}.$$

2. Así pues, la variación relativa de la densidad del gas con el frenado total del flujo

$$\Delta\rho/\rho \approx v^2/2a^2. \quad (30.19)$$

La razón entre la velocidad del flujo v y la velocidad de propagación del sonido a recibe el nombre de *número de Mach*:

$$M = \frac{v}{a}. \quad (30.20)$$

El número de Mach es el criterio de compresibilidad de un gas. Precisamente de (30.19) se deduce que si el número M es pequeño, $\Delta\rho \ll \rho$ y la compresibilidad del gas puede ser despreciada; si el número M es grande, la densidad del gas varía de modo notable, es decir, no podemos despreciar la compresibilidad del gas.

§ 30.7. Cono de Mach

1. Cualquier cuerpo que se mueva en un gas es de por sí fuente de ondas sonoras. Este cuerpo penetrando en el gas inmóvil, crea ante sí una zona de alta presión, lo que causa el surgimiento de ondas de perturbaciones elásticas. La forma de esta onda depende en alto grado de la velocidad con la que el cuerpo se mueve.

Para simplificar, examinemos primero una fuente puntual: un cuerpo cuyas dimensiones pueden ser despreciadas en nuestro caso.

2. Sea la velocidad de movimiento de un cuerpo v menor que la del sonido $M = v/a < 1$. El frente de la onda sonora es una esfera, cuyo centro se encuentra en un punto en el que se hallaba la fuente en el momento cuando excitó la onda. Sea, también, que en el momento inicial el cuerpo estaba en el punto O_1 , después de pasar un segundo, en el punto O_2 y al pasar un segundo más, en el punto O_3 , etc. (fig. 30.3). Al pasar 4 s el cuerpo estará en el punto O_4 . El frente de onda que salió de punto O_1 es una esfera de radio $R_1 = 4a$; del punto O_2 , una esfera de radio $R_2 = 3a$; del punto O_3 , una esfera con radio $R_3 = 2a$, etc. En la

fig. 30.3 vemos que en este caso, el cuerpo se mueve todo el tiempo dentro de una onda esférica que siempre lo adelanta. El recorrido que pasa el cuerpo en un intervalo de tiempo t , es igual a $l = vt$; es menor que el radio de la onda sonora esférica $R = at$.

Tendremos un resultado absolutamente diferente, si la velocidad de la fuente puntiforme v es mayor que la velocidad del sonido ($M > 1$). Entonces, el cuerpo adelanta la onda sonora: el recorrido que pasa el cuerpo durante el tiempo t , es decir, $l = vt$, es mayor

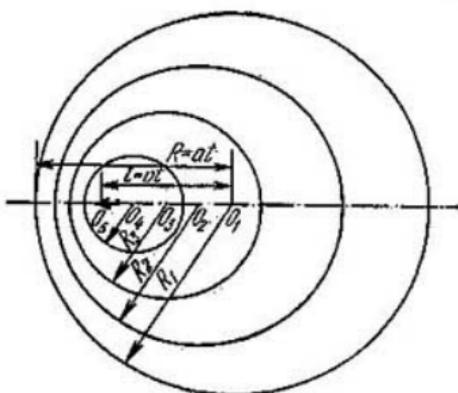


Fig. 30.3.

que el radio de la onda $R = at$ (fig. 30.4). Pues bien, sea que el cuerpo, hallándose en el punto O_1 , emite en el transcurso del primer segundo una onda

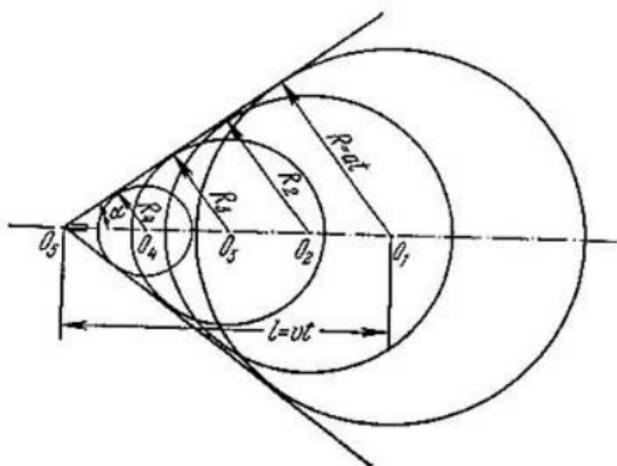


Fig. 30.4.

sonora; al pasar otro segundo, adelantando el frente de onda, se encontrará en el punto O_2 y allí también emite una onda sonora, etc. Al pasar 4 segundos, el cuerpo estará en el punto

O_5 , adelantando a todas las ondas que el mismo emitió durante su movimiento. En tal caso, las ondas que emite el cuerpo al moverse forma una familia de esferas, que parece como si se hubiesen introducido en un cono, en cuyo vértice se halla la fuente puntual en movimiento. Este cono recibe el nombre de *cono de Mach* de perturbaciones débiles, en honor del científico que lo describió por primera vez. El ángulo de apertura de este cono (ángulo de Mach) como vemos en la figura 30.4, se define de la correlación

$$\text{sen } \alpha = R/l = a/v = 1/M. \quad (30.21)$$

§ 30.8. Onda de choque frontal

1. El caso de la fuente puntual, estudiada en el párrafo anterior, es de por sí una idealización muy simplificada de los fenómenos que surgen durante el movimiento en un gas

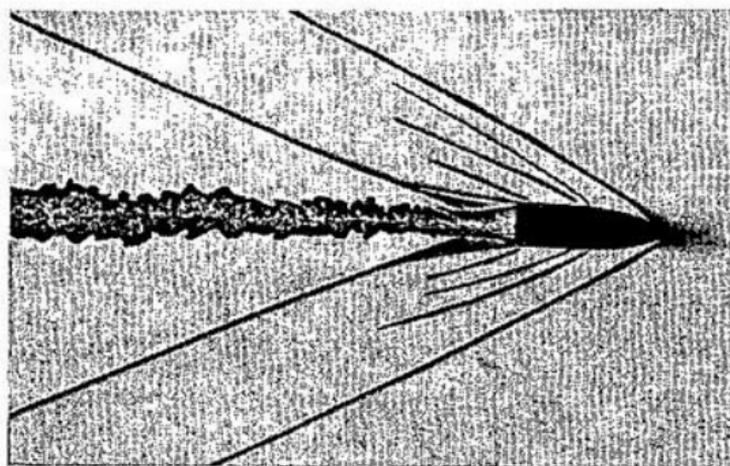


Fig. 30.5.

de un cuerpo a velocidad que supera la del sonido. Pero en realidad, delante del cuerpo de dimensiones finitas, surge una onda *de choque* frontal o salto de compresión, es decir, una capa muy fina de dimensiones del orden de la longitud del recorrido libre de las moléculas, en la cual a salto varían los parámetros termodinámicos del gas.

2. En el salto de compresión la densidad del gas varía bruscamente. Este fenómeno provoca el cambio considerable del coeficiente de refracción de los rayos luminosos, lo que mediante instalaciones especiales permite fotografiar la onda de choque frontal. En la fig. 30.5 está representada la foto de un salto oblicuo de compresión, que se forma delante de un campo cuniforme o cónico (para un número de Mach $M \approx 2,5$).

§ 30.9. Resistencia de ondas

1. Como delante de un cuerpo que se mueve por un gas a velocidad supersónica surge un salto de compresión, el cuerpo sufre una resistencia mucho mayor que al moverse a una velocidad considerablemente menor que la del sonido. Una de las causas principales de la aparición de la resistencia es la diferencia de presiones en los bordes anterior y posterior del cuerpo aerodinámico (§ 11.8). Pero al crearse el salto de compresión, la presión en el borde delantero crece bruscamente, a consecuencia de lo cual aumenta también mucho la resistencia de presión. Ya que ésta se provoca por la onda de choque, recibe el nombre de resistencia *de onda* (de choque).

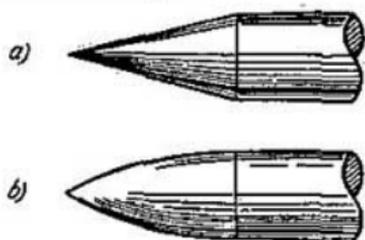


Fig. 30.6.

2. Para disminuir la resistencia de onda, al borde anterior del cuerpo que se mueve a velocidad supersónica se le

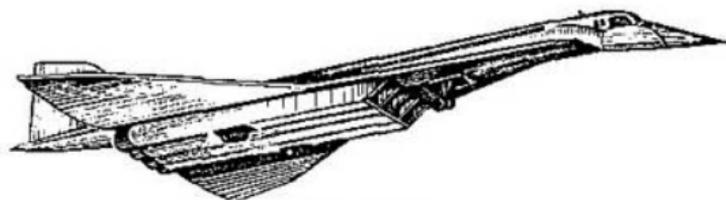


Fig. 30.7.

da la forma aguda, es decir, cónica (a) y ojival (b) (fig. 30.6), mientras que a los aviones de retropropulsión perfil flechado (fig. 30.7). El problema radica en que delante de un vértice obtuso surge un salto normal de compresión, en tanto en el

borde agudo se forma un salto oblicuo (fig. 30.5). Con el salto normal la velocidad varía de manera más intensa que con el salto oblicuo. De la ecuación de la cantidad de movimiento (30.6) sigue que mientras menor sea la variación de la velocidad del flujo, menor será también la diferencia de presiones. Precisamente por esta causa, la resistencia de onda (de choque) es mucho menor con el salto oblicuo de compresión que con el normal.

3. El surgimiento del salto de compresión se acompaña por el aumento de la entropía, con lo que la energía cinética del cuerpo en movimiento de modo irreversible se transforma en la energía interna del gas. Este fenómeno es utilizado para frenar las naves cósmicas en la atmósfera.

Precisamente este principio se utiliza durante el aterrizaje amortiguado de las naves cósmicas que, por ejemplo, retornan a la Tierra después de volar alrededor de la Luna. La alta precisión con la que se realiza el mando de la nave permite introducirla en la atmósfera terrestre bajo un determinado ángulo. Esto asegura el grado necesario de frenado y, al mismo tiempo, no provoca sobrecargas intolerables.

Durante el frenado de la nave cósmica, la atmósfera a su alrededor se calienta de forma considerable, hasta varias decenas de miles de grados. Por esta causa, la nave cósmica debe estar cubierta con una envoltura termoprotectora de materiales termorresistentes con conductividad térmica muy pequeña. Con este objeto se utilizan masas plásticas especiales.

§ 30.10. Tobera

1. Recibe el nombre de *tobera* un tubo en el que con la expansión del líquido se produce la transformación de su energía interior en energía cinética. A nosotros nos interesa a qué condiciones el flujo que sale por la tobera tiene la máxima velocidad. Para un líquido incompresible este problema se resuelve con facilidad: de (30.4) se deduce que la velocidad máxima será obtenida en el más estrecho sector del tubo. En lo que atañe a los gases, el resultado depende en alto grado de si el flujo es subsónico ($M < 1$) o supersónico ($M > 1$).

2. Si derivamos la ecuación de continuidad (30.2) $\rho Sv = \text{const}$, obtenemos

$$\rho v dS + Sv d\rho + \rho S dv = 0,$$

La división de la igualdad por $\rho S v$, nos da

$$\frac{dS}{S} + \frac{dp}{\rho} + \frac{dv}{v} = 0. \quad (30.22)$$

Al derivar la ecuación de Bernoulli (30.9)

$$\frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} = \text{const},$$

obtenemos

$$v dv + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\rho dp - p d\rho}{\rho^2} = 0,$$

pero de acuerdo con (30.13) $dp = a^2 d\rho$ y según (30.17), $p = \rho a^2 / \gamma$.

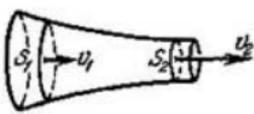
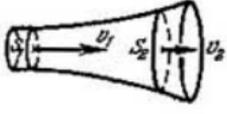
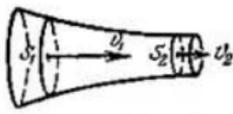
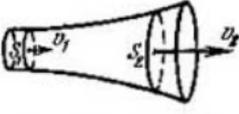
Sustituyendo en la fórmula anterior, después de una serie de reducciones, tendremos

$$d\rho/\rho = -v dv/a^2. \quad (30.23)$$

3. Haciendo uso de las igualdades (30.22) y (30.23), obtendremos una expresión que liga la variación de la velocidad del flujo al variar la sección de la tobera:

$$\frac{dS}{S} + \frac{dv}{v} \left(1 - \frac{v^2}{a^2}\right) = 0$$

Tabla 30.1

| | Tobera que se estrecha $S_2 < S_1, \Delta S < 0$ | Tobera que se ensancha $S_2 > S_1, \Delta S > 0$ |
|------------------------------|---|--|
| Flujo subsónico $M < 1$ |  <p>$v_2 > v_1, \Delta v > 0.$ El flujo se acelera</p> |  <p>$v_2 < v_1, \Delta v < 0.$ El flujo se decelera</p> |
| Flujo supersónico $M > 1$ |  <p>$v_2 < v_1, \Delta v < 0.$ El flujo se decelera</p> |  <p>$v_2 > v_1, \Delta v > 0.$ El flujo se acelera</p> |

o bien

$$\frac{dv}{v} (1 - M^2) = - \frac{dS}{S}. \quad (30.24)$$

De esta expresión se desprende un importante corolario: si $M < 1$, el signo de dv es opuesto al de dS ; si $M > 1$, el signo de dv coincide con el de dS . Esto significa, que la velocidad del flujo subsónico crece al estrecharse la tobera y disminuye al ensancharse. Y viceversa, el flujo supersónico se acelera al ensancharse la tobera y decelera al estrecharse ésta (tabla 30.1).

La velocidad máxima en la parte más estrecha de la tobera no supera la velocidad local del sonido.

§ 30.11. Analogía entre la tobera y la máquina térmica

1. Supongamos que la tobera está unida a cierto recipiente (por ejemplo, a una caldera de vapor o a la cámara de combustión de una turbina de gas) en el que la presión p_0 , la densidad ρ_0 y la temperatura T_0 de un gas ideal son constantes. Los parámetros correspondientes de la atmósfera circundante los designaremos por p_{at} , ρ_{at} y T_{at} . El gas sale del recipiente y al fluir por la tobera se acelera. Designemos su velocidad al salir por la tobera con v . Esta velocidad puede ser hallada mediante la ecuación de Bernoulli (30.8), si tenemos en cuenta que la velocidad del gas en el recipiente $v_0 = 0$:

$$\frac{1}{2} v^2 + c_p T_{at} = c_p T_0,$$

de donde se desprende la expresión para la energía cinética de la masa unitaria del gas:

$$\frac{1}{2} v^2 = c_p (T_0 - T_{at}). \quad (30.25)$$

2. La velocidad máxima y correspondientemente el valor máximo de la energía cinética de la masa unitaria de gas, fueron obtenidas a condición de que $T_{at} = 0$, es decir, si el gas fluyera al vacío, donde la temperatura es igual al cero absoluto:

$$\frac{1}{2} v_{\text{máx}}^2 = c_p T_0. \quad (30.26)$$

En semejante caso, la energía interna del gas se convertiría por completo en cinética.

3. Hallemos la razón entre el valor de la energía cinética de la unidad de masa del gas y el valor máximo de dicha magnitud:

$$\eta = \frac{v^2}{v_{\text{máx}}^2} = \frac{T_0 - T_{at}}{T_0}. \quad (30.27)$$

La razón que hemos obtenido es igual al rendimiento del ciclo de Carnot para una máquina térmica que funciona en ese mismo intervalo de temperaturas. Expresa el coeficiente máximo de utilización de la energía interna de un gas que se encuentra en un recipiente.

§ 30.12. Tobera de Laval

1. Para que por una tobera salga un flujo supersónico, es preciso que ésta sea de forma conveniente perfilada. En realidad el gas sale del recipiente a pequeña velocidad, menor que la del sonido. Por consiguiente, para acelerar el flujo, de acuerdo con (30.24), es necesario que la tobera se estreche en el sector inicial. Con una diferencia suficientemente grande de presiones, la velocidad del flujo en el sector de la sección más estrecha, será igual a la velocidad local del sonido. Si, más adelante, la tobera se ensancha, según (30.24), el flujo continuará acelerándose.

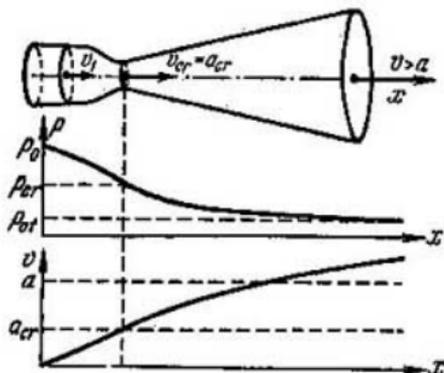


Fig. 30.8.

Recibe el nombre de *Laval* la tobera que trabaja en el régimen dado (fig. 30.8). Semejantes toberas son utilizadas en las turbinas de vapor y de gas, en los motores de retropropulsión y en los cohetes.

2. Cuando el gas fluye por la tobera de Laval, su presión, densidad y temperatura disminuyen de modo constante; de la correspondiente forma disminuye también su energía interna. A cuenta de esto, crece permanentemente la energía cinética del chorro y su velocidad puede superar en mucho la del sonido (fig. 30.8).

2. Cuando el gas fluye por la tobera de Laval, su presión, densidad y temperatura disminuyen de modo constante; de la correspondiente forma disminuye también su energía interna. A cuenta de esto, crece permanentemente la energía cinética del chorro y su velocidad puede superar en mucho la del sonido (fig. 30.8).

§ 30.13. Motor de retropropulsión

1. La tobera de Laval es el elemento fundamental de cualquier motor de retropropulsión. En efecto, para conseguir una gran fuerza reactiva de empuje es preciso que la velocidad de salida del chorro sea la máxima posible (véase (15.8)). Sólo mediante la tobera de Laval puede ser obtenida una gran velocidad supersónica de salida del gas.

Los motores de retropropulsión son de diferentes estructuras. Nosotros vamos a limitarnos al estudio del motor más sen-

cillo, es decir, el estatorreactor. En la fig. 30.9 está representado un motor del tipo que examinamos.

2. El estatorreactor funciona correctamente y ofrece suficiente empuje si se desplaza a velocidad supersónica. Para simplificar los razonamientos pasemos al sistema de re-

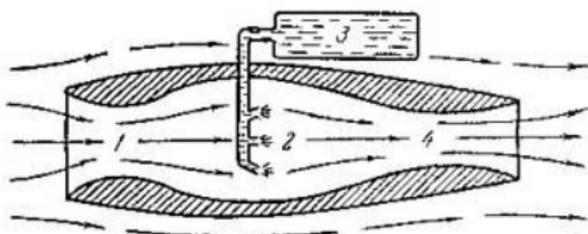


Fig. 30.9.

ferencia ligado con el motor. En dicho sistema de referencia el aire incide sobre la tobera de entrada a una velocidad que supera la del sonido. En la región 1 tras la tobera de entrada, se forma uno o varios saltos de compresión, por lo que la velocidad se hace menor que la del sonido. El flujo sub-

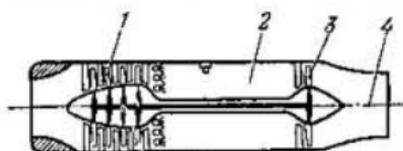


Fig. 30.10.

sónico, que se mueve a lo largo de un canal que se ensancha, es frenado más aún, su velocidad disminuye, mientras que la presión, densidad y temperatura crece. En la región 2, llamada cámara de combustión, al aire comprimido se pulveriza el combustible del depósito 3. La energía que se desprende durante su combustión va dirigida al aumento de la energía interior del gas. De la cámara de combustión el gas pasa a la tobera de Laval 4. Si en la cámara de combustión son bien elegidos los parámetros termodinámicos del gas en la región del estrechamiento máximo de la tobera la velocidad del chorro será igual a la velocidad local del sonido, mientras que de la tobera de salida saldrá un chorro supersónico.

Indiquemos que el estatorreactor es de muy sencilla estructura y altamente fiable. No obstante, puede funcionar sólo en el caso de que sea acelerado previamente hasta una velocidad supersónica. Con este objeto pueden ser utilizados cohetes de impulsión,

3. En la fig. 30.10 está representado el esquema de un turbocompresor de chorro de aire. Puede funcionar a toda clase de velocidades, entre ellas a pequeñas. Este se distingue del estatorreactor, ya que en él la compresión del aire se realiza mediante el compresor 1. La energía del chorro tras la cámara de combustión 2 se utiliza parcialmente en la turbina de gas 3, que pone en rotación el compresor y, a veces, la hélice. La parte restante de la energía se emplea para crear el empuje en la tobera 4, dispuesta detrás de la turbina.

§ 30.14. Ala de avión

1. Una placa, circundada por un líquido o gas y perfilada de forma que la fuerza de sustentación es mucho mayor que la resistencia, recibe el nombre de *ala*. En función de la velocidad de movimiento para la que está destinada el ala, la forma de ésta varía: en los aviones, cuya velocidad es menor que la del sonido, el perfil del ala tiene el aspecto mostrado en la fig. 30.11, *a* y *b*; en los aviones supersónicos, el borde delantero del ala está aguzado (fig. 30.11, *c*) con objeto de disminuir la resistencia de ondas (de choque) (§ 30.9).

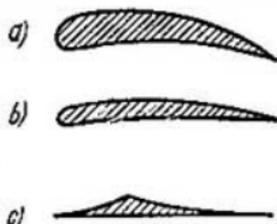


Fig. 30.11.

2. La causa del surgimiento de la fuerza de sustentación, puede ser explicada cualitativamente basándonos en la ecuación de Bernoulli. Al circundar el ala, el flujo de gas se ramifica. El ala tiene forma asimétrica: por arriba convexa, por abajo o ligeramente concava, o bien plana. Gracias a dicha asimetría, la velocidad del flujo sobre el ala v_1 es mayor que la velocidad de la corriente debajo del ala v_2 , mientras que la presión p_1 es correspondientemente menor que p_2 (fig. 30.12). Esta diferencia de presiones es la que crea la fuerza de sustentación.

Dicha fuerza puede ser aumentada por diferentes procedimientos.

3. Ante todo, hay que aumentar la convexidad del ala por arriba y la concavidad por abajo (fig. 30.11, *a*). En tal caso, la velocidad de la corriente bajo el ala disminuirá, mientras que sobre el ala aumentará. Al aumentar la diferencia de velocidades, crecerá también la diferencia de pre-

siones y, junto con ésta, la fuerza de sustentación. Pero un ala con semejante perfil crea también gran resistencia. Por esta razón, los perfiles de este tipo son propios de los aviones de poca velocidad.

4. Es posible crear cierto ángulo entre la cuerda del ala y la dirección del flujo incidente, llamado *ángulo de ataque* α (en la fig. 30.13). Esto también provocará la moderación de la velocidad del flujo debajo del ala y, como resultado, el crecimiento de la fuerza de sustentación. Pero con el



Fig. 30.12.

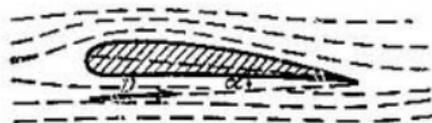


Fig. 30.13.

aumento del ángulo de ataque, crece la fuerza de resistencia. Además, con grandes ángulos de ataque se produce la separación de la corriente del ala, lo que provoca la disminución de la fuerza de sustentación. Por este motivo, el ángulo de ataque en los aviones modernos no sobrepasa $3-4^\circ$.

5. Por fin, la fuerza de sustentación se puede aumentar elevando la velocidad de la corriente incidente. En efecto, la diferencia de velocidades sobre las superficies superior e inferior del ala con pequeños ángulos de ataque y poca convexidad del ala (fig. 30.11, b) no es grande. Por esta causa, la semisuma de estas velocidades poco se diferencia de la velocidad de la corriente incidente $(v_1 + v_2)/2 \approx v$. Esto permite reducir la fórmula (30.10) a la forma

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho (v_2 + v_1) (v_2 - v_1) \approx \rho v \Delta v.$$

Por consiguiente, a grandes velocidades de la corriente, la fuerza de sustentación será grande incluso en el caso, cuando el ala tiene pequeña curvatura y pequeñas dimensiones. Precisamente esta forma tienen las alas de los aviones modernos de gran velocidad. Esto permite de forma considerable reducir la fuerza de la resistencia frontal, lo que, sin duda alguna, es ventajoso.

§ 30.15. Presión en la corriente de un líquido

1. En este párrafo examinaremos el caso de una corriente subsónica ($M < 1$), cuando podemos despreciar la compresibilidad de un gas. Aclaremos cómo se puede medir la presión en un líquido en movimiento con ayuda de un manómetro inmóvil y cómo se puede juzgar, por las mediciones de la presión, acerca de la velocidad de movimiento del líquido.

Ubiquemos en la corriente un pequeño tubo en cuya superficie lateral hay uno o varios agujeros (fig. 30.14). Un tubo de semejante forma no perturba, prácticamente, la corriente, a causa de lo cual su velocidad y, por lo tanto, su presión no varían considerablemente.

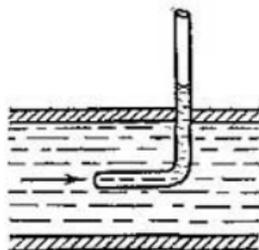


Fig. 30.14.

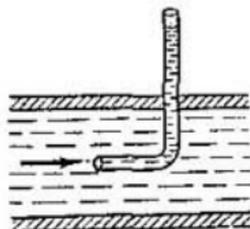


Fig. 30.15.

Gracias a las fuerzas elásticas, el líquido penetra en el tubo y asciende a cierta magnitud h , hasta que la presión hidrostática no equilibre la presión del líquido en la corriente. El valor de la presión puede ser calculado por la fórmula $p = \rho gh$. Si la presión del líquido es pequeña, el tubo manométrico se coloca inclinado, por lo que la presión se calcula por la fórmula (28.7): $p = \rho gl \sin \alpha$.

Para medir la presión en un gas, por medio de una manga el tubo se empalma a un manómetro corriente para gases: líquido o metálico.

2. Ubiquemos en ese mismo punto del flujo un tubo, cuyo agujero de entrada está dirigido hacia la corriente, es decir, el llamado *tubo de Pitot* (fig. 30.15). La columna de líquido en el tubo manométrico ascenderá más arriba que en el caso anterior, lo que certifica el aumento de la presión. Efectivamente, en el tubo de Pitot el líquido se detiene y la presión de la columna del líquido en el tubo manométrico se equilibra por la presión del líquido frenado y no por la corriente del líquido en movimiento, como tenía lugar en el experimento anterior. La presión del líquido frenado es determinada por la ecuación de Bernoulli (30.10), si en ella se hace $v_2 = v_{\text{fren}} = 0$, $p_2 = p_{\text{fren}}$. Así, pues,

$$p_{\text{fren}} = p + \rho v^2/2. \quad (30.28)$$

Con frecuencia la presión del líquido frenado p_{fren} es llamada de modo erróneo presión *total*, la presión en el líquido no frenado p , *estática*, mientras que su diferencia $p_{\text{fren}} - p = \rho v^2/2$, presión *dinámica*.

3. La velocidad de la corriente en cierto punto es medida mediante el tubo de Pitot—Prandtl (fig. 30.16). Como la diferencia de presiones en los dos tubos manométricos es proporcional al cuadrado de la velocidad de la corriente, el manómetro puede ser graduado en unidades de velocidad.

Al medir la velocidad de un flujo de gas, el tubo de Pitot—Prandtl se une a un manómetro diferencial que registra la diferencia de presiones y, por lo tanto, de acuerdo con (30.28), la velocidad del flujo. La escala del manómetro diferencial se gradúa directamente en unidades de velocidad.

Como se desprende del principio de la relatividad, las indicaciones del instrumento dado no dependen de si el flujo incide sobre el tubo o, viceversa, el tubo se mueve por el líquido o gas inmóvil. En este principio se basa la aplicación del tubo de Pitot—Prandtl para definir la velocidad de movimiento de un avión respecto al aire o de un barco en relación con el agua.

§ 30.16. Definición de la viscosidad

1. Sea que un líquido fluye por una tubería de sección constante. Aplicando a este caso la ecuación de continuidad (30.3) y la ecuación de las cantidades de movimiento y teniendo en cuenta que $\rho_1 = \rho_2$ y $S_1 = S_2$, veremos que las presiones también son iguales en todas

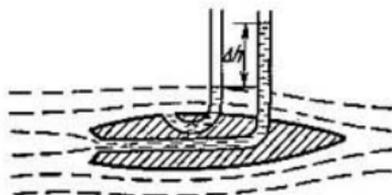


Fig. 30.16.

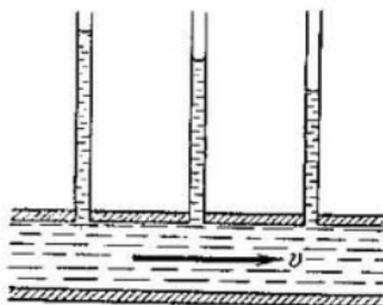


Fig. 30.17.

las secciones, $p_1 = p_2$. Obtendremos un resultado paradójico: parece como si el líquido pudiera fluir por la tubería sin ninguna caída de presión, por sí solo! Esto contradice por completo los resultados del experimento. Nos podemos cerciorar de esto con ayuda de una sencilla instalación, cuyo esquema se ofrece en la fig. 30.17. Cuando por la tubería fluye el líquido, los tubos manométricos registran la existencia de caída de las presiones. Resulta que la presión al comienzo de la tubería es mucho mayor que en su final.

Las causas de la divergencia entre la teoría y el experimento reside en que al deducir la ecuación (30.6), despreciamos las fuerzas de rozamiento interno, que en nuestro caso juegan un notorio papel.

2. La caída de presión, es decir, la diferencia de presiones en dos secciones, separadas una de otra a la distancia l , puede ser calculada por la fórmula

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho v^2}{2}, \quad (30.29)$$

donde λ es el coeficiente de rozamiento hidráulico.

Para $Re \leq 2320$ es válida la correlación $\lambda = 64/Re$. Para los tubos lisos (por ejemplo, de vidrio) siendo $Re > 2320$, es válida la fórmula empírica

$$\lambda = 0,316/\sqrt[4]{Re}.$$

Cuarta parte

FUERZAS MOLECULARES Y ESTADOS DE AGREGACIÓN DE LA MATERIA

Capítulo 31

FUERZAS MOLECULARES

§ 31.1. Densidad y compresibilidad de la materia

1. Como mostramos en el § 26.3, al comparar la densidad de la materia en estado sólido, líquido y gaseoso se puede juzgar acerca de las distancias entre las moléculas de dichas materias. Con esto, resulta que las distancias entre las moléculas en los estados líquido y sólido poco se diferencian, en un total de varios tantos por ciento, mientras que en los gases la distancia entre ellas (a presiones no muy grandes), es aproximadamente, 10 veces mayor. Por esta razón, dicen que en los estados líquido y sólido las partículas de la materia tienen empaquetamiento compacto. Este hecho lleva a que los líquidos y sólidos se comprimen en menor grado que los gases.

2. Supongamos que sobre un cuerpo se ejerce compresión o tracción multilateral. Como consecuencia varía su volumen y, por lo tanto, su densidad. Designemos por ε la *variación relativa del volumen*:

$$\varepsilon = - \Delta V/V = \Delta \rho/\rho; \quad (31.1)$$

en esta fórmula, el signo negativo se explica a causa de que al crecer el volumen del cuerpo su densidad, siendo la masa constante, disminuye.

La presión excesiva en comparación con la atmosférica recibe a veces el nombre de *tensión*:

$$\sigma = \Delta p. \quad (31.2)$$

La *compresibilidad de la materia* β es el cociente de la división de la variación relativa del volumen por la tensión:

$$\beta = \frac{e}{\sigma} = -\frac{\Delta V}{V \Delta p} = \frac{\Delta \rho}{\rho \Delta p}, \quad (31.3)$$

La magnitud inversa se denomina *módulo de compresión volumétrica*:

$$K = 1/\beta. \quad (31.4)$$

3. Como sigue de (30.16), la compresibilidad de un gas durante la transformación adiabática

$$\beta_{ad} = 1/(\gamma p). \quad (31.5)$$

Recomendamos al lector que haciendo uso por su cuenta de la ecuación de estado de un gas, muestre que con la transformación isotérmica

$$\beta_{is} = 1/p. \quad (31.6)$$

A la presión de un orden de 2 MPa la compresibilidad isotérmica de un gas $\beta \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ Pa}^{-1}$.

La compresibilidad de los líquidos y los sólidos es, aproximadamente, $10^3 \dots 10^5$ veces menor que la de los gases. Esto puede verse en la tabla 31.1, donde se aducen las densidades y compresibilidades de ciertos líquidos y sólidos a iguales valores de la sobrepresión.

Tabla 31.1

| Sustancia | Densidad ρ , kg/m ³ | Compresibilidad β , 10 ⁻¹¹ Pa ⁻¹ | Sustancia | Densidad ρ , kg/m ³ | Compresibilidad β , 10 ⁻¹¹ Pa ⁻¹ |
|------------------------|--|--|-----------|--|--|
| Agua (0°C) | 999,9 | 48,9 | Cobre | 8930 | 0,73 |
| Hielo (0°C) | 916,8 | 40 | Aluminio | 2690 | 1,37 |
| Alcohol etílico (15°C) | 790 | 76 | Diamante | 3514 | 0,23 |
| Mercurio (20°C) | 13 545,9 | 3,8 | Grafito | 2300 | 3,0 |

§ 31.2. Fuerzas moleculares

1. Del análisis de los datos acerca de la compresibilidad de los líquidos y sólidos, así como del análisis de una serie de fenómenos, estudiados en el curso elemental de física (adherencia de dos sólidos bien esmerilados, la mojadura de los sólidos por los líquidos, etc.), se desprende que entre las moléculas actúan fuerzas de considerable magnitud, llamadas *fuerzas moleculares*. Estas poseen una serie de interesantes particularidades.

Al separar las moléculas entre sí, la interacción molecular se manifiesta en forma de las fuerzas de atracción, al acercarlas a una distancia del orden de las dimensiones lineales de las propias moléculas, en forma de fuerzas de *repulsión*. Por lo tanto, hay cierta distancia d entre las moléculas, con la que las fuerzas de atracción y repulsión están en equilibrio y su resultante es igual a cero. Un sistema de moléculas situadas entre sí a una distancia d , se encuentra en estado de equilibrio estable, mientras que la energía de interacción entre las moléculas será en este caso la mínima (§§ 19.5, 19.6).

Las fuerzas moleculares sólo se manifiestan cuando las distancias entre las moléculas son muy pequeñas, de un orden de las dimensiones eficaces de las propias moléculas (§ 25.3). Al aumentar la distancia entre ellas varias veces, las fuerzas, prácticamente, se hacen igual a cero.

Precisamente por esto se explica el hecho de que al analizar los fenómenos en los gases, donde las distancias entre las moléculas son unas 10 veces mayores que en los sólidos y líquidos, en la mayoría de los casos puede ser despreciada la acción de las fuerzas moleculares.

2. La magnitud de las fuerzas moleculares no depende del número total de moléculas. Así, la densidad o propiedades elásticas de los líquidos y los sólidos no son función del modelo que investigamos; una gota de agua y el agua en el océano, a iguales temperatura y presión exterior, tienen densidad y compresibilidad por completo iguales, etc. Por esto, las fuerzas moleculares se distinguen en principio de las fuerzas de gravitación y de Coulomb, cuando la resultante es determinada por la acción de todos los cuerpos que constituyen el sistema. La causa por la que las fuerzas moleculares actúan sólo entre las moléculas vecinas, será aclarada en los párrafos siguientes.

§ 31.3. Origen eléctrico de las fuerzas moleculares

1. Minuciosas investigaciones, realizadas por una serie de científicos en la primera mitad del siglo XX, permitieron llegar a la conclusión de que *las fuerzas moleculares son de origen eléctrico*.

A primera vista, semejante resultado puede parecer raro, ya que es sabido que las moléculas son neutrales y la interacción eléctrica es característica sólo para los cuerpos cargados. No obstante, fue demostrado con anterioridad que la

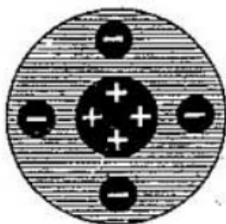


Fig. 31.1.

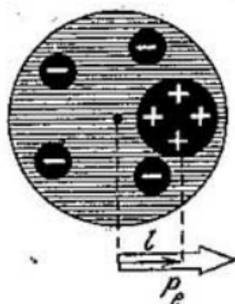


Fig. 31.2.

interacción eléctrica surge también entre los dipolos, partículas neutras con cargas iguales en magnitud y de signos opuestos, situadas de forma asimétrica (§ 10.4). Esto permite comprender la naturaleza eléctrica de la interacción entre las moléculas.

2. Las moléculas de una serie de sustancias tienen estructura simétrica, como se muestra esquemáticamente en la fig. 31.1. Aquí, la esfera que tiene carga positiva representa los núcleos de los átomos que entran en la molécula, mientras que la esfera con carga negativa, la nube electrónica de estos átomos.

Supongamos que la molécula fue deformada de la forma que se representa en la fig. 31.2. Semejante molécula deformada, con la primera aproximación, podemos considerarla como un dipolo eléctrico que posee cierto momento $p_e = ql$. En tal caso, la molécula crea fuera de sí un campo eléctrico, cuya intensidad (véase (10.10))

$$E \approx \frac{p_e}{\epsilon_0 r^3}.$$

3. El campo de esta molécula provocará la deformación de las moléculas vecinas. Sobre el núcleo positivo de la molécula actúa la fuerza de repulsión dirigida a lo largo del vector de intensidad, mientras que sobre la nube electrónica con carga negativa, fuerzas dirigidas en sentido opuesto (fig. 31.3). Estas son las fuerzas que deforman la molécula.

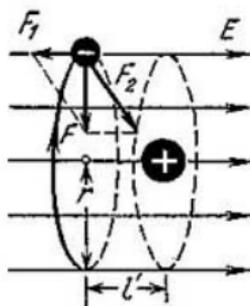


Fig. 31.3.

Así, pues, una molécula que tiene momento dipolar p_e , induce en las moléculas vecinas un momento dipolar p'_e .

Es fácil cerciorarse de que el momento dipolar inducido es proporcional a la intensidad del campo. En efecto, el momento dipolar $p'_e = el'$, donde l' es el brazo del dipolo inducido. La tensión del campo eléctrico externo E no sobrepasa $10^4 \dots 10^6$ V/m. Por regla, es mucho más débil. La

intensidad del campo, creado en la órbita del núcleo positivo, $E_{\text{nuc}} = e/(4\pi\epsilon_0 r^2) \approx 10^{11}$ V/m (el radio de un átomo $r \approx 10^{-10}$ m). Por consiguiente, la fuerza F_1 , que actúa sobre el electrón por el lado del campo externo, es mucho más pequeña que la fuerza F_2 , con la que el núcleo actúa sobre el electrón. Por lo tanto, la desviación de la nube electrónica resulta ser menor que el radio de la órbita.

De la fig. 31.3, vemos que

$$\frac{l'}{r} = \frac{F_1}{F_2} \approx \frac{F_1}{F_2}.$$

Poniendo los valores $F_1 = eE$ y $F_2 = eE_{\text{nuc}} = e^2/(4\pi\epsilon_0 r^2)$, obtenemos

$$l' \approx \frac{4\pi r^3}{e} \epsilon_0 E.$$

De aquí el momento dipolar inducido

$$p'_e = el' = 4\pi r^3 \epsilon_0 E = \alpha \epsilon_0 E. \quad (31.7)$$

La magnitud $\alpha \approx 4\pi r^3$ recibe el nombre de *polarizabilidad de una molécula*.

En nuestro caso

$$p'_e \approx \frac{\epsilon_0 \alpha p_e}{e_0 r^3} = \frac{\alpha p_e}{r^3}. \quad (31.8)$$

4. Si dos moléculas con momentos dipolares orientados de igual modo p_e y p'_e no están lejos una de otra, ellas se atraen (véase (10.7)):

$$f = -\frac{6p_e p'_e}{4\pi\epsilon_0 r^4}.$$

Si en esta fórmula ponemos la expresión para el momento inducido del dipolo (31.8), definitivamente

$$f \approx -\frac{\alpha p_e^2}{\epsilon_0 r^7}. \quad (31.9)$$

Hemos obtenido un importante resultado: *si las moléculas inducen en sus más cercanas vecinas un momento dipolar, entre ellas surge una fuerza de atracción inversamente proporcional al séptimo grado de la distancia entre ellas.*

§ 31.4. Gráfica de las fuerzas moleculares

1. En el párrafo anterior estudiamos el caso más sencillo de atracción molecular, es decir, la interacción entre dipolos inducidos. Pero en la realidad, entre las moléculas pueden surgir fuerzas de atracción por una serie de otras causas, que aquí no podemos examinar, ya que sólo basándose en la mecánica cuántica puede ser creada una rigurosa teoría de las fuerzas moleculares. Resulta, que en todos los casos, la fuerza de atracción molecular es razón inversa del séptimo grado de la distancia entre las moléculas:

$$f_{at} = -a/r^7. \quad (31.10)$$

Aquí, el signo negativo muestra que se trata de una fuerza de atracción, a es cierto coeficiente que depende de la estructura de la molécula y del carácter de las fuerzas de atracción.

2. Como enseña la práctica de compresión de los cuerpos, con un acercamiento considerable de las moléculas, en éstas surgen fuerzas de repulsión. El origen de dichas fuerzas también es eléctrico. Resulta que en este caso, las fuerzas de repulsión entre los núcleos con carga positiva comienzan a jugar un significativo papel. Además, aquí se manifiestan los efectos cuantomecánicos, cuyo estudio sale de los márgenes del presente libro.

Con el acercamiento de las moléculas la fuerza de repulsión varía con rapidez, a mayor velocidad que la fuerza de atracción. Aproximadamente, la fuerza de repulsión puede

ser expresada por

$$f_{\text{rep}} = b/r^{13}. \quad (31.11)$$

En esta fórmula, el coeficiente b depende de las mismas causas que a . En mecánica cuántica se obtiene una fórmula más exacta, en la que aquí no vamos a detenernos.

3. Está claro que sobre la molécula actúa una fuerza resultante

$$f = -\frac{a}{r^7} + \frac{b}{r^{13}}. \quad (31.12)$$

El signo de esta fuerza depende de la distancia entre las moléculas. Existe cierta distancia $r = d$, con la cual las

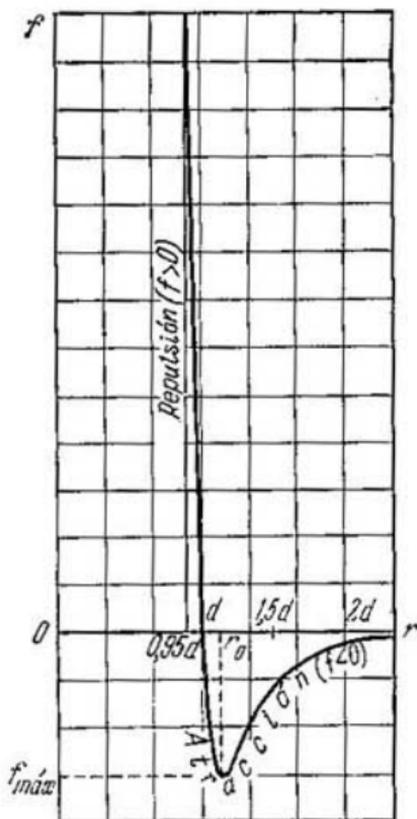


Fig. 31.4.

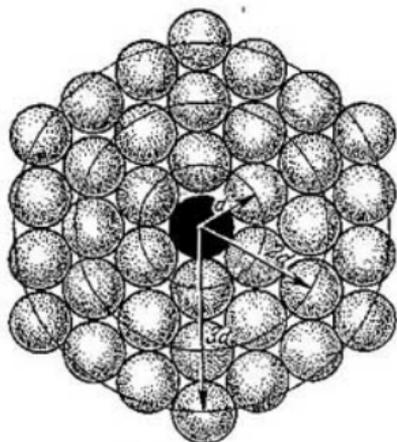


Fig. 31.5.

fuerzas de repulsión se equilibran por las de atracción. De (31.12) se desprende que $f = 0$ si $d = \sqrt[7]{b/a}$. Cuando $r < d$, la fuerza resultante es positiva, es decir, la fuerza de repulsión supera la de atracción; si $r > d$ tendremos el cuadro inverso, la atracción será más fuerte que la repulsión y la resultante tendrá signo negativo.

Puede ser mostrado que con $r_0 = d \sqrt[7]{13/7} = 1,11 d$ las moléculas se atraen con la máxima fuerza $f_{\text{máx}} \approx$

$\approx -0,2 a/d^7$ (fig. 31.4). Cuando $r = 1,5d$, la fuerza de atracción disminuye, aproximadamente, 4 veces, con $r = 2d$, 30 veces y con $r = 3d$, casi 400 veces. Si la distancia se disminuye hasta $r = 0,95d$, surge una fuerza de repulsión $f \approx 9 |f_{\text{máx}}|$, con $r = 0,7d$, una fuerza de repulsión $f \approx 400 |f_{\text{máx}}|$.

4. Semejante fuerte dependencia entre la fuerza y la distancia indica que *las fuerzas moleculares son de corto alcance*, es decir, las moléculas interactúan sólo con sus vecinas más cercanas. Si representamos las moléculas como bolas con empaquetamiento compacto (fig. 31.5), lo que en general corresponde al empaquetamiento de las moléculas en muchos líquidos y sólidos, la molécula negra interactúa sólo con la primera capa que la rodea. Con un error que no pasa del 3%, puede ser despreciada la interacción de la molécula con la segunda capa, y más aún con la tercera y las demás capas.

Por este hecho se explican todas las peculiaridades de las fuerzas moleculares, consideradas en el § 31.2, en particular la falta de dependencia entre la magnitud de las fuerzas moleculares y el número total de moléculas en el sistema y la carencia de interacción molecular en los gases (salvo el caso de presiones muy grandes).

§ 31.5. Curva de potencial de la interacción molecular

1. Conociendo el carácter de las fuerzas moleculares, podemos construir la gráfica de la energía de interacción molecular, la llamada *curva de potencial* (§ 19.5). Con esto, hay que tener en cuenta las propiedades de esta curva, que en dicho párrafo estudiamos.

Ante todo, de acuerdo con (19.12), la curva de potencial con $r < d$ debe estar inclinada respecto del eje de abscisas bajo un ángulo obtuso, ya que aquí actúa una fuerza positiva de repulsión. Partiendo de estos mismos razonamientos, para $r > d$ la curva deberá estar inclinada respecto de ese mismo eje bajo un ángulo agudo, ya que en este caso actúa una fuerza de atracción. De aquí se desprende que para $r = d$ la curva tiene un mínimo.

Esto confirma lo dicho en el § 31.2, es decir, en estado de equilibrio un sistema de moléculas posee la energía mínima.

2. Como la fuerza de repulsión varía con la distancia con más intensidad que la fuerza de atracción, la curva de potencial es *asimétrica*. A la izquierda del punto de mínimo, para $r < d$, su caída es muy abrupta. A la derecha del punto de mínimo, para $r > d$, la curva primero crece, pero por una curva más suave, mientras que, a continuación, su crecimiento cesa, ya que para $r > 2d$ la fuerza de interacción es prácticamente igual a cero.

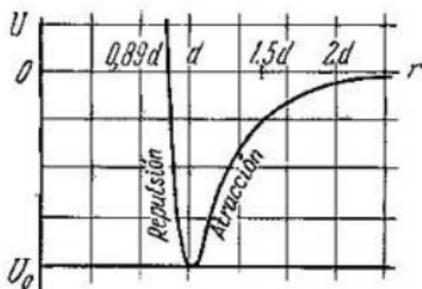


Fig. 31.6.

Como es sabido, el nivel nulo de la energía potencial puede ser elegido al azar. Es cómodo suponer que la energía potencial es igual a cero con una distancia infinita entre las moléculas. Entonces, será prácticamente igual a cero para $r > 2d$.

3. La curva de potencial de la interacción molecular está representada en la fig. 31.6. Aquí U_0 es la energía mínima de interacción entre las moléculas, que éstas poseerían si una de otra se encontrara a una distancia d y estuvieran en reposo. El análisis de esta curva permite juzgar acerca de múltiples propiedades de los sólidos y líquidos. Una de éstas, la causa de su dilatación térmica será estudiada en el siguiente párrafo.

§ 31.6. Dilatación térmica de los sólidos y líquidos

1. La experiencia nos enseña que, al subir la temperatura, aumenta el volumen de los sólidos y líquidos. Aclaremos la causa de la dilatación térmica. En este caso hay que tomar en consideración, que a pesar de que la estructura y las propiedades de los sólidos y líquidos son diferentes, lo que trataremos en los siguientes capítulos, para el mecanismo de la dilatación térmica dichas divergencias no desempeñan ningún papel.

A la temperatura prefijada en el sólido o líquido, las moléculas se encuentran unas de otras a determinadas distancias y oscilan junto a las posiciones de equilibrio. Representemos en la curva de potencial los valores de la

energía total de la molécula para una serie de valores de la temperatura del cuerpo (fig. 31.7). Aquí, e_0 es la llamada energía nula, o sea, la energía mínima de las oscilaciones de la molécula con el cero absoluto de temperatura (§ 26.8); e_1 y e_2 , las energías de las oscilaciones de las moléculas a temperaturas T_1 y T_2 . En

la fig. 31.7 vemos que con el cero absoluto, las moléculas oscilan alrededor de las posiciones de equilibrio, entre las cuales la distancia es igual a d . Al aumentar la temperatura, la energía de las oscilaciones crece. Por consiguiente, si a la temperatura T_1 la molécula oscila entre los puntos A_1 y B_1 , a la temperatura T_2 , oscilará entre los puntos A_2 y B_2 . Y como la curva de potencial tiene forma asimétrica, el punto B se

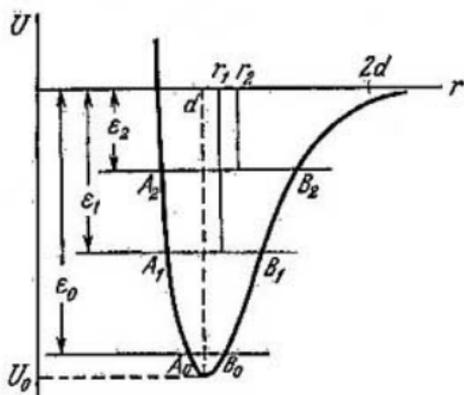


Fig. 31.7.

desplaza a la derecha de forma más intensa que el punto A a la izquierda. De esto sigue que la posición de equilibrio al subir la temperatura también se desplaza a la derecha. Con otras palabras, la distancia entre las moléculas al aumentar la temperatura crece a cuenta de la forma asimétrica de la curva de potencial de la interacción molecular.

2. De modo cualitativo hemos conseguido explicar el mecanismo de la dilatación térmica de los sólidos y líquidos. Sin embargo, no se puede obtener con facilidad las dependencias cuantitativas del análisis de la curva de potencial de la interacción molecular. Por esta causa, hagamos uso de los resultados del experimento. Resulta, que en un pequeño intervalo de temperaturas, lejos del cero absoluto, la variación relativa del volumen es proporcional al cambio de la temperatura:

$$\Delta V/V = \beta \Delta T, \quad (31.13)$$

donde ΔT es la variación de la temperatura y β , el coeficiente de dilatación cúbica, es decir, el cambio relativo del volumen que corresponde a un kelvin. Haciendo $\Delta V = V - V_0$, donde V_0 es el volumen del cuerpo a la

temperatura $t_0 = 0^\circ \text{C}$, y $\Delta T = t - t_0 = t$,

$$(V - V_0)/V_0 = \beta t, \quad (31.14)$$

de donde

$$V = V_0 (1 + \beta t). \quad (31.15)$$

De manera análoga, tendremos para la densidad del cuerpo

$$\rho = \rho_0 (1 - \rho t). \quad (31.16)$$

3. Señalemos una vez más que la ley lineal de la dilatación térmica es la primera aproximación, válida sólo en determinado intervalo de temperaturas que es función de las propiedades de la sustancia. Al ampliar el intervalo de temperaturas, el carácter lineal se viola. Por ejemplo, la violación del carácter lineal es fácil de apreciar en el agua a unos 4°C de temperatura, cuando ella tiene la mayor densidad, mientras que al enfriarla a menos de 4°C , ésta comienza a dilatarse, incluso hasta la congelación.

Además, como se desprende de la teoría, y confirma el experimento, cerca de cero absoluto, en todas sustancias no hay dilatación térmica.

4. Si calentamos una barra, su longitud crece. Razonamientos análogos permiten en absoluto mostrar que en un pequeño intervalo de temperaturas

$$l = l_0 (1 + \alpha t), \quad (31.17)$$

donde l_0 es el largo de la barra a 0°C , l , su longitud a la temperatura t . La magnitud α denomínase *coeficiente de dilatación lineal* y es la variación relativa de la longitud que corresponde a 1 kelvin.

5. Vamos a mostrar que para los sólidos, el coeficiente de dilatación cúbica es tres veces mayor que el coeficiente de dilatación lineal. Para ello, tendremos en cuenta que $V = l^3$. La sustitución en la expresión (31.15), nos da

$$l_0^3 (1 + \alpha t)^3 = V_0 (1 + \beta t).$$

Reduciendo por $V_0 = l_0^3$ y al abrir el paréntesis, obtenemos

$$\beta = 3\alpha + 3\alpha^2 t + \alpha^3 t^3.$$

Para todos los sólidos, el coeficiente de dilatación lineal es muy pequeño y por el orden de su valor es igual a $10^{-6} \dots 10^{-6} \text{K}^{-1}$. Esto significa que para un pequeño intervalo de temperaturas ($t \leq 100^\circ \text{C}$), en la última igualdad podemos despreciar los términos que contienen α^2 y α^3 . De aquí sigue

$$\beta = 3\alpha. \quad (31.18)$$

ORDEN DE LARGO ALCANCE

§ 32.1. Monocristal

1. En la naturaleza, ciertos sólidos se encuentran en forma de *crisales*, que son cuerpos cuyas caras de por sí son polígonos regulares. La forma de los polígonos que surgen, depende de las condiciones de formación del cristal,

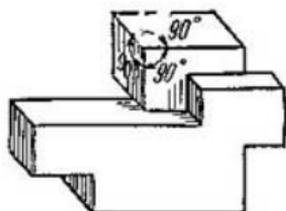


Fig. 32.1.

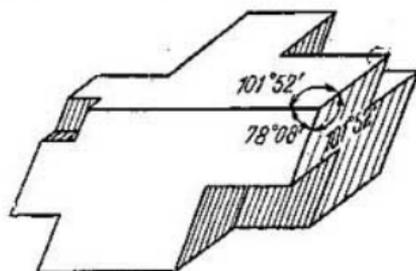


Fig. 32.2.

pero la propiedad más característica del cristal es la constancia de los ángulos entre sus aristas y, correspondientemente, entre sus caras.

Así, por ejemplo, el cristal de la sal común puede tener forma de cubo, paralelepípedo o prisma, así como puede resultar un cuerpo de configuración irregular (fig. 32.1). Pero en todos los casos, en su vértice concurren tres aristas, que entre sí forman un ángulo recto. De esta misma manera, en el vértice del cristal de calcita (espató de Islandia) concurren tres aristas, que forman un ángulo agudo de $78^{\circ}08'$ y dos obtusos de $101^{\circ}52'$, cada uno de ellos (fig. 32.2).

En una serie de cristales, tales como el espató de Islandia o el cuarzo, hay cierta dirección determinada que recibe el nombre de eje *crystalográfico* o eje *óptico*. En la fig. 32.3 el eje óptico es la dirección paralela a la recta *MN*. De la importancia y papel de este eje hablaremos en el cap. 64.

2. Un gran cristal aislado de forma más o menos regular, denominase *monocristal* (del griego monos, uno). La peculiaridad característica de un monocristal es su *anisotropía*, o

sea, la divergencia de sus propiedades en diferentes direcciones.

La anisotropía de las propiedades mecánicas de un monocristal, ante todo se refleja en que su resistencia en diversos sentidos es diferente. Si, por ejemplo, fabricamos de cierto monocristal una bola, a continuación la rompemos mediante un golpe, se quebrantará en trozos, cuyas caras formarán

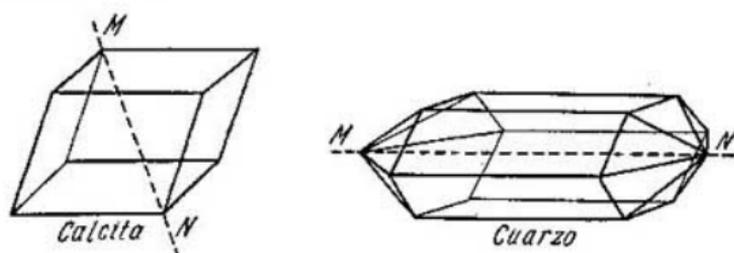


Fig. 32.3.

ángulos característicos para la materia dada. Esto significa que la resistencia mecánica de dicho monocristal es la mínima en dichas direcciones.

También es diferente la elasticidad del monocristal en direcciones diversas. Y como la velocidad del sonido es función de las propiedades olásticas y la densidad de la materia, la velocidad de propagación del sonido en los monocristales, como lo muestra la práctica, es distinta en diferentes direcciones.

3. La anisotropía de las propiedades térmicas de un monocristal se refleja en que los coeficientes de dilatación lineal y de la conductividad térmica alcanzan diversos valores en diferentes direcciones. El experimento para medir el coeficiente de dilatación térmica de pequeños modelos es bastante complicado y aquí no lo vamos a examinar. Los resultados de las mediciones para ciertos monocristales se aducen en la Tabla 32.1.

De modo experimental puede ser fácilmente determinada la diferencia en la conductividad térmica de un monocristal en diversas direcciones. Con este fin, cortemos, por ejemplo, de cuarzo una plaquita paralelamente a su eje óptico y cubramosla de una capa de cera. Si tocamos la plaquita con una aguja caliente, cerca del punto de contacto con el cuarzo, la cera se derrite. El experimento demuestra que el sector

Tabla 32.1

| Sustancia | $\alpha, 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ | |
|------------------|----------------------------------|----------------------|
| | a lo largo del eje | perpendicular al eje |
| Cuarzo | 7,5 | 13,7 |
| Cadmio | 52 | 20 |
| Cinc (cristal) | 60 | 13 |
| Estaño (cristal) | 30,5 | 15,5 |

derretido tiene la forma de una elipse, cuyo eje mayor es paralelo al eje cristalográfico. Esto significa que la conductividad térmica del cuarzo a lo largo del eje es mayor que en sentido perpendicular; su razón $K_{\parallel}/K_{\perp} = 1,72$, donde K_{\parallel} es la conductividad térmica a lo largo del eje óptico, K_{\perp} , esa misma magnitud en sentido perpendicular.

§ 32.2. Policristal

1. Al tomar medidas especiales, de los fundidos de los metales pueden obtenerse monocristales. Pero si el hierro en fusión simplemente se enfría, el cuerpo sólido que se obtiene no posee anisotropía. La causa de esto puede ser aclarada si su superficie se rectifica bien y se trata con ácido, estudiándola después con un microscopio (fig. 32.4). Resulta que la materia está constituida por granos aislados de tamaño de un orden de $10^2 \dots \dots 10^3 \text{ nm}$. Cada uno de los granos es un cristal, que toma forma incorrecta a causa de que su crecimiento fue obstaculizado por los cristales adyacentes. La estructura granular creada recibe el nombre de *policristalina* (del griego poly—mucho).

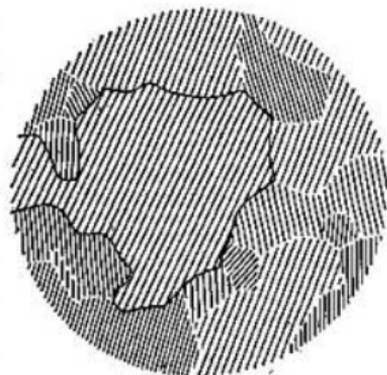


Fig. 32.4.

Como los ejes cristalográficos de todos los granos están orientados en completo desorden, a grandes distancias la anisotropía puede no manifestarse. Por esta causa, el poli-

crystal es *isótropo*, o sea sus propiedades, en término medio, son las mismas en todas las direcciones.

2. Una enorme cantidad de sólidos, con los que tropeizamos en la naturaleza, como las piedras, la arena, los metales, las sales, etc., tienen estructura policristalina. El surgimiento de los policristales es un fenómeno exclusivo, que tiene lugar a condiciones singularmente favorables. Al mismo tiempo, en la naturaleza hay sólidos de tipo vidrio, que no tienen estructura granular. Estos se llaman *amorfos*. La estructura y propiedades de estos cuerpos serán examinadas en el § 34.6.

§ 32.3. Red cristalina. Orden de largo alcance

1. Ya en el siglo XVIII, sobre la base del estudio de las propiedades macroscópicas de los cristales se expresó la suposición de que el cristal consta de células de forma geométrica regular. No obstante, sólo en 1912 esta hipótesis fue confirmada por M. Laue, que descubrió el fenómeno de la difracción de los rayos X en los cristales. Resultó que las partículas de las que consta el cristal forman en el espacio una *red cristalina* regular. En esta red podemos destacar una célula (celda) de dimensiones mínimas, caracterizada porque si se traslada de forma paralela a sí misma, cada vez a una distancia igual a su arista, de esta forma puede ser creado un monocristal cuan grande se quiera. El período del cristal es igual a la longitud de la arista de la célula elemental (§ 62.7).

El vértice de la célula denomínase *nudo* de la red cristalina; la recta que pasa por los nudos de la red, recibe el nombre de *línea de nudos*; el plano que pasa por los nudos de la red se llama *plano de nudos*. Los planos y las líneas en los que la concentración de nudos es la mayor, forman las caras y las aristas del cristal.

2. En 1891, E. S. Fiódorov estableció que en la naturaleza en total son posibles 230 diferentes tipos espaciales de simetría (grupos de Fiódorov), que pueden ser divididos en 7 sistemas cristalinos o bien en 32 clases. Estas clases se distinguen por la forma de la célula, es decir, por los ángulos entre las aristas y las caras y las correlaciones entre las dimensiones de las aristas.

Mediante el método de análisis por difracción de rayos X fue confirmada brillantemente la clasificación propuesta por E. S. Fiódorov. Resultó, que en la naturaleza no hay ni un sólo cristal que no pertenezca a uno u otro grupo de Fiódorov.

3. Por regla, en los nudos de la red cristalina se disponen los centros de los átomos, iones o moléculas. Como más adelante veremos, a pesar de esto, no todos los átomos se hallan en los nudos. Pero es de importancia que en la red cristalina se observa una distribución de la materia correcta, regular, así como también las de cargas eléctricas y los campos eléctricos relacionados con ellas.

La magnitud de los períodos de repetición es muy pequeña: por ejemplo, en los metales constituye de 0,3 a 0,7 nm, lo que corresponde a varias capas de átomos, ya que la distancia entre dos átomos en un sólido es aproximadamente igual a 0,1 nm. Incluso en los policristales los granos tienen dimensiones de un orden de $10^2 \dots 10^3$ nm. Los monocristales tienen dimensiones mucho más grandes.

Llegamos a la conclusión de que en los cuerpos cristalinos la disposición regular de los elementos de la red cristalina se repiten en los límites de cientos, miles y decenas de miles de capas. Por este motivo, se dice que en el cristal se observa *el orden de largo alcance* en el empaquetamiento de los átomos u otras partículas (iones, moléculas, etc.), de las que está formada la célula del cristal.

§ 32.4. Defectos del empaquetamiento y estructura en bloques del cristal

1. Si el cristal tuviera estructura ideal, el orden de largo alcance sería observado a distancias cuan se quiera grandes. Sin embargo, semejantes cristales ideales no se forman en la naturaleza. En el cristal real tropezamos con violaciones sistemáticas del orden de largo alcance, que surgen en el proceso de cristalización de la materia.

Uno de los principales tipos de violaciones de la estructura regular del cristal es un defecto llamado *dislocación*.

2. *La dislocación simple o límite* consiste en que en cierto sector del cristal se crea un plano de nudos excedente (fig. 32.5). Como resultado, el cristal queda dividido en dos bloques, en cuya línea de separación se encuentra el núcleo de dislocación marcado con el signo \perp .

La dislocación espiral se forma en el caso, cuando la línea de nudos de uno de los bloques, con una de sus partes parece como si se deslizara a un período más arriba o más abajo de su dirección normal. Las más notorias divergencias también

surgen aquí a lo largo del eje de dislocación (fig. 32.6). En los demás sectores, en particular lejos del eje, el orden a largo alcance no se perturba.

3. Al haber un pequeño número de dislocaciones se forma un monocristal constituido por grandes bloques, en cada uno de los cuales reina un orden a largo alcance rela-

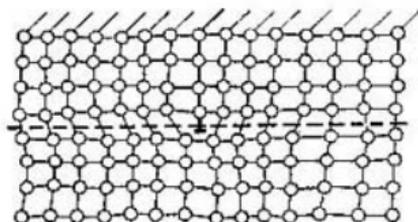


Fig. 32.5.

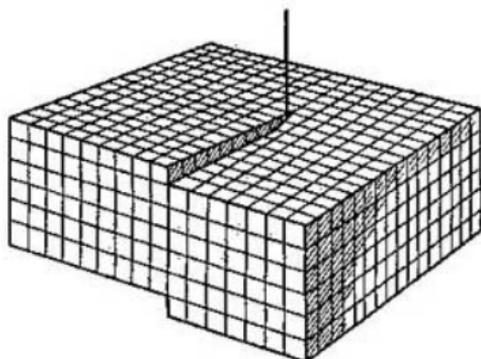


Fig. 32.6.

tivamente ideal. Con frecuencia, semejantes bloques están ligeramente girados uno respecto al otro, lo que se representa en la fig. 32.7.

4. Las violaciones del orden a largo alcance son también posibles en el caso cuando el nudo está vacante (fig. 32.8) o bien relleno con átomo extraño (fig. 32.9), así como si éste se inserta entre las líneas de nudos (fig. 32.10). Semejantes defectos pueden surgir tanto en el lugar donde apareció la dislocación, como también en el interior del bloque.

La presencia de defectos en el cristal opera fuerte influencia sobre sus propiedades. Por ejemplo, las impurezas en la red cristalina de germanio y silicio, que constituyen

un total de nada más que el 0,1 %, prácticamente no influyen sobre la estructura del cristal, pero de modo muy notorio —mil veces— varían su resistencia eléctrica. La causa de este fenómeno será examinada en el cap. 77.

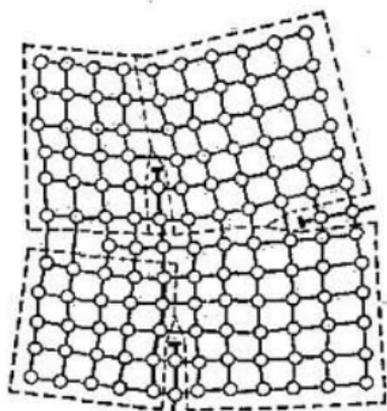


Fig. 32.7.

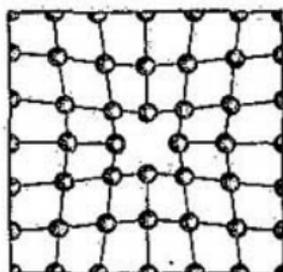


Fig. 32.8.

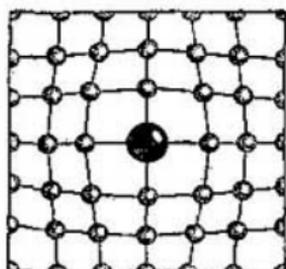


Fig. 32.9.

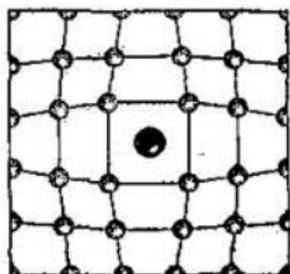


Fig. 32.10.

En los siguientes párrafos estudiaremos como influyen los defectos de los cristales sobre algunas de sus propiedades térmicas y mecánicas.

§ 32.5. Movimiento de los defectos y difusión

1. La experiencia nos muestra que al haber prolongado contacto entre dos sólidos, éstos difunden el uno en el otro. Es en particular cómodo, observar la difusión en los sólidos por medio de «átomos marcados», es decir, isótopos radiacti-

vos de la materia dada. Pero, es fácil cerciorarse de que en un cristal ideal la difusión es casi imposible. En un cristal ideal todos los nudos están ocupados por sus «propios» átomos, por lo que la inserción de un átomo «extraño» en el nudo debe acompañarse de un considerable trabajo para «arrancar» el átomo del nudo, para lo que por regla no hay suficiente energía. La inserción del átomo extraño entre los nudos de la red también exige considerable energía, ya que hay que «separar» a los vecinos y vencer las grandes fuerzas de repulsión que aparecen en este caso.

2. En un cristal real todo es diferente. La presencia de defectos tipo dislocaciones o vacantes, en considerable medida facilita el proceso de inserción de átomos extraños en el cristal. Estos átomos pueden penetrar o en las vacantes o bien en el ámbito de dislocaciones simples o espirales, con la particularidad de que la energía del movimiento térmico es con plenitud suficiente para que el átomo pueda penetrar en el ámbito defectuoso.

De modo análogo podemos mencionar el defecto tipo de sustitución (véase la fig. 32.9). Aquí a temperatura suficientemente alta, es muy posible un proceso, con el que el átomo extraño y el átomo de la materia principal cambian de lugar, lo que lleva al desplazamiento del átomo extraño por el cristal.

Así, pues, el proceso de difusión en el cristal se reduce al movimiento de los defectos por la red. Como es natural, mientras más defectuosa sea la red, más probable será la difusión. En particular, en los policristales, con el resto de las condiciones iguales, la difusión transcurre con mayor rapidez que en los monocristales.

3. La práctica muestra que al aumentar la temperatura del cristal, la difusión se acelera. La cosa reside en que a medida que crece la temperatura, las moléculas comienzan a vibrar de modo más intensivo, las distancias medias entre ellas aumentan, y con el desplazamiento ventajoso de dos átomos o moléculas vecinas en direcciones opuestas, un tercer átomo parece como si pudiera «meterse» entre ellos, ocupando un nuevo lugar en la red. Así se explica la posibilidad de principio de difusión en un cristal ideal, aunque su probabilidad es muy pequeña. Con mayor razón, la alta temperatura favorecerá la difusión en un cristal con defectos.

§ 32.6. Movimiento de las dislocaciones y deformaciones del cristal

1. La experiencia nos muestra que cualquier deformación de un cristal, incluso las elásticas y, en mayor grado, las deformaciones plásticas, están relacionadas con el desplazamiento (cizallamiento) de los bloques del cristal, uno respecto al otro. Aquí también juega un importantísimo papel el movimiento de las dislocaciones.

Examinemos el mecanismo de la deformación por cizallamiento en un cristal sin defectos y en un cristal con una dislocación simple.

2. Supongamos que queremos provocar el cizallamiento de la red cristalina a un nudo por el plano AB de un cristal ideal. Tendremos que desplazar de una vez todos los átomos, es decir, instalar el átomo 1 frente a $2'$, 2 frente a $3'$, etc. (fig. 32.11). Para esto es preciso aplicar un considerable esfuerzo, igual al producto de la fuerza de cohesión entre dos átomos por la cantidad total de los átomos en contacto en todo el área de cizallamiento.

Sea ahora que el plano AB coincide con el límite de separación de dos bloques, en el cual está dispuesto el núcleo de una dislocación simple (fig. 32.12). Aquí, bajo la acción de la fuerza, las capas 3 , 4 y 5 , prácticamente, no se desviarán, la capa 2 se desplazará a la mitad de la distancia entre los nudos y ocupará su puesto «natural» frente al nudo $3'$. Sólo la capa 1 tendrá que desplazarse a la distancia total entre los nudos, o incluso sólo cuando la capa 2 ya se haya desplazado y al movimiento de la primera capa solo molestará la atracción a la capa $1'$, pero no la repulsión de la capa 2 . Como muestran los cálculos, para el cizallamiento será aquí necesario un esfuerzo cien veces menor, que al carecer de dislocaciones.

3. Como nos hemos cerciorado, durante la deformación de un cristal, parcialmente aumenta el ordenamiento en la disposición de los planos atómicos y disminuye el número de dislocaciones simples. De aquí se desprende, que a medida que el cristal sufre deformación, su resistencia mecánica deberá aumentar. La práctica nos muestra que en realidad, tales deformaciones como la forja, el laminado, etc., llevan al reforzamiento del material, pero no en cien veces, como indica la teoría. Resulta, que en este caso, las dislocaciones espirales, que no siempre desaparecen durante la deformación, juegan importante papel.

4. La resistencia de los cristales se reduce bruscamente a cuenta de las grietas que surgen en su superficie, por lo visto en el lugar de salida de las dislocaciones. Semejantes grietas reducen la resistencia a la rotura. Por ejemplo, para los cristales de sal gema el esfuerzo de rotura decrece del valor teórico de un orden de 2 GPa a 4,5 MPa, o sea, unas

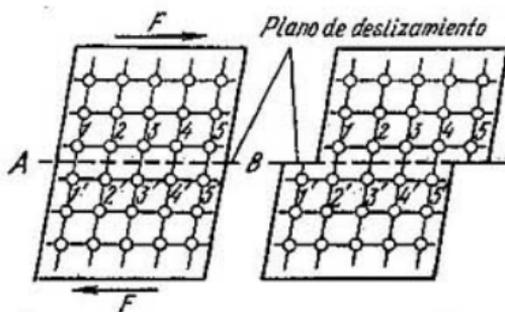


Fig. 32.11.

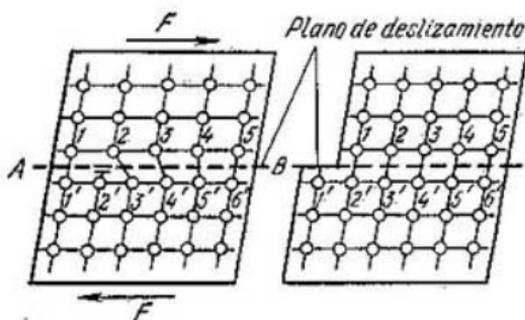


Fig. 32.12.

450 veces; para el monocristal de zinc, de 20 GPa a 50 MPa, etc. Esto ha sido confirmado por los experimentos de A. F. Ioffe, que mostró que si permanentemente se diluye la superficie del cristal, liquidando de este modo las grietas que surgen y otros defectos superficiales, la resistencia del modelo aumenta. Por ejemplo, al estirar un cristal de sal gema en agua caliente, éste observaba la rotura a esfuerzos aproximados de 1,5...1,6 GPa, lo que está muy cerca del valor teórico.

EMPAQUETAMIENTO COMPACTO DE LAS PARTÍCULAS

§ 33.1. Tipos de enlaces cristalinos

1. Hasta el momento hemos examinado principalmente las características geométricas de un cristal, sin ahondar en la naturaleza de las partículas que lo forman; ni en el carácter de las fuerzas que sujetan estas partículas a determinadas distancias entre sí. Entre tanto, precisamente el análisis de la naturaleza física de dichas fuerzas permite comprender tanto la geometría de las redes cristalinas, como también la diferencia en las propiedades de diversos tipos de cristales. Desde el punto de vista de las fuerzas que actúan entre las partículas que constituyen los cristales, éstas pueden ser divididas de manera convencional en cuatro tipos: *iónicas*, *atómicas*, *moleculares* y *metálicas*. Más abajo será dado el análisis de las propiedades características de estos tipos de cristales. Pero de antemano debemos hacer la siguiente observación.

Como ya dijimos, la condición del estado estable de todo sistema de partículas es el valor mínimo de la energía en las condiciones dadas (§§ 19.5, 19.6). Con toda plenitud esto se refiere al sistema de átomos, moléculas o iones que forman el cristal: las partículas se dispondrán a tales distancias unas de otras de modo que su energía sea la mínima, con otras palabras, donde la fuerza de atracción sea igual a la de repulsión.

2. *Cristales iónicos*. A estos se refieren la mayoría de los compuestos orgánicos, por ejemplo, las sales. En la red espacial de estos cristales se disponen sucesivamente los iones de signos opuestos.

El mecanismo de creación de un cristal iónico será explicado en el ejemplo de la sal común (NaCl). El átomo de sodio pierde con facilidad un electrón, que se une al átomo de cloro. De esta forma aparecen dos iones con carga eléctrica de signos contrarios.

Los iones creados tienen campo eléctrico esférico y simétrico, a consecuencia de lo cual las fuerzas de atracción de Coulomb, que surgen entre ellos, tienen igual magnitud en

cualquier dirección. Esto permite considerar la estructura del cristal iónico como un sistema de bolas de determinado radio, empaquetadas en cierta red espacial. Los centros de dichas bolas se dispondrán a tal distancia, que la energía de interacción de los iones sea la mínima, es decir, de forma que la fuerza de atracción sea equilibrada por las fuerzas de repulsión.

3. *Cristales atómicos.* La red espacial en los cristales del tipo dado se forma mediante el empaquetamiento compacto de los átomos, que con la mayor frecuencia son iguales. Durante la interacción de átomos iguales no se forman iones.

Ejemplos típicos de semejantes cristales son el diamante y grafito, que son dos diferentes estados del carbono, así como ciertos compuestos inorgánicos (sulfuro de zinc ZnS , óxido de berilio BeO , etc.).

Los átomos, situados en la red espacial están ligados por fuerzas *covalentes* (de otra forma, homopolares) de origen cuantomecánico. Estas fuerzas tienen una tendencia espacial muy elocuente, por lo que la interacción entre los átomos dependerá del carácter de su orientación entre sí. Por esta causa, la geometría de un cristal de este tipo no puede ser obtenida del análisis del carácter del empaquetamiento de las bolas.

4. *Cristales moleculares.* Entre ellos se encuentra una serie de compuestos inorgánicos, así como la mayoría de los orgánicos, en los que las moléculas conservan su individualidad en el proceso de cristalización. En ellos, en los nudos de la red cristalina se hallan las moléculas. Como ejemplos podemos nombrar los cristales de bromo (Br_2), de yodo (I_2), del hielo seco, o sea, dióxido de carbono sólido (CO_2), así como la naftalina, parafina, ácidos olifáticos, etc. El rasgo característico de los cristales del tipo dado, es que la distancia entre las partículas dentro de las moléculas es mucho menor que las distancias intermoleculares en el cristal. Por esto, aquí se puede representar cada molécula en forma de un cuerpo limitado por partes de superficies esféricas, mientras que el propio cristal, como el empaquetamiento compacto de las moléculas, construidas de bolas cortadas (fig. 33.1).

Entre las moléculas actúan las fuerzas de Van der Waals del tipo de fuerzas de interacción entre los dipolos inducidos (§ 31.3). A causa de que estas fuerzas son bastante débiles, los cristales moleculares se destruyen con facilidad

a cuenta del movimiento térmico de las moléculas, se funden a bajas temperaturas, así como también se evaporan fácilmente. Por ejemplo, los cristales de yodo a presión atmosférica normal se evaporan a $+39,6^{\circ}\text{C}$ y los cristales de hielo seco, a $-78,5^{\circ}\text{C}$.

5. *Cristales metálicos.* Como nos indica su propia denominación, el tipo dado de enlace es el procedimiento de empaquetamiento de los átomos de los metales en la red cristalina.

Durante la cristalización de los metales sus átomos se aproximan y entre ellos surgen grandes fuerzas de origen cuantomecánico. A cuenta de estas fuerzas, los electrones que se encuentran en las órbitas externas (electrones de valencia) se separan de los átomos. No obstante, a diferencia del caso del enlace iónico, aquí los electrones no pueden unirse a otro átomo y crear un ion negativo, ya que todos los átomos del metal son iguales. Por este motivo, *los electrones de valencia se colectivizan*, es decir, ellos no pertenecen a un solo átomo, como con el enlace iónico, y no a un par de átomos vecinos, como con la interacción covalente, sino que a todo el cristal en su conjunto.

El enlace metálico se asegura por la atracción entre la red iónica, formada por los iones con carga positiva, y la nube electrónica con carga negativa, llamada *gas electrónico*. Notemos, que la presencia de electrones libres, que bajo la acción del campo eléctrico son capaces de desplazarse por el cristal, asegura la buena conductividad eléctrica de los metales.

En el caso general, el empaquetamiento de los iones en el cristal metálico no puede ser reducido al empaquetamiento de bolas, como pudo ser hecho en el caso de enlaces iónicos o moleculares. Sin embargo, en ciertos casos es muy ventajoso considerar los cristales metálicos como un sistema de bolas de igual radio empaquetados de la forma más compacta.

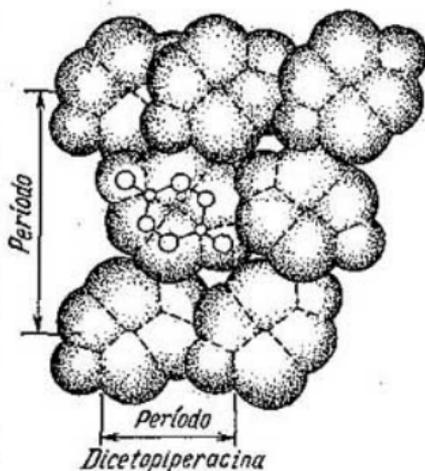


Fig. 33.1.

§ 33.2. Empaquetamiento muy compacto de bolas iguales

1. Examinemos como se puede realizar el empaquetamiento más compacto de bolas de igual radio. En el plano, éste será la figura representada en la fig. 33.2. Aquí cada bola está rodeada por seis vecinas, es decir, se forma la simetría de sexto orden. Si comenzamos a empaquetar las bolas en el espacio, nos será necesario hacer girar y despla-

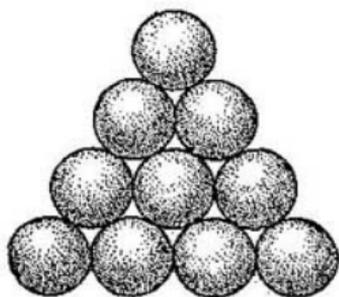


Fig. 33.2.

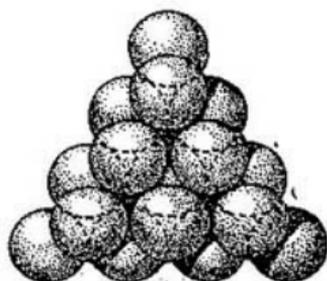


Fig. 33.3.

zar una red plana semejante de manera que las bolas de la segunda capa se coloquen en los huecos de la primera. Pero, con ello, las bolas ocuparán sólo la mitad de los huecos. En el resto de los huecos las bolas no pueden penetrar. En la fig. 33.3 se muestra como se colocan una sobre otra dos capas de bolas iguales. Los centros de las bolas superiores se disponen sobre los huecos.

De forma análoga puede ser colocada por arriba la tercera capa. Pero en este caso puede haber dos variantes de empaquetamiento.

2. Los centros de las bolas de la tercera capa pueden estar situados sobre los centros de la primera capa. Aquí, la tercera capa repite la primera. Si ahora la cuarta capa se coloca sobre la segunda, la quinta sobre la tercera, la sexta sobre la cuarta, etc., se obtiene un empaquetamiento compactísimo de dos capas de bolas iguales, es decir, el llamado empaquetamiento *hexagonal*. En la fig. 33.4 está representado el modelo de semejante empaquetamiento. La repetición de las capas se escribe, de modo simbólico, así: *ABABAB...* La célula es un prisma recto, sobre cuya base se encuentra un

hexágono regular. La altura del prisma es mayor que los lados de la base. Señalemos, que no todos los átomos se disponen en los nudos de la red.

El empaquetamiento muy compacto es característico para los cristales de berilio, magnesio, escandio, zinc, cadmio y una serie de otros metales, así como de muchos compuestos inorgánicos.

3. En la segunda variante de empaquetamiento, la tercera capa se dispone de forma que los centros de sus bolas estén dispuestos sobre los huecos de la primera capa, la cuarta repite la primera, la quinta la segunda, la sexta la tercera, etc. La repetición de las capas se escribe, de modo

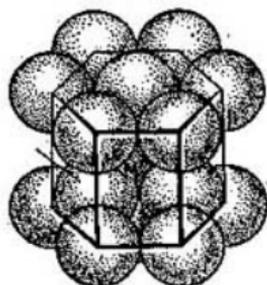


Fig. 33.4.

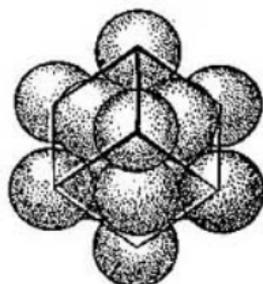


Fig. 33.5.

simbólico, así: $ABCABCABC \dots$ En la fig. 33.5 se ofrece el empaquetamiento de este tipo. Su célula es un cubo. Las partículas se encuentran tanto en los vértices del cubo (nudos de la red), como en los centros de las caras. Por esta causa, el empaquetamiento del tipo dado recibe el nombre de *cúbico de caras centradas*. Según este tipo se construye la red de tales metales como el níquel, platino, cobre, oro, plata, aluminio, plomo y a altas temperaturas, el hierro. Por ejemplo, el cobalto se encuentra en forma de cristales tanto con red hexagonal, como con red cúbica de caras centradas. Semejante *poliformismo* es característico para una serie de metales y otras sustancias.

Son también posibles combinaciones de múltiples capas más complicadas de empaquetamientos muy compactos de bolas, pero éstas no van a ser examinadas aquí.

§ 33.3. Empaquetamientos muy compactos de bolas con radios diferentes

Nos vamos a limitar a examinar sólo un ejemplo: el cristal de la sal común. Como ya hemos dicho este cristal es iónico. El análisis de estructuras con rayos X ha permitido definir

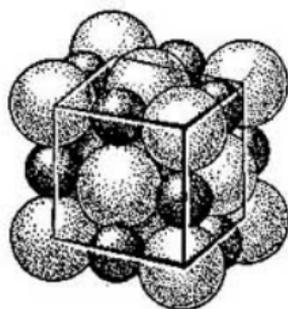


Fig. 33.6.

los radios de los iones: el de cloro 0,181 nm, el de sodio 0,098 nm. Los grandes iones de cloro forman un empaquetamiento muy compacto de tres capas, en el que los grandes vacíos se rellenan con los iones de sodio de menor dimensión (fig. 33.6). Resulta que cada ion de sodio está rodeado de seis iones de cloro y, viceversa, cada ion de cloro, por iones de sodio. Con semejante empaquetamiento de los iones se forma una red cúbica de caras centradas. Su célula es un cubo en cuyos vértices

se encuentran los iones de un signo, mientras que en el centro de las caras, los iones de signo contrario.

Como vemos en la figura, en el cristal no hay moléculas de NaCl, ya que todo el cristal es de por sí una molécula gigantesca.

§ 33.4. Redes que no se pueden representar como empaquetamiento de bolas

1. A altas temperaturas los átomos de hierro están empaquetados en una estructura muy compacta de tres capas, es decir, un cubo de caras centradas. Resulta que a la temperatura ambiente los átomos de hierro tienen otro empaquetamiento. Como muestra el análisis de estructuras con rayos X, aquí surge una red cúbica, en la que los átomos de hierro se disponen en los vértices del cubo y en su centro; semejante red se denomina *cubo de volumen centrado* (fig. 33.7). Semejante red cristalina es característica para todos los metales alcalinos: litio, sodio, potasio, rubidio y cesio, así como para el bario, cromo, molibdeno, tungsteno.

Una estructura de este género no puede ser representada en forma del empaquetamiento compacto de bolas, ya que las bolas de igual radio no pueden ser colocadas de forma compacta en un cubo, en cuyo centro se encontrará una bola de ese

mismo radio. Por lo visto, aquí la nube electrónica del ion positivo, que surge después que el átomo pierde el electrón de valencia, no tiene estructura esférica simétrica. Semejante hecho no nos debe asombrar. Más bien, al contrario, es asombroso que tan complicados sistemas como los átomos pueden en muchos casos comportarse como bolas, empaquetadas de forma compacta en la red espacial.

2. Las propiedades físicas del hierro con diversos tipos de empaquetamiento de sus átomos son diferentes. Con empaquetamiento muy compacto de caras centradas, cuando cada átomo tiene 12 vecinos, se obtiene hierro duro, elástico;

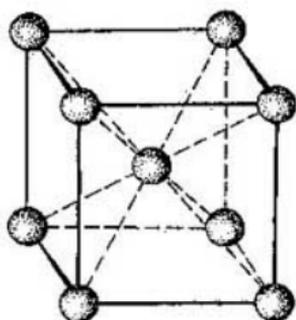


Fig. 33.7.

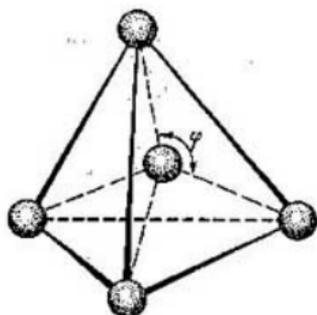


Fig. 33.8.

con el empaquetamiento de volumen centrado, cuando cada átomo sólo tiene 8 vecinos, se crea hierro blando, plástico.

3. Los átomos tetraivalentes, por ejemplo el carbono, pueden enlazarse entre sí por las fuerzas covalentes que tienen tendencia espacial bien marcada. Los átomos de carbono pueden formar dos tipos de redes espaciales.

En la primera de ellas, característica para *el diámante*, cuatro átomos se disponen por los vértices de un tetraedro regular, en cuyo centro se encuentra el quinto átomo. Las fuerzas covalentes están dirigidas del átomo central a los vértices del tetraedro (en la fig. 33.8 estas fuerzas se representan con líneas de trazos). Como es fácil calcular el ángulo en los enlaces es igual a $\varphi = 109^{\circ}29'$. Según los datos del análisis de estructuras con rayos X, la longitud del enlace es 0,154 nm. Está claro, que semejante carácter de empaquetamiento de los átomos no puede ser obtenido según el tipo de empaquetamiento compacto de iguales bolas.

Una estructura análoga a la del diamante tienen los cristales de silicio, germanio y de estaño blanco. La célula tiene forma de cubo, en el que los átomos están dispuestos no sólo en los vértices, sino que también en los centros de las caras y en el interior del cubo (fig. 33.9).

El segundo tipo de empaquetamiento de los átomos de carbono, característico para el grafito, se muestra en la fig. 33.10. Aquí cada átomo de carbono está también ligado con cuatro vecinos, pero las fuerzas y la dirección de los enlaces son diferentes. Un enlace fuerte surge con tres átomos que con él se encuentran en una misma capa bajo ángulos de

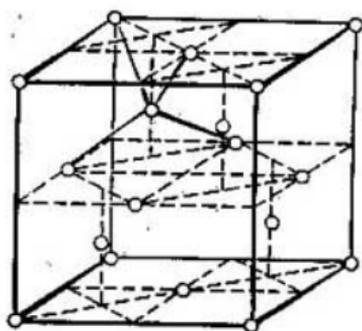


Fig. 33.9.

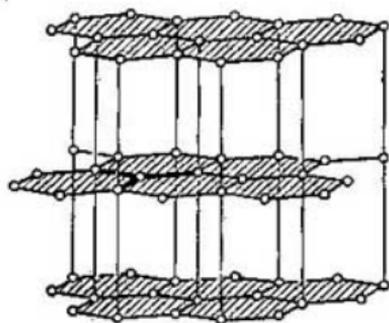


Fig. 33.10.

120° ; el enlace débil con el cuarto átomo, que se encuentra en la capa vecina. La dirección de este enlace constituye 90° con el plano de la capa. La célula tiene la forma de un prisma hexagonal recto; la longitud de las aristas es de $0,142 \text{ nm}$ y $0,335 \text{ nm}$. Como la distancia entre las capas es 2,36 veces mayor que la distancia entre los átomos dentro de la capa, la fuerza de enlace entre las capas es pequeña.

4. La diferencia en la estructura de las redes cristalinas del diamante y el grafito explica la brusca divergencia entre sus propiedades físicas. El diamante es una de las más duras sustancias en la naturaleza: corta el vidrio, así como toda clase de rocas duras, como el granito, basalto, etc. El grafito es muy blando, escribe en el papel, ya que sus capas pueden deslizarse con facilidad unas respecto a otras. El diamante es aislador, no tiene electrones libres, el grafito es conductor de la corriente eléctrica. El diamante es transparente, el

grafito absorbe fuertemente la luz. La densidad del diamante es de 3514 kg/m^3 , del grafito — 2300 kg/m^3 .

Como han mostrado las investigaciones, a una presión de un orden de 6 GPa y una temperatura mayor que 1500°C , la red cristalina del grafito, mediante el acercamiento y reagrupación de los átomos puede convertirse en la red del diamante. Este problema fue resuelto en la práctica por los científicos del Instituto de Física de Altas Presiones de la Academia de Ciencias de la URSS bajo la dirección del académico L. F. Vereschaguin. Las prensas de «diamantes» proyectadas en dicho Instituto han permitido obtener diamantes artificiales de una dureza aproximadamente igual a la de los naturales.

§ 33.5. Estructura del hielo

El análisis de estructuras con rayos X muestra que los cristales de hielo tienen una estructura muy mullida, como la representada en la fig. 33.11. Aquí, los átomos de oxígeno están representados convencionalmente en forma de grandes bolitas con agujeros, los átomos de hidrógeno en forma de pequeños «istmos» que rellenan esos agujeros. Cada átomo de oxígeno está rodeado de cuatro átomos de hidrógeno, que sirven de eslabón de enlace en los dos átomos de oxígeno vecinos. La fórmula para la molécula H_2O se conserva, pero es imposible destacar en el cristal una molécula por separado.

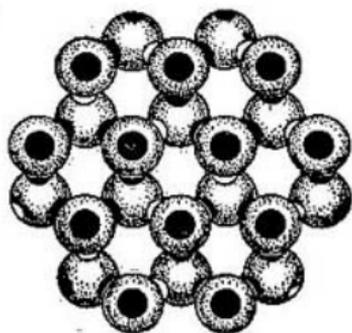


Fig. 33.11.

Como es natural, la estructura del hielo no es un empaquetamiento compacto, en la red hay grandes «agujeros». Al fundir el hielo, cuando el cristal se descompone en moléculas aisladas, la sustancia se comprime. Por esta razón, la densidad del agua a 0°C y presión normal, es mayor que la del hielo a esas mismas condiciones:

$$\rho_{\text{agua}} = 999,9 \text{ kg/m}^3 \quad \rho_{\text{hielo}} = 916,8 \text{ kg/m}^3.$$

§ 33.6. Polímeros

1. Las sustancias polímeras altas (con brevedad, *polímeros*) constan de moléculas muy largas en forma de cadenas. En cada cadena hay un grupo de átomos, que se repite con

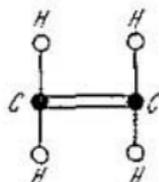


Fig. 33.12.

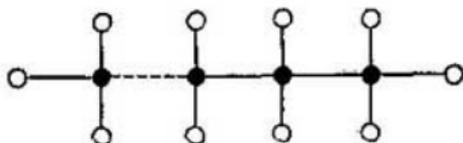


Fig. 33.13.

regularidad, enlazados por fuerzas covalentes; estas mismas fuerzas aseguran la cohesión entre los grupos de átomos en la

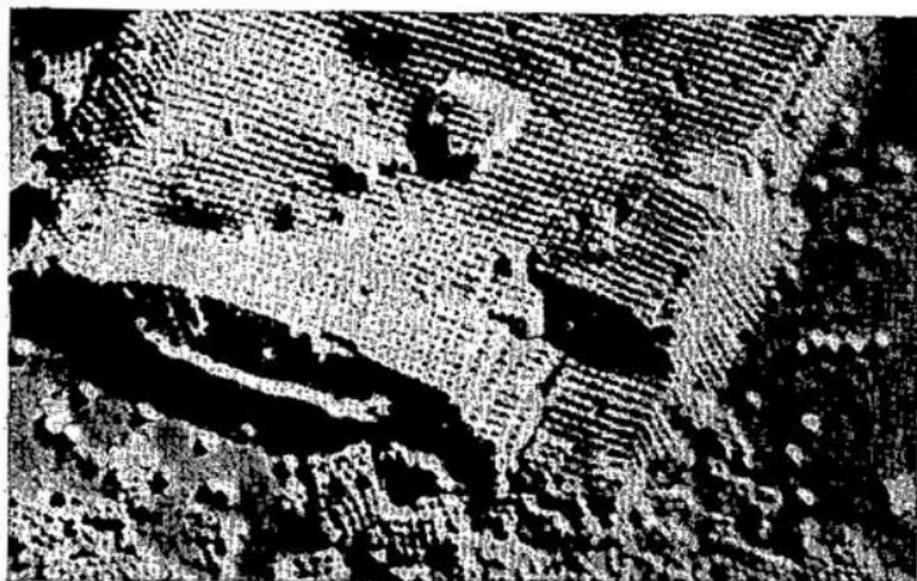


Fig. 33.14.

cadena. Por ejemplo, la molécula del gas etileno (C_2H_4) tiene la estructura mostrada en la fig. 33.12. A altas temperatura y presión surge una sustancia polimérica, el llamado

polietileno, cuya cadena molecular puede constar de miles de eslabones monoméricos (fig. 33.13).

El empaquetamiento de las moléculas largas en una estructura compacta es un problema bastante complicado. Aquí, hay dos posibilidades: bien la cadena se enrolla en un «ovillo» compacto (*glóbulo*), o bien se estiran a lo largo y se colocan en *un paquete*. Los propios glóbulos o paquetes forman un empaquetamiento compacto, de forma análoga al empaquetamiento compacto de las bolas.

2. Los glóbulos tienen dimensiones de unos 10...30 nm, de manera que pueden ser observados mediante un microscopio electrónico. En la fig. 33.14 está representada la foto de un cristal globular, el virus de la enfermedad mosaica del tabaco. Forma análoga tienen los cristales de muchas proteínas.

Vemos que los glóbulos están empaquetados según el principio del empaquetamiento compacto de las bolas. Al mismo tiempo, el análisis de estructuras con rayos X nos ofrece una imagen algo «borrosa». La cuestión reside en que a distinción de los cristales estudiados más arriba, en los que todas las partículas que forman el cristal son absolutamente iguales, en un cristal globular las partículas tienen individualidad. Los glóbulos se diferencian tanto por la longitud de la cadena molecular, que en diversos complejos es diferente, como por el carácter de enrollamiento de esta cadena. Es decir, aunque el cristal globular se caracteriza por el orden de largo alcance, dentro de cada glóbulo este orden se viola.

3. Los polímeros en paquete, a veces, tienen en el interior de éste orden de largo alcance. Los propios paquetes pueden con facilidad doblarse y enrollarse. Este fenómeno explica la elevada elasticidad del caucho. Por lo visto, los paquetes de moléculas de caucho están enrollados y durante la tracción se produce el desdoblamiento del pelotón del paquete. Después de quitar la carga externa el pelotón de nuevo se dobla retornando al estado con energía mínima.

Capítulo 34

ORDENACIÓN PRÓXIMA

§34.1. Singularidades del estado líquido

1. En los anteriores capítulos fueron estudiados dos casos límites del empaquetamiento espacial de las partículas — el gas y el cristal. El gas perfecto es caracterizado por un alto grado de enrarecimiento y completo desorden en la

distribución espacial de las partículas. Por lo contrario, la característica de un cristal ideal es el empaquetamiento más o menos compacto de las partículas y completa ordenación de su disposición en cierta red espacial (orden de largo alcance).

El líquido ocupa una posición intermedia entre el cristal y el gas. Las moléculas (u otras partículas) están empaquetadas en el líquido de modo bastante compacto, en particular cerca del punto de fusión, a causa de lo cual la densidad de un líquido es, en total, sólo el 9...10% menor que la de un sólido, en tanto que para los metales fundidos tan sólo el 3%. La densidad del agua es incluso el 9% mayor que la del hielo.

Al mismo tiempo, los líquidos son en absoluto isótropos y no se consigue descubrir en ellos granos anisótropos, como en los policristales. Es lógico que esto signifique que el líquido carece de orden a largo alcance.

2. Hasta los años treinta de nuestro siglo, se consideraba que la estructura del líquido era por completo desordenada y por su composición el líquido se parecía a un gas fuertemente comprimido. La difusión de este punto de vista favorecería a la aplicación en una serie de casos iguales leyes en hidrodinámica y en la dinámica de los gases (véase el cap. 30). No obstante, esta analogía resultó ser muy superficial, basada en el parecido de sólo una propiedad: la fluidez de los gases y líquidos. El análisis de estructuras con rayos X de los líquidos (y cuerpos amorfos) mostró que hay un determinado ordenamiento en la disposición de las partículas de un líquido, en particular cerca del punto de solidificación. Pero esta ordenación se conserva sólo a pequeñas distancias, de un orden de dos-tres capas moleculares. Esto nos permite hablar de la *ordenación próxima* en el empaquetamiento de las partículas de un líquido. Resultó, que sobre esta base pueden ser explicadas de forma cualitativa muchas de las propiedades de los líquidos, lo que haremos más adelante. Pero al mismo tiempo, una teoría rigurosamente cuantitativa del estado líquido, hasta el momento no ha sido en su total creada.

3. La obra de Ya. I. Frenkel ha jugado importantísimo papel en el desarrollo de este punto de vista acerca de la estructura de los líquidos. Frenkel no sólo expresó la idea de la proximidad de las propiedades de un líquido y un cristal (lejos del punto crítico, véase el § 35.5), sino que pudo obtener de aquí una serie de dependencias cuantitativas para

los procesos de difusión, flujo viscoso y conductividad térmica, así como para el análisis del proceso de cristalización y propiedades de las aleaciones. Cierta noción de sus ideas será ofrecida más adelante.

§ 34.2. Estructura del líquido y sus propiedades

1. En la década de sesenta J. D. Bernal expresó la idea de que en los líquidos tropezamos con la llamada simetría del quinto orden. Esto significa que en el modelo plano (fig. 34.1)

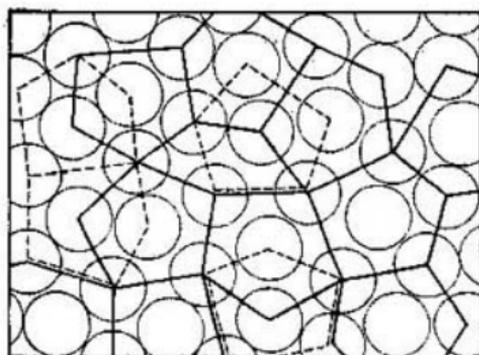


Fig. 34.1.

cada partícula tiene, en término medio, cerca de cinco vecinos más cercanos, mientras que en el empaquetamiento espacial, cerca de once. De aquí se desprenden una serie de interesantes corolarios.

Es fácil cerciorarse que en semejante tipo de empaquetamiento puede sólo realizarse la ordenación próxima; el orden de largo alcance es aquí imposible, ya que un plano puede ser cubierto por una red, constituida por triángulos, cuadrados y hexágonos regulares, pero no por pentágonos. Del mismo modo, el espacio no puede ser rellenado por polígonos cuyas caras sean pentágonos regulares.

2. De aquí sigue que los pentágonos que caracterizan el empaquetamiento de las partículas en los líquidos, tienen aristas en cierto grado diferentes. Si en los cristales todas las partículas se hallan unas de otras a la distancia d , donde las fuerzas de atracción entre ellas están equilibradas por las fuerzas de repulsión (§ 31.4), en los líquidos la distancia

entre las moléculas en unas aristas es algo mayor que d , en otras, menor que d y sólo en término medio son próximas a d .

La energía de interacción entre las partículas es función de las distancias entre ellas (§ 31.5). Tiene el valor mínimo para $r = d$, mientras que para $r > d$ o bien $r < d$, la energía de interacción crece. Por consiguiente, *a una misma temperatura la energía interna de un cristal es menor que la de su fundido*. Esto hecho permite comprender por qué causa al fundir un cristal hay que aportarle *el calor de fusión* $Q_{fus} = m\lambda$. Aquí, m es la masa de la sustancia, λ , el calor específico de fusión, es decir, la energía que hay que transmitir a la unidad de masa de la materia, que se halla a temperatura de fusión, para hacerla pasar del estado cristalino al líquido.

La comparación de la energía interna del cristal y de su fundido nos permite explicar porque a bajas temperaturas, los líquidos, por regla, se cristalizan. En este caso se pone de manifiesto una ley general: la tendencia de todo sistema de partículas al estado con energía mínima.

3. Los polígonos que tienen simetría del quinto orden no pueden dar una red cristalina regular con el empaquetamiento compacto. Ellos se agrupan en formaciones espaciales compactas, cuya densidad puede ser incluso mayor que la del cristal. Bernal los denominó *seudonúcleos*, es decir, núcleos falsos. Entre estos núcleos deben, obligatoriamente, surgir grandes agujeros o bien *huecos*, según la terminología de Frenkel. La presencia de estos «huecos» compensa la densidad excesiva de los núcleos y conduce a que la densidad de los líquidos es, por regla, menor que la de los cristales.

4. Los seudonúcleos no son formaciones suficientemente estables. Gracias a la gran cantidad de «huecos», las partículas pueden con facilidad pasar de un núcleo a otro, formando en semejante caso polígonos de diversas formas. Como resultado, a diferencia de un cristal, el líquido tiene no una estructura determinada, sino que gran cantidad de estructuras equivalentes, parecidas entre sí, que corresponden a un mismo valor, de la energía del sistema. Como la entropía del sistema se define por el número de diferentes estructuras, correspondientes al estado dado (§ 28.7), vemos que *a una misma temperatura, la entropía de un cristal es mucho menor que la de su fundido*.

§ 34.3. Tiempo medio de estado sedentario

1. La estructura de los líquidos varía continuamente. La causa de este fenómeno radica en que la gran cantidad de «huecos» en el empaquetamiento de las partículas del líquido, favorece a su desplazamiento. La partícula del líquido oscila alrededor de una posición instantánea de equilibrio durante cierto tiempo, que según la expresión figurada de Frenkel recibió el nombre de *tiempo de estado sedentario*. A continuación, la partícula salta al lugar del hueco y se une a otro seudonúcleo. Estos procesos transcurren de forma aleatoria, diversas partículas pasan de un estado a otro, durante diferentes intervalos de tiempo, pero a causa de la presencia de un enorme número de partículas puede ser introducido el concepto de *tiempo medio de estado sedentario* τ , como el intervalo de tiempo en el transcurso del cual no varía la configuración estructural de los seudonúcleos, que caracteriza la ordenación próxima.

El tiempo medio de estado sedentario es razón inversa de la probabilidad de que una partícula pase al lugar del hueco, mientras que éste, al lugar de la partícula. La probabilidad de la «migración» puede ser calculada del modo siguiente.

2. Para que una partícula se separe del seudonúcleo, debe poseer una energía cinética que supere el trabajo que hay que consumir para vencer las fuerzas moleculares de atracción. Esta es denominada *energía de activación*; designémosla por ϵ . Mientras mayor sea la energía de activación, menor será la probabilidad de migración de la partícula.

Por otro lado, al subir la temperatura del líquido, la probabilidad de migración crece. La temperatura caracteriza la energía cinética media de las moléculas, pero gracias a la ley de distribución de las moléculas por las velocidades de Maxwell, siempre se hallará cierto número de partículas, cuya energía cinética será mayor que la media. Al subir la temperatura, el tanto por ciento de estas moléculas más rápidas crecerá y, por consiguiente, aumentará también el porcentaje de partículas, cuya energía resultará mayor que la de activación. De este modo también aumenta la probabilidad de migración.

3. Designemos por x la razón entre la energía de activación y la energía cinética media de la partícula (§ 26.11):

$$x = \epsilon_0/\epsilon_k \approx \epsilon_0/kT$$

(ya que $\epsilon_k \approx kT$). La probabilidad de migración w será cierta función de esta razón:

$$w = f(\epsilon_0/kT) = f(x). \quad (34.1)$$

Razonamientos análogos a los aducidos en el § 26.11, nos conducirán a la deducción de que la probabilidad de «migración» de la partícula al lugar del hueco, será expresada por la función exponencial del tipo

$$f(x) = a^{-ax}.$$

El signo menos en el exponente aparece por las siguientes consideraciones. Con el crecimiento de la energía de activación o con la disminución de la temperatura, la probabilidad de migración debe disminuir, como mostramos con anterioridad. Por consiguiente, la función $w = f(x)$ debe ser decreciente. Y

para la base del exponente $a > 1$ la función exponencial decrece si el exponente es un número negativo.

4. Así, pues, la probabilidad de «migración» de la partícula

$$w = e^{-\frac{\epsilon_0}{kT}}. \quad (34.2)$$

A bajas temperaturas el exponente es muy grande por su módulo; con esto, él será un número negativo y la probabilidad de «migración» se aproximará a cero ($a^{-\infty} = 0$). A altas temperaturas, el exponente tenderá a cero, mientras que la probabilidad de migración de la partícula tenderá a la unidad ($a^0 = 1$).

5. El tiempo medio de estado sedentario de una partícula es razón inversa de la probabilidad de su migración, de forma que $\tau \sim 1/w$. De (34.2) se desprende que

$$\tau = \tau_0 e^{\frac{\epsilon_0}{kT}}, \quad (34.3)$$

donde τ_0 es una magnitud constante característica para el líquido dado. La gráfica de la dependencia de la probabilidad de migración y del tiempo medio de estado sedentario de la partícula de la temperatura se ofrece en la fig. 34.2. Vemos

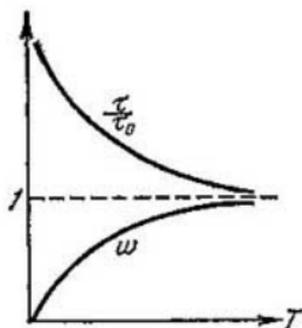


Fig. 34.2.

que con el aumento de la temperatura el tiempo medio del estado sedentario decrece con gran rapidez, mientras que crece la probabilidad de migración de la partícula al lugar del hueco.

§ 34.4. Difusión en los líquidos

1. La presencia de huecos entre los seudonúcleos, nos permite de manera cualitativa explicar el mecanismo del fenómeno de difusión y el rozamiento interno en los líquidos y aclarar el carácter de la dependencia entre los coeficientes de difusión y viscosidad de la temperatura.

El mecanismo de la difusión fue aclarado en el § 25.5. Allí mismo obtuvimos la expresión para el coeficiente de difusión: $D = \frac{1}{3} \lambda v$, donde λ es la longitud media del recorrido libre de una molécula, v , la velocidad media del movimiento caótico de traslación de las moléculas (movimiento térmico).

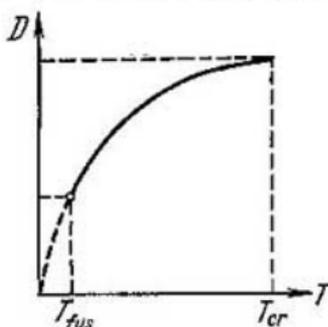


Fig. 34.3.

2. En los líquidos, la difusión transcurre con mayor lentitud que en los gases. Pero con el aumento de la temperatura el coeficiente de difusión crece con mucha rapidez. Los experimentos realizados con átomos marcados llevan a la conclusión de que el coeficiente de difusión en los líquidos (así como en los cristales) varía con el aumento de la temperatura según la ley

$$D = A e^{-\frac{\epsilon_0}{kT}} \quad (34.4)$$

Aquí A es cierta constante característica para la sustancia dada, k , la constante de Boltzmann, T , la temperatura absoluta, ϵ_0 , la energía de activación. Para los metales líquidos ϵ_0 alcanza un valor aproximado de 1...3 eV. La gráfica de la dependencia entre el coeficiente de difusión y la temperatura está mostrada en la fig. 34.3.

3. Siguiendo las ideas de Frenkel, el mecanismo de la difusión en los líquidos puede ser explicado del modo siguiente. Designemos por δ la longitud media del recorrido libre de una partícula (en realidad, ésta será la distancia entre los

seudonúcleos). Entonces, la velocidad media de desplazamiento de una partícula dentro de un líquido $u \approx \delta/\tau$, donde τ es el tiempo medio de su estado sedentario. Por analogía con (25.10), tenemos

$$D = \frac{1}{3} \delta u = \frac{\delta^2}{3\tau} = \frac{\delta^2}{3\tau_0} e^{-\frac{e_n}{kT}}. \quad (34.5)$$

Este resultado corresponde a los datos del experimento (véase (34.4)).

§ 34.5. Viscosidad de los líquidos

1. Comparemos la dimensión de la densidad $[\rho] = ML^{-3}$, el coeficiente de difusión $[D] = L^2T^{-1}$ y la viscosidad $[\eta] = ML^{-1}T^{-1}$. Vemos que

$$[\eta]/[\rho] = [D],$$

de donde sigue, que

$$\eta = K\rho D, \quad (34.6)$$

donde K es cierto coeficiente adimensional.

La correlación (34.6) se cumple correctamente para los gases. Aquí, como se desprende del experimento, $K \approx 1$ y

$$\eta \approx \rho D \approx \frac{1}{3} \lambda \nu \rho. \quad (34.7)$$

Con el crecimiento de la temperatura, la viscosidad de los gases aumenta. En efecto, poniendo en (34.7) los valores de $\rho = m_0 n$, $\lambda = 1/n\sigma$ y $\nu = \sqrt{3 kT/m_0}$, obtenemos

$$\eta = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{m_0 kT}{3}}. \quad (34.7')$$

Así, pues, la viscosidad de los gases es proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura absoluta.

2. En lo que se refiere a los líquidos, para ellos la correlación (34.7') no es válida. No se cumple incluso cualitativamente: a diferencia de los gases, la viscosidad de los líquidos no sólo no crece al subir la temperatura, sino que disminuye con brusquedad.

Fue Frenkel quien por primera vez prestó atención a este hecho y mostró que *la viscosidad de los líquidos debe ser razón inversa del coeficiente de difusión*. Para demostrarlo, haremos uso de la ecuación (11.12), que expresa la dependencia entre la fuerza de resistencia del rozamiento y la viscosidad, la velocidad relativa y las dimensiones características del cuerpo en movimiento por el líquido.

Al surgir en el líquido el gradiente de velocidades (§ 11.7), los seudonúcleos se deslizan unos respecto a otros. La interacción que se crea en este caso se reduce a la resistencia de rozamiento que sufre el «hueco» al pasar de un seudonúcleo a otro. Por lo tanto, en la fórmula (11.12) se puede sustituir la velocidad v por la velocidad media de desplazamiento de los huecos u , mientras que la dimensión característica L por el tamaño δ del hueco. Así, pues, la resistencia de rozamiento

$$F = B\eta u\delta, \quad (34.8)$$

donde B es cierto coeficiente numérico. Pero de acuerdo con (34.5) $u\delta = 3D$, de forma que

$$F = 3B\eta D.$$

Esta última expresión puede ser escrita

$$\eta = f/D, \quad (34.9)$$

donde $f = F/(3B)$ es cierta magnitud constante que tiene la misma dimensión que la fuerza. De esta forma queda mostrado que la viscosidad del líquido es inversamente proporcional al coeficiente de difusión. Poniendo en (34.9) el valor del coeficiente de difusión de (34.4), obtenemos

$$\eta = \eta_0 e^{\frac{\epsilon_0}{kT}}, \quad (34.10)$$

donde η_0 es el valor del coeficiente de viscosidad para $\epsilon_0 = 0$, o sea, cuando no hay energía de activación. De esta manera, como vemos de (34.10), la viscosidad de los líquidos disminuye realmente con brusquedad al subir la temperatura. La gráfica de esta dependencia está mostrada en la fig. 34.4. Semejante dependencia del coeficiente de viscosidad de la temperatura con perfección concuerda con los datos experimentales.

3. Señalemos, que las expresiones que hemos deducido más arriba para la dependencia del coeficiente de difusión (34.5) y la viscosidad (34.10) de la temperatura, sólo tienen sentido en determinado intervalo de temperaturas: del punto de fusión hasta la llamada *temperatura crítica* T_{cr} , pasando de la cual el líquido no puede existir (§ 35.5). Esto precisamente se muestra en las figs. 34.3 y 34.4.

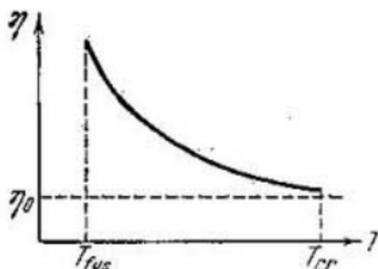


Fig. 34.4.

§ 34.6. Cuerpos amorfos

1. En la naturaleza se tropieza con cuerpos que por sus propiedades mecánicas son cercanos a los sólidos, pero en los cuales, según los datos del análisis de estructuras con rayos X, las moléculas tienen empaquetamiento como las de los líquidos, es decir, ordenación próxima. Entre ellos podemos enumerar el vidrio, así como diversas resinas, pez, el fundido de azúcar espeso (caramelo) y una serie de otras sustancias. La peculiaridad de estas sustancias, llamadas *amorfas*, consiste en que carecen de un punto determinado de fusión. Al subir la temperatura estos cuerpos gradualmente se emblandecen, su viscosidad disminuye y comienzan a comportarse como líquidos viscosos corrientes.

El hecho de que estas sustancias carezcan de un punto determinado de fusión y orden de largo alcance en el empaquetamiento de las moléculas, nos lleva a la conclusión de que los cuerpos amorfos no son sólidos, sino que líquidos reenfriados y, por lo tanto, muy viscosos.

2. La causa del surgimiento de los cuerpos amorfos puede ser comprendida, haciendo uso de la idea acerca de la existencia en los líquidos de seudonúcleos compactos, entre los cuales hay pozos, es decir, los llamados huecos. Puede resultar que la energía interna de los seudonúcleos bien empaquetados sea menor que la de un cristal y sólo gracias a la presencia de los huecos, con exceso de energía, la energía interior sumaria del líquido es mayor que la del cristal.

Cuando el cristal se forma, una parte de las moléculas debe difundir a los huecos y, por lo tanto, crear una estructura regular, o sea, el orden de largo alcance. Pero a bajas temperaturas la probabilidad de difusión es muy pequeña, ya que el tiempo de estado sedentario de las moléculas tiende al infinito (véase la fig. 34.2). Por esta causa, cuando ciertos fundidos se enfrían con rapidez, suele ser más probable la formación de un cuerpo amorfo y no una red cristalina ordenada.

3. Notemos que con el estado amorfo, el cuerpo posee cierto exceso de energía en comparación con el estado cristalino estable. Por esta razón, el estado amorfo recibe el nombre de *metaestable*, es decir, no del todo estable.

Es natural que con el tiempo los cuerpos amorfos se cristalizan. Por ejemplo, el caramelo, después de cierto tiempo,

forma cristales de azúcar. Por este motivo puede ser explicado por qué al conservar tiempo prolongado la confitura, ésta se espesa produciéndose azúcar. Del mismo modo, el vidrio «envejece»: en él se forman granos policristalinos. Al mismo tiempo pierde su transparencia y se hace frágil.

§ 34.7. Energía de la capa superficial y tensión superficial del líquido

1. Las partículas que están en la capa superficial del líquido poseen exceso de energía en comparación con las que se encuentran en el interior de éste. Dentro del líquido cada partícula está rodeada, por término medio, por Z vecinas más próximas ($Z \approx 11$), mientras que en la capa superficial tiene dos veces menos de vecinos (fig. 34.5). A temperaturas cercanas a la de fusión, la energía de interacción en dos de las más próximas moléculas $\varepsilon \approx U_0$, donde U_0 es la profundidad del pozo de potencial de la interacción molecular (véase la fig. 31.7). De aquí se deduce que la energía de la partícula en el interior del líquido $\varepsilon_{\text{int}} \approx Z\varepsilon \approx ZU_0$, mientras que la energía de esa misma partícula en la superficie $\varepsilon_{\text{sup}} \approx \frac{1}{2} Z\varepsilon \approx \frac{1}{2} ZU_0$. Como U_0 es un número negativo, $\varepsilon_{\text{sup}} > \varepsilon_{\text{int}}$. Así, pues, el exceso de energía que posee la partícula situada en la superficie, en comparación con la energía de esa misma partícula en el interior del líquido, será expresada así:

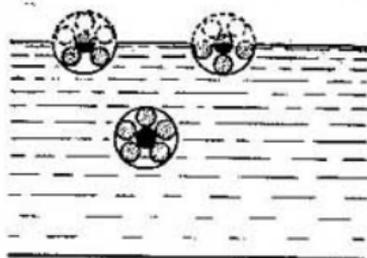


Fig. 34.5.

$$\Delta\varepsilon_{\text{sup}} = \varepsilon_{\text{sup}} - \varepsilon_{\text{int}} \approx -\frac{1}{2} ZU_0 = \frac{1}{2} Z |U_0|.$$

Gracias al exceso de energía, la distancia entre las moléculas aumenta (§§ 31.5, 31.6), lo que significa que la capa superficial es más «mullida» que las zonas interiores del líquido.

2. Supongamos que la unidad de área de la capa superficial contiene n' partículas. La capa superficial de área S tendrá una energía excesiva

$$\mathcal{E}_{\text{sup}} = \Delta\varepsilon_{\text{sup}} n' S \approx \frac{1}{2} Z n' S |U_0|. \quad (34.11)$$

A cada unidad de área corresponderá una energía

$$\alpha = \mathcal{E}_{\text{sup}}/S \approx 1/2 Z n' |U_0|. \quad (34.12)$$

Esta magnitud recibe el nombre de *energía superficial de un líquido*.

3. Todo sistema de partículas tiende a pasar al estado con la energía mínima. Para un líquido esto se reduce a que al no haber fuerzas exteriores éste tomará la forma, que con el volumen prefijado tenga la menor superficie. En Geometría se demuestra que tal forma es una esfera. Por esta causa se explica que durante la ingravidez, que fue examinada en el § 7.3, una gota de agua tiene rigurosa forma esférica.

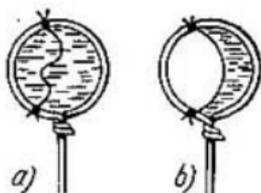


Fig. 34.6.

La tendencia del líquido a disminuir su superficie, lleva a que en el límite entre la película superficial y el sólido surgen las *fuerzas de tensión superficial* (o trabajo superficial). Un sencillo experimento nos permite cerciorarnos de esto. Atemos en un aro de alambre un hilo como se muestra en la fig. 34.6, a y sumerjamos el aro en una solución de jabón. En la película de jabón que se crea, el hilo se dispondrá de modo aleatorio. Si, a continuación, por uno de los lados del hilo destruimos la película, el resto de la película se reducirá de forma que su superficie sea la mínima (fig. 34.6, b). El hilo se sujeta tensado por las fuerzas de la tensión superficial, dirigidas al interior de la película por tangentes a su superficie.

4. Recibe el nombre de *tensión superficial* σ la razón entre la fuerza con la que la película actúa sobre el contorno que la limita y la longitud de este contorno l :

$$\sigma = F/l. \quad (34.13)$$

§ 34.8. Presión bajo la superficie curvada de un líquido

1. Cuando un líquido hace contacto con un sólido son posibles los casos en que el líquido moja o no dicho cuerpo. Por ejemplo, el mercurio moja bien las superficies limpias de los metales, pero no moja el vidrio limpio; el agua moja el vidrio limpio, pero no moja las superficies grasientas, etc.

La superficie libre de un líquido se curva en el límite con un sólido; en función del carácter de la humectación se forma un *menisco* de una u otra forma. Los líquidos que mojan forman un menisco cóncavo, los que no mojan, convexo. El ángulo entre la superficie mojada de un sólido y la tangente al menisco en su punto de intersección con el sólido se denomina *ángulo de contacto* θ .

Si el líquido moja la superficie de un sólido, el ángulo de contacto es agudo (fig. 34.7, a): $0 \leq \theta < \pi/2$. Si el líquido

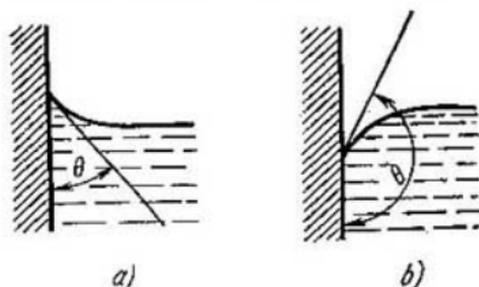


Fig. 34.7.

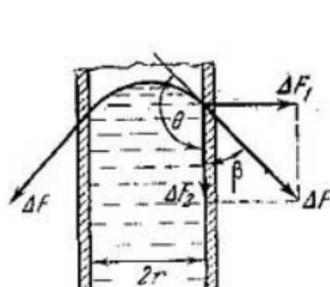


Fig. 34.8.

no moja la superficie del sólido, el ángulo de contacto es obtuso (fig. 34.7, b): $\pi/2 < \theta \leq \pi$. El valor del ángulo de contacto es función de la composición química del sólido, del líquido y del gas que los rodea, de la pureza de estas sustancias y de su temperatura. Con la humectación perfecta $\theta = 0$, con la no humectación perfecta $\theta = \pi$.

2. La curvatura de la superficie ejerce sobre el líquido presión excesiva. Para calcular esta presión nos limitaremos al caso, cuando el líquido se encuentra en un tubo, cuyo radio es igual a r (fig. 34.8). La superficie curvada del líquido forma un segmento esférico, cuya superficie forma con la del tubo un ángulo de contacto θ .

Sobre el sector del límite de contacto del líquido con la pared sólida de longitud Δl , actúa una fuerza de tensión superficial $\Delta F = \sigma \Delta l$. Esta fuerza está dirigida por la tangente a la superficie del líquido. Descompongamos esta fuerza en dos componentes: ΔF_1 y $\Delta F_2 = \Delta F \cos \beta = -\sigma \Delta l \cos \theta$. La componente ΔF_2 provoca una presión, excesiva en comparación con la atmosférica.

3. Para calcular la presión excesiva es preciso dividir la fuerza de presión $F_2 = -\sigma \cdot 2\pi r \cos \theta$ por el área del

círculo $S = \pi r^2$. Tenemos

$$p = F_2/S = -2\sigma \cos \theta/r. \quad (34.14)$$

Vemos que la presión excesiva es negativa si el ángulo de contacto es agudo: para $0 \leq \theta < \pi/2$ obtenemos $\cos \theta > 0$. Si el ángulo de contacto es obtuso, es decir, $\pi/2 < \theta \leq \pi$, $\cos \theta < 0$ y la presión excesiva resulta ser positiva.

La fórmula (34.14) puede ser reescrita en la forma

$$p = 2\sigma/R, \quad (34.15)$$

donde $R = -r/\cos \theta$ es el radio de la superficie curvada esférica. Vamos a considerar positivo el radio de la superficie convexa y negativo, el de la cóncava.

Damos al lector la posibilidad de mostrar por su cuenta que cuando la curvatura es cilíndrica, la presión excesiva

$$p = \sigma/R. \quad (34.16)$$

§ 34.9. Fenómenos capilares

1. Los tubos con estrecho canal interior reciben el nombre de *capilares* (del latín *capillus* — pelo). Si semejante tubo se sumerge en un líquido que lo moja, ésta ascenderá

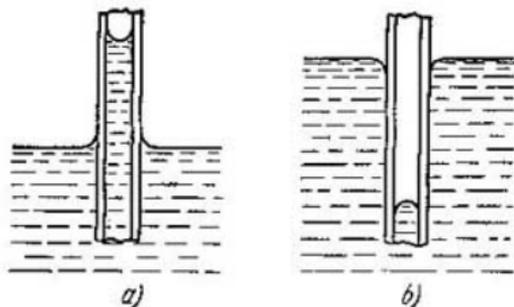


Fig. 34.9.

por el interior del tubo a un nivel superior al de la superficie del líquido en el recipiente ancho (fig. 34.9, a). Al contrario, un líquido que no moja descenderá a un nivel inferior que el del recipiente (fig. 34.9, b).

Para calcular la altura del ascenso (o descenso) capilar del líquido, hay que tener en cuenta que en el tubo, el

líquido se encuentra en equilibrio si la suma de la presión hidrostática ρgh y la presión bajo la superficie curvada $p = -2\sigma \cos \theta/r$ es igual a cero:

$$\rho gh - 2\sigma \cos \theta/r = 0;$$

de aquí se desprende que

$$h = 2\sigma \cos \theta/(r\rho g). \quad (34.17)$$

Vemos que en el caso de un líquido que moja, cuando el ángulo de contacto es agudo ($\cos \theta > 0$), la altura de ascenso es positiva; si el líquido no moja el ángulo de contacto es obtuso ($\cos \theta < 0$) y la altura del ascenso capilar es negativa. El nivel del líquido que no moja en el tubo capilar será inferior que el nivel en el recipiente ancho.

2. Los fenómenos capilares se observan con frecuencia en la naturaleza. Gracias a ellos puede ser explicada la higroscopía de una serie de cuerpos, o sea su capacidad de absorber la humedad. Esta es la causa de la higroscopía del algodón, los tejidos, el terreno, hormigón. La higroscopía se toma en consideración en la práctica de la construcción: entre el cimiento del edificio y las paredes se coloca una capa de cartón embreado, resina u otra materia que obstaculiza la penetración de la humedad por las paredes a los locales de vivienda.

La humedad subterránea asciende por los capilares del terreno a la superficie y se evapora. Para conservar la humedad en el suelo hay que destruir los capilares, lo que se consigue mediante el arado y rastrillado.

Capítulo 35

VAPOR

§ 35.1. Evaporación

1. Como sabemos de la práctica, los líquidos son capaces de evaporarse, es decir, de pasar al estado gaseoso. La velocidad de evaporación se aprecia como la cantidad de moléculas que pasan al vapor de la unidad de área por unidad de tiempo. Para diversos líquidos ésta es diferente: si en un platito echamos éter, a la temperatura del medio ambien-

te éste se evaporará en el transcurso de varios minutos; a esas mismas condiciones, el agua se conservará varias horas, el mercurio, varios años. La evaporación de los líquidos transcurre a todas temperaturas, pero con el aumento de ésta, la velocidad de evaporación crece con gran rapidez. De este factor se hace uso en la práctica: si hay que secar rápidamente algún objeto, éste se coloca junto a un cuerpo caliente, por ejemplo, una estufa o radiador de calefacción.

2. No sólo los líquidos se evaporan, sino que también los sólidos; por ejemplo, la naftalina o alcanfor, a la temperatura del medio ambiente y presión normal se evaporan sin pasar por el estado líquido. Del mismo modo se evaporan los cristales de bromo y yodo, sobre todo si se calientan. Se evapora también el hielo. Si la ropa húmeda se cuelga al aire helado, el agua se congela, evaporándose después el hielo y la ropa queda seca.

La evaporación de los cuerpos cristalinos se denomina *sublimación*.

La velocidad de sublimación también depende de la temperatura y la naturaleza química de la sustancia. Los cristales moleculares, tales como el bromo o el yodo se evaporan con facilidad, ya que las fuerzas de atracción molecular, que enlazan las moléculas en la red cristalina, son muy débiles. Fácilmente se evapora el hielo, que tiene red cristalina muy mullida. Y al revés, los cristales iónicos, covalentes o metálicos, con empaquetamiento compacto, se evaporan con gran dificultad.

3. El mecanismo de la evaporación puede explicarse del siguiente modo. La molécula (o átomo) que se halla en la superficie del líquido o cristal, es atraída al interior por las fuerzas de la interacción molecular; por lo que se sujeta en la superficie. Para que esta partícula pueda abandonar la sustancia, su energía cinética debe ser mayor que la *energía de evaporación* u_0 , que es igual al trabajo que se debe realizar para vencer la fuerza de atracción molecular y separar la molécula a una distancia tal de la superficie a la que las fuerzas moleculares ya no se manifiestan. Por lo tanto, la condición de evaporación será $\epsilon_k \geq u_0$ o bien

$$m_0 v^2 / 2 \geq u_0. \quad (35.1)$$

De aquí sigue, que no todas las moléculas pueden abandonar la capa superficial, sino que sólo las más rápidas, cuya velocidad satisface la condición (35.1). Esto permite

comprender por qué durante la evaporización los líquidos se enfrían. Como sabemos, la temperatura del cuerpo se determina por la energía cinética media del movimiento de las moléculas. Es natural, que si del líquido vuelan las moléculas más rápidas, la energía cinética media de las restantes moléculas disminuirá, lo que ocasiona la disminución de la temperatura.

4. La probabilidad de la evaporación puede ser hallada, partiendo de razonamientos análogos a los que en el § 34.3 nos permitieron determinar la probabilidad de «migración» de la partícula al «hueco». Sustituyendo ε_0 por u_0 , obtenemos:

$$w_{\text{evap}} = e^{-\frac{u_0}{kT}}. \quad (35.2)$$

La velocidad de evaporación es proporcional a la probabilidad de evaporación, ya que mientras más probable sea el paso de las moléculas de la superficie del cuerpo al vapor, mayor será el número de moléculas que pasan al vapor de la unidad de área por unidad de tiempo. Así, pues, la velocidad de evaporación $G \sim w_{\text{evap}}$, o bien

$$G = G_0 e^{-\frac{u_0}{kT}}. \quad (35.3)$$

En esta expresión G_0 es proporcional al número de moléculas capaces de abandonar la capa superficial, es decir, de las moléculas cuyas velocidades satisfacen la condición (35.1) Es natural que con el aumento de la temperatura del cuerpo el número de semejantes moléculas crece. Puede ser mostrado que $G_0 = BT^\alpha$, donde B es una constante que depende de la composición química de la materia, $\alpha \approx 1/2$. Sustituyendo en (35.3), obtenemos la expresión definitiva para la velocidad de evaporación:

$$G = BT^\alpha e^{-\frac{u_0}{kT}}. \quad (35.4)$$

§ 35.2. Vapor saturado

1. Si en un recipiente cerrado se ubica una cantidad bastante grande de líquido, parte de él se evapora y, a continuación, la cantidad de líquido quedará invariable cuanto tiempo queramos. Pero el proceso de evaporación no puede cesar, las moléculas cuya energía corresponde a la condición (35.1), continuamente abandonarán la superficie del líquido. Es decir, junto con el proceso de evaporación, transcurre el proceso de *condensación* del vapor en líquido, que compensa

el primero. La velocidad de condensación es determinada por el número de moléculas que pasan del vapor al líquido a través de la unidad de área en la unidad de tiempo.

De esta forma, en un recipiente cerrado, después de cierto intervalo de tiempo, se establece *equilibrio dinámico* entre los procesos de evaporación y condensación. La velocidad de condensación se hace igual a la de evaporación y, a partir de este momento, la cantidad de líquido deja de disminuir.

El vapor que se encuentra en estado de equilibrio dinámico con su líquido (o cristal), recibe el nombre de *vapor saturado*.

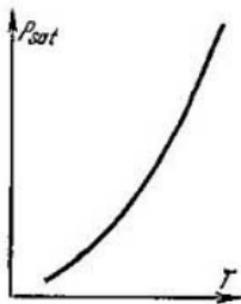


Fig. 35.1.

2. Calculemos de qué parámetros depende la concentración de moléculas del vapor saturado. Con este fin, hay que tener en cuenta que de acuerdo con (35.4), la velocidad de evaporación

no depende de la concentración de moléculas de vapor sobre el líquido, en tanto que la velocidad de condensación es proporcional a la concentración de moléculas de vapor: cuanto mayor cantidad de moléculas haya en la unidad de volumen sobre el líquido, tanto más probable será que la molécula se aproxime a la capa superficial y sea absorbida por ella. Así, pues, la velocidad de condensación

$$g = \beta n, \quad (35.5)$$

donde β es cierto coeficiente, n , la concentración de moléculas de vapor.

Con el equilibrio dinámico, la velocidad de condensación es igual a la de evaporación. Igualando los segundos miembros de las igualdades (35.4) y (35.5), obtenemos la expresión para la concentración de las moléculas del vapor saturado:

$$n_{sat} = AT^\alpha e^{-\frac{u_0}{kT}}. \quad (35.6)$$

3. La densidad del vapor saturado será obtenida, multiplicando la concentración por la masa de la molécula:

$$\rho_{sat} = m_0 n_{sat} = Am_0 T^\alpha e^{-\frac{u_0}{kT}}. \quad (35.7)$$

La gráfica de esta dependencia se muestra en la fig. 35.1.

Como vemos, con el aumento de la temperatura, la densidad del vapor saturado crece bruscamente.

§ 35.3. Presión del vapor saturado

1. Poniendo en la fórmula (26.10) la expresión para la concentración de las moléculas (35.6), obtenemos la fórmula para hallar la presión del vapor saturado:

$$p_{\text{sat}} = n_{\text{sat}} kT = Akt^{\alpha+1} e^{-\frac{u_0}{kT}}. \quad (35.8)$$

La gráfica de esta dependencia está representada en la fig. 35.2. Para comparar, en la misma figura está trazada la gráfica de la dependencia entre la presión de un gas perfecto y la temperatura (con volumen constante). La presión de un gas perfecto crece de forma lineal con el aumento de la temperatura, mientras que la presión de vapor saturado crece con mucha mayor rapidez. La causa reside en que el crecimiento de la presión de un gas sólo se condiciona por el aumento de la energía cinética de las moléculas, mientras que en el vapor saturado con el crecimiento de la temperatura, aumenta no sólo la energía cinética de las moléculas, sino que también la concentración de éstas.

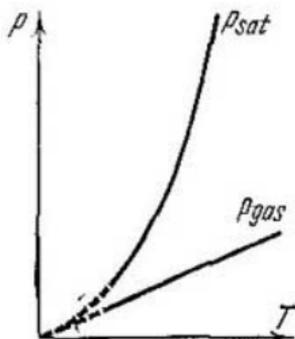


Fig. 35.2.

2. Hay que señalar que la expresión (35.8) no es rigurosa por completo, ya que al deducirla hicimos uso de la fórmula (26.10) para la presión de un gas perfecto, en el que las fuerzas de la interacción molecular se desprecian a causa de la gran distancia entre las moléculas. Pero la concentración de las moléculas del vapor saturado puede ser bastante grande, las distancias entre las moléculas, suficientemente pequeñas y, por lo tanto, la influencia de las fuerzas moleculares puede ser notoria. Pero a pesar de todo, la expresión (35.8) transmite correctamente, en lo fundamental, las propiedades de vapor saturado. Esto nos lo muestra la tabla 35.1, así como la fig. 35.3, la que nos ofrece la gráfica de la dependencia entre la presión de los vapores saturados de agua y la temperatura, confeccionada según los datos de la tabla. Vemos que el carácter de esta dependencia coincide, en lo general, con lo que nos muestra la curva teórica (fig. 35.2) o bien la expresión (35.8).

Tabla 35.1

Presión y densidad del vapor saturado de agua

| $t, ^\circ\text{C}$ | p, kPa | $\rho, \text{g/m}^3$ | $t, ^\circ\text{C}$ | p, kPa | $\rho, \text{g/m}^3$ | $t, ^\circ\text{C}$ | p, kPa | $\rho, \text{g/m}^3$ |
|---------------------|-----------------|----------------------|---------------------|-----------------|----------------------|---------------------|-----------------|----------------------|
| -30 | 0,0373 | 0,33 | 0 | 0,611 | 4,84 | 30 | 4,242 | 30,3 |
| -29 | 0,0413 | 0,37 | 1 | 0,657 | 5,22 | 31 | 4,493 | 32,1 |
| -28 | 0,0467 | 0,41 | 2 | 0,705 | 5,60 | 32 | 4,754 | 33,9 |
| -27 | 0,0507 | 0,46 | 3 | 0,759 | 5,98 | 33 | 5,030 | 35,7 |
| -26 | 0,0573 | 0,51 | 4 | 0,813 | 6,40 | 34 | 5,320 | 37,6 |
| -25 | 0,0627 | 0,55 | 5 | 0,872 | 6,84 | 35 | 5,624 | 39,6 |
| -24 | 0,0693 | 0,60 | 6 | 0,935 | 7,3 | 36 | 5,941 | 41,8 |
| -23 | 0,0773 | 0,66 | 7 | 1,001 | 7,8 | 37 | 6,276 | 44,0 |
| -22 | 0,0853 | 0,73 | 8 | 1,073 | 8,3 | 38 | 6,625 | 46,3 |
| -21 | 0,0933 | 0,80 | 9 | 1,148 | 8,8 | 39 | 6,991 | 48,7 |
| -20 | 0,103 | 0,88 | 10 | 1,228 | 9,4 | 40 | 7,376 | 51,2 |
| -19 | 0,113 | 0,96 | 11 | 1,312 | 10,0 | 45 | 9,583 | 65,4 |
| -18 | 0,125 | 1,05 | 12 | 1,403 | 10,7 | 50 | 12,33 | 83,0 |
| -17 | 0,137 | 1,15 | 13 | 1,497 | 11,4 | 55 | 15,73 | 104,3 |
| -16 | 0,151 | 1,27 | 14 | 1,598 | 12,1 | 60 | 19,92 | 130 |
| -15 | 0,165 | 1,38 | 15 | 1,705 | 12,8 | 65 | 25,00 | 161 |
| -14 | 0,181 | 1,51 | 16 | 1,817 | 13,6 | 70 | 31,16 | 198 |
| -13 | 0,199 | 1,65 | 17 | 1,937 | 14,5 | 75 | 38,54 | 242 |
| -12 | 0,217 | 1,80 | 18 | 2,064 | 15,4 | 80 | 47,34 | 293 |
| -11 | 0,237 | 1,96 | 19 | 2,197 | 16,3 | 85 | 57,81 | 354 |
| -10 | 0,260 | 2,14 | 20 | 2,338 | 17,3 | 90 | 70,10 | 424 |
| -9 | 0,284 | 2,33 | 21 | 2,486 | 18,3 | 95 | 84,51 | 505 |
| -8 | 0,309 | 2,54 | 22 | 2,644 | 19,4 | 100 | 101,3 | 588 |
| -7 | 0,337 | 2,76 | 23 | 2,809 | 20,6 | 120 | 198,5 | 1091 |
| -6 | 0,368 | 2,99 | 24 | 2,984 | 21,8 | 140 | 361,3 | 1890 |
| -5 | 0,401 | 3,24 | 25 | 3,168 | 23,0 | 160 | 618,1 | 3083 |
| -4 | 0,437 | 3,51 | 26 | 3,361 | 24,4 | 180 | 1003 | 4782 |
| -3 | 0,476 | 3,81 | 27 | 3,565 | 25,8 | 200 | 1555 | 7099 |
| -2 | 0,517 | 4,13 | 28 | 3,780 | 27,2 | | | |
| -1 | 0,563 | 4,47 | 29 | 4,005 | 28,7 | | | |

3. De la expresión (35.8) se desprende que la presión del vapor saturado sólo depende de su composición química y temperatura y no es función de la magnitud del volumen del recipiente, donde se encuentra el vapor, es decir, libre del líquido.

El experimento confirma esta deducción y es fácil de explicar de la siguiente forma.

Supongamos que se aumenta el espacio libre sobre el líquido, subiendo el émbolo en la instalación de la fig. 35.4. Al comienzo el manómetro registra cierta disminución de la presión, lo que certifica que la concentración de las molé-

culas del vapor ha decrecido. Con ello, disminuye la velocidad de condensación (véase (35.5)) y se viola el estado de equilibrio dinámico. Pero como la velocidad de evaporación, que sólo depende de la temperatura, queda invariable, esto llevará a la evaporación adicional de cierta parte del líquido y el restablecimiento del estado de equilibrio dinámico entre

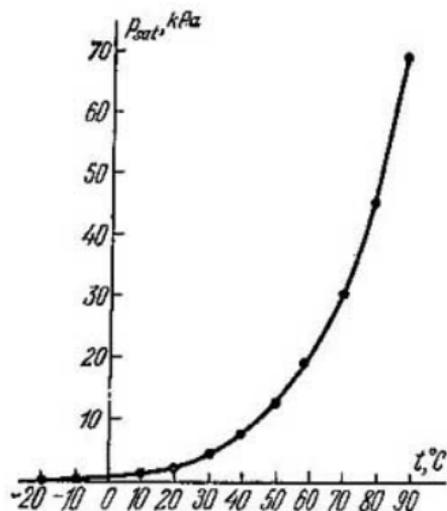


Fig. 35.3.

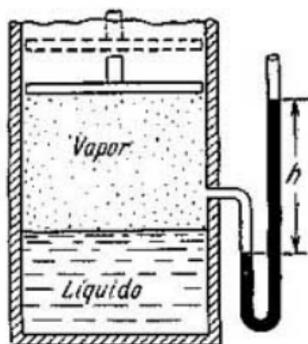


Fig. 35.4.

el vapor y el líquido. Con esto, el manómetro mostrará la restauración del valor inicial de la presión del vapor saturado.

Un proceso análogo observaremos al descender el émbolo. Al comprimir el vapor, su concentración crecerá y la velocidad de condensación superará la de evaporación. El equilibrio dinámico violado se restablecerá a cuenta de que parte del vapor se condensa. En este caso, se restauran el valor inicial de la concentración de las moléculas y la presión del vapor, que sólo dependen de la temperatura.

§ 35.4. Isoterma del vapor

1. En la instalación representada en la fig. 35.4, vamos a desplazar el émbolo de modo permanente. Con esto, el líquido se evaporará todo el tiempo y con cierto volumen V_1 en el recipiente no quedará líquido. Inclusive hasta el volumen

V_1 , la presión del vapor saturado quedará, como es natural, invariable.

Si continuamos desplazando el émbolo de manera que el volumen del vapor sea mayor que V_1 , la presión del vapor disminuirá. En efecto, si el líquido desaparece del recipiente, la disminución de la concentración de las moléculas al expandirse el vapor, ya no se compensará con la evaporación del líquido. Semejante vapor recibe el nombre de *no saturado*

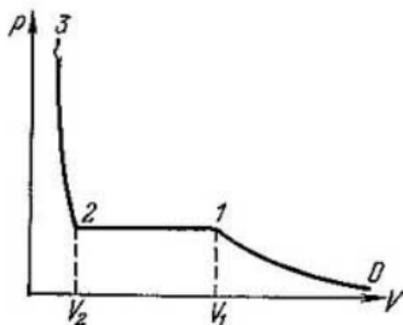


Fig. 35.5.

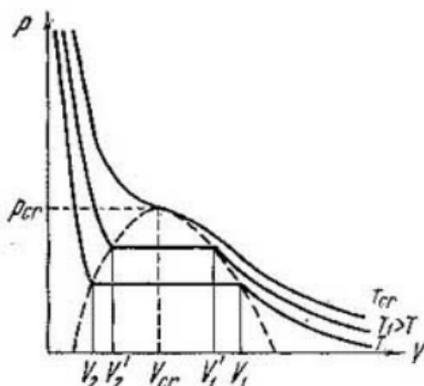


Fig. 35.6.

o *recalentado*. A temperatura invariable, su presión disminuirá, aproximadamente, según la ley de Boyle—Mariotte al aumentar el volumen.

2. Efectuemos ahora el proceso inverso: bajando el émbolo comprimamos el vapor no saturado. Su presión crecerá y para $V = V_1$ será de nuevo igual a la del vapor saturado. Si continuamos disminuyendo el volumen, parte del vapor se condensa, mientras que la presión seguirá siendo igual a la del vapor saturado.

Por fin, con cierto volumen $V_2 < V_1$, todo el vapor se condensa y el émbolo se acerca por completo a la superficie del líquido. La posterior disminución del volumen exigirá una presión colosal, ya que las partículas del líquido tienen empaquetamiento suficientemente compacto y su compresibilidad es muy pequeña.

3. Todo el proceso descrito está representado gráficamente en la fig. 35.5. El sector $0-1$ corresponde al vapor no saturado, el sector $1-2$, al vapor saturado y el sector $2-3$, al líquido. Esta curva se denomina *isoterma del vapor*

o bien isoterma de Andrews, en honor del científico que fue el primero que obtuvo e investigó semejantes isotermas.

Notemos que el proceso de expansión y compresión del vapor debe ser realizado con suficiente lentitud. La evaporación del líquido va acompañada de su enfriamiento (§ 35.1), en tanto que la condensación del vapor, por el calentamiento del líquido. La constancia de la temperatura se asegura mediante el intercambio de calor con el medio ambiente. Ya que dicho intercambio transcurre con lentitud, tan despacio hay también que desplazar el émbolo.

4. Realicemos la compresión del gas a una temperatura más alta $T_1 > T$. Veremos que el vapor saturado se obtiene en un nuevo volumen $V'_1 < V_1$ (fig. 36.5). Esto se explica con facilidad: al crecer la temperatura, aumenta con rapidez la presión del vapor saturado (§ 35.3) y para que la presión del vapor recalentado se iguale a ella, hay que disminuir considerablemente el volumen del vapor.

Al mismo tiempo, la condensación completa del vapor saturado y el contacto del émbolo con la superficie del líquido se producirán con un volumen $V'_2 > V_2$. La causa radica en la dilatación térmica del líquido, que a temperatura más alta ocupa un volumen mayor.

§ 35.5. Estado crítico de la sustancia

1. Al subir la temperatura, la región del vapor saturado disminuye. Por esta causa, podemos suponer que a cierta temperatura T_{crit} no se forma por completo vapor saturado y el vapor no saturado, con un volumen determinado V_{crit} y a una presión p_{crit} pasará continuamente al estado líquido (fig. 35.6). El experimento confirma esta suposición.

La temperatura T_{crit} que corresponde a semejante estado de la sustancia, denomínase *temperatura crítica*, p_{crit} , *presión crítica* y la densidad $\rho_{\text{crit}} = m/V_{\text{crit}}$, *densidad crítica*. Para el agua, por ejemplo, $t_{\text{crit}} = 374^\circ \text{C}$, $p_{\text{crit}} = 22,1 \text{ MPa}$, $\rho_{\text{crit}} = 329 \text{ kg/m}^3$.

2. Podemos abordar el concepto de estado crítico de la sustancia, partiendo de razonamientos algo diferentes. Como fue mostrado, al subir la temperatura la densidad del vapor saturado crece con gran rapidez (§ 35.2). La densidad de un líquido disminuye a cuenta de su dilatación térmica al crecer la temperatura. Si construimos las gráficas de la dependencia entre la densidad del vapor y el líquido de la tempera-

tura (fig. 35.7), veremos que a cierta temperatura las gráficas se unen. Esto nos permite dar la siguiente definición: denominase crítica la temperatura, a la cual la densidad del vapor saturado es igual a la densidad del líquido.

El estado crítico de la materia se puede observar en el experimento propuesto por M. P. Avenarius (fig. 35.8). En una ampolla cerrada hay cierta cantidad de éter. A baja temperatura se ve un brusco límite entre el líquido y el vapor saturado. Si calentamos el recipiente, el nivel del

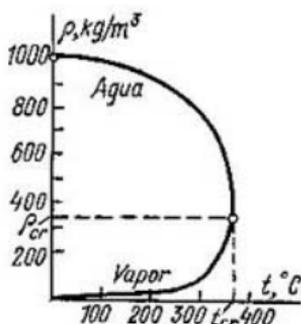


Fig. 36.7.

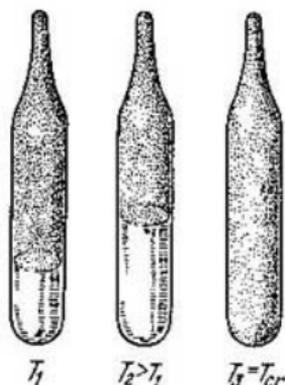


Fig. 35.8.

líquido asciende a pesar de que parte de éste se evaporó al calentarlo. Esto muestra la considerable disminución de la densidad del líquido y aumento de la del gas. A la temperatura crítica, el límite entre el líquido y el vapor desaparece y todo el volumen de la sustancia dentro de la ampolla se hace turbio. Esto se provoca a causa de que a la temperatura crítica, a cuenta de las fluctuaciones de la densidad, por todo el volumen aparecen continuamente e inmediatamente se evaporan gotas microscópicas de líquido. Estas son las que dispersan la luz.

3. A temperaturas mayores que la crítica no se forman líquidos y menos aún cristales, incluso a presiones muy altas. La causa reside en que aquí, la intensidad del movimiento térmico de las moléculas (o átomos) resulta ser tan elevada que incluso con su empaquetamiento relativamente compacto, provocado por grandes presiones, las fuerzas moleculares no pueden asegurar la creación de la ordenación próxima y menos aún, del orden a largo alcance.

Esto significa, que a temperaturas superaltas, incluso a grandes presiones, sólo es posible el estado gaseoso de la sustancia, que se caracteriza por el movimiento completamente caótico de las partículas de que ella consta.

4. A enormes temperaturas y gigantescas presiones, provocadas por fuerte campo gravitacional, en ciertos tipos de estrellas que reciben el nombre de «enanos blancos», la materia pasa a un estado superdenso especial. Con esto, los electrones se separan de los núcleos, creando el gas electrónico, de la misma forma que ocurre en los cristales metálicos. Sin embargo, entre estos estados hay una diferencia de principio.

En los metales los átomos sólo pierden los electrones externos (de valencia) y los iones que se crean forman la red cristalina espacial. En el estado superdenso, los átomos pierden todos los electrones y los núcleos «desnudos», cuyas dimensiones son decenas de miles de veces menores que las de los átomos, forman un empaquetamiento muy compacto, pero por completo desordenado. Con ellos, la densidad de la materia es colosal, de un orden de $10^7 - 10^8 \text{ kg/m}^3$. Un vaso de semejante materia (200 cm^3) pesaría 20 t (un vaso de mercurio tiene una masa de 3 kg).

Pero a pesar de todo, este estado de la sustancia, llamado plasma superdensa, por su estructura y propiedades es más cercano al gas que al cristal o líquido. Pero tal gas por sus propiedades se distingue grandemente del perfecto.

§ 35.6. Humedad del aire

1. La *humedad absoluta* de aire f se aprecia por la masa de los vapores de agua que contiene 1 m^3 de aire a las condiciones dadas, es decir, según *la densidad del vapor de agua*. Para que los cálculos sean cómodos, la densidad se expresa no en unidades del SI, sino en gramos por metro cúbico:

$$f = \rho_{\text{vapor}} [\text{g/m}^3]. \quad (35.9)$$

En meteorología, por regla, aprecian la humedad absoluta no por la densidad de vapor, sino que por su presión: $f_m = p$.

2. La humedad absoluta se puede determinar por *el punto de rocío*. Así se denomina la temperatura a la que los vapores, que antes no saturaban el aire, se convierten en saturadores. De la tabla 35.1 se desprende que si la humedad absoluta del aire es igual a $5,60 \text{ g/m}^3$, a 2°C los vapores se saturarán y caerá el rocío.

El punto de rocío se determina mediante *higrómetros* (del griego *hygros* — húmedo). El higrómetro de Lambert es representado (esquemáticamente) en la fig. 35.9. En el recipiente A se vierte éter y, con ayuda de la pera, por él se hace pasar el aire. Durante la evaporación intensa del éter la temperatura baja; cuando ella sea igual al punto de rocío,

las paredes del recipiente se empañan. El anillo *K* está separado del recipiente por una arandela hecha de un material que conduce mal el calor, por lo que no se enfría. El contraste entre el anillo brillante y el recipiente empañado, facilita el registro del momento cuando éste se empaña. El punto de rocío se determina por el termómetro *T*, cuya bolita de mercurio está sumergida en el éter.

3. La noción de humedad absoluta que hemos introducido más arriba es insuficiente, ya que nos interesa no sólo el contenido absoluto de humedad en el aire, sino que también, hasta qué grado la humedad está próxima al estado de satura-

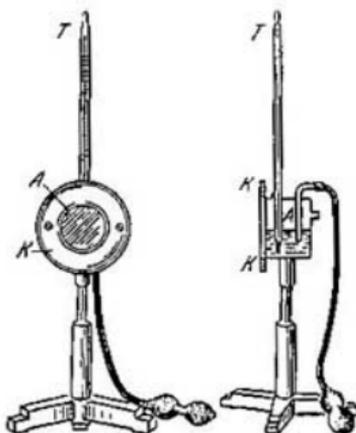


Fig. 35.9.

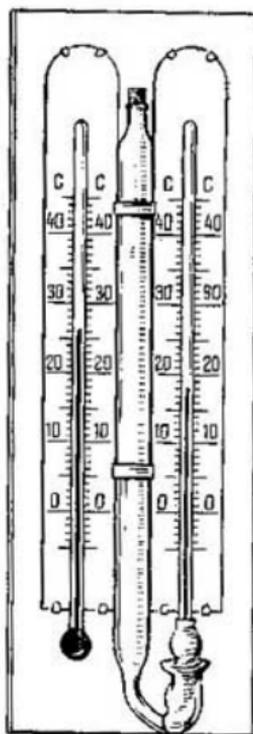


Fig. 35.10.

ción. Por esta razón se introduce el concepto de la humedad relativa *B*. Recibe el nombre de *humedad relativa*, la razón entre la humedad absoluta y la densidad (en meteorología — la presión) del vapor saturado a la temperatura dada:

$$B = f/\rho_{\text{sat}} \approx f_m/p_{\text{sat}}. \quad (35.10)$$

4. Después de medir con un higrómetro el punto de rocío y conociendo la temperatura del aire, con ayuda de la tabla 35.1 se puede determinar la humedad relativa. Por ejemplo, si el punto de rocío es igual a 8° C y la temperatura del

aire 19° C, la humedad relativa

$$B = \frac{8,3}{16,3} \approx \frac{1,073}{2,197} \approx 50 \%$$

No obstante, por regla, la humedad relativa se determina con otros instrumentos, higrómetros de cabello, de película o semiconductores, así como mediante *psicrómetros*. Así se llama un instrumento que consta de dos termómetros: la bolita de uno de ellos está cubierta de batista, un extremo de la cual se encuentra sumergido en agua destilada (fig. 35.10). El termómetro seco registra la temperatura del aire, el húmedo, la del agua en evaporación. Ya hemos dicho que cuando un líquido se evapora, su temperatura baja (§ 35.1). Queda claro, que mientras más seco sea el aire, es decir, menor sea su humedad relativa, más intensivo será el proceso de evaporación del agua de la batista húmeda y se enfriará en mayor grado. Y a la inversa, si el aire contiene mucho vapor y su humedad relativa es grande, la evaporación del agua de la batista transcurrirá con lentitud y se enfriará lentamente. De esta forma, la diferencia en las indicaciones de los termómetros seco y húmedo, (llamada *diferencia psicrométrica*) depende de la humedad relativa del aire. Con ayuda de tablas especiales, es fácil hallar la humedad del aire por la diferencia psicrométrica.

Capítulo 36

TRANSICIONES DE FASE

§ 36.1. Variación del estado de agregación

1. Como muestra la experiencia, al calentar los sólidos éstos se funden y, a continuación, se evaporan; al enfriar la materia observamos el fenómeno inverso. Hay casos, cuando al subir la temperatura de un cristal, éste no se funde sino que de inmediato se evapora (sublima). Resulta que aquí juega notorio papel no sólo la temperatura, sino que también el valor de la presión sobre la superficie de la sustancia.

El estado de agregación de la sustancia depende de su temperatura y la presión sobre su superficie.

La transición de la materia de un estado de agregación a otro, acompañada por la variación del empaquetamiento de las partículas (orden de largo alcance, ordenación próxima o desorden total), recibe el nombre de *transición de fase de primer género*.

2. Como mostró L. D. Landáu, existen transiciones de *fase de segundo género*. Con estas transiciones varían ciertas propiedades de la sustancia, pero el carácter del empaquetamiento de las partículas queda invariable, lo que es certificado por el análisis de estructuras con rayos X. Algunas de las transiciones de fase de segundo género serán examinadas al estudiar las propiedades magnéticas de la materia (véase el cap. 42).

§ 36.2. Diagrama de transición líquido — gas

1. Examinemos con mayor detalle la gráfica de la función (35.8) que expresa la dependencia entre la presión del vapor saturado y la temperatura (fig. 36.1). Aquí, el punto *A*, que yace en la gráfica, corresponde al estado *bifásico*, es decir,

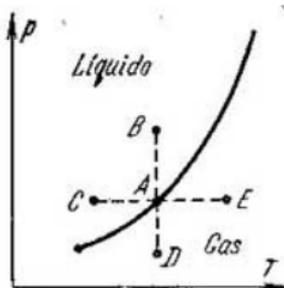


Fig. 36.1.

al vapor saturado situado sobre el líquido y que con éste se encuentra en permanente equilibrio dinámico. Aclaremos a que estados corresponden los puntos *B*, *C*, *D* y *E*, situados fuera de la curva.

2. La transición del estado *A* al *B* transcurre por medio de la elevación isotérmica de la presión. Pero como aclaramos en el § 35.4, durante la compresión isotérmica del vapor saturado, él pasa al estado líquido. Por consiguiente el punto *B* corresponde a un líquido comprimido hasta una presión, mayor que la del vapor saturado a la temperatura dada. Es fácil cerciorarse de que el punto *C* corresponde al estado del líquido, cuya temperatura es inferior a la del vapor saturado a la presión dada.

Así, pues, los puntos que yacen encima de la curva, corresponden al estado líquido de la materia.

3. La transición del estado *A* al *D* transcurre mediante la disminución isotérmica de la presión. Como fue mostrado en el § 35.4, la expansión isotérmica del vapor saturado provoca la evaporación del líquido y la posterior transformación

del vapor saturado en no saturado, es decir, el paso al estado gaseoso. El punto *D* corresponde al gas, cuya presión es inferior a la del vapor saturado a la temperatura dada.

Del mismo modo es fácil cerciorarse de que el punto *E* corresponde al estado gaseoso de la materia, cuya temperatura es superior a la del vapor saturado a la presión dada, es decir, al vapor recalentado.

De tal manera, los puntos que yacen debajo de la curva corresponden al estado gaseoso de la materia.

§ 36.3. Diagrama de la transición cristal — gas

1. La presión del vapor saturado sobre un cristal durante su sublimación, puede ser expresado por la misma función (35.8) que para la presión del vapor sobre un líquido, si sustituimos la energía de evaporación u_0 por la de sublimación w_0 y la constante A , por una nueva constante B que caracterice dicha materia. Obtendremos la misma curva que en la fig. 36.1, pero con una inclinación algo diferente. Resulta que en cierto punto, correspondiente a la temperatura Θ estas curvas se cruzan (fig. 36.2).

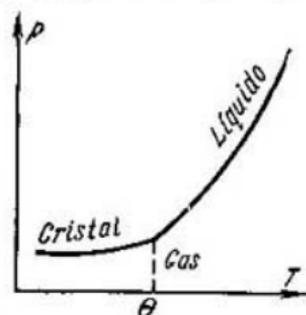


Fig. 36.2.

2. Al elevar la temperatura, el cristal se transforma en gas. Cuando elevamos la presión, el gas se transforma en cristal, ya que el empaquetamiento de las partículas en el cristal es mucho más compacto que en los gases.

De este modo, el diagrama de transición de fase cristal—gas es en absoluto análogo al diagrama de la transición líquido—gas. También aquí los puntos que yacen debajo y a la derecha de la curva (baja presión y alta temperatura) corresponden al estado gaseoso de la materia; los puntos que yacen sobre la curva a su izquierda (alta presión y baja temperatura), al estado cristalino.

§ 36.4. Diagrama de transición cristal — líquido

1. Los dos casos que hemos examinado con anterioridad, es decir, las transiciones de la materia de los estados gaseoso al líquido o cristalino o viceversa, tienen mucho de común.

En los dos casos, la elevación de la temperatura favorece a la transición al estado gaseoso, ya que el aumento de la temperatura provoca el crecimiento de la desordenación del movimiento molecular, lo que es propio de los gases.

Del mismo modo, el aumento de la presión favorece al paso a un estado más condensado, o sea, líquido o cristalino, ya que con el aumento de la presión las moléculas se aproximan y las fuerzas de atracción que con esto surgen favorecen a crear cierta ordenación en su empaquetamiento: próxima a alta temperatura y de largo alcance, cuando ésta es más baja. Como resultado, los diagramas que caracterizan estas dos transiciones son muy parecidas (fig. 36.2). Las curvas que dividen los ámbitos con estados de agregación diferentes están inclinados al eje de abscisas bajo un ángulo agudo.

2. Es más complicado el caso del diagrama de la transición de fase cristal—líquido.

Como en los anteriores diagramas, aquí la subida de la temperatura favorece al paso de un estado más ordenado a otro menos ordenado, es decir, del cristal al líquido. Por esta causa, en el diagrama la región del estado líquido yace a la derecha del cristalino. En lo que se refiere a la presión, aquí tenemos dos casos.

3. En la mayoría de las sustancias, en el estado cristalino las partículas tienen empaquetamiento más compacto que en el líquido. Por lo tanto, en estas sustancias la elevación de la presión favorecerá a la transición del empaquetamiento más «mullido» de los líquidos al empaquetamiento más compacto de los cristales. Esto quiere decir, que en el caso dado los puntos que corresponden al estado líquido de la materia, yacerán a la derecha y debajo de la curva de la transición de fase (mayores temperaturas y menores presiones), mientras que los puntos que corresponden al estado cristalino, a la izquierda y sobre la curva (menores temperaturas y mayores presiones). La fig. 36.3 nos ofrece el diagrama de los estados y las transiciones de tal sustancia.

4. Pero se tropieza también con sustancias, cuyo empaquetamiento cristalino es más «mullido» que el líquido. Para estas sustancias, la densidad del cristal es menor que la del líquido.

Nos puede servir de ejemplo el agua, así como algunos metales y aleaciones (bismuto, fundición gris). El aumento de la presión favorece a la compactación del empaqueta-

miento molecular y, por lo tanto, la fusión de dichas sustancias. A este mismo resultado también nos lleva el crecimiento de la temperatura. En el caso dado, los puntos que corresponden al estado líquido se disponen a la derecha y sobre la curva de la transición de fase (mayores temperaturas y grandes presiones), en tanto que los puntos que

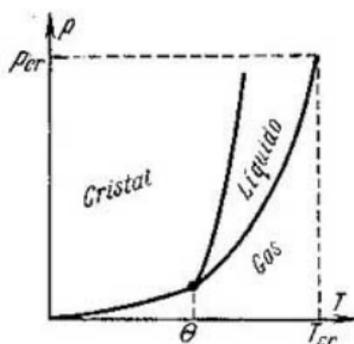


Fig. 36.3.

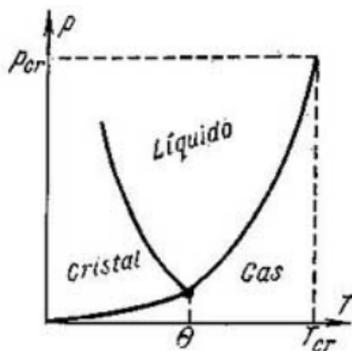


Fig. 36.4.

corresponden al estado cristalino, a la izquierda y bajo la curva (bajas temperaturas y pequeñas presiones).

El diagrama de estado y de las transiciones de fase se muestra en la fig. 36.4. Aquí, la curva de fusión está inclinada al eje de abscisas bajo un ángulo obtuso.

§ 36.5. Diagrama de transición cristal — cristal

1. Toda sustancia sólo tiene un estado líquido y uno gaseoso, pero puede tener varios estados cristalinos. La causa reside en el diferente grado de ordenación del empaquetamiento molecular de estos tres estados de agregación.

Al estado gaseoso de la materia corresponde el completo desorden molecular. A semejante distribución de las moléculas (o los átomos) es propia una gran cantidad de posibles reagrupaciones de las moléculas en el espacio. No obstante, las propiedades físicas de la sustancia quedan invariables durante todas estas reagrupaciones. Por esta causa, a todas ellas les corresponde un mismo estado gaseoso.

El estado líquido está caracterizado por la ordenación próxima del empaquetamiento molecular (véase el cap. 34).

Pero aquí la reagrupación de las partículas tampoco se refleja en las propiedades físicas de la sustancia. Esta es la causa por la que la sustancia sólo tiene un estado líquido.

Pero con el estado cristalino de la sustancia la cuestión es completamente diferente. En este caso, son muy posibles diversos procedimientos de empaquetamiento espacial de las partículas, que se distinguen por sus propiedades. En el cap. 33 examinamos con detalle semejantes ejemplos.

2. Uno u otro orden de empaquetamiento de las partículas en la red cristalina, se determina por las condiciones con las que transcurrió la cristalización, a saber—la temperatura de la sustancia y la presión externa. Al variar dichas condiciones, cambia el carácter del empaquetamiento de las partículas.

De esta forma, los procesos de cristalización de la materia, es decir, los procesos de reconstrucción de la red cristalina, al variar las condiciones externas, también son ejemplos de transiciones de fase de primer género y pueden ser representados mediante los diagramas de estado.

3. Como ejemplo, examinaremos el azufre. A una presión de 133,3 Pa y una temperatura de 95,5° C, de los vapores de azufre se

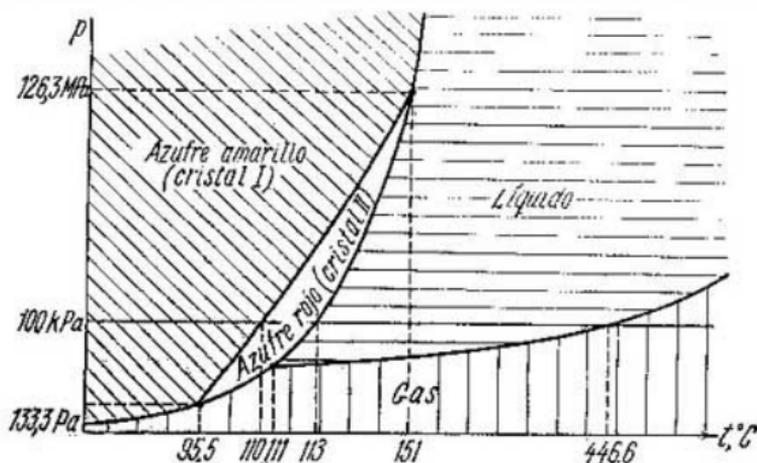


Fig. 36.5.

desprenden cristales tanto amarillos, como rojos. A menores presiones y temperaturas más bajas se desprenden sólo cristales amarillos, a mayores presiones y temperaturas, sólo rojos.

Un cuadro análogo se observa durante la cristalización del fundido. A una temperatura de 151° C y una presión de 126,3 MPa, del

fundido se desprenden cristales de las dos clases, a presión más alta, sólo amarillos, mientras que a menor presión, sólo cristales rojos. El diagrama de estado y transiciones de fase está representado en la fig. 36.5. Señalemos que la escala en los ejes de coordenadas no se ha observado a causa de la amplia gama de presiones y temperaturas.

§ 36.6. Punto triple

1. En todos los diagramas de estado hay puntos característicos en los que las tres gráficas que corresponden a las transiciones de fase se cruzan. En las figs. 36.3 y 36.4 son los puntos Θ , en los que se encuentran las curvas que corresponden a las transiciones gas—líquido, gas—cristal y líquido—cristal, es decir, a los procesos de ebullición, sublimación y fusión. En la fig. 36.5 son: el punto $\Theta_1 = 95,5^\circ \text{C}$, correspondiente a las transiciones gas—cristal I, gas—cristal II y cristal I—cristal II; el punto $\Theta_2 = 151^\circ \text{C}$, correspondiente a las transiciones cristal I—cristal II, cristal I—líquido y cristal II—líquido; el punto $\Theta_3 = 111^\circ \text{C}$, correspondiente a las transiciones gas—cristal II, gas—líquido y líquido—cristal II. A estas temperaturas y a las presiones bien determinadas que les corresponde, es posible la existencia de tres fases, por ejemplo, gas, líquido y cristal.

El punto en el diagrama de estado que corresponde a las condiciones, con las que es posible la existencia de tres fases (tres estados de agregación diferentes de la materia), recibe el nombre de *punto triple*.

2. Como para la sustancia dada, el punto triple es una constante por completo determinada, éste puede ser empleado como punto de referencia al confeccionar la escala de temperaturas. En el SI el punto triple del agua se ha tomado como punto de referencia para confeccionar la escala absoluta de temperaturas. Precisamente al punto triple del agua se le adjudica la temperatura exacta 273,16 K (§ 26.7).

§ 36.7. Variación de la energía interna y de la entropía con las transiciones de fase de primer género

1. Las transiciones de fase de primer género son acompañadas por la variación de la energía interna del sistema de partículas que forman el cuerpo. Desde este punto de vista examinemos los procesos de fusión y vaporización.

Cuando el empaquetamiento es cristalino, las partículas oscilan alrededor de la posición de equilibrio, correspondiendo las distancias entre ellas al valor mínimo de la energía de interacción, a la temperatura dada de la sustancia. Durante la fusión del cristal, la red espacial se destruye y el orden de largo alcance en el empaquetamiento se convierte en ordenación próxima. Por regla, en este caso se produce el «mullido» del empaquetamiento, la distancia entre las partículas aumenta, lo que provoca el crecimiento de la energía de interacción entre ellas. Si al contrario, el empaquetamiento de los líquidos resulta ser más compacto que el cristalino (como el agua), las distancias entre las moléculas se hace menor que la distancia correspondiente al mínimo de energía de interacción, lo que también lleva al crecimiento de la energía interna.

Así, pues, *la fusión de un cristal se acompaña por el crecimiento de su energía interna* a cuenta del aumento de la interacción entre las partículas. Es natural, que con semejante proceso es necesario comunicar al cuerpo cierta energía, el llamado *calor de fusión*. En este caso, la entropía del sistema también crece, gracias al paso del orden de largo alcance a la ordenación próxima del empaquetamiento de las partículas.

2. Mediante razonamientos análogos, el lector puede cerciorarse por su cuenta de que *los procesos de sublimación y vaporización también se acompañan por el crecimiento de la energía interna del sistema*. Para esto hay que tener en cuenta que de acuerdo con la condición formulada en el § 31.5, la energía de interacción de las partículas en los gases se considera igual a cero, mientras que con el empaquetamiento compacto, ésta es negativa. Por consiguiente, para la sublimación de un cristal y para la evaporación de un líquido, hay que transmitir al cuerpo cierta energía, es decir, *el calor de transición de fase (o de transformación)* (calor de sublimación, calor de evaporación).

Durante las transiciones de fase, la energía de cada partícula varía en la magnitud ε_0 . Si multiplicamos ε_0 por el número de partículas N y, tomando en consideración que $m = Nm_0$ es la masa de la sustancia, hallaremos la variación de la energía interna con la transición de fase:

$$\Delta U = N\varepsilon_0 = Nm_0\varepsilon_0/m_0 = m\varepsilon_0/m_0. \quad (36.1)$$

De acuerdo con el primer principio de termodinámica (27.6) el calor de transición de fase

$$Q = \Delta U + A = m\varepsilon_0/m_0 + p(V_2 - V_1) = \\ = m[\varepsilon_0/m_0 + p(1/\rho_2 - 1/\rho_1)],$$

donde p es la presión durante la transición de fase, ρ_2 y ρ_1 , la densidad de la sustancia en los estados final e inicial. El calor específico de la transición de fase

$$\lambda = Q/m = \varepsilon_0/m_0 + p(1/\rho_2 - 1/\rho_1). \quad (36.2)$$

3. Durante la fusión de la materia la distancia entre las partículas varía de forma insignificante en comparación con las distancias entre ellas en el cristal. Con la evaporación o sublimación, las distancias entre las moléculas se hacen, aproximadamente, 10 veces mayores que en los líquidos o en el estado sólido. De aquí sigue, que el calor específico de evaporización debe ser mucho mayor que el calor de fusión. Por ejemplo, para el hielo a la presión atmosférica normal el calor específico de fusión $\lambda_{fus} = 0,335$ MJ/kg mientras que el calor específico de vaporización a esa misma presión, $\lambda_{vap} = 2,26$ MJ/kg.

De la ley de conservación de la energía se desprende que con el proceso inverso (condensación del vapor al estado líquido o cristalino o bien durante la cristalización del fundido), la energía interna aumenta correspondientemente, en tanto que el calor de transición de fase se desprende. Esta deducción se confirma de modo experimental.

El cuerpo puede recibir el calor de transición de fase a cuenta del intercambio de calor con el medio ambiente. En tal caso, la transición de fase transcurre a temperatura constante que es función de la presión a la que la materia se encuentra. La temperatura de la transición de fase puede ser definida mediante el diagrama de estado. Por ejemplo, en la fig. 36.5 vemos que con la presión atmosférica normal, el azufre se funde a 113°C y bulle a $446,6^\circ\text{C}$.

4. De las gráficas aducidas vemos que con el crecimiento de la presión la temperatura de ebullición de los líquidos y de sublimación de un cristal crece, ya que aquí siempre se desprende de $p_2 > p_1$ que también $T_2 > T_1$. En lo que se refiere al punto de fusión, al aumentar la presión, éste se eleva en aquellos cuerpos donde el empaquetamiento cristalino es más compacto que el del líquido (véase la fig. 36.3).

Los cuerpos del tipo del hielo, en los que el empaquetamiento cristalino es más «mullido» que el del líquido, se comportan de otro modo. Aquí, al aumentar la presión, el punto de fusión baja. En realidad, en este caso de $p_2 > p_1$ se desprende que $T_2 < T_1$ (véase la fig. 36.4).

5. Si la transmisión de energía a cuenta del intercambio de calor es insuficiente, el calor de transición de fase sólo puede obtenerse a cuenta de la variación de la energía del movimiento molecular, lo que se acompaña por la variación de la temperatura del cuerpo.

Por ejemplo, semejante proceso da la posibilidad de almacenar los gases licuados en la vasija de Dewar. En ella, el intercambio de calor con el medio ambiente está reducido al mínimo (§ 21.5). El líquido se evapora intensamente, lo que provoca su enfriamiento. Por esta causa, la vasija de Dewar con gas licuado no se debe cerrar, ya que esto lleva al cese de la evaporación y, por lo tanto, al calentamiento del líquido hasta la temperatura del medio ambiente. Como esa temperatura es superior a la crítica, el líquido pasará de inmediato al estado gaseoso, lo que produciría una explosión.

Gracias a la intensa sublimación se conserva a la presión atmosférica el anhídrido carbónico sólido, o sea, el hielo seco. Su temperatura constituye -75°C , aunque la del medio ambiente es mucho mayor.

§ 36.8. Estados metaestables

1. No debemos pensar que en cuanto varía la temperatura o la presión, el cuerpo pasa de inmediato a un nuevo estado de agregación, correspondiente al diagrama de estado. Sólo dos transiciones de fase se realizan sin retardo al variar la temperatura o la presión: la sublimación o la fusión de un cristal. El resto de las transformaciones de fase con frecuencia se retardan. La transición de fase puede no transcurrir, aunque la temperatura y la presión del cuerpo corresponden al nuevo estado de agregación.

Si el cuerpo se encuentra en un estado de agregación que, de acuerdo con el diagrama de fase, no concuerda con la temperatura y presión, decimos que dicho cuerpo está en *estado metaestable*.

Uno de los ejemplos de estado metaestable fue analizado en el § 34.6, es decir, el estado amorfo que es de por sí un

líquido sobreenfriado. También son posibles el estado de *líquido recalentado*, *vapor sobreenfriado*, así como la existencia de la red cristalina de cierto tipo a ciertas condiciones, cuando otro tipo de empaquetamiento cristalino es más estable.

2. Estudiemos con más detalle este último proceso. Al variar las condiciones externas, la reestructuración de la red cristalina transcurre al haber un fuerte enlace entre las partículas, con empaquetamiento compacto de la red espacial. Las partículas están muy «apretadas», les es difícil reagruparse para formar una nueva red cristalina que corresponda mejor a las nuevas condiciones. Como resultado, se retarda, por regla, el paso de un estado cristalino a otro. Por ejemplo, si el azufre amarillo se calienta hasta 110°C a presión normal, de acuerdo con el diagrama de fase (véase la fig. 36.5), éste debería convertirse en rojo. En realidad esto no ocurre y el posterior calentamiento hasta 113°C , provoca su fusión. Al enfriar el azufre fundido a menos de 113°C , éste crea cristales rojos, pero al seguir enfriándolo a una temperatura inferior a 110°C y hasta la del medio ambiente, los cristales rojos no pasan de inmediato al azufre amarillo. Es necesario un tiempo considerable, de un orden de 24 horas, para que los cristales rojos se conviertan en polvo amarillo.

3. El proceso de recristalización se acelerará en mucho, si un pequeño cristal amarillo se pone en contacto con los cristales rojos que se encuentran en estado metaestable. Resulta que en este caso a las partículas les es mucho más fácil colocarse en las caras ya preparadas de la red cristalina, estable en las nuevas condiciones.

Durante el proceso de formación de la nueva red cristalina de un cristal metaestable, juegan un importante papel las fluctuaciones. Precisamente ellas son las que forman los gérmenes microscópicos del empaquetamiento cristalino estable, alrededor de los cuales comienza el crecimiento del nuevo cristal.

Como los gérmenes microscópicos surgen simultáneamente en diversos puntos y están orientados de manera desordenada, es más probable la formación de una estructura policristalina que monocristalina.

4. La presencia de los gérmenes, que sirven de centros de cristalización, facilita el paso del líquido sobreenfriado al estado cristalino. Por ejemplo, el hiposulfito fundido

puede ser con precaución enfriado hasta la temperatura del medio ambiente y en semejante estado sobreenfriado puede encontrarse días. Pero es suficiente echarle un pequeño cristal, para que el líquido, casi instantáneamente, se cristalice. Señalemos, que en este caso la temperatura del hiposulfito crece gracias a que el calor de fusión se desprende.

En lo que se refiere al líquido recalentado y al vapor sobreenfriado, lo trataremos en los siguientes párrafos.

§ 36.9. Condensación. Vapor sobresaturado

1. Si a presión constante reducimos la temperatura del vapor a menos de la del punto de rocío, debe formarse una mezcla bifásica de líquido—vapor saturado. No obstan-

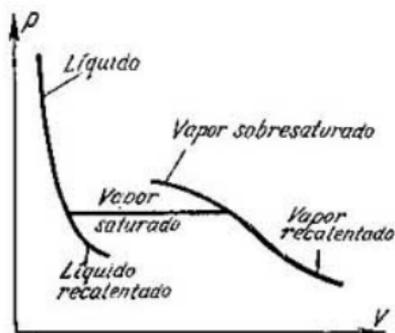


Fig. 36.6.

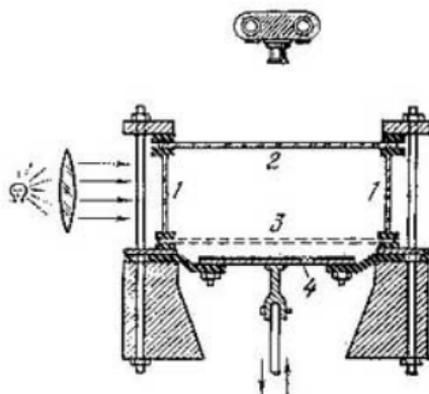


Fig. 36.7.

te, la experiencia nos muestra que la formación de gotas es sólo posible en el caso, cuando en el gas hay *centros de condensación*, es decir, partículas de polvo, iones, salientes agudos en la superficie de los sólidos, etc. Si no hay centros de condensación, las gotas de líquido no se forman y surge un estado metaestable, es decir, *vapor sobresaturado (sobreenfriado)*.

El vapor sobresaturado puede ser también obtenido por medio de la compresión isotérmica del vapor a la temperatura dada. La gráfica de la dependencia entre la presión del vapor sobresaturado y su volumen se muestra en la fig. 36.6.

2. La capacidad de los iones de jugar el papel de centros de condensación se emplea en la cámara de Wilson (fig. 36.7). Esta es un recipiente cilíndrico de vidrio 1, cubierto por arriba con el vidrio 2. Por su parte inferior el recipiente está cubierto de una capa de terciopelo negro húmedo o de paño (en la rejilla 3), sobre el cual se crea el vapor saturado. Al bajar con rapidez el émbolo 4 se produce la expansión



Fig. 36.8.



Fig. 36.9.

adiabática del gas, lo que es acompañado del descenso de la temperatura. A cuenta del enfriamiento el vapor se convierte en sobreenfriado (sobresaturado).

Las partículas cargadas que se forman durante la desintegración radiactiva, por ejemplo, las partículas α o β , al volar por el gas crean en su camino una cadena de iones. En éstos, como en centros de condensación, se forman gotitas del líquido. De esta forma, al pasar la partícula deja tras de sí una huella bien vista que puede ser fotografiada. En la fig. 36.8 se muestra la foto de las trazas (huellas) de las partículas α (cortas y gruesas); en la fig. 36.9, las trazas de las partículas β (intermitentes y largas).

§ 36.10. Ebullición. Líquido sobrecalentado

1. La evaporación del líquido se realiza desde su superficie libre a cualquier temperatura. Cuanto más alta sea ésta, la evaporación transcurrirá con mayor rapidez.

Llamamos *ebullición* el proceso de vaporización impetuosa, no sólo de la superficie del líquido, sino que también por todo el volumen. Con este fin, el líquido debe estar calentado a una temperatura suficientemente alta. Durante la ebullición juegan un importante papel las burbujas de gas que contiene el líquido. Semejantes burbujas se forman en el límite entre el líquido y el sólido y están llenas de vapor saturado del líquido.

Al subir la temperatura del líquido, la presión del vapor en las burbujas crece y su volumen aumenta. La fuerza de elevación que actúa sobre la burbuja, según la ley de Arquímedes, crece a medida que su volumen aumenta. A determinadas condiciones, dicha fuerza se hace mayor que la de cohesión entre las burbujas y la pared sólida. En tal caso, la burbuja se separa de la pared, emerge y estalla, expulsando el vapor.

2. La presión de vapor saturado p_{sat} dentro de una burbuja que se encuentra en la superficie del líquido, es igual a la suma de la presión externa sobre el líquido p_{ext} y la presión bajo la superficie curvada:

$$p_{\text{sat}} = p_{\text{ext}} + 2\sigma/r, \quad (36.3)$$

donde r es el radio de la burbuja, σ , el coeficiente de tensión superficial (§ 34.8). Si la burbuja tiene dimensiones de un orden de varios milímetros y más, el segundo sumando en (36.3) puede ser despreciado. Por ejemplo, para el agua a una temperatura de 100°C la magnitud $\sigma = 58,8 \cdot 10^{-3}\text{ N/m}$ y siendo $r = 1\text{ mm}$, $2\sigma/r = 2 \cdot 58,8 \cdot 10^{-3}/10^{-3} = 118\text{ Pa}$. Pero la presión atmosférica normal es igual a $1,01 \cdot 10^5\text{ Pa}$, lo que es unas 1000 veces mayor. Por consiguiente, para burbujas de tamaño suficientemente grande la condición de su emergencia y su estallido junto a la superficie del líquido, se escribirá así:

$$p_{\text{sat}} \geq p_{\text{ext}}. \quad (36.4)$$

Esta es la *condición de ebullición*.

Así, pues, la ebullición de un líquido es posible cuando en él hay burbujas de dimensiones bastante grandes (para el agua del orden de 1 mm). La ebullición comenzará en

aquel caso, cuando la presión del vapor saturado sea igual a la presión exterior sobre la superficie del líquido.

Como ya hemos establecido, la presión del vapor saturado sólo depende de la temperatura del líquido. De la condición (36.4) se desprende que el punto de ebullición depende de la presión exterior, es decir, al aumentar ésta crece el punto de ebullición. El punto de ebullición del agua a diversas presiones puede ser hallado mediante la tabla 35.1.

3. Si en el líquido no hay burbujas que favorezcan al proceso de ebullición, éste se puede sobrecalentar sin que comience la ebullición. En semejante estado metaestable *el líquido* recibe el nombre de *sobrecalentado*.

También podemos obtener un líquido sobrecalentado si disminuimos la presión exterior sobre el líquido, de forma que sea menor que la presión del vapor saturado a la temperatura dada. La gráfica de la dependencia entre la presión del líquido sobrecalentado y su volumen está mostrada en la fig. 36.6.

4. El líquido sobrecalentado se utiliza en *las cámaras de burbujas*, inventadas por D. Gleser en 1952 para visualizar las trazas (huellas) de las partículas cargadas relativistas, es decir, de partículas en movimiento a velocidades cercanas a la de la luz. Tales partículas crean en los gases muy pocos iones, por lo que en la cámara de Wilson sus trazas no se ven. En los líquidos, donde las moléculas tienen empaquetamiento compacto, semejantes partículas crean una cantidad mucho mayor de iones que en los gases y su traza puede ser registrada.

El principio de funcionamiento de la cámara de burbujas es análoga al de la de Wilson. La partícula relativista, al pasar por el líquido caliente, crea en su recorrido una cadena de iones. Al reducir de forma brusca la presión sobre el líquido, éste pasa al estado sobrecalentado. Los iones sirven de centros de ebullición. Las burbujas que surgen forman una traza a lo largo del recorrido de la partícula, que se fotografía (fig. 36.10). En las cámaras de burbujas se utiliza como líquido de trabajo el hidrógeno, propano o xenón licuados.

§ 36.11. Licuación de los gases

1. Para que un gas se convierta en líquido su temperatura deberá ser menor que la crítica. Para tales gases como el cloro ($t_{\text{crit}} = 144^{\circ}\text{C}$), amoníaco ($t_{\text{crit}} = 132,4^{\circ}\text{C}$), dióxido

de carbono ($t_{\text{crit}} = 31,1^{\circ} \text{C}$), xenón ($t_{\text{crit}} = 16,7^{\circ} \text{C}$) y algunos otros, cuya temperatura crítica es de un orden de la del medio ambiente, el problema se resuelve con facilidad. Reduciendo su temperatura a menos de la crítica, se comprimen isotérmicamente y se obtiene el líquido. Es mucho



Fig. 36.10.

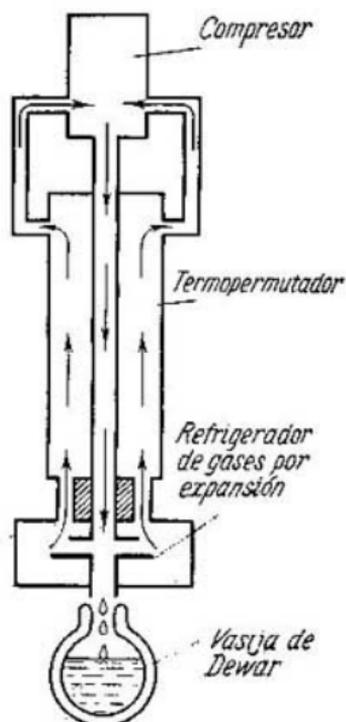


Fig. 36.11.

más difícil producir oxígeno líquido ($t_{\text{crit}} = -118,8^{\circ} \text{C}$), nitrógeno ($t_{\text{crit}} = -147,1^{\circ} \text{C}$), hidrógeno ($t_{\text{crit}} = -239,9^{\circ} \text{C}$) y en particular helio líquido ($t_{\text{crit}} = -267,9^{\circ} \text{C}$). En este caso son necesarias instalaciones especiales que permitan crear temperaturas muy bajas.

Existen una serie de métodos que permiten resolver el problema de licuación de los gases. Detengámonos en uno de ellos, que consiste en el enfriamiento de los gases cuando estos realizan trabajo útil mediante la expansión adiabática. Las máquinas refrigeradoras, que funcionan según este principio, reciben el nombre de *refrigerador de gases por expansión*. P. L. Kapitsa creó un *termopermutador de pequeña turbina*, cuyo rotor es puesto en rotación por el gas previamente comprimido.

2. Examinemos el principio de funcionamiento de una instalación para licuar el gas. Esta consta de un compresor, termopermutador y refrigerador de gases por expansión (fig. 36.11).

El compresor es una máquina de pistón que comprime el gas. El exceso de calor que se crea al comprimir el gas, se extrae mediante un sistema de refrigeración por agua. El gas comprimido pasa por el tubo interior del termopermutador, en el que por el tubo exterior de mayor diámetro fluye el gas enfriado. Después de pasar por el termopermutador y enfriarse, el gas comprimido pasa por la tobera de Laval y llega a las paletas del rotor de la turbina, poniendo este último en rotación. Durante la expansión adiabática del gas se realiza trabajo a cuenta de la disminución de su energía interna. Con esto la temperatura baja tan fuertemente que parte del gas se convierte en líquido y fluye a la vasija de Dewar. Otra parte del gas enfriado, pero que no llegó a convertirse en líquido, vuelve al termopermutador, en donde se enfría una nueva porción de gas comprimido, seguidamente pasa al compresor y de nuevo se comprime.

3. El desarrollo de los métodos para la producción de gases licuados y, por esta causa, de bajas temperaturas, llevó a la creación de la *técnica criógena*. En la actualidad, los gases licuados tienen extensa aplicación en las investigaciones científicas, donde son necesarias bajas temperaturas, así como en la técnica. Por ejemplo, cuando se evapora el aire líquido, primero lo hace el nitrógeno y queda oxígeno puro. Hoy día, éste es el más barato procedimiento de obtención de oxígeno puro, que ampliamente se utiliza en medicina, para la soldadura autógena, para acelerar los procesos en los altos hornos y fundición de acero. El oxígeno líquido, mezclado con sustancias orgánicas combustibles (algodón, virutas) forma materias explosivas (oxilicuidos), que son utilizadas en la industria minera. Su ventaja con-

siste en que si no se produjo la explosión, después de cierto intervalo de tiempo el oxígeno se evapora y la cápsula explosiva deja de ser en absoluto peligrosa.

4. Los gases licuados pueden pasar al estado cristalino, disminuyendo su temperatura. Con este fin, hay que enfriar el oxígeno líquido hasta $-218,8^{\circ}\text{C}$, el nitrógeno hasta $-210,0^{\circ}\text{C}$ y el hidrógeno hasta $-259,2^{\circ}\text{C}$ (a presión normal). Sólo el helio es una exclusión, ya que a presión normal queda líquido hasta el cero absoluto y se cristaliza a presiones por arriba de 2,5 MPa (§ 70.5).

Quinta parte

ELECTRODINÁMICA

Capítulo 37

CAMPO DE CARGAS INMÓVILES EN EL VACÍO

§ 37.11. Líneas de fuerza

1. En los caps. 10 y 18 examinamos la interacción de cargas eléctricas puntiformes y dipolos en el vacío. Para mayor facilidad escribamos de nuevo las correlaciones fundamentales y recordemos su sentido.

El campo de las cargas inmóviles, llamado *campo electrostático*, se caracteriza por dos magnitudes físicas: la intensidad E y el potencial φ . Por definición, el vector de intensidad

$$E = F/q, \quad (37.1)$$

donde q es una carga de prueba, F , la fuerza que actúa sobre la carga de prueba en el punto dado del campo (§ 10.5). El potencial

$$\varphi = U/q, \quad (37.2)$$

donde U es la energía potencial de una carga de prueba en el punto dado del campo (§ 18.7).

2. Si el campo está creado por la carga puntual Q , la intensidad (§ 10.6)

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (37.3)$$

y el potencial (§ 18.8)

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (37.4)$$

3. Podemos obtener un evidente cuadro del campo según el método de las líneas de fuerza, propuesto por Faraday.

Llamamos *línea de fuerza* (línea de intensidad) a una línea cuyas tangentes en cada punto coincide con la dirección del vector de intensidad. A la línea de fuerza se le adjudica una dirección determinada que coincide con la del vector de intensidad.

Si la fuente del campo es una carga puntiforme positiva, el vector de intensidad está dirigido a lo largo del radio vector; por lo contrario, si la fuente del campo es una carga negativa, el vector de intensidad estará dirigido en sentido opuesto (fig. 10.7). De aquí sigue que las líneas de fuerza comienzan en las cargas positivas y terminan en las negativas.

4. No se debe adjudicar a las líneas de fuerza un sentido mayor que el de una evidente imagen del campo. Tampoco hay que considerar que el campo parece que "consta" de líneas de fuerza (como el cepillo de pelos). En realidad, por cualquier punto del campo se puede trazar una línea de fuerza, de forma que hay una enorme cantidad de líneas de fuerzas.

No hay que identificar las líneas de fuerza con las trayectorias de movimiento de las cargas en el campo; la causa está en que por la tangente a la trayectoria está dirigido el vector de velocidad y la dirección de la velocidad no siempre coincide con la de las líneas de fuerza y, por lo tanto, con la dirección del vector de intensidad.

§ 37.2. Superficies equipotenciales

1. Existe otro método más para representar los campos electrostáticos, es decir, el método de *las superficies equipotenciales*. Llamamos equipotencial cierta superficie, en la que todos los puntos tienen el mismo valor del potencial.

Por ejemplo, si la fuente del campo es una carga puntual, de (37.4) se desprende que las superficies equipotenciales serán aquí una familia de esferas concéntricas con su centro en el punto donde se encuentra la carga. En la fig. 37.1 está mostrada la sección plana de este sistema de superficies equipotenciales; con trazos se representan las líneas de fuerza.

Como vemos en la figura, *la dirección de la línea de fuerza en cada punto del campo, es normal a la superficie*

equipotencial. Demostremos que ésta es una propiedad común de las líneas de fuerza, característica para el campo de una carga o sistemas de cargas tomados al azar.

2. Para la demostración tomemos en la superficie equipotencial dos puntos cercanos, entre los que la distancia es igual a Δl . Calculemos el trabajo que se realizará al desplazar la carga q entre esos dos puntos.

Como ya sabemos (§ 18.7), el trabajo para desplazar una carga entre dos puntos del campo, es igual al producto de la magnitud de la carga por la diferencia de potencial:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (37.5)$$

Este trabajo es igual a cero, ya que los puntos se encuentran en una misma superficie equipotencial y $\varphi_1 = \varphi_2$; por otro lado, este trabajo puede ser también expresado de la siguiente forma (§ 18.1):

$$A = F\Delta l \cos \alpha = qE\Delta l \cos \alpha. \quad (37.6)$$

Igualando las dos expresiones para el trabajo, obtenemos

$$qE\Delta l \cos \alpha = 0.$$

Pero tanto la carga y la intensidad del campo, como la distancia entre los puntos, no son iguales a cero. Por consiguiente, $\cos \alpha = 0$, de donde se deduce que $\alpha = \pi/2$. Como éstos son dos puntos arbitrarios de una superficie equipotencial, de aquí sigue que el vector de intensidad está dirigido por la normal a esta superficie.

3. El resultado obtenido tiene gran importancia. Sobre la base de la presente propiedad, por el sistema de superficies equipotenciales podemos confeccionar el sistema de líneas de fuerza y viceversa, por un sistema conocido de líneas de fuerza, construir un sistema de superficies equipotenciales.

De esta manera puede confeccionarse el cuadro de *un campo homogéneo*, que se llama así si en todos sus puntos el vector de intensidad tiene el mismo valor y dirección, o sea, $E = \text{const.}$ De aquí se desprende que por todos los

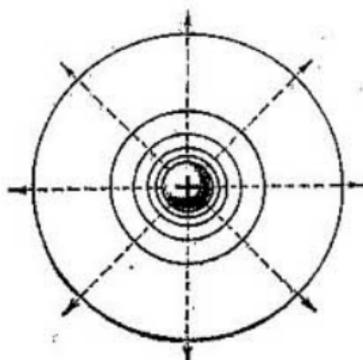


Fig. 37.1.

puntos de dicho campo las líneas de fuerza tienen igual dirección. Esto sólo es posible en el caso, cuando éstas son de por sí un sistema de rectas paralelas. Por consiguiente, las superficies equipotenciales representan un sistema de superficies paralelas, perpendiculares a las líneas de fuerza (fig. 37.2).

4. Según el cuadro de las líneas de fuerza, podemos juzgar acerca de cómo varía el campo de punto en punto. Por ejemplo, en el campo de una carga puntual, las líneas de fuerza están dispuestas de forma concentrada cerca de la carga, es decir, allí donde el módulo del vector de intensidad es mayor (fig. 37.1). Al contrario, en un campo homogéneo, en el que la intensidad por todos los puntos es una misma, la espesura de las líneas de fuerza no varía (fig. 37.2).

§ 37.3. Relación entre la intensidad y el potencial

1. Sea que en cierto punto del campo se ha trazado el vector de intensidad E y construido la superficie equipotencial M_1N_1 , en la que todos los puntos tienen el mismo

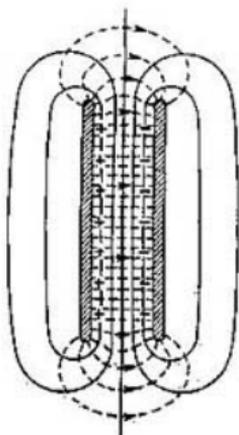


Fig. 37.2.

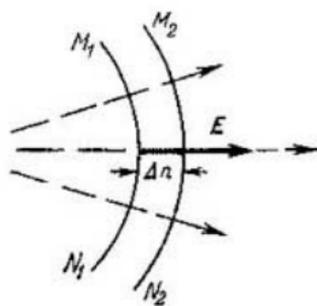


Fig. 37.3.

potencial φ_1 (fig. 37.3). A una pequeña distancia Δn construyamos una nueva superficie equipotencial M_2N_2 , cuyos puntos todos tienen igual potencial φ_2 .

El trabajo para desplazar la carga de prueba q por el sector Δn lo calcularemos según dos procedimientos, como

lo hicimos en el párrafo anterior. Tenemos

$$A = q (\varphi_1 - \varphi_2) = qE\Delta n.$$

De aquí se desprende, que

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Delta n} = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta n}. \quad (37.7)$$

Aquí, $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ es la variación del potencial durante el desplazamiento a la distancia Δn por la normal a la superficie equipotencial, es decir, a lo largo de la línea de fuerza.

De (37.7) se deduce la denominación de la unidad de intensidad del campo eléctrico en el SI, *voltio por metro* (V/m).

2. El resultado obtenido no es del todo exacto, ya que según la fórmula $\Delta A = F\Delta l \cos \alpha = F\Delta n$ podemos sólo calcular el trabajo elemental, con otras palabras, el trabajo de una fuerza durante un desplazamiento infinitesimal. La igualdad precisa será obtenida, pasando en la expresión (37.7) al límite, cuando el desplazamiento Δn tiende a cero:

$$E = -\lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta n} = -\frac{d\varphi}{dn}. \quad (37.8)$$

Así, pues, *la intensidad del campo eléctrico caracteriza la variación del potencial, por unidad de longitud en la dirección de la línea de fuerza*. Notemos, que el vector de intensidad siempre está dirigido hacia el potencial decreciente.

3. En un campo homogéneo, la intensidad de éste es una magnitud constante, por lo que en dicho campo sobre la carga actúa una fuerza invariable. Esto nos permite hacer uso de la fórmula (37.7) para cualesquiera segmentos suficientemente largos de las líneas de fuerza. Así que en el campo homogéneo

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d. \quad (37.9)$$

§ 37.4. Dipolo en el campo eléctrico

1. Supongamos que un dipolo (§ 10.4) se encuentra en un campo eléctrico homogéneo, de forma que el vector momento del dipolo forma un ángulo α con el vector de intensidad (fig. 37.4). En el momento dado, sobre el dipolo actúa un par de fuerzas. El momento de este par es igual

al producto de la fuerza por el brazo (§ 22.4): $M = Fd = qEl \sin \alpha$. Pero como $p_e = ql$, definitivamente obtenemos

$$M = p_e E \sin \alpha. \quad (37.10)$$

Así, pues, el momento giratorio, que actúa sobre el dipolo en el campo eléctrico, es igual al producto del momento eléctrico del dipolo por la intensidad del campo y por el seno del ángulo entre estos vectores.

Bajo la acción del momento giratorio el dipolo gira y se establece de manera que su momento eléctrico sea

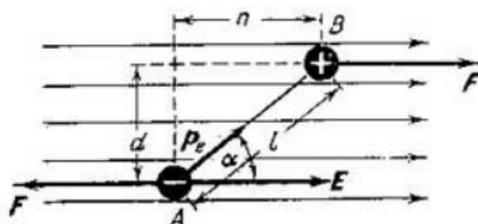


Fig. 37.4.

paralelo al vector de intensidad del campo. En semejante posición tanto el momento giratorio, como la resultante de las fuerzas eléctricas es igual a cero, por lo que el dipolo se encontrará en estado de equilibrio estable.

2. La energía del dipolo en el campo eléctrico es la suma de las energías de las dos cargas que lo constituyen:

$$\mathcal{E} = U_A + U_B = q\varphi_B - q\varphi_A. \quad (37.11)$$

Transformando esta expresión en cierto grado, tendremos

$$\mathcal{E} = -ql \frac{\varphi_A - \varphi_B}{n} \frac{n}{l}.$$

Aquí, $ql = p_e$ es el momento del dipolo, $(\varphi_A - \varphi_B)/n = E$, la intensidad del campo y $n/l = \cos \alpha$ (véase la fig. 37.4). Por consiguiente, la energía del dipolo en un campo eléctrico

$$\mathcal{E} = -p_e E \cos \alpha. \quad (37.12)$$

Para $\alpha = 0$ ó $\alpha = \pi$, el momento giratorio que actúa sobre el dipolo es igual a cero (véase (37.10)), por lo tanto el dipolo se encuentra en estado de equilibrio. Pero estos dos casos se diferencian por el carácter de su estabilidad.

Si el ángulo $\alpha = 0$, la energía del dipolo es la mínima; $\mathcal{E}_{\min} = -p_e E$. Esto significa que el dipolo se encuentra en estado de equilibrio estable.

Para $\alpha = \pi$, la energía del dipolo resulta ser máxima: $\mathcal{E}_{\max} = p_e E$. A esta posición del dipolo le corresponde, como vemos, el estado de equilibrio inestable (lábil) (§§ 19.6 y 22.5).

3. Para obtener evidentes cuadros de los campos eléctricos, se hace uso de la acción orientadora del campo sobre el dipolo. De una

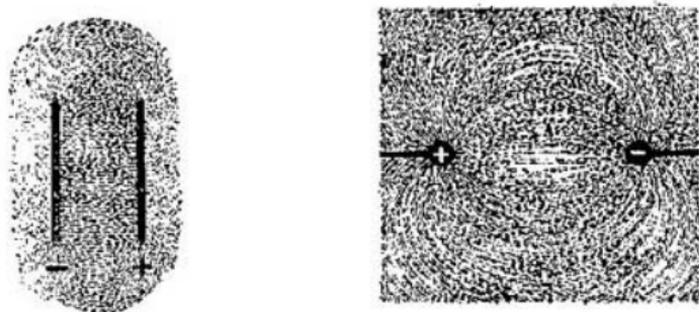


Fig. 37.5.

laminilla metálica se cortan modelos de electrodos y se pegan en el fondo de un recipiente de vidrio. Este se llena de un líquido viscoso que no sea conductor (trementina, glicerina, aceite de ricino) y se echan diminutas partículas, por ejemplo, cabellos cortados, sémola, etc. A continuación, entre los polos se crea una gran diferencia de potencial, de un orden de varios miles de voltios. En el campo eléctrico las partículas se polarizan, es decir, adquieren las propiedades de pequeños dipolos y se disponen a lo largo de las líneas de fuerza del campo (fig. 37.5). En las figuras ofrecidas, vemos que en los entornos de bolitas cargadas el campo es en alto grado heterogéneo, mientras que entre placas paralelas surge un campo prácticamente homogéneo, que sólo se perturba en los bordes.

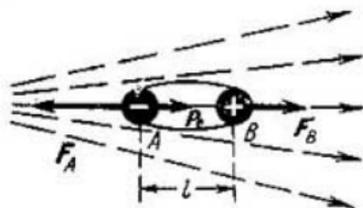


Fig. 37.6.

4. En un campo heterogéneo, además del momento giratorio, sobre el dipolo actúa también la fuerza resultante. La causa reside en que las cargas positiva y negativa se encuentran en diversos puntos del campo (fig. 37.6). La

fuerza resultante

$$F = F_A - F_B = qE_A - qE_B = ql \frac{E_A - E_B}{l}. \quad (37.13)$$

Pero $ql = p_e$ es el momento dipolar, $(E_A - E_B)/l = \Delta E/\Delta l$ es el *gradiente de intensidad*, es decir, una magnitud que caracteriza la variación de la intensidad del campo por unidad de longitud. Así, pues,

$$F = p_e \Delta E/\Delta l. \quad (37.14)$$

Bajo la acción de esta fuerza, el dipolo se atrae a la región del campo más fuerte.

Por esta causa, al cuerpo cargado se atraen ligeros objetos: trocitos de papel, partículas de polvo, pedacitos de laminilla, etc. Bajo la acción del campo, estos objetos adquieren un momento dipolar y, ya después, se atraen a la región donde la intensidad del campo es mayor, o sea, más cerca de cuerpo electrizado.

§ 37.5. Condensador plano

1. El condensador plano es un sistema de dos placas metálicas planas paralelas de área S cada una de ellas. La distancia d entre las placas es mucho menor que sus dimensiones lineales. En este caso, las placas pueden ser consideradas infinitamente grandes y despreciar las perturbaciones del campo por sus bordes.

Sea igual a q la carga en una de las placas, en la segunda placa se encuentra una carga de la misma magnitud, pero de signo opuesto. La *densidad superficial* de una carga σ es la razón entre la magnitud de la carga y su área:

$$\sigma = q/S. \quad (37.15)$$

La unidad de densidad superficial en el SI:

$$[\sigma] = \text{C/m}^2.$$

2. Como entre las placas del condensador el campo es homogéneo (véase la fig. 37.2), su intensidad es igual en todos los puntos del campo. La práctica nos enseña que la intensidad del campo es proporcional a la densidad superficial de la carga:

$$\sigma = k\varepsilon_0 E, \quad (37.16)$$

donde k es un coeficiente adimensional. En cursos de física más rigurosos, se demuestra que en el SI, $k = 1$. Por lo tanto, la relación entre la densidad superficial de la carga y la intensidad del campo de un condensador plano se expresa del modo siguiente:

$$\sigma = \epsilon_0 E. \quad (37.17)$$

3. Hallemos la expresión para la diferencia de potencial entre las placas del condensador. De acuerdo con (37.9), tenemos

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed. \quad (37.18)$$

Poniendo los valores de E y σ , obtenemos

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\epsilon_0} = \frac{qd}{\epsilon_0 S}. \quad (37.19)$$

§ 37.6. Capacidad eléctrica

1. En el ejemplo de un condensador plano, veremos que la diferencia de potencial en sus placas, es proporcional a la carga de las placas (véase (37.19)). Resulta que igual resultado se obtiene para un sistema de conductores cargados de forma arbitraria. Basándonos en esto, introducimos una magnitud que recibe el nombre de *capacidad eléctrica*. Se llama capacidad eléctrica de un sistema de conductores una magnitud numéricamente igual a la razón entre la carga y la diferencia de potencial:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (37.20)$$

Para un condensador plano, como se deduce de (37.19) y (37.20), la capacidad eléctrica es igual a

$$C = \epsilon_0 S/d. \quad (37.21)$$

2. La unidad de capacidad eléctrica en el SI es un *faradio*, o sea, la capacidad eléctrica de un condensador en el que la variación de la carga en 1 C, provoca un cambio de potencial de 1 V:

$$1 \text{ F} = 1 \text{ C/1 V}.$$

Los condensadores utilizados en radiotecnica tienen una capacidad eléctrica mucho menor que el faradio. Por esta razón, para la marcación se emplean partes de la unidad: microfaradio ($1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$) y picofaradio ($1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$).

3. De la expresión (37.21) se desprende la denominación (o dimensión) de la constante dieléctrica *faradio por metro*:

$$[\epsilon_0] = [Cd/S] = F \cdot m/m^2 = F/m.$$

§ 37.7. Energía del campo. Densidad de energía

1. Calculemos la energía de un condensador que posee una capacidad eléctrica C , en el que la diferencia de potencial entre las placas $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$. Las cargas en sus placas son de igual valor, pero de signo opuesto: $q_1 = -q$, $q_2 = q$. Poniendo estas magnitudes en la expresión (18.30), se obtiene

$$W = -\frac{1}{2} (q_2\varphi_1 + q_1\varphi_2) = \frac{q}{2} (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{q\Delta\varphi}{2}. \quad (37.22)$$

Tomando en consideración que $C = q/\Delta\varphi$, definitivamente obtenemos

$$W = q\Delta\varphi/2 = C\Delta\varphi^2/2 = q^2/2C. \quad (37.23)$$

2. En los márgenes de electrostática es imposible responder a la pregunta de dónde está concentrada la energía: ¿sólo en los cuerpos cargados o por todos los puntos del campo? Sin embargo, los campos alternativos pueden existir independientemente de las cargas. Con esto, como nos indica la práctica, los campos alternativos se propagan en forma de ondas electromagnéticas, que transportan la energía. De forma que el propio campo es portador de energía.

Esta idea fue expresada por primera vez por Maxwell. Fue él quien introdujo la noción de *densidad de energía* $w = W/v$ como una magnitud numéricamente igual a la razón entre la energía W , contenida en cierto volumen v , y la magnitud de dicho volumen. Según Maxwell, la densidad de la energía del campo (en el vacío)

$$w_0 = \epsilon_0 E^2/2. \quad (37.24)$$

§ 37.8. Fuerza de interacción entre las placas de un condensador

1. Haciendo uso de la expresión para la energía de un condensador cargado, podemos calcular la interacción entre sus placas. En tal caso, vamos a considerar que el condensador fue, para comenzar, cargado y, a continuación, desco-

nectado de la fuente, de forma que la carga en sus placas es una magnitud constante. La energía del condensador será expresada por medio de su capacidad eléctrica y carga:

$$W = q^2/(2C) = q^2x/(2\epsilon_0 S),$$

donde x es la distancia entre sus placas. Haciendo uso de la expresión (19.12), obtenemos

$$F = -dW/dx = -q^2/(2\epsilon_0 S). \quad (37.25)$$

El signo menos muestra que esta fuerza es la de atracción (§§ 10.2 y 31.4).

2. Transformemos la expresión (37.25) teniendo en cuenta que $q = \sigma S$, donde σ es la densidad superficial de la carga. Tenemos $F = -\sigma^2 S/2\epsilon_0$. Sustituyendo el valor de σ en (37.17), obtendremos

$$F = -\epsilon_0 E^2 S/2. \quad (37.26)$$

3. Como la fuerza referida a la unidad de área es la presión, $p = F/S$, de (37.26) se desprende que el campo eléctrico ejerce sobre la placa una presión negativa (en el vacío):

$$p_0 = -\epsilon_0 E^2/2 = -w_0. \quad (37.27)$$

Así, pues, la presión que el campo eléctrico ejerce sobre la superficie cargada, es igual a la densidad de energía, tomada con signo opuesto. Hemos obtenido este resultado para el campo de un condensador plano. No obstante, como mostró Maxwell, este resultado es válido para todo campo heterogéneo.

Señalemos, que si las placas del condensador tuvieran una carga de igual signo, el signo de la fuerza F y de la presión p sería positivo, lo que corresponde a las fuerzas de repulsión.

§ 37.9. Conductor en el campo eléctrico

1. Por el carácter de su conductividad, todos los cuerpos pueden dividirse en dos clases: *conductores* y *dieléctricos* (de otra forma, aisladores). Los conductores tienen la propiedad de que las cargas eléctricas pueden desplazarse libremente por el volumen de dichos cuerpos. A diferencia de los conductores, en los dieléctricos las cargas se quedan en los lugares donde fueron distribuidas inicialmente.

En el interior de un conductor, la intensidad del campo es igual a cero. En efecto, si el campo no fuese nulo, en el conductor surgiría un movimiento ordenado de las cargas sin consumo absoluto de energía de la fuente externa. Pero esto contradice a la ley de conservación de la energía. Así, pues, la intensidad del campo dentro del conductor $E_{\text{int}} = 0$.

De aquí se desprende que todos los puntos de conductor tienen igual potencial, mientras que *la superficie del conductor es equipotencial*. En efecto, de $E_{\text{int}} = (\varphi_1 - \varphi_2)/d = 0$ se deduce que $\varphi_1 = \varphi_2$.

Más arriba fue mostrado que las líneas de fuerza del campo son perpendiculares a las superficies equipotenciales. Por esta causa, en el entorno del conductor las líneas de fuerza son perpendiculares a su superficie.

2. Si en el interior del conductor hay una cavidad, la intensidad de campo en ella es igual a cero, independientemente de la clase de campo que haya fuera del conductor.

El fenómeno de *la protección electrostática* se basa en dicho principio: si el aparato se introduce en una envoltura metálica cerrada, sobre el aparato no actuará ninguna variación del campo eléctrico externo. Por regla, con este fin se utiliza una rejilla de cobre apantalladora, que se pone a tierra, de forma que el potencial de la pantalla se conserva igual al de la Tierra.

3. Si dos conductores se ponen en contacto, se produce el flujo de la carga de uno de ellos al otro hasta que sus potenciales se igualen. Hagamos uso de esta propiedad para mostrar que las cargas se disponen sólo en la superficie exterior del conductor.

Pongamos en contacto la superficie exterior de un cuerpo cargado con una bolita no cargada y, a continuación, hagamos contacto entre la bolita y un electroscopio. Las láminas del electroscopio se separarán. Esto demuestra que al hacer contacto con la superficie exterior del cuerpo cargado, a la bolita pasó cierta carga. Si con la misma bolita se hace contacto con la superficie interior del cuerpo cargado y después se toca con ella el electroscopio, las láminas de éste no se separan. Esto quiere decir, que *en la superficie interior del cuerpo cargado no hay cargas*.

De este modo se puede transmitir en su total la carga de la bolita cargada a un cuerpo ya cargado: con este fin es suficiente introducir dicha bolita en la cavidad del

conductor y hacer contacto con su superficie *interior*. La carga de la bolita debe pasar en su total a la superficie exterior de conductor y la bolita, descargarse por completo. El experimento confirma este resultado.

4. Sobre esta propiedad se basa el funcionamiento del *generador* electrostático de Van de Graaf (fig. 37.7). La esfera hueca 1 de cerca de 1,5 . . . 2 m de diámetro se coloca sobre la columna aislante 2 a una altura de unos 10 m sobre tierra. La cinta de caucho sin fin 3 es accionada por el motor 4. Con ayuda de la escobilla 5 y el electrodo 6 se transmite a la cinta la carga mediante un pequeño rectificador. La carga se transporta al interior de la esfera, donde las escobillas 7, soldadas a su superficie interior, retiran la carga de la cinta y la transmiten a la superficie exterior de la esfera.

En principio, de esta manera podemos obtener un potencial cuan elevado quisiéramos. En realidad, el valor del potencial está limitado por las propiedades aislantes de la columna y el aire circundante. Prácticamente, en una atmósfera de nitrógeno seco a una presión de 3 MPa se alcanza un potencial igual a varios millones de voltios.

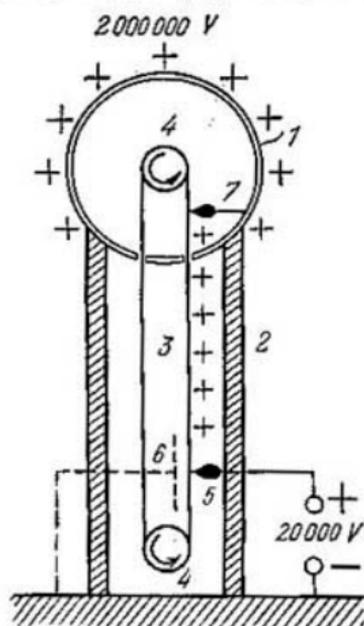


Fig. 37.7.

§ 37.10. Determinación de la carga del electrón

1. Ya en los años 30 del siglo pasado, Faraday, basándose en el análisis de las leyes de electrólisis, descubiertas por él (§§ 46.3, 46.4), llegó a la conclusión de que debían existir "átomos de electricidad", es decir, ciertas cargas eléctricas elementales. Con mayor claridad, formularon en 1874 estas ideas G. J. Ston y en 1881, H. Helmholtz. G. Ston fue quien propuso dar el nombre de "electrón" a esa carga eléctrica elemental.

A finales del siglo XIX y comienzos del XX, J. J. Thomson, F. Lenard, V. Kaufman y otros, mostraron que los rayos catódicos (§ 48.6), las partículas que emiten los metales al calentarlos (§ 47.1) e iluminarlos (§ 68.4), así como las partículas β irradiadas por algunos elementos radiactivos, tienen iguales propiedades. Resultó que todos ellos tenían carga negativa, mientras que su carga específica

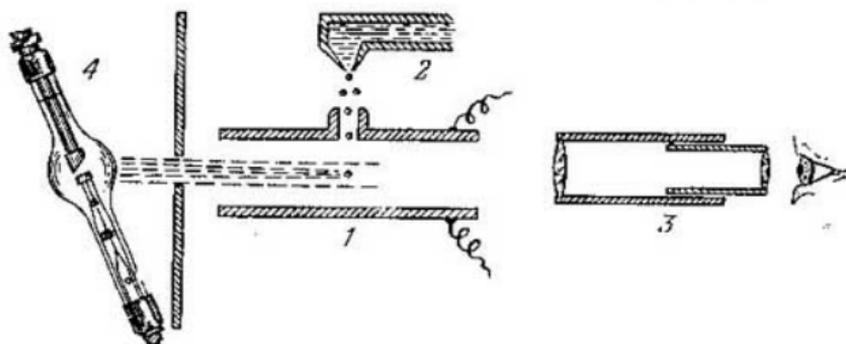


Fig. 37.8.

(es decir, la razón entre la carga y la masa en reposo) era la misma para todas ellas y, aproximadamente igual a 10^{11} C/kg.

Quedó claro que en realidad, todos estos tipos de radiaciones eran en esencia haces de electrones obtenidos por diferentes procedimientos. Por esta causa, se planteó el problema de determinar con la máxima precisión la carga y la masa en reposo del electrón.

2. R. A. Millikan aplicó un método basado en investigar el carácter del movimiento de las partículas microscópicas en un campo eléctrico homogéneo. Las mediciones que el científico comenzó en 1906 duraron hasta 1914.

La fig. 37.8 nos ofrece la instalación de la que hacía uso Millikan. Aquí, 1 es un condensador plano con un orificio por arriba, por el que al dominio entre las placas llegan de vez en cuando gotas de aceite creadas por el pulverizador 2. La gota se ilumina por un lado y se observa mediante el microscopio de foco corto 3. El tubo de rayos X 4 se conecta periódicamente; los rayos ionizan la gotita, creando en ella una carga o cambiando la carga que ella porta.

Como fue mostrado en el § 11.9, una gota esférica cae en el aire uniformemente a una velocidad

$$v = 2r^2g(\rho - \rho_0)/9\eta; \quad (37.28)$$

donde ρ es la densidad del aceite, ρ_0 , la densidad del aire, η , la viscosidad del aire y r , el radio de la gota. La velocidad de movimiento de la gota se determina por el tiempo, durante el que ella pasa entre dos hilos, tensados en el campo visual del microscopio. Las demás magnitudes son conocidas. Por lo tanto, según la fórmula (37.28) puede ser determinado el radio de la gota.

3. Creemos entre las placas del condensador un campo eléctrico de intensidad E . Si la gota porta la carga q , además de la fuerza de gravedad, de la de empuje y la fuerza de resistencia (§ 11.9) sobre la gota actúa también la fuerza eléctrica $F_e = qE$. La ecuación de movimiento tiene la forma

$$\frac{4}{3}\pi r^3\rho g - \frac{4}{3}\pi r^3\rho_0 g - 6\pi r\eta u + qE = 0, \quad (37.29)$$

donde u es la velocidad de la gota en el campo. Poniendo el valor del radio de la gota de (37.28), obtenemos

$$q = \frac{6\pi\eta(u-v)}{E} \sqrt{\frac{9\eta v}{2g(\rho - \rho_0)}}. \quad (37.30)$$

4. En los experimentos fue registrada la variación de la carga de la gota bajo el influjo de una breve radiación de rayos X. De (37.30), tenemos

$$q_2 - q_1 = \frac{6\pi\eta(u_2 - u_1)}{E} \sqrt{\frac{9\eta v}{2g(\rho - \rho_0)}}. \quad (37.31)$$

Esta expresión sirvió de fórmula de cálculo.

Durante el trabajo de Millikan surgieron múltiples dificultades, en particular con la medición de la viscosidad del aire. Resultó que para las gotas microscópicas, la viscosidad del aire depende de las dimensiones de las gotas, por lo que fue necesario introducir una corrección que tomara esta dependencia en consideración. Para obtener resultados fiables hubo que variar en amplios límites las condiciones del experimento. La diferencia de potencial fue variada de 1700 a 5000 V; la presión en la cámara, donde se encontraba el condensador, de la normal a 6 kPa; en los experimentos se hizo uso de gotitas de un radio de 0,446 a 5,856 μm .

Como resultado de todos los experimentos se llegó a la siguiente conclusión: *la variación de la carga de la gotita*

siempre es múltiplo de la carga elemental. Con otras palabras, $\Delta q = Ne$, donde N es cierto número entero, mientras que la carga elemental $e = (1,592 \pm 0,0017) \cdot 10^{-19}$ C es la carga del electrón. En la actualidad, se ha obtenido un valor más exacto de la carga del electrón:

$$e = (1,6021892 \pm 0,0000046) \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

Capítulo 38

DIELECTRICOS

§ 38.1. Campo eléctrico en presencia de un dieléctrico

1. Carguemos un condensador hasta cierta diferencia de potencial φ_0 y desconectémoslo del manantial de corriente. Si el espacio entre las placas lo rellenamos de un dieléctrico, resultará que la diferencia de potencial disminuye hasta el valor $\varphi < \varphi_0$, aunque en las placas la carga no ha cambiado.

De aquí se desprende que la intensidad del campo en el dieléctrico $E = \varphi/d$ es menor que la intensidad del campo $E_0 = \varphi_0/d$, que esas mismas cargas crearon en el vacío. La razón entre la intensidad de campo en el vacío E_0 y la del campo en el dieléctrico E se denomina *constante dieléctrica* de la materia:

$$\epsilon = E_0/E. \quad (38.1)$$

De la definición se desprende que la constante dieléctrica es una magnitud adimensional.

2. ¿Cómo explicar la causa de la disminución del campo en el dieléctrico en comparación con el campo en el vacío? La intensidad del campo en el vacío se determina por completo por las cargas en las placas del condensador:

$$E_0 = \sigma/\epsilon_0, \quad (38.2)$$

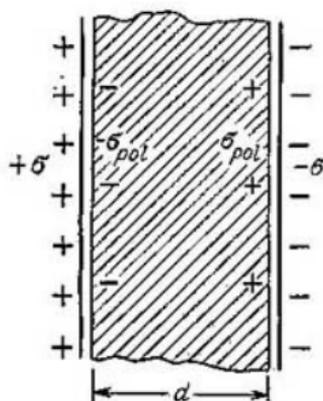


Fig. 38.1.

donde σ es la densidad superficial de las cargas eléctricas libres. La disminución de la intensidad de campo en el dieléctrico puede ser explicada si suponemos que en el dieléctrico surge, bajo la acción del campo eléctrico, una carga polarizante con densidad superficial σ_{pol} (fig. 38.1). Entonces

$$E = (\sigma - \sigma_{pol})/\epsilon_0. \quad (38.3)$$

La aparición en el dieléctrico de la carga polarizante bajo la acción del campo eléctrico exterior, recibe el nombre de *polarización* del dieléctrico.

§ 38.2. Vector de polarización

1. La esencia del fenómeno de polarización, consiste en que las partículas de las que consta el dieléctrico (átomos o moléculas) adquieren un momento dipolar dirigido a lo largo de las líneas de fuerza de campo externo. Para ciertos tipos de dieléctricos el mecanismo de polarización será examinado más adelante. Aquí vamos a introducir una magnitud que caracteriza el grado de polarización del dieléctrico, o sea, *el vector de polarización*.

Denomínase vector de polarización P el momento dipolar de la unidad de volumen del dieléctrico polarizado. Para calcularlo hay que hallar *la suma vectorial* de los momentos dipolares de todas las moléculas o átomos que contiene la unidad de volumen de la sustancia. Para simplificar los razonamientos, supongamos que el dieléctrico es homogéneo, por lo que todas sus moléculas (o átomos) tienen un mismo momento dipolar p_e . Entonces, el vector de polarización

$$P = Np_e/V = np_e, \quad (38.4)$$

donde n es la concentración de moléculas (o átomos).

2. La dimensión del módulo del vector de polarización coincide con la de la densidad superficial de la carga:

$$[P] = [Np_e/V] = [\sigma].$$

Vamos a mostrar que el módulo del vector de polarización es igual a la densidad superficial de una carga polarizada. Para la demostración dirijámonos a la fig. 38.1. Podemos considerar el dieléctrico polarizado como un dipolo que porta la carga polarizada $q_{pol} = \sigma_{pol}S$. El momento de dicho dipolo es igual a $q_{pol}d = \sigma_{pol}Sd =$

= $\sigma_{\text{pol}}V$. Dividiendo el momento dipolar de todo el dieléctrico por su volumen, por definición, obtenemos el módulo del vector de polarización:

$$P = q_{\text{pol}} d/V = \sigma_{\text{pol}} Sd/V = \sigma_{\text{pol}}. \quad (38.5)$$

Poniendo en (38.3) el valor de $\sigma_{\text{pol}} = P$, obtenemos

$$\epsilon_0 E = \sigma - P. \quad (38.6)$$

3. Introduzcamos el vector de desplazamiento D auxiliar, cuyo módulo es igual a la densidad superficial de las cargas libres: $D = \sigma$. Obtenemos

$$\epsilon_0 E = D - P. \quad (38.7)$$

Teniendo en cuenta, que en un dieléctrico homogéneo e isótropo las direcciones de los vectores de intensidad y polarización coinciden, vemos que también el vector de desplazamiento debe tener esa misma dirección. De aquí sigue, que la igualdad (38.7) puede ser escrita en forma vectorial:

$$D = \epsilon_0 E + P. \quad (38.8)$$

§ 38.3. Susceptibilidad eléctrica

1. En la mayoría de los dieléctricos, salvo algunos tipos de cristales (que se denominan sustancias ferroeléctricas), el vector de polarización es proporcional a la intensidad del campo:

$$P = \kappa_e \epsilon_0 E. \quad (38.9)$$

La magnitud κ_e recibe el nombre de *susceptibilidad eléctrica* del dieléctrico. Recomendamos al lector, que mediante el análisis de la dimensión, se cerciore de que la susceptibilidad eléctrica es una magnitud adimensional.

2. Pongamos en la igualdad (38.6) la expresión para el vector de polarización y para la densidad superficial de las cargas eléctricas libres $\sigma = \epsilon_0 E_0 = \epsilon \epsilon_0 E$; obtenemos

$$\epsilon_0 E = \epsilon \epsilon_0 E - \kappa_e \epsilon_0 E.$$

De aquí se deduce que la constante dieléctrica y la susceptibilidad eléctrica de la sustancia están ligadas por la correlación

$$\epsilon = 1 + \kappa_e. \quad (38.10)$$

Recomendamos al lector que en calidad de ejercicio, muestre que los vectores de desplazamiento e intensidad están enlazados por la correlación

$$D = \epsilon \epsilon_0 E. \quad (38.11)$$

§ 38.4. Energía del campo en un dieléctrico

1. La intensidad del campo eléctrico de un condensador plano y la diferencia de potencial en presencia de un dieléctrico se expresa de la siguiente manera:

$$E = \frac{E_0}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0 S}, \quad (38.12)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{qd}{\epsilon \epsilon_0 S}. \quad (38.13)$$

De aquí sigue que la capacidad eléctrica de un condensador plano en presencia de un dieléctrico entre sus placas, es igual a

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}. \quad (38.14)$$

2. La expresión para la energía de un condensador cargado (37.23) queda válida. Pero variará la expresión para la densidad de energía:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{q\varphi}{2V} = \frac{C\varphi^2}{2V} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S \varphi^2}{2d \cdot Sd} = \frac{\epsilon \epsilon_0 \varphi^2}{2d^2}.$$

Pero $\varphi/d = E$, por lo tanto,

$$w = \epsilon \epsilon_0 E^2/2. \quad (38.15)$$

Así, pues, en presencia de un dieléctrico, la densidad de energía del campo eléctrico crece ϵ veces en comparación con la densidad de energía del campo en el vacío, quiera que con ello, el vector de intensidad del campo conserve su magnitud invariable. Por lo contrario, si resulta invariable el vector de desplazamiento, la densidad de energía disminuye ϵ veces. En efecto, en tal caso hay que poner en (38.15), de acuerdo con (38.11), el valor $E = D/\epsilon \epsilon_0$; tendremos

$$w = D^2/2\epsilon \epsilon_0. \quad (38.16)$$

3. Aclaremos, cómo varía la fuerza de interacción entre las placas de un condensador, si el espacio entre ellas se rellena de un dieléctrico gaseoso o líquido. Mediante los

mismos razonamientos que en el § 37.8, llegaremos a la conclusión de que la presión de las fuerzas eléctricas p es igual a la densidad de energía del campo eléctrico, tomada con signo inverso: $p = -w$ (véase (37.27)).

Si las placas del condensador están desconectadas de la fuente de corriente, la carga en las placas del condensador no cambiará; por consiguiente, tampoco variará el vector de desplazamiento que, por definición, es igual a la densidad superficial de la carga en las placas ($D = \sigma$). La fuerza de interacción

$$F = pS = -wS = -\frac{D^2 S}{2\epsilon\epsilon_0} = -\frac{q^2}{2\epsilon\epsilon_0 S} = -\frac{F_0}{\epsilon}. \quad (38.17)$$

De este modo, en tal caso la fuerza de interacción entre las placas, en presencia de un dieléctrico, es ϵ veces *menor* que en el vacío.

Si, por lo contrario, las placas del condensador quedan todo el tiempo conectadas a la fuente de corriente, la diferencia de potencial entre las placas no varía, por lo que tampoco cambia la intensidad del campo. En semejante caso, la fuerza de interacción entre las placas del condensador en presencia de un dieléctrico, resulta ser ϵ veces *mayor* que en el vacío:

$$F = pS = -wS = -\frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} S = -\frac{\epsilon\sigma^2 S}{2\epsilon_0} = \epsilon F_0. \quad (38.17')$$

4. Así, pues, la fuerza de interacción entre los cuerpos cargados, depende de un modo muy complicado de la presencia de un dieléctrico entre ellos. Si cuando hay un dieléctrico el vector de desplazamiento no varía, la fuerza de interacción resulta ser ϵ veces menor que en el vacío; si no varía el vector de intensidad, la fuerza de interacción es ϵ veces mayor que en el vacío.

En todos los demás casos, sólo un detallado análisis permite resolver el problema acerca de si la presencia de un dieléctrico influye sobre la fuerza de interacción entre cuerpos cargados. Una fórmula general, análoga a la ley de Coulomb en el vacío, no puede ser aquí escrita.

§ 38.5. Polarizabilidad de deformación

1. Al introducir la noción de vector de polarización, hemos supuesto que las moléculas o los átomos tienen momento dipolar, dirigido a lo largo de la intensidad del campo (§ 38.2). Aclaremos el mecanismo de polarización de dieléct-

tricos, es decir, la causa del surgimiento de momentos dipolares en las moléculas o los átomos, orientados a lo largo del campo. Para simplificar los razonamientos, vamos a limitarnos a examinar el mecanismo de polarización de los gases, cuando puede ser despreciada la acción de las moléculas vecinas, en comparación con la del campo externo.

Resulta, que son posibles dos mecanismos de polarización, con la particularidad de que en diferentes materias, en función de la estructura de las moléculas, predomina uno u otro de ellos.

2. Los átomos y las moléculas de muchas sustancias tienen estructura simétrica, por lo que carecen de momento dipolar. Bajo la acción del campo eléctrico externo, la nube electrónica del átomo se desplaza, la simetría de su estructura se viola y el átomo adquiere momento dipolar. Como la polarizabilidad de este género se provoca por la deformación de la nube electrónica del átomo, ésta recibe el nombre de polarizabilidad de deformación o electrónica.

El modelo más sencillo de semejante átomo está representado en la fig. 38.2. En el centro del átomo está situado el núcleo de carga positiva, alrededor del cual gira un electrón. Para explicar la estructura de simetría esférica del átomo, es lógico suponer que la órbita del electrón gira continuamente, de forma que éste se desplaza a suficiente velocidad por la esfera, en cuyo centro se encuentra el núcleo. Pero como el centro del núcleo con carga positiva y el centro de la nube electrónica con carga negativa coinciden, el átomo no tiene momento dipolar.

3. En un campo eléctrico externo, sobre el núcleo y el electrón actúan fuerzas dirigidas en direcciones opuestas, por lo que la órbita del electrón se desplaza respecto del núcleo a una distancia l . El átomo adquiere un momento dipolar $p_e = el$. Como fue mostrado en el § 31.3, el momento dipolar del átomo deformado

$$p_e = el = 4\pi r^3 \epsilon_0 E = \alpha \epsilon_0 E, \quad (38.18)$$

donde $\alpha \approx 4\pi r^3$ se denomina polarizabilidad de la molécula. La magnitud del vector de polarización

$$P = np_e = n\alpha \epsilon_0 E. \quad (38.19)$$

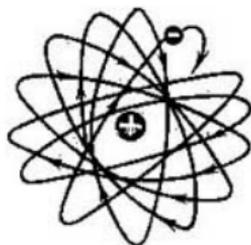


Fig. 38.2.

Comparando esta expresión con (38.9) y (38.10), obtenemos la expresión para la susceptibilidad eléctrica y la permeabilidad de la materia (gas) con moléculas no polares:

$$\kappa_e = n\alpha; \quad \varepsilon = 1 + \kappa_e = 1 + n\alpha. \quad (38.20)$$

4. Apreciemos el resultado obtenido, tomando el radio de átomo igual aproximadamente a $r \approx 10^{-10}$ m, y la concentración de las moléculas de gas $n \approx 2,7 \cdot 10^{25}$ m⁻³. Para la susceptibilidad obtenemos el valor: $\kappa_e \approx 4\pi r^3 n \approx 3 \cdot 10^{-4}$. El orden de la magnitud resulta ser justo: la susceptibilidad eléctrica de hidrógeno a condiciones normales es igual a $2,6 \cdot 10^{-4}$; del helio, $0,7 \cdot 10^{-4}$; del oxígeno, $5,2 \cdot 10^{-4}$; del argón, $5,4 \cdot 10^{-4}$. Tomando en consideración que el modelo del átomo, utilizado en nuestros razonamientos, es muy primitivo, la concordancia entre los datos calculados y experimentales obtenida, debe considerarse buena.

§ 38.6. Polarizabilidad dipolar

1. Gracias a su estructura asimétrica, las moléculas de una serie de sustancias tienen momento dipolar incluso al no haber campo eléctrico externo. Como ejemplo pueden servir las moléculas de agua (momento dipolar $p_e = 6,36 \times 10^{-30}$ C·m), de amoníaco ($4,88 \cdot 10^{-30}$ C·m), de acetona ($9,30 \cdot 10^{-30}$ C·m), alcohol etílico ($5,59 \cdot 10^{-30}$ C·m), benzol ($0,27 \cdot 10^{-30}$ C·m). Las moléculas de este tipo son llamadas *polares*.

Al no haber campo externo, los momentos dipolares de las moléculas polares están dirigidos de modo absolutamente caótico. Por consiguiente, el vector de polarización, igual a la suma vectorial de los momentos dipolares de la unidad de volumen del dieléctrico, resulta igual a cero cuando no hay campo externo. Al introducir una sustancia con moléculas polares en un campo eléctrico, la molécula deberá, primero, deformarse y su momento dipolar, variar; segundo, a cuenta del momento de fuerzas que actúa sobre todo dipolo en el campo eléctrico (§ 37.4), la molécula debe girar de tal forma que su momento dipolar esté orientado a lo largo de las líneas de fuerza del campo. El primer efecto, provocado por la deformación de las moléculas, ya fue examinado en el párrafo anterior. Además, por regla, es mucho más débil que el segundo efecto, llamado *polarizabilidad dipolar*.

El grado de orientación de las moléculas polares en el campo eléctrico, se determina tanto por la intensidad del campo, como por la temperatura de la sustancia. Bajo la acción del campo, los dipolos moleculares giran de forma que el momento dipolar se orienta a lo largo del campo. El movimiento térmico viola este orden, lanzando los momentos de los dipolos moleculares por las más distintas direcciones. La situación es aquí análoga al carácter de distribución de las moléculas de un gas en el campo gravitacional, cuando el campo de fuerzas parece como si "presionara" las moléculas hacia la superficie terrestre, mientras que el movimiento térmico las lanza en todas direcciones (§§ 26.10 y 26.11). Lo mismo que en el caso de actuación del campo gravitacional, la probabilidad de que el dipolo molecular tenga en el campo eléctrico la energía \mathcal{E} , se determina, de acuerdo con la fórmula (26.25), mediante la expresión $w = e^{-\mathcal{E}/kT}$, donde $\mathcal{E} = -p_e E \cos \alpha$ es la energía del dipolo (37.12), T , la temperatura absoluta de la sustancia, k , la constante de Boltzmann.

2. Realicemos un cálculo aproximado. Al no haber campo externo, los dipolos moleculares están dispuestos en completo desorden y podemos considerar que los momentos dipolares están distribuidos uniformemente por todos los ejes de coordenadas, de modo que en la dirección de cualquier eje se sitúa un tercio de los dipolos: $N_x = N_y = N_z = N/3$. Con esto, por término medio, la mitad de los dipolos está orientada a lo largo del eje de coordenadas, la otra mitad, en sentido opuesto a dicho eje.

Introduzcamos el dieléctrico en un campo eléctrico, cuyo vector de intensidad está dirigido a lo largo del eje de abscisas. En semejante caso, el número de dipolos N_1 , dirigidos a lo largo del campo, aumentará un poco, mientras que el número de dipolos N_2 , dirigidos en contra del campo, un poco disminuirá. La magnitud del vector de polarización

$$P = \frac{N_1 p_e - N_2 p_e}{V}. \quad (38.21)$$

De acuerdo con la fórmula (26.26), tenemos

$$N_1 = A e^{-\mathcal{E}_1/kT}, \quad N_2 = A e^{-\mathcal{E}_2/kT}, \quad (38.22)$$

donde A es cierta constante. Para un dipolo, orientado a lo largo del campo, $\alpha = 0$ y su energía $\mathcal{E}_1 = -p_e E$; para el

dipolo, orientado en contra del campo, $\alpha = \pi$ y su energía $\mathcal{E}_2 = p_e \mathcal{E}$.

3. Los momentos dipolares de las moléculas son muy pequeños ($p_e \approx 10^{-30}$ C·m), por lo que aun en campos muy potentes ($E \approx 10^6$ V/m) la energía del dipolo molecular $\mathcal{E} \approx 10^{-24}$ J. Este valor es mucho menor que el de la energía de movimiento térmico a temperatura ambiente:

$$kT = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \approx 4 \cdot 10^{-21} \text{ J.}$$

Esto significa, que la razón $x = -\mathcal{E}/kT$ es una magnitud muy pequeña: $|x| < 10^{-3}$. Para tan pequeños valores de x es válida la correlación $e^x \approx 1 + x$. Escribamos las siguientes expresiones para el número de dipolos orientados a lo largo y en contra del campo:

$$N_1 \approx A(1 + x_1) = A(1 - \mathcal{E}_1/kT) = A(1 + p_e E/kT), \quad (38.23)$$

$$N_2 \approx A(1 + x_2) = A(1 - \mathcal{E}_2/kT) = A(1 - p_e E/kT).$$

Por consiguiente, en campos débiles es justa la igualdad $N_x = N_1 + N_2 = 2A$. Pero como $N_x = N/3$, entonces $2A = N/3$. Así, que

$$A = N/6. \quad (38.24)$$

4. Los valores obtenidos del número de moléculas orientadas a lo largo del campo (N_1) y en contra del campo (N_2), permiten calcular la magnitud del vector de polarización. Poniendo (38.23) y (38.24) en (38.21), obtenemos

$$P = \frac{(N_1 - N_2) p_e}{V} = \frac{2A p_e^2 E}{V kT} = \frac{N p_e^2 E}{3V kT} = \frac{n p_e^2 E}{3kT}. \quad (38.25)$$

De aquí se desprende que la susceptibilidad eléctrica de un gas, constituido por moléculas polares, tiene la forma

$$\kappa_r = \frac{n p_e^2}{3\epsilon_0 kT}. \quad (38.26)$$

A pesar de que al deducir esta fórmula hicimos una serie de suposiciones simplificativas, el resultado obtenido es correcto.

Recibe el nombre de *ley de Debye*, el hecho de que para una concentración invariable de las moléculas (y, por consiguiente, con densidad constante del gas), la susceptibilidad eléctrica varía con la polarizabilidad dipolar inversamente

proporcional a la temperatura absoluta:

$$\kappa_e = B/T, \quad (38.27)$$

donde B es una constante. Este hecho está certificado con fiabilidad experimentalmente para una serie de gases y vapores.

Es natural, que esta ley no se cumple a bajas temperaturas, donde puede resultar que $p_e E \approx kT$. Pero en tal caso, todos nuestros razonamientos resultan ser incorrectos.

Capítulo 39

CORRIENTE CONTINUA

§ 39.1. Campo exterior. Tensión y fem

1. Denomínase *corriente eléctrica* el movimiento ordenado de cargas eléctricas. Si el movimiento ordenado de las cargas surge en un conductor, la corriente eléctrica recibe el nombre de corriente de conducción.

Podemos indicar una serie de factores capaces de provocar el movimiento ordenado de las cargas. Ante todo, estos pueden ser las fuerzas eléctricas (de Coulomb), bajo cuya acción las cargas positivas se ponen en movimiento a lo largo de las líneas de fuerza del campo, las negativas, en contra de las líneas del campo. El campo de estas fuerzas lo llamaremos de Coulomb y la tensión de este campo será designada por E_{Coul} .

Además, sobre las cargas eléctricas pueden actuar fuerzas no electrostáticas, por ejemplo, las magnéticas (véase el cap. 41). La acción de estas fuerzas es análoga a la de cierto campo eléctrico. Llamemos estas fuerzas *exteriores* y el campo que ellas provocan, campo *exterior* con intensidad E^* .

Por fin, el movimiento ordenado de las cargas eléctricas puede surgir también sin la acción de las fuerzas externas, a cuenta de los fenómenos de difusión o de las reacciones químicas en la fuente de corriente. El trabajo que se consume para la ordenación de las cargas eléctricas, es realizado mediante la energía interior de la fuente de corriente. A pesar de que aquí no hay acción directa de cualesquiera fuerzas

sobre las cargas libres, el fenómeno transcurre de tal modo como si sobre las cargas actuara cierto campo exterior. Por esta causa, para la unicidad de razonamientos, en este caso también introduciremos el campo exterior eficaz E^* .

2. La característica energética del campo de Coulomb es el potencial. Introduzcamos magnitudes que puedan servir de característica energética del campo exterior. Según la definición (§ 18.7), la diferencia de potencial es igual a la razón entre el trabajo que realizan las fuerzas de Coulomb al desplazar cierta carga y la magnitud de dicha carga:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = A_{\text{Coul}}/q. \quad (39.1)$$

Si durante el desplazamiento de la carga realizan trabajo no sólo las fuerzas de Coulomb, sino que también las fuerzas exteriores, el trabajo total

$$A = A_{\text{Coul}} + A_{\text{ex}}, \quad (39.2)$$

donde A_{Coul} es el trabajo de las fuerzas de Coulomb, A_{ex} , el trabajo que se efectúa a cuenta de la acción de manantiales no eléctricos de energía, por ejemplo, de las fuerzas magnéticas o bien por la variación de la energía interna durante la difusión de las partículas cargadas, así como también por la variación de la energía interna de las sustancias que toman parte en la reacción química o por la energía de la luz (efecto fotoeléctrico, véase el § 68.1). Dividiendo el primero y segundo miembros de la igualdad (39.2) por la magnitud de la carga variable, obtenemos

$$A/q = A_{\text{Coul}}/q + A_{\text{ex}}/q. \quad (39.3)$$

3. Recibe el nombre de *tensión* en el sector dado del circuito, la magnitud igual a la razón entre el trabajo sumario que se realiza durante el desplazamiento de la carga y la magnitud de dicha carga:

$$u = A/q. \quad (39.4)$$

Denominamos *fuerza electromotriz* (fem) en el sector dado, la magnitud igual al cociente entre el trabajo realizado por fuentes no eléctricas de energía al desplazarse la carga y la magnitud de esta carga:

$$\mathcal{E} = A_{\text{ex}}/q. \quad (39.5)$$

De la definición de estas magnitudes se desprende que tanto la tensión, como la fem se miden en el SI en voltios.

4. Comparando las expresiones (39.3), (39.4) y (39.5), obtenemos

$$u = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}. \quad (39.6)$$

Así, pues, la tensión en un sector del circuito es igual a la suma de la diferencia de potencial y la fuerza electromotriz.

Son posibles los siguientes casos particulares:

a) Si el sector del circuito es homogéneo y en él no actúan fuerzas exteriores, la fem es igual a cero y la tensión, a la diferencia de potencial:

$$u_{\text{hom}} = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (39.7)$$

b) En un circuito cerrado la tensión es igual a la suma algebraica de las fem. En efecto, sea que un circuito cerrado consta de tres sectores, entonces

$$\begin{aligned} u_1 &= \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_1, & u_2 &= \varphi_2 - \varphi_3 + \mathcal{E}_2, \\ u_3 &= \varphi_3 - \varphi_1 + \mathcal{E}_3. \end{aligned}$$

El trabajo para desplazar la carga por un circuito cerrado es igual a la suma de los trabajos en los sectores; por lo tanto

$$u_{\text{cerr}} = u_1 + u_2 + u_3 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3. \quad (39.8)$$

5. Como mostramos en el § 37.3, la intensidad de un campo de Coulomb $E_{\text{Coul}} = -d\varphi/dn$. Derivando (39.6), se tiene

$$du/dn = -d\varphi/dn + d\mathcal{E}/dn. \quad (39.9)$$

Por analogía, la intensidad del campo sumario

$$E = du/dn, \quad (39.10)$$

la intensidad del campo exterior

$$E^* = d\mathcal{E}/dn. \quad (39.11)$$

Teniendo en cuenta estas definiciones, la expresión (39.9) se puede escribir de la forma siguiente:

$$E = E_{\text{Coul}} + E^*, \quad (39.12)$$

es decir, la intensidad del campo sumario es igual a la suma de las intensidades de los campos de Coulomb y exterior.

§ 39.2. Intensidad y densidad de corriente

1. La característica cuantitativa de la corriente es una magnitud igual a la razón entre la carga Δq , que se transporta por la sección transversal del conductor durante el tiempo Δt , y dicho intervalo de tiempo:

$$i = \Delta q / \Delta t. \quad (39.13)$$

Esta magnitud ha sido denominada *intensidad de corriente*.

El valor preciso de la intensidad de corriente será obtenido si pasamos en la expresión (39.13) al límite, a condición de que el intervalo de tiempo Δt sea infinitamente pequeño:

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} = q'(t). \quad (39.14)$$

2. Si la intensidad de corriente y su dirección no varían con el tiempo, ésta recibe el nombre de corriente continua, para la que

$$i = q/t. \quad (39.15)$$

Señalemos que en un circuito no ramificado de corriente continua, la intensidad de corriente es la misma en todas las secciones del conductor. En efecto, la carga Δq_1 que se desplaza por la sección S_1 del conductor por el tiempo Δt , debe ser igual a la carga Δq_2 , que pasa por la sección S_2 durante ese mismo intervalo de tiempo. En caso contrario, en el volumen del conductor entre las dos secciones se acumularía la carga, variaría el campo eléctrico, lo que a su vez, provocaría la variación de la corriente, lo que contradice a la condición de su constancia. Pero de $\Delta q_1 = \Delta q_2$ se desprende: $\Delta q_1 / \Delta t = \Delta q_2 / \Delta t$ o bien $i_1 = i_2$, lo que queríamos demostrar.

3. En el SI la unidad de intensidad de corriente es *el amperio* (A), que es la intensidad de corriente eléctrica continua con la que por la sección transversal del conductor pasa por segundo una carga de un culombio:

$$1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}.$$

4. En algunos casos es más cómodo hacer uso de una magnitud llamada *densidad de corriente*. La densidad media de corriente es igual a la razón entre la intensidad de corrien-

te y el área de la sección transversal de conductor:

$$j = i/S. \quad (39.16)$$

En el SI la unidad de densidad de corriente es A/m².

5. Expresemos la intensidad de corriente y la densidad de corriente, mediante la velocidad de movimiento ordenado de las cargas libres en el conductor. Sea la concentración de éstas igual a $n = \Delta N/\Delta V$, donde ΔV es una parte del volumen del conductor; la carga eléctrica de un portador libre de la corriente es igual a e , mientras que la velocidad media de su movimiento ordenado es igual a \bar{v} . Entonces, durante el tiempo Δt por la sección S pasará una carga $\Delta q = e \Delta N = en \Delta V = en S\bar{v} \Delta t$. La intensidad de corriente

$$i = \Delta q/\Delta t = en S\bar{v}. \quad (39.17)$$

La densidad de corriente

$$j = i/S = en \bar{v}. \quad (39.18)$$

Estas expresiones nos serán necesarias más adelante al considerar una serie de problemas.

6. Valoremos la velocidad media del movimiento ordenado de los electrones de conducción en los metales. La concentración de los electrones libres debe coincidir aquí, aproximadamente, con la concentración de átomos $n = 10^{28} \dots 10^{29} \text{ m}^{-3}$. La mayor densidad de corriente en los conductores metálicos es de unos $10 \text{ A/mm}^2 = 10^7 \text{ A/m}^2$. Entonces

$$\bar{v} = \frac{j}{en} \approx \frac{10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{28}} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} = 6 \text{ mm/s}.$$

Los experimentos han confirmado el orden de la magnitud obtenida. Tan pequeña velocidad del movimiento ordenado de los electrones de conducción contradice, a primera vista, el hecho de que al conectar un circuito eléctrico, la corriente se establece de modo instantáneo. En esto nada hay paradójico. La cuestión radica en que el campo eléctrico, creado por el manantial de corriente, surge prácticamente al mismo tiempo por todo el circuito, por esta causa simultáneamente a los vectores de las velocidades del movimiento térmico de los electrones, en cualquier sector de circuito, se adiciona el vector de velocidad del movimiento ordenado, cuyo módulo es igual a unos 6 mm/s.

§ 39.3. Ley de Ohm para un sector homogéneo del circuito

1. El lector ya conoce una de las fundamentales leyes de los circuitos de corriente continua, es decir, la ley de Ohm para un sector homogéneo de un circuito. La esencia de esta ley consiste en lo siguiente. Sea que tenemos un conductor homogéneo, que puede ser un trozo de metal homogéneo de sección invariable, todos los puntos del cual tienen la misma temperatura. Si en los extremos de este conductor se mantiene una diferencia constante de potencial $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, por el conductor fluirá una corriente i , cuya intensidad será proporcional a dicha diferencia de potencial:

$$i = G \Delta\varphi = \Delta\varphi/R. \quad (39.19)$$

Así, pues, en un sector homogéneo del circuito, la intensidad de corriente es proporcional a la diferencia de potencial en sus extremos.

2. El coeficiente G se denomina *conductividad eléctrica*. La magnitud inversa

$$R = 1/G = \Delta\varphi/i \quad (39.20)$$

recibe el nombre de *resistencia eléctrica* (o simplemente resistencia).

§ 39.4. Resistencia

1. Como ya sabe el lector, la resistencia de un conductor metálico es proporcional a su longitud l e inversamente proporcional a su sección transversal S :

$$R = \rho l/S. \quad (39.21)$$

El conductor cuya resistencia se determina por la expresión (39.21), a veces se denomina *resistor*. La magnitud ρ se llama *resistencia específica (resistividad)* de conductor.

La magnitud inversa

$$\gamma = 1/\rho \quad (39.22)$$

recibe el nombre de *conductividad específica*.

2. En Sistema Internacional de unidades, la resistencia se mide en *ohmios*. El ohmio (Ω) es una resistencia del conductor, en el que la corriente es igual a 1 A, si en sus extremos se mantiene una diferencia de potencial de 1 V:

$$1 \text{ ohmio} = 1 \text{ V/1 A,}$$

La unidad de resistividad en el SI es un $\Omega \cdot m$:

$$[\rho] = [RS/l] = \Omega \cdot m^2/m = \Omega \cdot m.$$

En la práctica se usa con frecuencia una unidad un millón de veces menor:

$$1 \Omega \cdot mm^2/m = 10^{-6} \Omega \cdot m.$$

3. En un intervalo suficientemente amplio de temperaturas, lejanas del cero absoluto, la resistencia específica de conductores metálicos es una función lineal de la temperatura t (según la escala de Celsius):

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t) \approx \rho_0 \alpha T. \quad (39.23)$$

(En efecto, ya que $\alpha \approx (4 \dots 5) \cdot 10^{-3} \text{ C}^{-1} \approx \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}$, en-

tonces $1 + \alpha t \approx 1 + \frac{t}{273} = \frac{T}{273} \approx \alpha T$).

§ 39.5. Ley de Ohm en forma diferencial

1. Transformemos en cierto grado la ley de Ohm para un sector del circuito. Con este fin en la fórmula (39.19) expresaremos la intensidad de corriente con ayuda de la densidad de corriente según (39.16), la resistencia, haciendo uso de las propiedades del conductor de acuerdo con (39.21), mientras que la diferencia de potencial será expresada por intermedio de la intensidad del campo (37.9); obtendremos $jS = EIS/\rho l$ o bien, después de ciertas simplificaciones, $j = E/\rho$. Expresando en esta fórmula la resistividad por medio de la conductividad, según (39.22), obtenemos

$$j = \gamma E. \quad (39.24)$$

De esta manera, *la densidad de corriente es proporcional a la intensidad del campo en el punto dado de conductor*. Esta expresión ha recibido el nombre de ley de Ohm en forma diferencial.

2. Poniendo en (39.24) la expresión (39.18) para la densidad de corriente, tenemos $en\bar{v} = \gamma E$, de donde sigue que

$$\bar{v} = \gamma E/en. \quad (39.25)$$

Así, pues, resulta que *la velocidad media del movimiento ordenado de las cargas libres en un conductor* (por ejemplo, de

los electrones libres en los metales) es proporcional a la intensidad del campo eléctrico en dicho conductor.

3. La razón entre la velocidad media del movimiento ordenado de las cargas libres y la intensidad del campo en el conductor es denominada *movilidad* de la carga:

$$b = \bar{v}/E = \gamma/en. \quad (39.26)$$

§ 39.6. Ley de Ohm para un sector heterogéneo del circuito y para un circuito cerrado

1. En realidad, en la fórmula (39.24) figura la intensidad del campo de Coulomb, ya que dicha expresión fue obtenida de la ley de Ohm para un sector homogéneo de la red, donde sólo actúa el campo de Coulomb. No obstante, es por completo indiferente qué campo actúa sobre las cargas: de Coulomb, exterior o sumario. De aquí se desprende, que si en el sector dado del circuito no sólo actúa el campo de Coulomb, sino que también el exterior (sector heterogéneo del circuito), *la velocidad de movimiento de las cargas y, correspondientemente, la densidad de corriente serán proporcionales a la intensidad del campo sumario.*

Poniendo en (39.24) el valor de la intensidad del campo sumario (39.10) y la densidad de corriente (39.16), obtenemos $i/S = \gamma u/l$, de donde se deduce que

$$u = il/\gamma S = i\rho l/S = iR. \quad (39.27)$$

2. De forma que para un sector heterogéneo del circuito, la ley de Ohm tomará el aspecto

$$i = u/R. \quad (39.28)$$

Sustituyendo el valor de la tensión de (39.6), la ley de Ohm puede ser escrita de la siguiente forma

$$i = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R}. \quad (39.29)$$

En este caso hay que prestar atención al signo de la fem. Si la dirección del vector de intensidad del campo ajeno coincide con la del vector de intensidad del campo de Coulomb, la fem y la diferencia de potencial tienen el mismo signo, en el caso contrario sus signos son opuestos.

3. En un circuito cerrado, la diferencia de potencial es nula, ya que el campo coulombiano es conservativo. Por

consiguiente, la ley de Ohm toma la siguiente forma para un circuito cerrado

$$i = \mathcal{E}/R. \quad (39.30)$$

Por R debemos entender aquí la resistencia total del circuito, incluida la resistencia del manantial de corriente, por \mathcal{E} , la suma algebraica de las fem. Con frecuencia la ley de Ohm para un circuito cerrado se escribe en la forma.

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R+r}. \quad (39.31)$$

Por R entendemos aquí la resistencia de todos los resistores que constituyen el circuito (resistencia de carga), mientras que por r , la resistencia interior de la fuente de corriente:

§ 39.7. Ley de Joule—Lenz

1. En los resistores transcurre una transformación irreversible de la energía de la corriente eléctrica en energía interior del conductor. El mecanismo de este fenómeno será aclarado en el § 44.6, en tanto que aquí sólo examinaremos ciertas correlaciones cuantitativas.

Si los conductores están inmóviles y bajo la acción de la corriente no se producen en ellos reacciones químicas, la temperatura del conductor variará. La variación de la energía interna del conductor (cantidad de calor) Q es igual al trabajo A , que realiza el campo sumario al desplazarse las cargas:

$$Q = A = qu = iut. \quad (39.32)$$

Empleando la ley de Ohm (39.28), obtenemos dos expresiones equivalentes:

$$Q = i^2Rt = u^2t/R. \quad (39.33)$$

Esta es la expresión de la ley de Joule—Lenz. Notemos, que aquí la cantidad de calor Q está expresada en julios, como está aceptado en el Sistema Internacional de unidades.

2. Para calcular la acción térmica de la corriente es natural que sea posible hacer uso de las dos fórmulas (39.33). Si hay que comparar dos resistores según el carácter de los procesos térmicos que en ellos transcurren, es preciso aclarar de antemano: ¿fluye por ellos una corriente igual o se hallan bajo igual tensión?

Si por dos resistores pasan corrientes iguales, de acuerdo con la fórmula

$$Q = i^2Rt$$

crecerá más la energía interna del resistor con mayor resistencia. Con semejante caso tropezamos, por ejemplo, al conectar los resistores en serie.

Si los dos resistores se encuentran bajo una tensión igual, según la fórmula

$$Q = u^2 t / R$$

se calentará más el resistor con menor resistencia. Semejante efecto se observa con la conexión en paralelo de los resistores.

§ 39.8. Carga y descarga de un condensador

1. Examinemos un circuito constituido por un resistor, condensador y una fuente de corriente (fig. 39.1). Supongamos que en el momento inicial el condensador no está cargado, entonces la diferencia de potencial entre sus armaduras es igual a cero.

Al cerrar el circuito, por el conductor fluirá la corriente $i_0 = \mathcal{E} / R$, ya que el condensador no está cargado. A medida que el

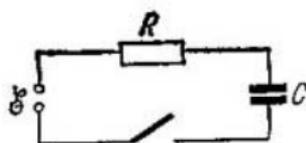


Fig. 39.1.

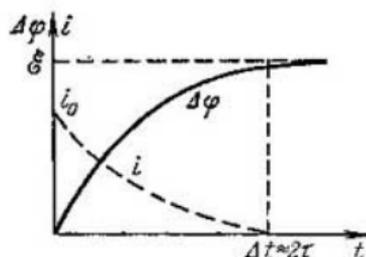


Fig. 39.2.

condensador se carga, entre sus armaduras se creará diferencia de potencial y el campo de Coulomb se opondrá al desplazamiento de las cargas libres, disminuyendo con esto la corriente en el circuito. De acuerdo con la ley de Ohm, tenemos

$$i = \frac{\mathcal{E} - \Delta\phi}{R}.$$

Cuando la diferencia de potencial entre las armaduras del condensador sea igual a la fem de la fuente, la corriente cesará. La gráfica de variación del potencial y la corriente se muestra en la fig. 39.2.

2. El cálculo preciso de los fenómenos en el circuito por métodos elementales es imposible. Sin embargo, haciendo uso de la ley de conservación de la energía puede ser, aproximadamente, apreciado el intervalo de tiempo Δt , durante el cual el condensador se carga.

En realidad, el trabajo realizado por la fuente de corriente durante dicho tiempo es igual a la variación de la energía interna del resistor más la variación de la energía del condensador:

$$A = Q + \frac{1}{2} C \varphi^2.$$

El potencial definitivo del condensador es igual a la fem de la fuente, mientras que el trabajo de la fuente y la variación de la energía interna del resistor pueden ser expresados con ayuda de la intensidad media de corriente:

$$i_m \mathcal{E} \Delta t = i_m^2 R \Delta t + \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2.$$

De manera aproximada se puede hacer que $i_m \approx i_0/2 = \mathcal{E}/2R$. Entonces

$$\frac{\mathcal{E}^2}{2R} \Delta t \approx \frac{\mathcal{E}^2 R \Delta t}{4R^2} + \frac{C \mathcal{E}^2}{2},$$

o bien

$$\Delta t \approx 2RC = 2\tau. \quad (39.34)$$

El producto $\tau = RC$ se llama *constante de tiempo* para un circuito formado de un resistor y condensador, o bien *tiempo de relajación*. Esta magnitud es la característica del intervalo de tiempo, durante el cual en el circuito se establece el estado de equilibrio.

3. Recomendamos al lector que por su cuenta aprecie el tiempo, durante el cual el condensador cargado se descarga por el resistor. Con este fin, hay que igualar la energía del condensador cargado con la variación de la energía interna del resistor. Para simplificar el cálculo hagamos $i_m \approx \varphi_0/2R$; entonces resulta que el tiempo de descarga del condensador $\Delta t \approx 2RC \approx 2\tau$.

Capítulo 40

CAMPO MAGNÉTICO EN EL VACÍO

§ 40.1. Interacción de corrientes.

Fuerzas magnéticas

1. Tensemos dos cintas largas de lámina de estaño, paralelas entre sí y conectémoslas a una fuente de corriente. Si por los dos conductores pasan corrientes de igual dirección, las cintas se atraerán. Pero si las corrientes fluyen en direcciones opuestas por los conductores, éstos se repelerán. Trate-mos de explicar la causa de este fenómeno.

En los metales hay electrones libres (gas electrónico) distribuidos por el interior de la red iónica. La carga sumaria de la red iónica de carga positiva y del gas electrónico de carga negativa es igual a cero; las cargas están distribuidas uniformemente en el conductor, de forma que en el sistema no hay momento dipolar. Gracias a esto, la inten-

sidad sumaria del campo eléctrico de la red iónica y del gas electrónico fuera del conductor es igual a cero y alrededor del conductor no hay campo eléctrico. Precisamente por esta razón, al no haber corriente, los conductores no interactúan entre sí.

Sin embargo, al haber corriente, es decir, cuando transcurre el movimiento ordenado de electrones libres, entre los conductores surge una fuerza de interacción. Esto nos lleva a la conclusión de que *las fuerzas de interacción entre las cargas eléctricas en movimiento se distinguen de las fuerzas de interacción entre cargas inmóviles.*

Las fuerzas de interacción complementarias que surgen entre las cargas eléctricas en movimiento se suelen llamar, por razones históricas, *fuerzas magnéticas*. La cosa es, que sobre un conductor con corriente situado junto a un imán permanente actúan fuerzas análogas.

2. Hay que prestar atención al hecho de que, basándonos en la mecánica newtoniana, es imposible explicar el origen de las fuerzas magnéticas. En efecto, en la mecánica newtoniana las fuerzas de interacción sólo están relacionadas con la aceleración. Por esta causa, de acuerdo con la mecánica newtoniana, las fuerzas de interacción entre cargas en movimiento uniforme no deberían diferenciarse de las fuerzas de interacción entre las cargas inmóviles, lo que no corresponde al experimento.

Podemos examinar este problema desde otro punto de vista. En la mecánica newtoniana, la fuerza es función de la distancia entre los cuerpos en interacción y de sus velocidades relativas. Pero las distancias entre los electrones de conducción no varían al surgir la corriente; su velocidad relativa uno respecto al otro sigue siendo nula. Parece, como si no pudieran aparecer otras fuerzas adicionales.

Sin embargo, la experiencia certifica que durante el movimiento de los electrones entre ellos surgen fuerzas que no existían al no haber corriente. De este modo, queda demostrado el carácter limitado de la mecánica newtoniana y la ineptitud de sus representaciones para explicar la interacción magnética.

3. En los siguientes párrafos mostraremos que en los ámbitos de las representaciones de la teoría de la relatividad se obtiene una interpretación correcta de la interacción magnética. Las regularidades obtenidas sobre esta base, resultan estar en completa correspondencia con el experimento.

§ 40.2. Ley de transformación para la cantidad de movimiento transversal y la fuerza transversal

1. En los caps. 12 y 13 dedujimos transformaciones relativistas para las coordenadas y el tiempo, es decir, las transformaciones de Lorentz (§ 12.6), así como las expresiones para la cantidad de movimiento y la fuerza (§§ 13.1 y 13.2). Hallemos las transformaciones para las proyecciones de la cantidad de movimiento y la fuerza a lo largo del eje de la

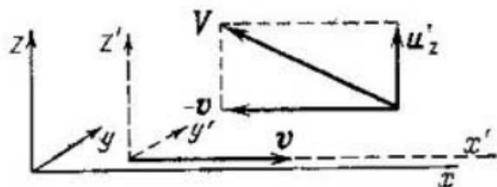


Fig. 40.1.

z-coordinada, es decir, para la cantidad de movimiento transversal y la fuerza transversal. Sea que cierto cuerpo (con mayor precisión, un punto material) de masa m_0 se mueve a la velocidad $u_z = \Delta z / \Delta t$ a lo largo del eje de la z-coordinada. Entonces la proyección de su cantidad de movimiento en este eje

$$p_z = mu_z = \frac{m_0 u_z}{\sqrt{1 - u_z^2/c^2}}. \quad (40.1)$$

La proyección de la fuerza en ese mismo eje

$$F_z = \frac{dp_z}{dt}. \quad (40.2)$$

Examinemos cuáles serán las componentes de la cantidad de movimiento p'_z y de la fuerza F'_z en otro sistema de referencia, en movimiento uniforme a lo largo del eje de abscisas a una velocidad v (fig. 40.1).

2. Como examinamos el movimiento del cuerpo sólo por el eje de z-coordenada, la abscisa del cuerpo no varía ($x = \text{const}$). De acuerdo con las transformaciones de Lorentz, aquí

$$z' = z, \quad \Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (40.3)$$

la proyección de la velocidad del cuerpo en el eje de la z -coordenada del nuevo sistema de referencia

$$u'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt} \sqrt{1 - v^2/c^2} = u_z \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (40.4)$$

En el nuevo sistema, la masa será

$$m' = \frac{m_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}. \quad (40.5)$$

Indiquemos que en las fórmulas (40.3) y (40.5) figuran distintas velocidades. La cuestión radica en que siempre consideramos que el reloj está en reposo respecto del sistema de referencia, por lo que en la ley de transformación del tiempo, entra la velocidad de movimiento de un sistema de referencia con relación a otro v . En lo que se refiere al cuerpo, éste se mueve respecto de los dos sistemas de referencia: en lo que atañe a xyz , a la velocidad u_z , con relación a $x'y'z'$, a la velocidad $V = \sqrt{v^2 + (u'_z)^2}$ (fig. 40.1). Esta es la velocidad que entra en la ley de transformación de la masa.

Más adelante, tenemos

$$\begin{aligned} 1 - \frac{V^2}{c^2} &= 1 - \frac{v^2}{c^2} - \frac{(u'_z)^2}{c^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} - \frac{u_z^2}{c^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \\ &= \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \left(1 - \frac{u_z^2}{c^2}\right). \end{aligned}$$

Sustituyendo en (40.5) y teniendo en cuenta (40.1), obtenemos:

$$m' = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2} \sqrt{1 - u_z^2/c^2}} = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (40.6)$$

Hallemos la cantidad de movimiento transversal en el nuevo sistema de referencia. Haciendo uso de (40.4) y (40.6), tenemos

$$p'_z = m' u'_z = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} u_z \sqrt{1 - v^2/c^2} = m u_z = p_z. \quad (40.7)$$

De forma, que al pasar de un sistema de referencia a otro *la cantidad de movimiento transversal no varía*.

3. La fuerza transversal en el nuevo sistema de referencia tiene la forma

$$F'_z = \frac{dp'_z}{dt'} = \frac{dp_z}{dt} \sqrt{1 - v^2/c^2} = F_z \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (40.8)$$

Así, pues, a diferencia de la mecánica newtoniana, en la teoría de la relatividad *la fuerza transversal depende de la velocidad*, lo que permite explicar el origen de las fuerzas magnéticas.

§ 40.3. Interacción entre cargas en movimiento

1. Supongamos que dos cargas puntuales Q y q están a una distancia r la una de la otra e inmóviles con relación

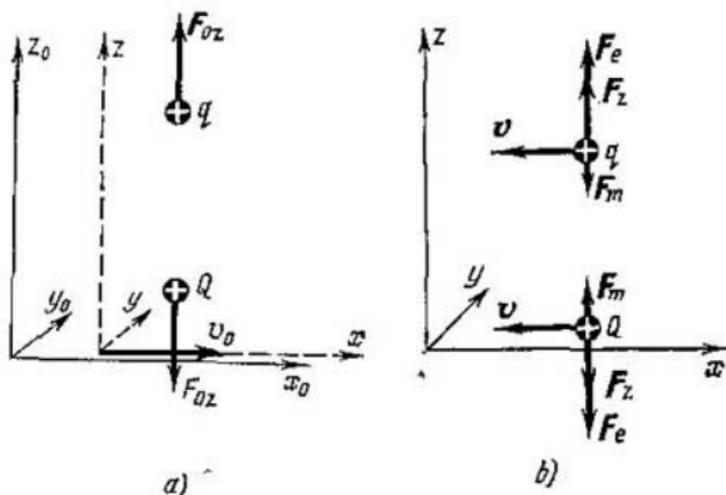


Fig. 40.2.

al sistema de referencia $x_0y_0z_0$ (fig. 40.2, a). En este caso, entre las cargas actúa la fuerza de Coulomb:

$$F_{0z} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (40.9)$$

Veamos qué fuerzas actúan sobre estas mismas cargas en el sistema de referencia xyz , que se desplaza a lo largo del eje de abscisas, a la derecha, a una velocidad v_0 (fig. 40.2, b). De acuerdo con (40.8), tenemos

$$F_z = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sqrt{1 - v_0^2/c^2}. \quad (40.10)$$

2. En lo que atañe al sistema xyz las cargas Q y q se mueven a una velocidad $v = -v_0$, siendo paralelas entre

si. Resulta que la fuerza de interacción entre las cargas en este sistema de referencia es menor que en el sistema $x_0y_0z_0$, respecto del cual están en reposo. Multiplicando el numerador y denominador en la expresión (40.10) por $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ y desarrollando el numerador en dos términos, obtenemos

$$F_z = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{qQv^2}{4\pi\epsilon_0 r^2 c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (40.11)$$

3. El primer término de esta expresión puede ser considerado como *la componente eléctrica de la fuerza transversal*:

$$F_e = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}} = qE, \quad (40.12)$$

donde E es la intensidad del campo eléctrico transversal en el sistema de referencia xyz :

$$E = \frac{F_e}{q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (40.13)$$

El segundo término de (40.11) puede ser considerado como *la componente magnética de la fuerza transversal*:

$$F_m = \frac{qQv^2}{4\pi\epsilon_0 r^2 c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (40.14)$$

4. Después de dividir (40.14) por (40.12), obtenemos la razón entre la componente magnética y eléctrica:

$$F_m/F_e = v^2/c^2. \quad (40.15)$$

Así, pues, la componente magnética de la fuerza transversal es mucho menor que la eléctrica. Por esta razón, al calcular la fuerza de interacción entre las cargas libres, con la primera aproximación, podemos despreciar las fuerzas magnéticas y hacer los cálculos mediante las conocidas fórmulas de electrostática. Sin embargo, cuando las cargas se mueven por el conductor, las fuerzas eléctricas quedan compensadas (§ 40.1), por lo que resta una sola fuerza magnética. Este hecho explica la interacción magnética de los conductores con corriente, así como en otros casos de interacciones magnéticas: en los electroimanes, electromotores, etc.

§ 40.4. Vector de inducción del campo magnético. Líneas de fuerzas

1. Escribamos la expresión (40.14) de la siguiente forma:

$$F_m = qv \frac{Qv}{4\pi\epsilon_0 r^2 c^2 \sqrt{1-v^2/c^2}} = qvB, \quad (40.16)$$

donde la magnitud

$$B = \frac{Qv}{4\pi\epsilon_0 r^2 c^2 \sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{\mu_0 Qv}{4\pi r^2 \sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (40.17)$$

recibe el nombre de *inducción del campo magnético*, mientras que $\mu_0 = 1/(\epsilon_0 c^2)$, *permeabilidad magnética*. De esta manera, como para la descripción de la interacción eléctrica fue introducida la noción de campo eléctrico, para describir la interacción magnética introduciremos el concepto de campo magnético. A saber: supongamos que *alrededor de la carga en movimiento Q surge un campo magnético*; a su vez, *este campo actúa sobre la carga en movimiento q* .

El vector de inducción es la característica de fuerza del campo magnético, lo mismo que el vector de intensidad caracteriza la fuerza del campo eléctrico.

2. La inducción del campo magnético es igual a la razón entre la fuerza magnética y el producto de la carga por su velocidad, a condición de que la carga se mueva perpendicularmente al vector de inducción:

$$B = \frac{F_m}{qv_{\perp}}. \quad (40.18)$$

La unidad de inducción del campo magnético en el SI se llama *tesla* (T), y es la inducción de un campo que actúa sobre una carga de 1 C en movimiento a una velocidad de 1 m/s perpendicularmente al vector de inducción, con una fuerza transversal de 1 N:

$$1\text{T} = \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{C}\cdot\text{m}} = \frac{\text{N}}{\text{A}\cdot\text{m}} = \frac{\text{J}\cdot\text{s}}{\text{C}\cdot\text{m}^2} = \frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{m}^2}.$$

3. La dirección del vector de inducción del campo magnético se determina del modo siguiente. Sea que la carga positiva Q se mueve a una velocidad v ; el radio vector r es perpendicular al vector v y está dirigido de la carga a un punto del campo; entonces, el vector B estará dirigido perpendicularmente al plano donde se encuentran los vectores v y r y forma con ellos un sistema *dextrógiro*: si un tornillo con

rosca a derechas se enrosca en dirección hacia el vector v , mientras que la manecilla se dirige a lo largo del radio vector r , el sentido de su rotación coincide con la dirección del vector B (fig. 40.3). Esta regla recibió el nombre de "regla del sacacorchos".

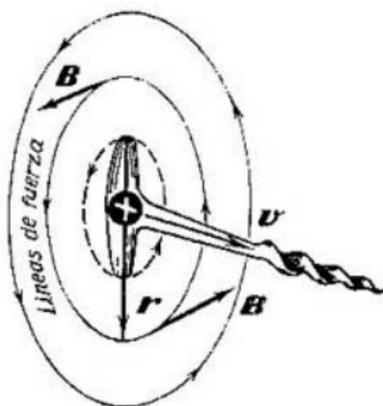


Fig. 40.3.

4. Para la representación evidente de los campos eléctricos, fue introducida la noción de líneas de fuerza (§ 37.1). Partiendo de las mismas consideraciones, introducimos el concepto de *línea de fuerza del campo magnético*, como una curva cuya tangente en cada punto coincide con la dirección del vector de inducción del campo magnético.

De las consideraciones de simetría, vemos que las líneas de fuerza del campo magnético, creado alrededor de una carga en movimiento rectilíneo, son de por sí circunferencias concéntricas.

§ 40.5. Campo magnético de un conductor con corriente

1. Si por un conductor fluye la corriente, alrededor de éste surge un campo magnético, digamos, de "pura forma", es decir, sin la componente eléctrica. El motivo de aparición de semejante campo puede ser comprendido partiendo del mecanismo de conducción. Para mayor precisión, examinemos el fenómeno en un conductor metálico. La corriente en tal conductor es el movimiento ordenado de electrones libres. Más arriba fue mostrado (véase (40.13)) que la intensidad del campo eléctrico transversal de una carga en movimiento, es algo mayor que la intensidad de una carga inmóvil. Pero la velocidad de movimiento de los electrones de conducción es insignificante en comparación con la velocidad de la luz (§ 39.2), de manera que, prácticamente, la intensidad del campo eléctrico de los electrones de conducción, incluso al haber corriente, compensa la intensidad del campo de la red iónica, lo mismo que esto sucedió al no

haber corriente. Sólo la inducción del campo magnético de las corrientes de conducción queda no compensada. Por consiguiente, observaremos en este caso el campo magnético en "pura forma", sin la componente eléctrica (fig. 40.4).

Recomendamos que el lector se cerciore por su cuenta de que en los electrólitos, donde la corriente es el movimiento ordenado de iones positivos y negativos en direcciones opuestas, el mecanismo de surgimiento del campo magnético es el mismo: las componentes eléctricas del campo se compensan recíprocamente, mientras que las magnéticas, se suman.

2. Sea que la corriente i pasa por un conductor en forma de anillo de radio a (fig. 40.5). El centro del anillo coincide con el origen de coordenadas, el conductor yace en el plano yz , por lo que el eje de abscisas será el eje de simetría. Cal-

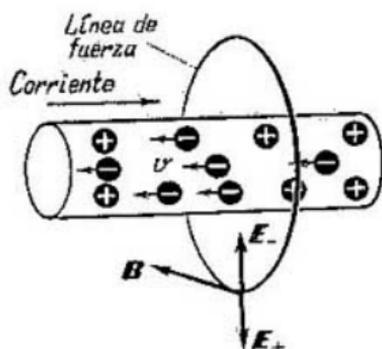


Fig. 40.4.

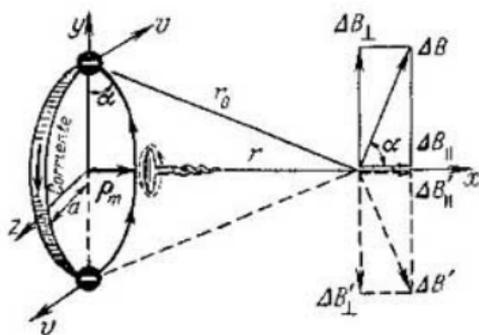


Fig. 40.5.

culamos la inducción del campo en un punto de este eje tomado al azar.

La inducción del campo de cierto electrón arbitrario puede ser hallada por la fórmula (40.17). Haciendo $Q = e$ (carga del electrón) y teniendo en cuenta que la velocidad de un electrón de conducción es menor que la de la luz en el vacío,

tenemos

$$\Delta B = \frac{\mu_0 e v}{4\pi r_0^2}. \quad (40.19)$$

3. El vector de inducción ΔB está dirigido perpendicularmente al radio r_0 . Descompongamos este vector en dos: a lo largo del eje de simetría $\Delta B_{\parallel} = \Delta B \cos \alpha$ y perpendicular a él $\Delta B_{\perp} = \Delta B \sin \alpha$ (fig. 40.5). Para cada electrón se puede hallar un electrón simétrico, situado en el extremo opuesto del diámetro y que está en movimiento en dirección contraria. De la simetría vemos, que

$$\Delta B'_{\parallel} = \Delta B_{\parallel}, \quad \Delta B'_{\perp} = -\Delta B_{\perp}.$$

Sumemos los vectores de inducción creados por todos los electrones de conducción. Está claro que *la suma de todas las componentes transversales del vector de inducción es nula*. Sólo queda *la componente longitudinal del vector de inducción*, dirigida a lo largo del eje de simetría:

$$B_{\parallel} = N \Delta B_{\parallel} = N \Delta B \cos \alpha, \quad (40.20)$$

donde N es el número de electrones de conducción en el conductor.

4. Sea igual a s la sección transversal del conductor y por lo tanto, su volumen $V = 2\pi a s$, mientras que la cantidad de electrones en él $N = nV = 2\pi n a s$. Teniendo en cuenta que $\cos \alpha = a/r_0$, transformamos la expresión (40.20):

$$B_{\parallel} = \frac{\mu_0 \cdot e n v s \cdot 2\pi a^2}{4\pi r_0^2}.$$

Pero $e n v s = i$ es la intensidad de corriente en el conductor (véase (39.17)), por esta causa

$$B_{\parallel} = \frac{2\mu_0 i \cdot \pi a^2}{4\pi r_0^2}. \quad (40.21)$$

Cuando el punto del campo, donde se calcula el vector de inducción, está situado lejos del centro de la corriente circular, es decir, a una distancia $r = \sqrt{r_0^2 - a^2} \gg a$, podemos, aproximadamente, hacer $r \approx r_0$ y sustituir en la expresión (40.21) la distancia desde el punto del campo hasta el conductor por la distancia desde el punto del campo hasta el centro de la corriente circular:

$$B_{\parallel} = \frac{2\mu_0 i \cdot \pi a^2}{4\pi r^2}. \quad (40.22)$$

La fórmula obtenida recuerda en alto grado la expresión para la intensidad del campo eléctrico en el eje de un dipolo eléctrico: $E_{\parallel} = 2p_e/4\pi\epsilon_0 r^3$ (véase (10.10)). Por cierto, que esta última también es sólo justa para los puntos del campo situados lejos del centro del dipolo.

§ 40.6. Momento magnético

1. Llamemos *momento magnético* de un cuadro con corriente el producto de la corriente por el área del cuadro:

$$p_m = iS. \quad (40.23)$$

Para la corriente circular $p_m = \pi a^2 i$, donde a es el radio del círculo. La unidad de momento magnético en el SI es $A \cdot m^2$.

El momento magnético puede considerarse como un vector, atribuyéndole la dirección de *la normal positiva* al área del cuadro. La dirección de la normal positiva y, por consiguiente del vector del momento magnético, se halla mediante la regla del sacacorchos (regla de Maxwell): si giramos la manecilla de un sacacorchos con rosca a derechas en dirección de la corriente, el movimiento de avance del tornillo nos mostrará la dirección del vector del momento magnético (véase la fig. 40.5).

2. Haciendo uso de la noción de momento magnético, podemos escribir la expresión (40.22) en forma vectorial:

$$\mathbf{B}_{\parallel} = \frac{2\mu_0 p_m}{4\pi r^3}. \quad (40.24)$$

Así, pues, a distancias relativamente grandes del cuadro con corriente, el campo magnético tiene igual estructura que el campo eléctrico de un dipolo (§ 10.6); es proporcional al momento magnético o inversamente proporcional al cubo de la distancia desde la fuente del campo hasta el punto del campo.

Utilizando esta analogía, escribamos la expresión para la inducción del campo magnético en un punto que yace en el plano de la corriente circular, es decir, en la perpendicular al vector de momento magnético. De forma análoga a la fórmula (10.13), tenemos

$$\mathbf{B}_{\perp} = -\frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^3}. \quad (40.25)$$

Un cálculo riguroso certifica que semejante resultado es correcto. El signo menos nos muestra que la dirección del vector B_{\perp} es opuesta a la del vector del momento magnético.

3. Hay que prestar atención a que en el entorno de un cuadro con corriente la estructura del campo magnético se distingue en principio de la estructura del campo eléctrico de un dipolo. Este consta de dos cargas iguales en magnitud y de signos opuestos. Las líneas de fuerza del campo eléctrico comienzan en la carga positiva y finalizan en la ne-

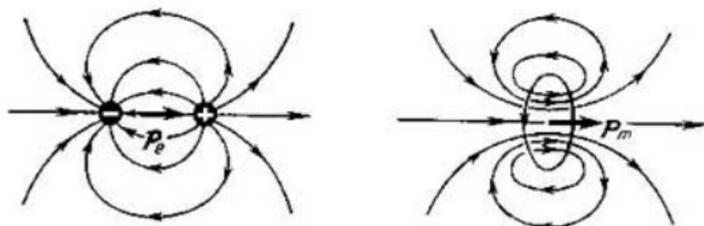


Fig. 40.6.

gativa. Las líneas de fuerza del campo magnético son cerradas y contornan el cuadro con corriente. Esto se ve bien en la fig. 40.6, donde están representadas las líneas de fuerza del campo de un dipolo eléctrico y del campo magnético de un cuadro con corriente. No obstante, como vemos en la figura, a grandes distancias, la forma de las líneas de fuerza de los dos campos es igual.

Señalemos, además, que a grandes distancias del cuadro con corriente, la estructura del campo no depende ya de las dimensiones y la forma del cuadro. Si aumentamos el área del cuadro y disminuimos correspondientemente en igual número de veces la corriente, obtendremos un mismo campo, ya que en tal caso el momento magnético queda invariable. Más aún, resulta que la forma del cuadro deja de jugar todo papel. Podemos sustituir el cuadro redondo por otro cuadrado, triangular, etc.: a grandes distancias del cuadro el campo no varía, si se conserva el momento magnético.

4. Introduzcamos, por fin, la noción de momento magnético de la carga en circulación. Si la carga q está en movimiento uniforme por una circunferencia a una velocidad v , el campo magnético que surge a su alrededor, varía continuamente de dirección. Sin embargo, el valor *medio* del vector de inducción en el eje será el mismo, como si por la

circunferencia fluyera la corriente $i = q/T$, donde $T = 2\pi r/v$, es decir, el tiempo necesario para dar una vuelta (período). De aquí se desprende que tiene sentido introducir el concepto de momento magnético de una carga en circulación:

$$p_m = i \cdot \pi r^2 = q \cdot \pi r^2 / T = \pi r^2 q v / (2\pi r) = qvr/2.$$

Así, pues, el momento magnético de una carga en circulación

$$p_m = qvr/2. \quad (40.26)$$

O bien:

$$p_m = \frac{q}{2m} mvr. \quad (40.27)$$

Pero $L = mvr$ es el momento de cantidad de movimiento. Vemos que el momento magnético de una carga en circulación

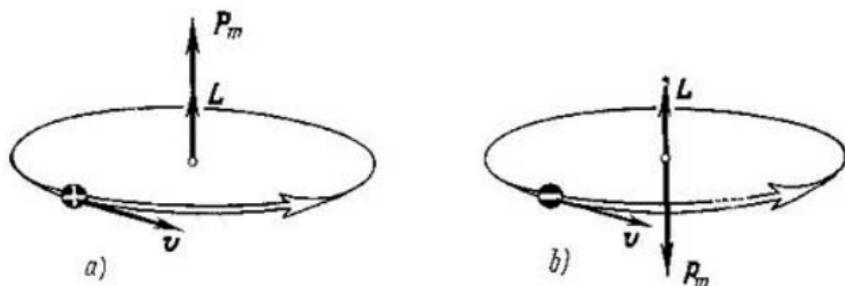


Fig. 40.7.

es proporcional al momento de cantidad de movimiento del cuerpo que porta dicha carga:

$$p_m = \frac{q}{2m} L. \quad (40.28)$$

Tanto el momento de cantidad de movimiento L , como el momento magnético p_m son vectores perpendiculares al plano de la órbita. Si en ésta circula una carga positiva, los vectores L y p_m tendrán igual dirección y formarán un tornillo a derechas con la dirección de rotación de la carga. Si, por lo contrario, por la órbita circula una carga negativa (por ejemplo, un electrón), de acuerdo con (40.28), el vector del momento magnético tendrá dirección opuesta a la del momento orbital, es decir, el momento de cantidad de movimiento L (fig. 40.7).

§ 40.7. Intensidad del campo magnético

1. Junto con el vector de inducción B , que caracteriza la acción de fuerza del campo magnético sobre la carga en movimiento, con frecuencia se introduce el vector auxiliar H que recibe el nombre de *intensidad del campo magnético*. La intensidad se determina como la razón entre la inducción del campo en el vacío B_0 y la permeabilidad magnética μ_0 :

$$H = B_0/\mu_0. \quad (40.29)$$

Indiquemos, que por analogía con la teoría del campo eléctrico, donde el vector de fuerza E denominase intensidad y el auxiliar D , desplazamiento, sería conveniente denominar en la teoría del magnetismo, intensidad del campo magnético el vector de fuerza B , mientras que el vector auxiliar H , inducción magnética o desplazamiento magnético. Semejante equívoco en la terminología surgió aún cuando el sentido físico de los vectores del campo B y H no estaba claro del todo.

2. De acuerdo con (40.29) y (40.21), la intensidad del campo magnético en el eje de la corriente circular

$$H_{\text{e}} = \frac{2\pi i a^2}{4\pi r_0^3}. \quad (40.30)$$

En el centro de la corriente circular, donde $r_0 = a$, tenemos

$$H_{\text{cen}} = i/2a. \quad (40.30')$$

Basándonos en esta dependencia, puede ser definida la unidad de intensidad del campo magnético en el SI: 1 *ampere por metro* (A/m), es la intensidad de un campo magnético en el centro de un cuadro circular con radio de 1 m, por el que fluye una corriente de 2 A.

3. Es interesante el cálculo del campo magnético alrededor de un conductor rectilíneo muy largo (en el límite, infinitamente largo). Por desgracia, no podemos deducir de modo elemental la fórmula buscada, por lo que escribiremos el resultado sin demostración. Por consideraciones de simetría, está claro que aquí las líneas de fuerza tienen forma de circunferencias concéntricas, yacentes en un plano perpendicular al conductor (fig. 40.8). El vector de inducción (e intensidad) está dirigido por la tangente a la línea de fuerza, formando con la dirección de la corriente un tornillo a derechas (§ 40.4). La intensidad y la inducción del campo a la distancia a del conductor se expresan por las fórmulas

$$H = i/(2\pi a), \quad B = \mu_0 i/(2\pi a). \quad (40.31)$$

4. Denomínase *solenoides* una bobina cilíndrica, constituida por gran número de espiras de alambre, enrolladas en una armazón unas junto a otras. El solenoide es, en realidad, un sistema de corrientes circulares de igual radio, que tienen eje común.

La intensidad del campo magnético en el eje del solenoide es igual a la suma de las intensidades de cada una de las corrientes circulares.

La dirección del vector de intensidad (o del vector de inducción) se determina por la regla del sacacorchos, como esto se muestra en la fig. 40.9.

Sea el número total de espiras de alambre del solenoide igual a w , la longitud de éste, l . Entonces, la densidad del arrollamiento $n = w/l$, es decir, el número de espiras por unidad de longitud.

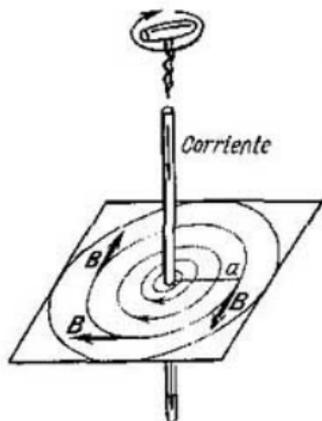


Fig. 40.8.

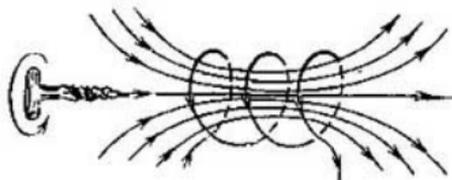


Fig. 40.9.

Supongamos que la longitud del solenoide es muchas veces mayor que su diámetro: $l \gg a$. Resulta que en este caso el campo en el interior del solenoide puede ser considerado homogéneo, es decir, su intensidad (e inducción) es, prácticamente, igual en todos sus puntos:

$$H = tn. \quad (40.32)$$

Sólo cerca de los extremos del solenoide, el campo comienza a decrecer y en el propio extremo, el campo es dos veces más débil que dentro de la bobina:

$$H_{\text{extr}} = tn/2. \quad (40.33)$$

§ 40.8. Invariancia de la carga eléctrica

1. Más arriba, al analizar la naturaleza de la interacción magnética, supusimos que la carga eléctrica tenía el mismo valor en todos los sistemas de referencia, es decir, que esta carga es invariante. Aclaremos las causas que nos llevan a esta conclusión.

Si suponemos que la carga no es invariante y varía al cambiar la velocidad de la partícula, por analogía podemos pensar que la variación se expresa mediante una fórmula igual a la que empleábamos al cambiar la longitud, tiempo,

masa, etc. (§ 13.3):

$$|\Delta q/q| \approx 1 - \sqrt{1 - v^2/c^2} \approx v^2/2c^2. \quad (40.34)$$

Pero la velocidad del electrón en el átomo (§ 16.7) es de unos 10^6 m/s, de donde se desprende, que

$$\left| \frac{\Delta q}{q} \right| \approx \frac{10^{12}}{2.9 \cdot 10^{16}} \approx 10^{-5}.$$

2. A primera vista parece que esta es una pequeña magnitud que se descubre con dificultad. Pero un análisis más profundo muestra que no es así.

En efecto, al variar la temperatura de un cuerpo, así como durante las reacciones químicas, la energía de los electrones cambia varias veces (§§ 20.3, 20.4). De forma análoga varía la velocidad de los electrones. Pero como en este caso la velocidad del núcleo queda invariable, tampoco cambia su carga. De aquí se desprende, que al variar la velocidad del electrón se perturbaría la neutralidad del átomo: si en cierto estado la carga positiva del núcleo compensa la carga negativa de la capa electrónica, en otro estado, cuando la velocidad de movimiento del electrón varía, dicha compensación se violaría y el átomo se vería cargado. A pesar de que la variación de la carga de un átomo sería pequeña, el volumen macroscópico del cuerpo adquiriría mayor carga.

Como ejemplo, examinemos 1 cm^3 de gas. Éste contiene $N = 2.7 \cdot 10^{19}$ átomos (§ 26.9). Según (40.34), al calentarlo, este gas adquiriría una carga excesiva:

$$\Delta Q = N \Delta q \approx \frac{N e v^2}{2c^2} = \frac{2.7 \cdot 10^{19} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{12}}{2.9 \cdot 10^{16}} \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ C.}$$

Esto sería acompañado por el surgimiento de un campo eléctrico con potencial

$$\varphi \approx \frac{\Delta Q}{4\pi\epsilon_0 r} \approx \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 36\pi \cdot 10^9}{4\pi \cdot 10^{-2}} \approx 2 \cdot 10^7 \text{ V.}$$

¡Pero un campo eléctrico de un potencial de decenas de millones de voltios se advertiría con facilidad! Sin embargo, este experimento nada muestra.

3. Así, pues, al suponer que la carga eléctrica no es invariante y que cambia al variar la velocidad de la partícula según la fórmula (40.34), hemos llegado a corolarios absurdos. Por consiguiente, esta suposición es errónea.

El hecho de que ni en los procesos térmicos, ni en las reacciones químicas la neutralidad de átomo no se viola, es una demostración convincente de la invariancia de la carga eléctrica.

Capítulo 41

CARGAS Y CORRIENTES EN EL CAMPO MAGNÉTICO

§ 41.1. Fuerza de Lorentz

1. Como se ha mostrado en el anterior capítulo, sobre una carga en movimiento perpendicular al vector de inducción B , a una velocidad v , actúa una fuerza $F = qvB$ (40.18). Esta recibe el nombre de *fuerza de Lorentz*. La dirección de esta fuerza puede ser determinada por medio de *la regla de la mano izquierda*: si dicha mano se dispone de modo que el vector B entre por la palma de la mano, mientras que el vector v esté dirigido a lo largo de los cuatro dedos, entonces el pulgar separado de la mano nos mostrará la dirección de la fuerza con la que el campo magnético actúa sobre una carga positiva (fig. 41.1). Sobre una carga negativa, que se mueve en esa misma dirección y por ese mismo campo magnético, la fuerza actúa en dirección inversa.

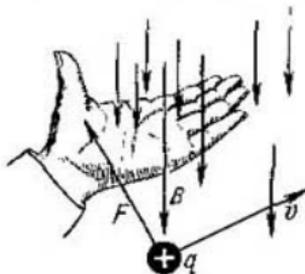


Fig. 41.1.

Si la carga se mueve a lo largo de las líneas de fuerza del campo, o sea, si los vectores de velocidad e inducción del campo son paralelos o antiparalelos, el campo magnético no actúa sobre dicha carga.

De aquí se desprende que si el vector de la velocidad de movimiento de la carga v , constituye con el vector B cierto ángulo $\alpha \neq \pi/2$, el vector de velocidad puede ser descompuesto en dos componentes: la longitudinal $v_{\parallel} = v \cos \alpha$ y transversal $v_{\perp} = v \sin \alpha$. La fuerza de Lorentz sólo se determina por *la componente transversal de la velocidad*:

$$F = qv_{\perp}B = qvB \sin \alpha. \quad (41.1)$$

2. La expresión para la fuerza de Lorentz puede ser también escrita en forma vectorial si introducimos la noción de *vector unitario* n_0 . El módulo del vector unitario es igual a la unidad: $|n_0| = 1$, por lo que el producto del vector unitario y una magnitud escalar no varía el valor absoluto de esta última. En lo que se refiere a la dirección del vector unitario, será elegida de tal modo que sea perpendicular a los vectores v y B , de acuerdo con la regla de la mano izquierda.

Como vector, la fuerza de Lorentz se escribe del modo siguiente:

$$F = n_0 qvB \text{ sen } \alpha. \quad (41.2)$$

Como sabemos, sobre la carga eléctrica actúa no sólo el campo magnético, sino que también el eléctrico. Por lo tanto, si una carga eléctrica se mueve en un *campo electromagnético*, la fuerza que sobre ella actúa puede ser representada como la suma vectorial de las componentes eléctrica y magnética:

$$F = F_e + F_m = q(E + n_0 vB \text{ sen } \alpha). \quad (41.3)$$

Esta expresión se denomina *fuerza generalizada de Lorentz*.

3. Debemos señalar una importante diferencia entre las componentes eléctrica y magnética de la fuerza generalizada de Lorentz. Como ya mostramos en el § 18.7, durante el desplazamiento de la carga eléctrica por un campo eléctrico se realiza trabajo, igual al producto de la carga por la diferencia de potencial: $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. La *fuerza magnética*, es decir, la fuerza de Lorentz en sentido estricto, *no realiza trabajo*. En efecto, el trabajo elemental $\Delta A = F \Delta l \cos \beta$, donde β es el ángulo entre la dirección de la fuerza y la dirección de desplazamiento. Pero la fuerza de Lorentz es perpendicular al desplazamiento de la carga ($F_m \perp v$), por lo que el ángulo $\beta = \pi/2$ y el trabajo $\Delta A = 0$.

§ 41.2. Movimiento de las partículas cargadas en un campo magnético homogéneo

1. Sea que una partícula, de carga q y masa propia m_0 , penetra en un campo magnético homogéneo ($B = \text{const}$) a cierta velocidad v , perpendicularmente a las líneas de fuerza del campo (fig. 41.2). Para mayor claridad, vamos a suponer que la partícula tiene carga positiva. Sobre la partícula

actúa la fuerza de Lorentz, perpendicular al vector de velocidad. A lo largo de este vector, sobre la partícula no actúa ninguna fuerza. Por consiguiente, la ecuación de movimiento de la partícula puede ser escrita así:

$$F_t = \frac{dp}{dt} = 0, \quad (41.4)$$

$$F_n = \frac{mv^2}{r} = qvB,$$

De la primera igualdad se desprende que el módulo de la cantidad de movimiento no varía: $p = mv = \text{const.}$ Pero

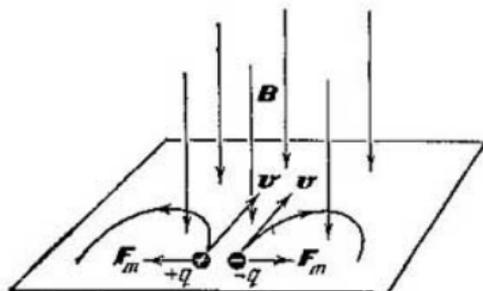


Fig. 41.2.

como $p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, llegamos a la conclusión de que el módulo de la velocidad de la partícula no varía en un campo magnético homogéneo.

A esta misma conclusión podemos llegar por otro camino, partiendo de la ley de conservación de la energía. En efecto, como fue mostrado en el párrafo anterior, las fuerzas magnéticas no realizan trabajo, por consiguiente, la energía cinética de la partícula no cambia en un campo magnético homogéneo. Esto confirma que se conserva el módulo de la velocidad.

2. De la segunda igualdad (41.4) se desprende que sobre la partícula actúa una fuerza normal (centrífuga). De forma que la dirección de la velocidad variará constantemente y la partícula se moverá por una trayectoria curvilínea.

Mostremos que esta trayectoria es una *circunferencia*. Con este fin, hallemos el radio de curvatura de dicha trayectoria:

$$r = mv/(qB) = p/(qB). \quad (41.5)$$

Como la carga y la inducción del campo son constantes, mientras que, como fue mostrado más arriba, el módulo de la cantidad de movimiento también es una magnitud constante, $r = \text{const}$. Pero la circunferencia es una curva cerrada plana cuyos puntos mantienen una distancia constante al punto llamado centro, es decir, es una línea de curvatura constante ($r = \text{const}$). Así, pues, *una partícula cargada que penetra en un campo magnético homogéneo perpendicularmente a las líneas de fuerza, se mueve en el campo uniformemente por una circunferencia en el plano perpendicular al vector de inducción.*

3. Calculemos el período de rotación de la partícula por dicha trayectoria:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi m_0}{qB \sqrt{1-v^2/c^2}}. \quad (41.6)$$

Aquí vemos, que a velocidades no relativistas ($v \ll c$), el período de rotación de la partícula no depende de su velocidad y radio. Si por lo contrario, la velocidad de la partícula es próxima a la de la luz (velocidades relativistas y ultrarrelativistas), con el aumento de la velocidad crece el período de rotación de la partícula.

Notemos, que la comprobación de la justeza de la expresión (41.6), permite al mismo tiempo comprobar la validez de uno de los fundamentales principios de la teoría de la relatividad, es decir, la dependencia de la masa de la velocidad $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$. Múltiples experimentos para la investigación del carácter del movimiento de las partículas cargadas en los campos magnéticos, nos han permitido comprobar con alto grado de precisión la justeza de la fórmula (41.6) y, por lo tanto, la dependencia entre la masa y la velocidad.

§ 41.3. Determinación del signo de la carga de las partículas elementales

1. Una partícula de carga negativa, que tiene la misma velocidad, masa y magnitud absoluta de la carga que una partícula de carga positiva, se moverá por la misma trayectoria, pero con una diferencia: como la fuerza de Lorentz cambia su dirección por la opuesta, la partícula también girará hacia otro lado (fig. 41.2). Por esta razón, según la dirección

de giro de la partícula en el campo magnético puede ser determinado el signo de su carga.

2. De esta manera fue descubierto *el positrón* (de otra forma, antielectrón), que es una partícula que no se diferencia del electrón por su masa, pero que tiene carga positiva. El positrón fue descubierto por Carlos Anderson en 1932, por la traza (huella) característica que él dejaba en la cámara de Wilson (§ 36.9) situada en un campo magnético. En la fig. 41.3 está representada la fotografía de la traza de un positrón que atraviesa la placa de plomo *P* ubicada en el centro de la cámara. El campo magnético, desde el plano de la figura, está dirigido hacia nosotros.

La dirección del vuelo de la partícula se determina por la curvatura de su trayectoria. Vemos que por abajo, el radio de curvatura de la trayectoria es mayor y, por consiguiente, la velocidad de la partícula también es allí mayor que sobre la placa. De aquí llegamos a la conclusión de que la partícula se mueve de abajo arriba y después de atravesar el plomo pierde parte de su energía. Determinando del modo indicado la dirección del vector de velocidad y conociendo la del vector de inducción del campo magnético, hallamos también el signo de la carga de nuestra partícula, que resulta ser positivo. De manera análoga se determina el signo de otras partículas elementales por las fotografías de sus trazas en la cámara de Wilson o en la de burbujas.



Fig. 41.3.

§ 41.4. Ciclotrón

1. Para una serie de investigaciones en física nuclear, es preciso tener haces de partículas (electrones, protones, iones positivos) con muy altas energías de un orden de 10 MeV . . .

... 100 GeV. Para acelerar dichas partículas se utilizan los aceleradores.

Uno de los elementos necesarios de todo acelerador es un campo eléctrico con considerable diferencia de potencial. No obstante, la creación de campos eléctricos con una diferencia de potencial de un orden de un millón de voltios está relacionada con enormes dificultades. En lo que se refiere a la

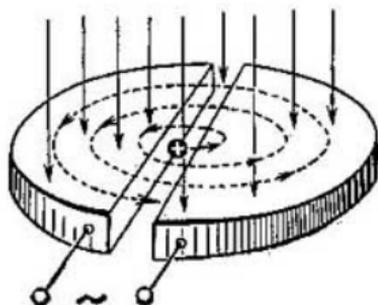


Fig. 41.4.

creación de campos con diferencia de potencial aún mayor, es imposible en principio a causa del surgimiento de una descarga en gas. Pero es posible hacer pasar la partícula por el campo eléctrico de aceleración no una, sino varias veces. Por ejemplo, si un protón pasa 30 mil veces por un campo de aceleración de un potencial de 22 000 V, adquirirá una energía de 660 MeV. Con este fin, la partícula deberá moverse

por una trayectoria cerrada o por una espiral. Esto es posible si la partícula se sitúa en un campo magnético. Los aceleradores que funcionan por el principio descrito, reciben el nombre de *aceleradores cíclicos*.

2. El primer acelerador de este tipo, llamado *ciclotrón*, fue creado por Ernest O. Lawrence en 1930. Su esquema se muestra en la fig. 41.4.

En una cámara de vacío, en la que con ayuda de bombas de vacío se mantienen presiones miles de millones menores que la atmosférica, se disponen dos semicilindros llamados des (electrodos en D). Cerca del centro de éstos se dispone la fuente de iones positivos. A las des se alimenta una diferencia de potencial alternativa de alta tensión, con una frecuencia de un orden de 1 ... 10 MHz. La diferencia media de potencial constituye de varios centenares a varias decenas de miles de voltios.

La cámara de vacío se dispone entre los polos de un potente electroimán, en el que se crea un campo magnético con una inducción de 1,3 ... 1,6 T. La masa del núcleo del electroimán es de varios miles de toneladas; los arrollamientos del electroimán se alimentan de generadores de una potencia de varios megavatios.

3. El principio de funcionamiento del ciclotrón consiste en lo siguiente. Cuando el ion positivo llega a la holgura entre las dos des, adquiere una energía cinética $K_1 = p_1^2/2m = q\varphi$, donde φ es la diferencia de potencial entre los electrodos, q es la carga del ion. La cantidad de movimiento de ion después de que el campo actúa una vez sobre él

$$p_1 = \sqrt{2mq\varphi}.$$

Bajo la acción del campo magnético el ion se mueve por una semicircunferencia, cuyo radio (véase (41.5))

$$r_1 = \frac{p_1}{qB} = \frac{\sqrt{2mq\varphi}}{qB} = \sqrt{\frac{m}{q}} \frac{\sqrt{2\varphi}}{B}.$$

Si en el momento, cuando el ion penetra en el intervalo entre las des, el campo eléctrico cambia su polaridad, la partícula recibe una porción más de energía. Su energía cinética será igual a $K_2 = 2q\varphi$, la cantidad de movimiento $p_2 = \sqrt{4mq\varphi}$ y el radio de la semicircunferencia $r_2 = \sqrt{\frac{m}{q}} \frac{\sqrt{4\varphi}}{B}$. Después de dar N vueltas, el ion pasará por el campo de aceleración $2N$ veces y, por consiguiente, su energía cinética final $K = 2Nq\varphi$, mientras que el radio de la órbita final de ion (radio del electrodo en D)

$$R = \frac{mv_{\text{máx}}}{qB} = \frac{\sqrt{2mK}}{qB} = \sqrt{\frac{m}{q}} \frac{\sqrt{2N\varphi}}{B}. \quad (41.7)$$

4. Supongamos que es necesario acelerar un ion de berilio Be^{++} hasta una energía $K = 100$ MeV. Tomemos que el potencial de aceleración $\varphi = 500$ V, entonces $N = K/(2q\varphi) = 50\,000$. La masa del ion de berilio $m_0 = 15,0 \cdot 10^{-27}$ kg, la carga del ion $q = 2e = 3,2 \cdot 10^{-19}$ C. Con una inducción del campo $B = 1,53$ T, el radio del electrodo en D

$$R = \frac{\sqrt{2 \cdot 15,0 \cdot 10^{-27} \cdot 100 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}}}{1,53 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19}} = 1,4 \text{ m.}$$

Señalemos, que la velocidad final del ion constituirá

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 1,6 \cdot 20^{-13}}{15 \cdot 10^{-27}}} = 4,6 \cdot 10^7 \text{ m/s,}$$

o sea, un 15% de la velocidad de la luz en el vacío.

5. Con el fin de que el ion se acelere permanentemente, es preciso que él llegue al intervalo de aceleración entre las des en el momento cuando el campo eléctrico varía su polaridad. Por lo tanto, *el período de variación de la polaridad*

del campo eléctrico de aceleración debe coincidir con el período de rotación del ion. Esto recibe el nombre de condición de sincronización. De acuerdo con (41.6), la condición de sincronización se escribe del siguiente modo:

$$T_{\text{cam}} = T_{\text{ion}} = 2\pi m/qB. \quad (41.8)$$

Para el problema que hemos considerado con el ion de berilio, tenemos

$$T = \frac{2\pi \cdot 15 \cdot 10^{-27}}{3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 1,53} = 1,93 \cdot 10^{-7} \text{ s} \approx 0,2 \mu\text{s}.$$

La frecuencia de variación de la polaridad

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{10^7}{1,93} = 5,2 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 5,2 \text{ MHz}.$$

§ 41.5. Energía de la partícula y condición de sincronización

1. En el párrafo anterior no hemos tenido en cuenta la dependencia en la masa del ion y la velocidad, es decir, considerábamos que el ion estaba en movimiento a una velocidad mucho menor que la de la luz en el vacío. Con esto, el período de rotación de la partícula en el campo magnético es una magnitud constante, por lo que el período de variación de la polaridad del campo eléctrico de aceleración, que es igual al de rotación de la partícula, también será una magnitud constante. Designémoslo por T_0 y obtendremos

$$T_0 = 2\pi m_0/qB. \quad (41.9)$$

2. Si al acelerar la partícula su velocidad se aproxima a la de la luz en el vacío, su masa crece, a causa de lo cual aumenta su período de rotación.

Dividamos (41.6) por (41.9) y tengamos en cuenta que $m/m_0 = mc^2/m_0c^2 = \mathcal{E}/\mathcal{E}_0 = (\mathcal{E}_0 + K)/\mathcal{E}_0$, donde \mathcal{E} es la energía total de la partícula, \mathcal{E}_0 , la energía en reposo y K , la energía cinética. Entonces

$$\frac{T}{T_0} = \frac{m}{m_0} = \frac{\mathcal{E}_0 + K}{\mathcal{E}_0} = 1 + \frac{K}{\mathcal{E}_0}.$$

De aquí sigue, que

$$T = T_0 \left(1 + \frac{K}{\mathcal{E}_0} \right) = \frac{2\pi m_0}{qB} \left(1 + \frac{K}{\mathcal{E}_0} \right). \quad (41.10)$$

Así, pues, el período de rotación de una partícula varía notoriamente sólo cuando la energía cinética de la partícula sea comparable con su energía en reposo.

En el problema que examinamos más arriba, relacionado con el ion de berilio, su energía en reposo

$$\mathcal{E}_0 = m_0 c^2 = 15 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ J} = \frac{15 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{1,6 \cdot 10^{-10}} = 8,4 \text{ GeV},$$

mientras que la energía cinética al terminar el ciclo de aceleración $K = 100 \text{ MeV}$. Por consiguiente, el período de rotación de la partícula aumentará, aproximadamente, el 1,2 %, lo que casi no viola las condiciones de sincronización. Si un protón, cuya masa en reposo (y la energía en reposo) es 8,94 veces menor que la masa del ion de berilio, se acelera hasta esa misma energía cinética, su período de rotación aumentará casi el 11 %, lo que violará bruscamente la condición de sincronización y, por lo tanto, el régimen de aceleración de la partícula.

3. Al intentar acelerar los protones en un ciclotrón hasta una energía cinética $K = 1 \text{ GeV}$, nada resultará de esto. La energía en reposo del protón

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_0 &= 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 8,99 \cdot 10^{16} \text{ J} = \\ &= \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 8,99 \cdot 10^{16}}{1,6 \cdot 10^{-10}} = 0,938 \text{ GeV}. \end{aligned}$$

Esto significa que aquí $K \approx \mathcal{E}_0$ y $T \approx 2T_0$, es decir, el período de rotación del protón con semejantes valores de energía aumenta el doble en comparación con el período de rotación de un protón no relativista. Si con ello, el período de variación de la polaridad del campo eléctrico de aceleración queda constante, los protones no se encontrarán en los momentos necesarios de tiempo en el campo de aceleración, o sea, saldrán del sincronismo y su aceleración cesará.

4. De lo expuesto, vemos que el ciclotrón sólo es apto para acelerar partículas no relativistas, cuya energía cinética es mucho menor que su energía en reposo, o su velocidad mucho menor que la de la luz, lo que es lo mismo. El ciclotrón no sirve para obtener partículas relativistas y aún menos, ultrarrelativistas.

El ciclotrón es absolutamente inservible para acelerar electrones, cuya energía en reposo $\mathcal{E}_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \times 8,99 \cdot 10^{16} / (1,6 \cdot 10^{-10}) = 0,511 \text{ MeV}$. Es natural, que ya con energías no grandes, incluso menores que 1 MeV, el electrón se convierte en una partícula relativista y sale del sincronismo. Por esta causa, los ciclotrones sólo se usan para

acelerar iones relativamente pesados. Entre las ventajas de los ciclotrones podemos indicar, que esta instalación trabaja en régimen permanente y puede acelerar simultáneamente muchas partículas.

§ 41.6. Sincrofasotrón

1. Para obtener partículas relativistas con energías cinéticas de decenas de gigaelectronvoltios, en la actualidad se emplean aparatos que reciben el nombre de *sincrotrones* o bien *sincrofasotrones*. El primer sincrofasotrón que acelera los protones hasta una energía cinética de 10 GeV, fue construido en 1957 en la Unión Soviética, en el Instituto Unificado de investigaciones nucleares (ciudad de Dubna). Desde entonces, en la URSS, los EE.UU. y otros países se han creado sincrofasotrones en los que los protones se aceleran hasta muy grandes valores, en constante crecimiento, de la energía cinética. Hoy día, en la Unión Soviética el más potente sincrofasotrón se ha construido en las afueras de la ciudad de Sérpujov.

2. Calculemos la cantidad máxima de movimiento y, correspondientemente, el radio máximo de la órbita de un protón en el sincrofasotrón de Sérpujov. De la correlación entre la energía y la cantidad de movimiento de una partícula (16.8), tenemos

$$p = mv = \frac{1}{c} \sqrt{\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2} = \frac{1}{c} \sqrt{K(K + 2\mathcal{E}_0)}.$$

La energía en reposo del protón $\mathcal{E}_0 = 0,938$ GeV y su energía cinética en el sincrofasotrón de Sérpujov alcanza $K = 76$ GeV. Podemos suponer con un error menor que el 1,5% que la energía cinética coincide con la total, es decir, $\mathcal{E} = K$, mientras que la cantidad de movimiento $p = K/c$. Entonces, el radio máximo de acuerdo con (41.5)

$$R = \frac{mv_{\text{máx}}}{qB} = \frac{\sqrt{K(K + 2\mathcal{E}_0)}}{qBc} \approx \frac{K}{qBc}. \quad (41.11)$$

Con una inducción del campo en la holgura $B = 1,07$ T,

$$R = \frac{7,6 \cdot 10^{10} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,07 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 237 \text{ m}.$$

La creación de un electroimán compacto (como en el ciclotrón) de un diámetro cerca de medio kilómetro, es un

problema que prácticamente no puede ser resuelto. Por esta causa, en el sincrofasotróon el campo magnético se crea en una cámara anular relativamente estrecha y *los protones que se aceleran se mueven por una circunferencia de radio constante*. La cámara de vacío del sincrofasotróon en la ciudad de Dubna tiene una anchura de cerca de medio metro. En Sérpujov, gracias a la aplicación de un nuevo método de enfoque del haz de protones, la anchura de la cámara es menor que 10 cm.

De esta singularidad del proceso de aceleración de protones en el sincrofasotróon, se desprende una serie de corolarios.

3. Ante todo, a diferencia del ciclotróon, en el sincrofasotróon el proceso de aceleración no puede comenzar "desde cero", es decir, en su cámara hay que introducir protones que ya sean relativistas. A la cámara del sincrofasotróon de Dubna llegan protones cuya aceleración inicial, adquirida en el acelerador lineal, alcanza una energía hasta de 9 MeV. En el sincrofasotróon de Sérpujov, la energía inicial de los protones es aún mayor: 100 MeV.

Segundo, para que al crecer la energía de las partículas el radio de la órbita no varíe, de acuerdo con (41.5) es preciso que al aumentar la cantidad de movimiento del protón, aumente la inducción del campo magnético, de forma que su razón sea una magnitud constante. Esta es la diferencia de principio entre el sincrofasotróon y el ciclotróon, en el que la inducción del campo magnético no varía en el proceso de aceleración de las partículas.

Por fin, es necesario cambiar también correspondientemente el período de variación de la polaridad de campo eléctrico de aceleración. En efecto, el período de rotación de la partícula $T = 2\pi R/v$. Como el radio de la órbita en el sincrofasotróon no varía, al crecer la velocidad de la partícula su período de rotación decrece. De manera análoga debe también decrecer el período de variación de la polaridad del campo eléctrico de aceleración.

4. Calculemos algunos parámetros característicos del sincrofasotróon. La energía cinética inicial del protón $K_1 = 9$ MeV, la final $K_2 = 10$ GeV. La inducción máxima del campo magnético en la holgura, donde se halla la cámara de vacío, $B_{m\acute{a}x} = 1,26$ T.

El radio de la órbita se calcula según (41.11):

$$R = \frac{K_2}{ceB_{m\acute{a}x}} = \frac{10^{10} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,26 \cdot 3 \cdot 10^8} = 26,6 \text{ m.}$$

El período de rotación de la partícula

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi Rm}{p} = \frac{2\pi R\mathcal{E}}{pc^2}. \quad (41.12)$$

La cantidad de movimiento $p = \frac{1}{c} \sqrt{\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2}$, por consiguiente,

$$T = \frac{2\pi R \mathcal{E}}{c \sqrt{\mathcal{E}^2 - \mathcal{E}_0^2}} = \frac{2\pi R}{c \sqrt{1 - \mathcal{E}_0^2/\mathcal{E}^2}}. \quad (41.13)$$

La energía inicial $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_0 + K_1 = 938 + 9 = 947$ MeV; el período inicial

$$T_1 = \frac{2\pi \cdot 26,6}{3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - (938/947)^2}} = 4,05 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 4,05 \text{ } \mu\text{s}.$$

Correspondientemente, la energía final $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_0 + K_2 = 0,938 + 10 = 10,938$ GeV y el período final

$$T_2 = \frac{2\pi \cdot 26,6}{3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - (0,938/10,938)^2}} = 0,57 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 0,57 \text{ } \mu\text{s}.$$

Así, pues, la frecuencia de variación de la diferencia de potencial de aceleración del campo eléctrico, deberá cambiar desde 0,247 MHz hasta 1,75 MHz.

El protón pasa por vuelta una vez por el campo eléctrico de aceleración con un potencial máximo de 2,2 kV. Para que su energía cinética alcance 10 GeV, el protón debe dar $N = 10^{10}/2,2 \cdot 10^3 = 4,5 \cdot 10^6$ vueltas. Todo el ciclo de aceleración dura 3,3 s.

5. A diferencia del ciclotrón, que trabaja en ciclo permanente de aceleración, el sincrofasotrón funciona a impulsos. La cuestión radica en que a la cámara del ciclotrón se puede continuamente introducir iones que se acelerarán de modo permanente, ya que la inducción del campo magnético y el período de variación de la polaridad del campo eléctrico de aceleración no cambian durante el proceso de aceleración.

La introducción de las partículas con determinada energía en la cámara del sincrofasotrón, sólo es posible cuando el campo magnético es el mínimo, mientras que el período de variación del potencial de aceleración es el máximo. Si introducimos en la cámara las partículas con la energía prefijada en otro momento, cuando la inducción del campo magnético ha aumentado y el período de variación de la polaridad de campo de aceleración ha disminuido, dichas partículas no satisfarán la condición de sincronización y, por lo tanto, no se acelerarán.

Así, pues, en el sincrofasotrón se acelera sólo una porción determinada, o sea, un "conjunto" de partículas y hasta que el ciclo de aceleración de estas partículas no termina, no es posible introducir en la cámara una nueva porción de partículas.

6. Uno de los más importantes problemas es la aclaración de la posibilidad de crear en el sincrofasotrón un conjunto estable de partículas, que no se descomponga durante la aceleración. La posibilidad de crear semejante conjunto estable se desprende del principio de autoestabilidad de fase, descubierto en la Unión Soviética en 1944 por V. I. Véksler y en 1945 en los EE.UU. por E. Macmillan. La esencia de este principio consiste en lo siguiente.

Si en el sincrofasotrón se aceleraran sólo aquellas partículas cuya frecuencia coincide *con precisión* con la de variación del campo, no tendría sentido crear tal instalación, ya que la cantidad de semejantes partículas equilibradas es infinitamente pequeña. Véksler mostró que será acelerado un conjunto de partículas, para las que la condición de sincronización se cumple de forma aproximada: $T_{\text{campo}} \approx T_{\text{ion}}$. Primeramente, estas partículas se aceleran con mayor rapidez que las equilibradas y las adelantan, entonces el campo comienza a frenarlas; cuando su velocidad alcanza un valor algo menor que la de rotación de las partículas equilibradas, el campo de nuevo comienza a acelerarlas. Como resultado de este proceso, las partículas en el conjunto se aceleran, pero su energía no crece monótonamente, sino que oscila alrededor del valor de la energía de las partículas equilibradas. El número de partículas en el conjunto es mayor en varios órdenes que la cantidad de partículas equilibradas.

§ 41.7. Carga específica del electrón

1. Recibe el nombre de *carga específica* de una partícula la magnitud e/m_0 , es decir, el cociente de la carga y la masa en reposo. La carga de la partícula puede ser determinada con suma precisión. Por esta causa, mediante los valores conocidos de la carga de la partícula y su carga específica, podemos calcular su masa en reposo.

Como muestra el experimento, la carga eléctrica de cualquier partícula elemental es siempre igual en magnitud absoluta a la carga del electrón (o es nula). La carga de todo ion es múltiple a la del electrón.

2. La carga específica del electrón puede ser hallada por múltiples métodos. Examinemos uno de ellos, el método de enfoque en un campo magnético longitudinal.

La instalación es un tubo oscilográfico que se ubica en el interior de un largo solenoide, que crea un campo magnético suficientemente homogéneo con inducción B (fig. 41.5). Los electrones, al desprenderse del cátodo, se aceleran en el

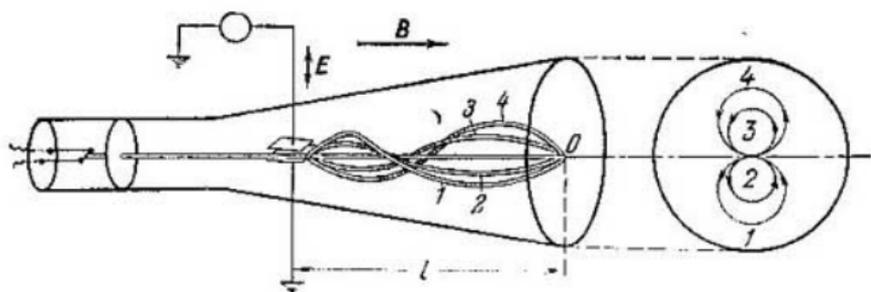


Fig. 41.5.

campo eléctrico del ánodo, cuyo potencial es igual a φ . La velocidad del electrón se halla de la condición $e\varphi = mv^2/2$.

3. Descompongamos el vector de velocidad del electrón en dos componentes: la transversal $v_{\perp} = v \sin \alpha$ y la longitudinal $v_{\parallel} = v \cos \alpha$, donde α es el ángulo entre las direcciones de los vectores v y B . El campo magnético no actúa sobre la componente longitudinal; por lo tanto el recorrido del electrón a lo largo del campo

$$l = v_{\parallel} t = vt \cos \alpha.$$

Sobre la componente v_{\perp} actúa la fuerza de Lorentz, que si no existiera v_{\parallel} obligaría al electrón a moverse por una circunferencia. En fin de cuentas, el movimiento del electrón transcurre por una espiral. Para pequeños ángulos ($\cos \alpha \approx 1$) las partículas se enfocarán, prácticamente, en un punto. En realidad, el enfoque surgirá a condición de que el electrón, después de pasar la distancia $l \approx vt$, puede pasar dicho recorrido hacia ambos lados una o varias veces, es decir, si $t = nT_0 = 2\pi m_e n / eB$ (donde $n = 1, 2, 3, \dots$). Con la inducción mínima del campo, el electrón dará una vuelta, por consiguiente, $l = 2\pi v m_e / eB$. Poniendo $v =$

$= \sqrt{2e \cdot \varphi / m_e}$, obtendremos

$$\frac{e}{m_e} = \frac{8\pi^2 \varphi}{B^2 l^2}. \quad (41.14)$$

El potencial del ánodo, la inducción del campo magnético y la distancia entre los electrodos de control y la pantalla del tubo se determinan con facilidad experimentalmente o se calculan.

4. Como resultado de un análisis minucioso de todos los métodos de medición de la carga específica del electrón, se ha aceptado en la actualidad el siguiente valor

$$e/m_e = (1,7588047 \pm 0,0000049) \cdot 10^{11} \text{ C/kg.}$$

De aquí sigue, que la masa propia del electrón

$$m_{0e} = (9,109534 \pm 0,000047) \cdot 10^{-31} \text{ kg.}$$

§ 41.8. Carga específica del ion

1. Al determinar la carga específica del ion se tropieza con considerables dificultades, relacionadas con que en el haz de iones hay partículas con muy diferentes velocidades, lo que en alto grado dificulta su enfoque. Del haz hay que separar aquellos iones que tienen una misma velocidad. Con este fin, se hace uso con frecuencia del *filtro de velocidades*. En esta instalación (fig. 41.6), el vector de intensidad del campo eléctrico es perpendicular al vector de inducción del campo magnético. Sobre el ion positivo en movimiento por los campos eléctrico y magnético que se cruzan, actúan dos fuerzas: la eléctrica $F_e = qE$, que desplaza el ion hacia abajo, y la fuerza de Lorentz $F_m = qvB$, que lo desplaza hacia arriba. El ion vuela por el diafragma a ranura sólo en caso de que la dirección de su velocidad no varía; esto es posible sólo a condición de que la fuerza eléctrica equilibre la de Lorentz: $F_e = F_m$ o bien $qE = qvB$. Así, pues, por el diafragma a ranura pasarán sólo aquellos iones cuya velocidad satisface la condición $v = E/B$. Los demás iones se filtrarán.

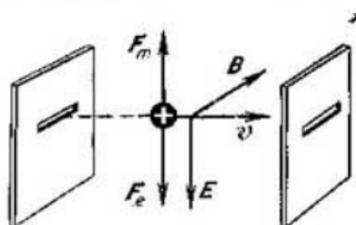


Fig. 41.6.

2. A continuación, los iones que tienen la misma velocidad se enfocan mediante campos eléctricos o magnéticos. En algunos espectrógrafos de masas, para el enfoque se emplea un campo transversal.

Después de salir del filtro de velocidades, los iones se mueven en un campo magnético transversal homogéneo. Su trayectoria es una semicircunferencia de radio $r = mv/qB_{\perp}$

(véase (41.5)), donde q/m es la carga específica del ion*, B_{\perp} la inducción del campo magnético transversal del espectrógrafo de masas. Como la velocidad de los iones y la inducción del campo magnético son magnitudes prefijadas, el radio de la semicircunferencia se define por completo mediante la carga específica del ion. Los haces con diversos valores de la carga específica del ion se enfocan en diversos puntos.

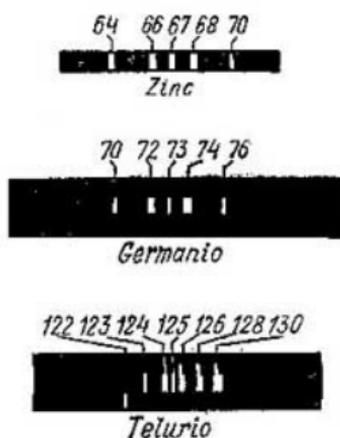


Fig. 41.7.

3. Si ubicamos en el lugar de enfoque de los haces una placa fotográfica, es posible obtener el llamado *espectro de masas* (las huellas de estos haces, fig. 41.7).

De la correlación $q/m = v/rB_{\perp}$ se deduce que el desplazamiento de la huella del haz en el espectro de masas del punto de entrada del haz, es razón inversa de la carga específica del ion.

Para determinar la carga específica de cierto ion, primeramente hay que establecer en el espectrograma de masas las líneas de referencia con ayuda de haces de iones con carga específica conocida. Por regla, con este fin se hace uso de los iones de carbono u oxígeno.

Por medio del espectrógrafo de masas fue demostrado que muchas sustancias son mezclas de *isótopos* (§ 88.1). En la fig. 41.7 se muestra el espectrograma de masas de los isótopos de zinc, en los que las masas de los núcleos están relacionadas como 64 : 66 : 67 : 68 : 70, así como los espectrogramas de masas de germanio y telurio.

* En los experimentos con iones $v \ll c$ y $m \approx m_0$.

§ 41.9. Conductor con corriente en el campo magnético

1. La práctica muestra que sobre un conductor con corriente, ubicado en un campo magnético, actúa una fuerza cuya dirección se determina por la regla de la mano izquierda, la misma que sirve para determinar la dirección de la fuerza de Lorentz. La causa de la aparición de dicha fuerza está completamente clara. La corriente en el conductor es el movimiento ordenado de electrones. Sobre cada electrón en movimiento, el campo magnético actúa con una fuerza $f = evB \sin \alpha$ (véase (41.1)). La fuerza que actúa sobre todo el conductor, es la suma vectorial de las fuerzas elementales de Lorentz que actúan sobre cada electrón.

2. El cálculo de esta fuerza, llamada *de Ampère*, en el caso general es muy dificultoso. Calculemos la fuerza con la que un campo magnético homogéneo de inducción B actúa sobre un conductor rectilíneo con corriente.

En estas condiciones, todos los electrones se mueven en una misma dirección, por lo que todas las fuerzas elementales de Lorentz, que actúan sobre electrones aislados, están dirigidas hacia un lado y, por lo tanto, en lugar de la suma vectorial pueden ser sumados los módulos de todas las fuerzas elementales. Si la velocidad media de los electrones es igual a \bar{v} , la longitud del conductor l y su sección S , la fuerza de Ampère

$$F = Nf = nSl \cdot \bar{v}B \sin \alpha.$$

Poniendo el valor de la intensidad de corriente según (39.17), obtenemos

$$F = ilB \sin \alpha, \quad (41.15)$$

donde α es el ángulo entre el conductor y el vector de inducción. La dirección de la fuerza de Ampère se determina por la regla de la mano izquierda (véase la fig. 41.1); la dirección de la corriente coincide con la del movimiento de las cargas positivas.

3. Hallemos la fuerza con la que dos conductores muy largos rectilíneos y paralelos actúan entre sí. Supongamos que la longitud de cada uno de los conductores l es mucho mayor que la distancia entre ellos a ; por los conductores pasa una corriente de intensidad i . Cada uno de los conductores, a una distancia a crea un campo magnético, cuya inducción con la condición $l \gg a$, puede ser calculada según la fórmula para la inducción del campo magnético de un conductor recto, infinitamente largo, con corriente (§ 40.7). Precisamente este

campo actúa sobre el segundo conductor con la fuerza de Ampère. Sustituyendo (40.31) en (41.15) y teniendo en cuenta que aquí $\alpha = \pi/2$, tendremos

$$F = \frac{\mu_0 i^2 l}{2\pi a}.$$

Sobre la base de esta fórmula se introduce la definición de la unidad de intensidad de corriente en el Sistema Internacional de unidades:

El amperio es igual a la intensidad de una corriente invariable, que al pasar por dos conductores rectilíneos paralelos de longitud infinita y de área insignificante de sección transversal redonda, ubicados en el vacío a la distancia de 1 m el uno del otro, provocaría en cada sector de un conductor de 1 m de longitud una fuerza de interacción igual a $2 \cdot 10^{-7}$ N.

Recomendamos al lector, que por su cuenta, se cerciore de que al pasar las corrientes en iguales direcciones los conductores se atraen, mientras que en direcciones opuestas, se repelen.

§ 41.10. Cuadro con corriente en el campo magnético

1. Ubiquemos en un campo magnético homogéneo un cuadro rectangular con corriente, de forma que el ángulo entre la dirección de la normal al cuadro y el vector de inducción magnética sea igual a α (fig. 41.8, a). Haciendo uso de

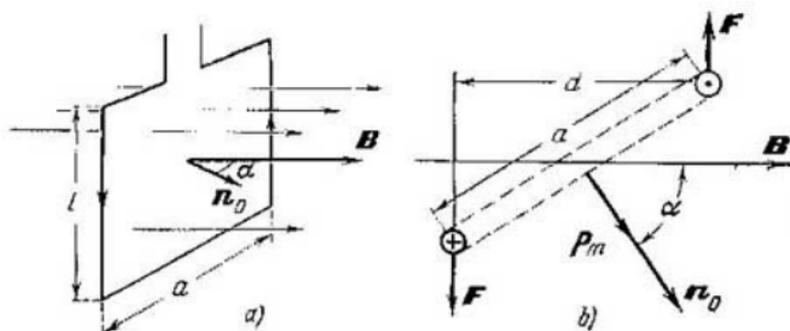


Fig. 41.8.

la regla de la mano izquierda, es fácil cerciorarse de que las fuerzas que actúan sobre los sectores del cuadro, perpendiculares al vector de inducción, crean un momento rotativo. Para calcular el valor de dicho momento, dirijámonos a la fig. 41.8, b, donde está representada la sección transversal del cuadro.

2. El momento del par de fuerzas, de acuerdo con la fórmula (22.14), es igual al producto de la fuerza de Ampère

por el brazo d :

$$M = Fd = Fa \operatorname{sen} \alpha,$$

donde a es la anchura del cuadro. Poniendo el valor de la fuerza de Ampère de (41.15)

$$M = iBa \operatorname{sen} \alpha = i S B \operatorname{sen} \alpha, \quad (41.16)$$

donde $S = al$ es el área del cuadro. Según (40.23) el producto de la corriente por el área, contorneada por ésta, es el momento magnético del cuadro p_m . Así, pues,

$$M = p_m B \operatorname{sen} \alpha. \quad (41.17)$$

3. Comparando las expresiones (37.10) y (41.17), vemos que son en absoluto análogas. En el § 40.6 fue aclarado que un cuadro con corriente crea a su alrededor un campo magnético, semejante al campo de un dipolo eléctrico.

De esta manera, observamos una extensa analogía entre las propiedades del dipolo eléctrico $p_e = ql$ y el "dipolo magnético" $p_m = iSn_e$, es decir, de un cuadro con corriente. Sobre esta base, sin demostración, haciendo sólo uso de la analogía, podemos según la fórmula (37.12), escribir la expresión para la energía del "dipolo magnético":

$$\mathcal{E} = -p_m B \cos \alpha. \quad (41.18)$$

Empleando esta misma analogía podemos afirmar que en un campo magnético heterogéneo, un cuadro con corriente será atraído a la región del campo más fuerte. La experiencia confirma esta suposición. La fuerza de atracción, según (37.41), es igual a

$$F = p_m \Delta B / \Delta l. \quad (41.19)$$

Ésta es proporcional al momento magnético del cuadro y al gradiente de la inducción del campo magnético.

Capítulo 42

SUSTANCIAS MAGNÉTICAS

§ 42.1. Tres tipos de sustancias magnéticas

1. El lector sabe que sobre un trozo de hierro ubicado en el entorno de una bobina con corriente, actúa una considerable fuerza de atracción. También es conocido, que la

fuerza de interacción entre dos bobinas con corriente crece notoriamente si en su interior se coloca un núcleo de hierro. También poseen semejantes propiedades, además del hierro, diversas clases de aceros, así como el níquel, cobalto y algunas otras aleaciones: permalloy, alnico, magnico. Todas estas sustancias reciben el nombre de *ferromagnéticas*.

En la década del cincuenta del siglo pasado, Faraday mostró que todas las sustancias tienen propiedades magnéticas, pero el grado y el carácter de su interacción con el campo es distinto para diferentes materias. En relación con esto, distinguimos las sustancias con propiedades paramagnéticas, diamagnéticas y ferromagnéticas.

Por la intensidad de su interacción con el campo magnético, todas las sustancias pueden dividirse en dos clases.

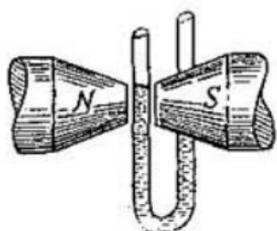


Fig. 42.1.



Fig. 42.2.

A las sustancias de débil magnetismo, se refieren todas las sustancias diamagnéticas y paramagnéticas, que a cualesquiera temperaturas interaccionan muy débilmente con el campo magnético. A las sustancias fuertemente magnéticas se refieren las sustancias ferromagnéticas y antiferromagnéticas, que a determinadas temperaturas interactúan fuertemente con el campo.

2. Reciben el nombre de *paramagnéticas* las sustancias que se atraen a la región del campo más fuerte. Si en un tubo de vidrio en U se echa un líquido paramagnético y una de sus ramas se ubica entre los polos de un electroimán fuerte, en esta rama el líquido asciende (fig. 42.1). Una barra de material paramagnético, colgada de un fino hilo, se orienta en el campo magnético a lo largo de las líneas de fuerza.

Por sus propiedades, las sustancias paramagnéticas recuerdan en cierto grado a las ferromagnéticas, pero la fuerza de su interacción con el campo es centenas y miles de veces

más débil. Por esta causa, para observar los efectos paramagnéticos son necesarios campos magnéticos muy fuertes. Tienen propiedades paramagnéticas el platino, aluminio, tungsteno, todos los metales alcalinos y alcalinotérreos; entre los gases el oxígeno y en débil grado, el óxido nítrico.

3. Denomínase *diamagnéticas* las sustancias que se expulsan del campo magnético. Por ejemplo, si entre los polos de un electroimán se enciende una vela, su llama será expulsada del campo (fig. 42.2). Una barrita de sustancia diamagnética, suspendida de un hilo en un campo magnético fuerte, se establece a través de las líneas de fuerza.

Señalemos, que las fuerzas que actúan sobre la sustancia diamagnética en un campo magnético son en uno-dos órdenes menores que las fuerzas que lo hacen sobre la materia paramagnética en ese mismo campo. Por esta causa, para observar los efectos diamagnéticos se requieren campos magnéticos muy fuertes. Entre las sustancias diamagnéticas podemos enumerar todos los gases (salvo el oxígeno), el agua, la plata, el oro, cobre, diamante, grafito, bismuto y muchos compuestos orgánicos.

§ 42.2. Momento magnético del átomo

1. A principios del siglo XIX, Ampère llegó a conclusión de que las propiedades magnéticas de la materia pueden ser explicadas si se supone que los átomos son imanes elementales microscópicos. No obstante, Ampère no pudo fundamentar el origen de los momentos magnéticos elementales. El modelo nuclear de la estructura del átomo, del que ya hicimos uso para explicar el mecanismo de la polarizabilidad deformativa (§ 38.5), nos ayudará a comprender el origen de los momentos magnéticos del átomo. En efecto, circulando por el átomo, el electrón es de por sí una corriente elemental que posee un momento magnético p_m^{orb} . Además, el electrón que circula por la órbita tiene un momento cinético, llamado *momento cinético orbital* L^{orb} . De acuerdo con (40.28) entre estas dos magnitudes debe existir la siguiente relación:

$$p_m^{\text{orb}} = \frac{e}{2m_e} L^{\text{orb}}. \quad (42.1)$$

Aquí, m_e es la masa en reposo del electrón, e , su carga.

El momento magnético del átomo se forma de los momentos magnéticos de los electrones que giran alrededor

del núcleo. Sin embargo, la práctica nos muestra que el momento magnético del núcleo es, aproximadamente, 2000 veces menor que el del electrón (§ 80.2). Por esta razón, al estudiar las propiedades magnéticas de la sustancia, se desprecia el momento magnético de núcleo y se considera que *el momento magnético del átomo* es igual a la suma vectorial de los momentos magnéticos de los electrones que circulan alrededor del núcleo. Intentemos apreciar la magnitud de este momento magnético.

2. Supongamos que en el espacio se ha destacado cierta dirección, por ejemplo, el eje z . Esto puede significar que a lo largo de este eje está dirigido cierto campo magnético. En la mecánica cuántica se demuestra que la proyección del momento cinético orbital sobre la dirección prefijada, puede tomar sólo ciertos valores determinados en absoluto:

$$L_z^{\text{orb}} = m\hbar, \quad (42.2)$$

donde \hbar es la constante de Planck, m , un número entero (§ 72.4). Haciendo uso de la correlación (42.1), para la proyección del momento magnético orbital, que designaremos por μ_{mz}^{orb} , obtendremos el siguiente valor:

$$\mu_{mz}^{\text{orb}} = \frac{e}{2m_e} L_z^{\text{orb}} = m \frac{e\hbar}{2m_e} = m\mu_B. \quad (42.3)$$

3. La magnitud

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = (9,274078 \pm 0,000036) \cdot 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2 \quad (42.4)$$

recibe el nombre de *magnetón de Bohr*. Está constituida por las constantes naturales, es decir, carga y masa del electrón y constante de Planck y, por lo tanto, también es una constante natural.

El magnetón de Bohr es el valor mínimo, diferente del cero, de la proyección del momento magnético del electrón por una dirección tomada al azar. Pero como el momento magnético del átomo es igual a la suma vectorial de los momentos magnéticos de los electrones, podemos afirmar que la proyección del momento magnético del átomo sobre cierto eje bien es igual a cero, o bien es múltiple al magnetón de Bohr. Más abajo veremos que los experimentos confirman esta apreciación.

§ 42.3. Magnitudes que caracterizan el campo magnético en la sustancia

1. Para caracterizar el grado de polarización de un dieléctrico en el campo eléctrico, fue introducida una magnitud física especial, o sea, el vector de polarización, igual al momento dipolar de la unidad de volumen de un dieléctrico polarizado (§ 38.2). De forma análoga, introduzcamos una magnitud que caracterice el grado de imanación de la sustancia en el campo magnético, es decir, el vector de imanación.

Recibe el nombre de *vector de imanación* M el momento magnético de la unidad de volumen de una sustancia imanada. Para calcularlo, hay que hallar la suma vectorial de los momentos magnéticos de todos los átomos contenidos en la unidad de volumen de la sustancia imanada. Para simplificar los razonamientos, supongamos que la sustancia es homogénea y todos sus átomos tienen un mismo momento magnético p_m . Entonces, el vector de imanación

$$M = \frac{N p_m}{V} = n p_m, \quad (42.5)$$

donde n es la concentración de los átomos. La unidad de imanación coincide con la de intensidad del campo magnético:

$$[M] = [N p_m / V] = A \cdot m^2 / m^3 = A / m = [H].$$

2. Limitémonos a considerar el caso más sencillo, cuando una sustancia homogénea e isotrópica rellena el campo magnético. Esto puede ser realizado, si sobre el núcleo toroidal del material que investigamos se enrolla un arrollamiento por el que fluye la corriente. Como es natural, la sustancia del núcleo se imanará a cuenta de la acción del campo magnético de la corriente.

Resulta, que si la sustancia es paramagnética o diamagnética, el vector de imanación será proporcional a la intensidad de campo de imanación (§§ 42.4, 42.5):

$$M = \kappa_m H. \quad (42.6)$$

El coeficiente de proporcionalidad κ_m en la expresión (42.6) denominase *susceptibilidad magnética* de la materia. El lector se cerciorará con facilidad de que la susceptibilidad magnética es una magnitud adimensional.

3. El vector de imanación determina la inducción del campo magnético B_{sub} creado por la sustancia imanada. Por

analogía con la ligazón entre la inducción del campo de las corrientes y la intensidad de dicho campo ($B_{\text{corr}} = \mu_0 H$), escribiremos la correlación entre la inducción del campo de la sustancia y su imanación: $B_{\text{sus}} = \mu_0 M$.

La inducción del campo magnético en la sustancia, que rellena por completo el campo magnético, es cierta suma de las inducciones del campo de las corrientes de imanación y del campo de la sustancia imanada:

$$B = B_{\text{corr}} + B_{\text{sus}} = \mu_0 (H + M). \quad (42.7)$$

Basándonos en (42.6), tenemos

$$B = \mu_0 (H + \kappa_m H) = \mu_0 (1 + \kappa_m) H = \mu_0 \mu H. \quad (42.8)$$

La magnitud

$$\mu = 1 + \kappa_m \quad (42.9)$$

es llamada *permeabilidad magnética* de la materia.

§ 42.4. Diamagnetismo

1. Intentemos aclarar el mecanismo del efecto diamagnético. Para el análisis hagamos uso del modelo del átomo de helio. El núcleo de este átomo tiene una carga $q = +2e$ y alrededor del núcleo giran dos electrones. La experiencia muestra que el átomo de helio no tiene momento magnético. Esto puede ser explicado al suponer que los dos electrones giran alrededor del núcleo a igual velocidad por órbitas idénticas, pero en direcciones opuestas. Entonces, sus momentos magnéticos orbitales serán iguales en magnitud, pero de signo opuesto y el momento magnético sumario del átomo resulta ser nulo (fig. 42.3).

2. Ubiquemos el átomo de helio en un campo magnético de inducción $B_0 = \mu_0 H$. Para simplificar los razonamientos, supongamos que el vector de inducción es perpendicular al plano de la órbita del electrón (fig. 42.4). En este caso, sobre el electrón actúan dos fuerzas: la de Coulomb de atracción del núcleo y la de Lorentz. La resultante comunica al electrón aceleración centrífuga. Las ecuaciones de los movimientos para los dos electrones toman el aspecto

$$F_{\text{Coul}} - F_{\text{Lor}}^{(1)} = \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} - ev_1 B_0 = \frac{mv_1^2}{r}, \quad (42.10)$$

$$F_{\text{Coul}} + F_{\text{Lor}}^{(2)} = \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} + ev_2 B_0 = \frac{mv_2^2}{r}.$$

Hay que prestar atención al hecho de que en estas ecuaciones suponemos que bajo la acción del campo magnético, sólo varía la velocidad de movimiento del electrón, pero que no cambia el radio de la órbita.

3. De las ecuaciones (42.10) se desprende que por la acción del campo magnético, la velocidad de movimiento del primer electrón disminuyó, la del segundo, creció. De manera correspondiente varían sus momentos magnéticos. Esto

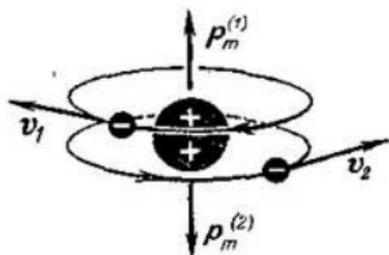


Fig. 42.3.

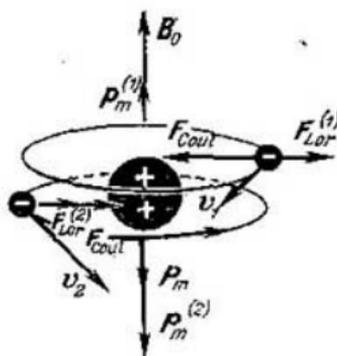


Fig. 42.4.

quiere decir que a causa del influjo del campo magnético externo al átomo se le induce un momento magnético:

$$p_m = p_m^{(2)} - p_m^{(1)} = \frac{ev_2 r}{2} - \frac{ev_1 r}{2} = \frac{er}{2} (v_2 - v_1). \quad (42.11)$$

Señalemos que el momento magnético inducido p_m está dirigido en sentido opuesto a la dirección del vector de inducción del campo externo (fig. 42.4).

La diferencia de velocidades será hallada de (42.10), si restamos de la igualdad inferior la superior:

$$eB_0(v_2 + v_1) = \frac{m}{r} (v_2^2 - v_1^2),$$

o bien, después de simplificar

$$v_2 - v_1 = eB_0 r / m = er\mu_0 H / m. \quad (42.12)$$

Poniendo esta igualdad en (42.11), obtenemos para el momento magnético inducido

$$p_m = e^2 r^2 \mu_0 H / 2m. \quad (42.13)$$

Tomando en consideración que los vectores p_m y H tienen direcciones opuestas, reescribimos (42.13) en forma vectorial:

$$p_m = -\frac{e^2 r^2 \mu_0}{2m} H. \quad (42.14)$$

4. El vector de imanación, según (42.5), es igual a

$$M = n p_m = -\frac{e^2 r^2 n \mu_0}{2m} H. \quad (42.15)$$

Así, pues, aquí el vector de imanación es en realidad proporcional a la tensión del campo de imanación (véase (42.6)). La susceptibilidad magnética es una magnitud negativa:

$$\kappa_m = \frac{e^2 r^2 n \mu_0}{2m}.$$

Apreciemos la magnitud de la susceptibilidad magnética del helio. El radio de la órbita $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$ m, la concentración de átomos a presiones corrientes $n = 2,69 \times 10^{25}$ m⁻³. Obtenemos

$$\kappa_m = -\frac{1,6^2 \cdot 10^{-38} \cdot 0,5^2 \cdot 10^{-20} \cdot 2,69 \cdot 10^{25} 4\pi}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^7} = -1,2 \cdot 10^{-9}.$$

Según los experimentos, el valor de la susceptibilidad magnética del helio $\kappa_m = -1,05 \cdot 10^{-9}$. Teniendo en cuenta el carácter en extremo aproximado de nuestro modelo, hay que reconocer que semejante coincidencia del cálculo y el experimento es satisfactoria.

5. Mediante el modelo del átomo de helio hemos conseguido explicar el mecanismo de los fenómenos diamagnéticos. Generalizando, podemos afirmar que son diamagnéticas todas aquellas sustancias en las que cuando no hay campo magnético externo los átomos carecen de momento magnético.

Como los radios de las órbitas de los electrones no se diferencian en mucho en los átomos de diversas sustancias, las susceptibilidades magnéticas de distintas materias, en un mismo estado de agregación, son aproximadamente iguales. Por ejemplo, la susceptibilidad magnética del nitrógeno es igual a $-6,76 \cdot 10^{-9}$, del argón $-10,9 \cdot 10^{-9}$, del hidrógeno $-2,25 \cdot 10^{-9}$, etc. En los líquidos y sólidos la concentración de los átomos es unas 1000 veces mayor y, por lo tanto, también crece su susceptibilidad magnética. Así, la del agua es igual a $-9 \cdot 10^{-6}$, de la plata $-25 \cdot 10^{-4}$, etc.

§ 42.5. Paramagnetismo

1. El mecanismo de imanación de las sustancias diamagnéticas, que hemos examinado en el párrafo anterior, se reduce a la inducción al átomo de un momento magnético complementario, bajo la acción del campo magnético externo. Este fenómeno es característico para los átomos de cualquier sustancia, por consiguiente, todas las sustancias deben tener propiedades diamagnéticas. ¿Qué son entonces las sustancias paramagnéticas?

Resulta que a diferencia de las sustancias diamagnéticas, en las que los momentos magnéticos de los electrones dentro del átomo están compensados, las sustancias paramagnéticas tienen los momentos magnéticos no compensados. Bajo la acción del campo magnético externo, dichos momentos magnéticos giran, tendiendo a disponerse a lo largo de las líneas de fuerza. Como es lógico, el movimiento térmico viola este orden.

Como vemos, el mecanismo de imanación de las sustancias paramagnéticas es por completo análogo al mecanismo de polarización de los dieléctricos con moléculas polares (§ 38.6). Si razonamos del mismo modo que lo hicimos al deducir la fórmula (38.25), obtendremos la expresión para la imanación de las sustancias paramagnéticas:

$$M = \frac{n p_m^2 B_0}{3kT} = \frac{n p_m^2 \mu_0}{3kT} H. \quad (42.16)$$

2. La susceptibilidad magnética de las sustancias paramagnéticas es una magnitud positiva:

$$\chi_m = \frac{n p_m^2 \mu_0}{3kT}.$$

Como vemos, con una concentración invariable de los átomos (es decir, con densidad constante de la sustancia), la susceptibilidad magnética de las sustancias paramagnéticas varía en razón inversa a la temperatura absoluta (*ley de Curie*): $\chi_m = \text{const}/T$. Este fenómeno se confirma de modo experimental.

Señalemos que la expresión (42.16) es válida a condición de que $p_m B_0 / kT \ll 1$, o sea, si la energía del dipolo en el campo magnético $\mathcal{E}_m = p_m B_0$ es mucho menor que la energía del movimiento térmico de la partícula $\bar{\epsilon} = kT$. Pero como $p_m \approx \mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$, mientras que la

inducción máxima posible del campo magnético $B_{\text{máx}} \approx 1,3 \text{ T}$, a la temperatura ambiente esta condición siempre se cumple. Sólo a muy bajas temperaturas se puede obtener $p_m B_0 / kT \approx 1$; con este fin, la sustancia paramagnética se debe enfriar hasta la temperatura

$$T \approx \frac{p_m B_0}{k} = \frac{\mu_B B_{\text{máx}}}{k} = \frac{9,27 \cdot 10^{-24} \cdot 1,3}{1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 1 \text{ K},$$

es decir, próxima al cero absoluto. En semejante caso la imanación de la sustancia paramagnética será cercana a la de saturación, ya que todos los momentos magnéticos de los átomos se dispondrán a lo largo del campo, mientras que el débil movimiento térmico no puede destruir dicho orden.

3. Apreciemos el valor de la susceptibilidad magnética de las sustancias paramagnéticas a la temperatura ambiente. Para los gases $n = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$; haciendo $T \approx 300 \text{ K}$, obtenemos

$$\chi_m \approx \frac{2,69 \cdot 10^{25} \cdot 9,27^2 \cdot 10^{-48} \cdot 4\pi}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 10^7} \approx 2,3 \cdot 10^{-7}.$$

El experimento nos da para el oxígeno a 20°C un valor de la susceptibilidad magnética igual a $18,6 \cdot 10^{-7}$, para el óxido nítrico (NO), $0,8 \cdot 10^{-7}$. Para las sustancias paramagnéticas sólidas, la susceptibilidad debería ser, aproximadamente, 1000 veces mayor. El experimento nos da para el platino $2,6 \cdot 10^{-4}$, el sodio $8,3 \cdot 10^{-5}$, el litio $2,3 \cdot 10^{-5}$, y para otros materiales, valores mucho más pequeños.

Así, pues, la susceptibilidad magnética de las sustancias paramagnéticas es unas cien veces mayor que la de las sustancias diamagnéticas. Esto nos permite explicar, por qué causa en las sustancias paramagnéticas no se manifiestan las propiedades diamagnéticas. Resulta que el fuerte efecto paramagnético sobrecubre el débil diamagnético.

§ 42.6. Ferromagnetismo. Punto de Curie

1. A diferencia de las sustancias paramagnéticas y diamagnéticas, en las que el vector de imanación es proporcional a la intensidad del campo magnetizante, en las sustancias ferromagnéticas la imanación es una complicada función no lineal de la intensidad. La fig. 42.5 nos ofrece dicha dependencia para el níquel. Para que la representación sea más cómoda está violada la escala: la región de la intensidad

del campo de $0.1 \cdot 10^3$ a $2 \cdot 10^3$ A/m está extendida. Como vemos en la figura, la imanación del níquel crece primeramente con rapidez al aumentar la intensidad del campo magnético. A continuación, se alcanza la saturación magnética, cuando la imanación deja ya de depender prácticamente de la magnitud del campo magnetizante.

2. Como la imanación de la sustancia ferromagnética no es proporcional a la intensidad del campo magnetizante, las expresiones (42.6) y (42.8) pierden su sentido. Sin embargo, de manera formal, podemos hacer uso de ellas, to-

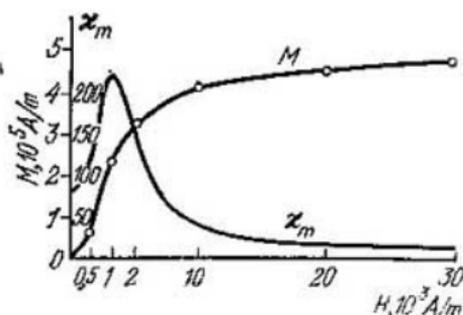


Fig. 42.5.

mando en consideración que para las sustancias ferromagnéticas, la susceptibilidad magnética $\chi_m = M/H$ y la permeabilidad magnética $\mu = B/\mu_0 H$ no son magnitudes constantes, sino que funciones bastante complicadas de la intensidad de campo magnetizante.

3. La siguiente importante distinción de las sustancias ferromagnéticas consiste en que si las propiedades paramagnéticas y diamagnéticas de la sustancia se manifiestan con cualquier estado de agregación, las ferromagnéticas sólo se observan en los cristales. En estado líquido o gaseoso, las sustancias ferromagnéticas se comportan como corrientes sustancias paramagnéticas. De aquí sigue, que las propiedades ferromagnéticas de ciertas sustancias, son determinadas no por propiedades singulares de sus átomos —éstos en nada se diferencian de los de las sustancias paramagnéticas—, sino que por la estructura especial de su red cristalina. Al cambiar la estructura de la red, también deben variar las propiedades magnéticas de las sustancias ferromagnéticas. Esto se confirma experimentalmente.

Resulta que para cada sustancia ferromagnética hay una temperatura determinada, *punto de Curie*, sobre la cual las propiedades ferromagnéticas desaparecen y la materia se convierte en una corriente sustancia paramagnética. Para el hierro el punto de Curie constituye 770°C , para el níquel, 360°C , mientras que para el permalloy (aleación del 70% de Fe y 30% de Ni), sólo 70°C .

4. Como mostró L. D. Landáu, el punto de Curie para las sustancias ferromagnéticas corresponde a la temperatura de la transición de fase de segundo género.

Durante las transiciones de fase de primer género varía la estructura de la materia; por ejemplo, al fundir un cristal el orden de largo alcance cambia por la ordenación próxima. Como resultado, varía la energía interna y la entropía del cuerpo, lo que requiere cierta energía, es decir, el calor de transición de fase (véase el cap. 36). Las transiciones de fase de segundo género, por ejemplo la desaparición de las propiedades ferromagnéticas de la sustancia al pasar tras

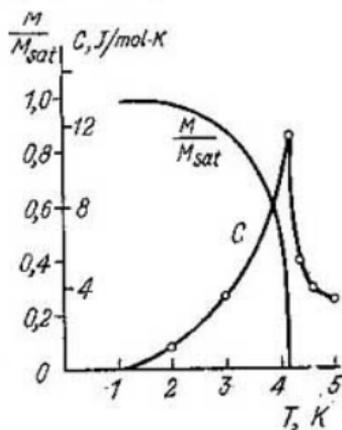


Fig. 42.6.

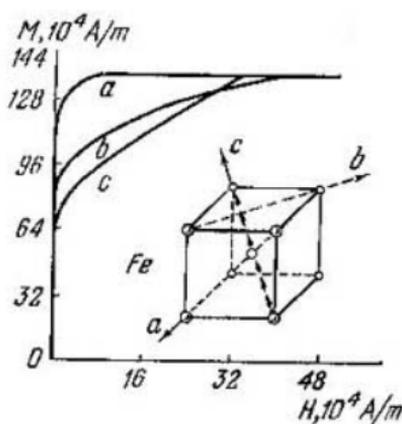


Fig. 42.7.

el punto de Curie, no se acompañan por el cambio del estado de agregación. En particular, la red cristalina no se destruye en este caso, aunque varía el tipo de simetría de ésta. Como resultado, las transiciones de fase de segundo género no están acompañadas por la variación de la entropía y la energía interna del cuerpo, por lo que aquí tampoco hay calor de transición de fase.

Landáu mostró que durante las transiciones de fase de segundo género, por salto cambian también tales características de la sustancia como la capacidad calorífica, el coeficiente de dilatación térmica, la compresibilidad, etc., lo que se confirma experimentalmente. En la fig. 42.6 se muestran las gráficas de variación de la imanación y la capacidad calorífica de cierta sustancia. Como vemos, a una temperatura de $4,2 \text{ K}$ la imanación disminuye de modo brusco; por

lo tanto, esta temperatura corresponde al punto de Curie para la sustancia dada. A esta temperatura la capacidad calorífica en un principio crece con rapidez y después decrece.

5. El ferromagnetismo sólo es propio de los cristales y, como sabemos, éstos poseen anisotropía (§ 32.1), por lo que un monocristal de una sustancia ferromagnética debe tener anisotropía de imanación, o sea, sus propiedades magnéticas deben ser diferentes en distintas direcciones. Esta suposición se confirma por el experimento.

En la fig. 42.7 están representadas las gráficas de imanación de un monocristal de hierro, con red del tipo de cubo centrado por el volumen (§ 33.4). Resulta que por la dirección de la arista del cubo, la imanación de la sustancia, para el valor dado de la intensidad del campo, es la mayor (*a*), es menor por la dirección de la diagonal de la cara (*b*), mientras que la menor imanación se manifestará por la diagonal espacial del cubo (*c*). Por esta causa, la arista del cubo recibe el nombre de dirección de fácil imanación, en tanto que la diagonal del cubo, dirección de difícil imanación.

Es natural que en un policristal no se manifiesta la anisotropía de imanación, ya que los microcristales aislados están orientados caóticamente (§ 32.2).

§ 42.7. Histéresis

1. Una propiedad característica de las sustancias ferromagnéticas es la *histéresis*. El fenómeno consiste en que la imanación de la sustancia ferromagnética no sólo depende de la intensidad del campo magnetizante en el momento dado, sino que también de la imanación previa del modelo. Por esta razón, no se puede indicar qué imanación de la sustancia ferromagnética corresponde al valor dado de la intensidad del campo magnetizante, si no sabemos en qué estado se encontraba hasta dicho momento. Como es lógico, esto también se refiere a los valores de la susceptibilidad y permeabilidad magnéticas.

La gráfica de la fig. 42.5 caracteriza la marcha de la imanación previa, cuando la sustancia ferromagnética fue, primeramente, calentada por encima del punto de Curie y, por lo tanto, fue desimanada por completo y, a continuación, enfriada e imanada. La curva de imanación tendrá un espec-

to completamente diferente, si la sustancia ferromagnética estaba de antemano imanada.

2. Fabriquemos un núcleo de forma toroidal de una sustancia ferromagnética desimanada y enrollémosla uniformemente con un conductor. Variando la corriente en el arrollamiento, cambiaremos al mismo tiempo la intensidad de campo magnetizante. Sea que la intensidad del campo aumenta hasta el valor H_s (fig. 42.8). A este valor del campo

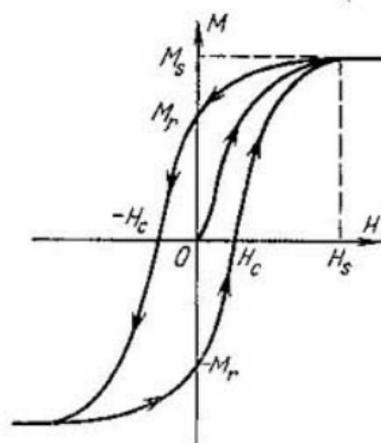


Fig. 42.8.

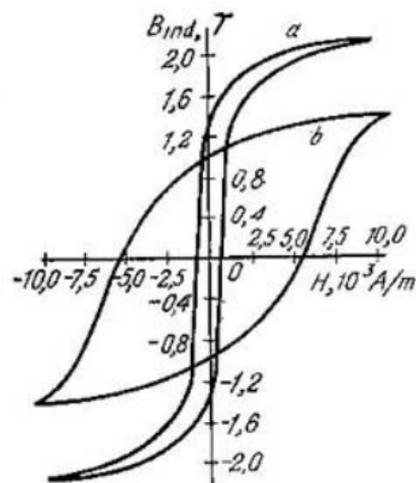


Fig. 42.9.

le corresponde la imanación de saturación, igual a M_s . Disminuyamos la corriente en el arrollamiento, con lo que decrecerá la intensidad de campo magnetizante. Nos cercioraremos de que la imanación del núcleo durante la desimanación será todo el tiempo mayor que durante el proceso de imanación.

Cuando la corriente en el arrollamiento sea igual a cero, también desaparecerá el campo imanador. Pero la imanación de la sustancia ferromagnética no se reducirá a cero, el núcleo conservará cierta *imanación remanente* M_r . Sólo en el caso, cuando por el arrollamiento pase una corriente en dirección opuesta y se cree un campo con intensidad $-H_c$, la imanación del núcleo se reducirá a cero. La intensidad del campo desimanador H_c es llamada *fuerza coercitiva*.

La curva que nos ofrece la fig. 42.8 recibe el nombre de *ciclo de histéresis* (o *lazo de histéresis*).

3. En función de la composición química del material, así como del carácter del tratamiento térmico y del maquinado de éste (temple, revenido, laminado, estampado en frío, etc.) hay materias ferromagnéticas con diferentes propiedades. Las sustancias con pequeños valores de la fuerza coercitiva se denominan materiales magnéticos "blandos", los materiales con grandes fuerzas coercitivas, "duros". En la fig. 42.9 están representados los lazos de histéresis de dos materiales: de hierro magnéticamente blando (*a*) y de acero templado altamente coercitivo (*b*).

La forma de la curva de histéresis determina la región de aplicación de una u otra sustancia ferromagnética. Los materiales magnéticamente blandos se emplean para construir núcleos de los electroimanes, en los que es importante tener un gran valor de la inducción máxima del campo y pequeña fuerza coercitiva. Estos mismos materiales se utilizan como núcleos de los transformadores y en las máquinas de corriente alterna (generadores, motores): gracias a su pequeña fuerza coercitiva éstos se reimanan con facilidad. Semejantes requisitos se presentan a los núcleos de los imanes de los aceleradores.

Los materiales magnéticamente duros son utilizados para fabricar imanes permanentes. Gracias al gran valor de la fuerza coercitiva e imanación remanente relativamente grande, estos imanes pueden crear tiempo prolongado fuertes campos magnéticos.

Los imanes permanentes fabricados de aleaciones altamente coercitivas, se emplean en los instrumentos de medida magnetoeléctricos, en los altavoces electrodinámicos y los micrófonos, en pequeños generadores (por ejemplo, para bicicletas), en microelectromotores, etc.

§ 42.8. Estructura por dominios de las sustancias ferromagnéticas

1. Siguiendo la teoría clásica de ferromagnetismo, propuesta por P. Weiss, podremos explicar las singularidades de las sustancias ferromagnéticas. De acuerdo con dicha teoría, a temperaturas inferiores al punto de Curie, la sustancia ferromagnética consta de regiones microscópicas, denominadas *dominios*, en cada uno de las cuales los mo-

mentos magnéticos de los átomos están dispuestos rigurosamente en una misma dirección, correspondiente al sentido de una ligera imanación (§ 42.6). De esta forma, cada uno de los dominios esta imanado hasta la saturación independientemente de si hay o no campo magnético externo y de su magnitud.

Las dimensiones de los dominios alcanzan $10^{-2} \dots 10^{-3}$ cm, por lo que éstos pueden ser observados con un microscopio. Para poder observar los dominios, sobre la

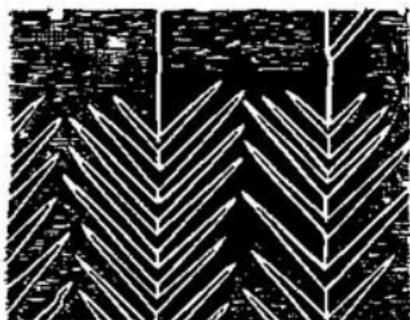


Fig. 42.10.

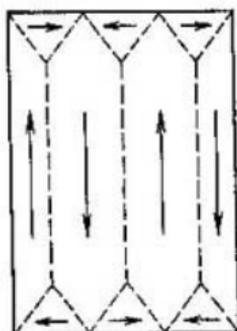


Fig. 42.11.

superficie pulida de la sustancia ferromagnética se echa una gota de aceite, en la que están suspendidas diminutas partículas de polvo ferromagnético (método de Akúlov—Bitter). Las partículas de polvo ferromagnético se concentran por los límites de los dominios, donde el campo magnético es más heterogéneo (fig. 42.10).

Quando no hay campo magnético externo, en un monocristal los dominios se disponen de modo que sus campos magnéticos se cierran entre sí, mientras que el campo externo sumario resulta ser nulo. En la fig. 42.11 estos dominios están representados de forma esquemática. Las direcciones de los vectores de imanación dentro de los dominios se muestran con flechas. Como indicaran L. D. Landáu y E. M. Lífshits, semejante sistema de dominios en un monocristal caracteriza el estado con la energía mínima del campo magnético, lo que según la termodinámica asegura el equilibrio estable de este sistema.

2. Basándonos en estas representaciones vamos a explicar el mecanismo de imanación de un modelo policristalino. El policristal consta de granos aislados, en los que las direcciones de imanación ligera están orientadas en desorden. Cada grano está dividido en varios dominios dirigidas a lo largo de la línea de imanación ligera (fig. 42.12, a).

Al conectar un campo magnético débil, siempre habrá múltiples dominios, en los que la dirección del vector de

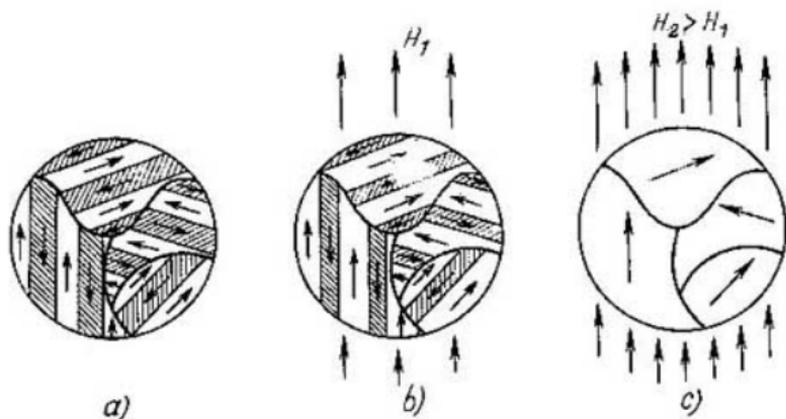


Fig. 42.12.

imanación coincidirá con la del campo externo. Estos dominios poseerán el mínimo de energía y, por lo tanto, estarán en estado de equilibrio estable. Los dominios vecinos tienen el máximo de energía. Por esta razón, desde el punto de vista energético es ventajoso si los momentos magnéticos de algunos átomos varían su dirección y se unen a aquellos dominios, cuya energía es mínima. Este proceso denominamos *desplazamiento de los límites de los dominios* (fig. 42.12, b).

A medida que crece la intensidad del campo magnético externo, los límites de los dominios se desplazan más fuertemente. Con ello, las paredes de los dominios comienzan a tropezar en su recorrido con los defectos del cristal, es decir, dislocaciones, inclusiones, etc. (§ 32.4). Estos defectos dificultan la variación de la dirección del momento magnético en los átomos dispuestos cerca del defecto (obstaculizan el desplazamiento de las paredes del dominio). Con el aumento del crecimiento del campo, la energía potencial de los

átomos (dipolos magnéticos) cerca del defecto crecerá hasta tal grado, que superará la energía de activación (§ 34.3). Entonces, los momentos magnéticos de los átomos en las proximidades del defecto, varían por salto su dirección por la opuesta, con otras palabras, la pared del dominio por un salto se separa de su lugar y se desplaza hasta el siguiente defecto. De esta forma, el proceso de imanación de una sustancia policristalina no transcurre uniformemente, sino que a saltos. Este fenómeno recibe el nombre de *efecto de Burkhausem*.

Dicho efecto puede ser descubierto de modo experimental. A un haz de alambres de níquel se acerca un imán; se produce la imanación por salto del níquel, lo que provoca la variación por salto del campo magnético. Gracias al fenómeno de la inducción electromagnética (véase el cap. 43) en el arrollamiento, enrollado en el haz de níquel, surgen impulsos de corriente que se oyen bien por un teléfono.

El carácter irregular del proceso de imanación de una sustancia ferromagnética policristalina lleva a pérdidas irreversibles de energía (desplazamiento de las dislocaciones y otros defectos, aparición de ondas elásticas, cuya energía se transforma en interna, etc.). Por lo tanto, también el proceso de imanación en campos fuertes transcurre irreversiblemente. Cuando el campo magnético disminuye, la estructura de la sustancia no se restablece: durante la desimanación, los dominios tendrán otra forma y orientación en comparación con el proceso de imanación. Esta es la causa del efecto de histéresis.

3. En campos suficientemente fuertes, todas las paredes de los dominios se desplazan hacia los límites de los granos cristalinos y cada uno de éstos quedará imanado a lo largo de aquella dirección de imanación fácil que con la dirección del campo externo forma el menor ángulo (fig. 42.12, c). Si aumentamos aún más la intensidad del campo imanador, los momentos magnéticos de los granos comenzarán a girar, disponiéndose a lo largo del campo. Este proceso requiere campos fuertes, a causa de lo cual la imanación cambia poco en esta región y el crecimiento de la curva de imanación se retarda.

Por fin, cuando los momentos magnéticos de todos los granos se dispongan a lo largo del campo, llega la saturación magnética, es decir, con el crecimiento del campo externo, la imanación de la sustancia deja de crecer.

4. Como vemos, haciendo uso de la representación acerca de la estructura de dominios de las sustancias ferromagnéticas, pueden ser explicadas todas las particularidades del proceso de su imanación. El punto de Curie resulta ser la temperatura, más arriba de la cual la estructura de dominio se destruye.

Queda responder a dos preguntas. Ante todo hay que explicar qué fuerzas provocan el que en el interior del dominio, los momentos magnéticos de todos los átomos se disponen de forma espontánea a lo largo de la dirección de imanación fácil. Además, hay que encontrar las causas del por qué unas sustancias tienen propiedades ferromagnéticas y otras no. A estas preguntas sólo puede dar respuesta la teoría cuántica de los fenómenos magnéticos.

§ 42.9. Experimento de Einstein—de-Haas

1. En los párrafos anteriores hicimos uso de la representación acerca de que los átomos de las sustancias paramagnéticas y ferromagnéticas tienen momento magnético y en el campo magnético externo estos momentos se orientan a lo largo del campo. En el § 42.2 hemos aclarado que la razón entre el momento magnético orbital y el momento cinético orbital es igual a la mitad de la carga específica del electrón. Es muy importante comprobar estas representaciones experimentalmente. La idea de semejante experimento fue propuesta por Einstein en 1915 y ese mismo año, junto con de-Haas, lo realizó.

La esencia del experimento es la siguiente. Suspendamos una barrita de material ferromagnético de un fino hilo y ubiquémosla en una bobina de forma que el eje de la barrita y de la suspensión coincidan exactamente con la dirección del vector de inducción de campo imanador. Haciendo pasar la corriente por el arrollamiento de la bobina, imanamos la barrita hasta la saturación y, seguidamente, variando la dirección de la corriente en la bobina, imanamos la barrita hasta la saturación en sentido opuesto (fig. 42.13). El proceso de reimanación consiste en que las direcciones de los momentos magnéticos de los átomos varían por los opuestos. Pero junto con la variación de la dirección del momento magnético, cambia la del momento de cantidad de movimiento de los electrones.

El sistema de electrones e iones positivos, que forman la red cristalina de la barra, es cerrado ya que sobre él no actúa ningún momento mecánico. Pero entonces, de acuerdo con la conocida ley de conservación (§ 22.7), el momento sumario de cantidad de movimiento de los electrones y la red iónica no debe variar. Pero como durante la reimanación de la barra el momento de cantidad de movimiento de los electrones cambia, correspondientemente en la propia barra debe surgir un momento de cantidad de movimiento tal que su suma algebraica conserve su valor inicial; gracias a esto la barra gira alrededor de su eje de manera paralela al campo.

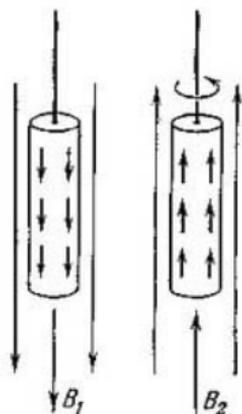


Fig. 42.13.

De esta forma quedó experimentalmente demostrado que los átomos tienen un momento magnético provocado por el movimiento intraatómico de los electrones. La presencia del momento magnético provoca, de acuerdo con (42.1), la aparición del momento mecánico de cantidad de movimiento.

2. Ese mismo año, S.J. Barnett mostró que existe un efecto que, en cierto sentido, es opuesto al de Einstein—de-Haas. Barnett descubrió que

si una barra de hierro se pone en rápido movimiento, ésta se imana. De este experimento también puede ser hallada la razón entre el momento magnético y el momento de cantidad de movimiento.

3. Un minucioso análisis de los resultados de los experimentos mostró que tanto en el experimento de Einstein —de-Haas, como en el de Barnett, la razón entre el momento magnético y el momento de cantidad de movimiento tiene el signo esperado, que corresponde a la carga negativa de los electrones, pero el valor numérico resultó ser dos veces mayor que el obtenido según la fórmula (42.1), es decir

$$p_m/L = e/m_e \quad (42.17)$$

Se puede suponer la siguiente explicación del resultado obtenido. Supongamos que el electrón tiene no sólo momento magnético orbital, para el cual la correlación (42.1) es válida, sino que además, otro momento magnético, *de spin*, para el cual se cumple la correlación (42.17). Si además

tenemos en cuenta, que los momentos magnéticos orbitales pueden ser compensados, los resultados de los experimentos de Einstein — de-Haas y de Barnett se explican con facilidad.

Resulta que la existencia del momento magnético de spin en el electrón, se desprende directamente del experimento de Stern — Gerlach.

§ 42.10. Experimento de Stern—Gerlach

1. En 1921 O. Stern y W. Gerlach realizaron un experimento destinado a la medición directa de los momentos magnéticos de los átomos de diversos elementos químicos.

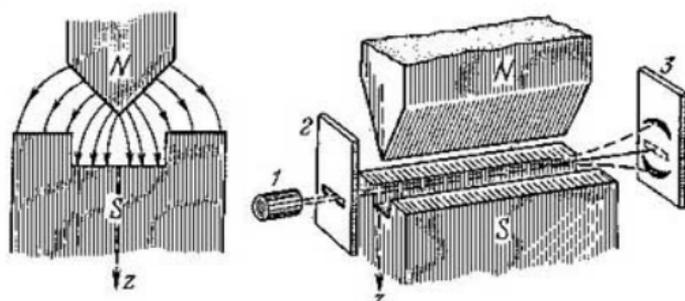


Fig. 42.14.

Con este fin, un haz de átomos se hace pasar por un campo magnético con fuerte heterogeneidad, es decir, con gran valor del gradiente $\Delta B/\Delta z$. Para obtener tan considerable gradiente se hizo uso de un electroimán con zapatas polares de especial forma (fig. 42.14).

Los átomos de metal, al evaporarse en el horno 1, pasan por el diafragma 2 formando un haz estrecho. Cuando no hay campo magnético dicho haz no deja huellas en el centro de la placa fotográfica 3. Si conectamos el campo magnético, a lo largo del eje z sobre el átomo actúa la fuerza $F_z = p_{mz} \frac{\Delta B}{\Delta z}$ (véase (41.9)), donde p_{mz} es la proyección del momento magnético en el eje z . Bajo la acción de dicha fuerza, los átomos se desplazan hacia arriba o hacia abajo, en función del sentido de la proyección del momento magnético: a lo largo del eje o en dirección opuesta. Midiendo el valor del desplazamiento y conociendo el gradiente de la

inducción del campo, puede ser calculada la proyección del momento magnético del átomo.

2. De acuerdo con las representaciones clásicas, cualesquiera orientaciones del momento magnético respecto del eje z son igualmente probables, de forma que la proyección del momento magnético puede tomar todo valor desde $-p_m$ hasta $+p_m$, incluido el nulo. De modo correspondiente variará la fuerza que actúa sobre los átomos. Como en el haz hay muchos átomos, en correspondencia con las representaciones clásicas, el haz debe dispersarse por una ancha franja. ¡Resultó que nunca surge semejante franja dispersal! Así, pues, la suposición acerca de la orientación igualmente probable de los momentos magnéticos en direcciones arbitrarias, sobre la que se basa la física clásica, no corresponde a la realidad.

3. El experimento mostró que los átomos de ciertas sustancias no se desvían por completo en el campo magnético, por ejemplo los de mercurio. Esto significa que estos átomos no tienen momentos magnéticos; por lo tanto, todas estas sustancias deben ser diamagnéticas, lo que corresponde a la realidad.

Un resultado de particular interés, fue obtenido en los experimentos con los metales alcalinos litio, sodio, potasio (así como el aluminio y algunos otros). Aquí el haz atómico se dividió en dos, que se desplazaron a una misma magnitud, pero en sentidos opuestos (fig. 42.14). De aquí se desprende que la proyección del momento magnético del átomo dado sobre el eje z puede tener *sólo dos* valores iguales en magnitud y de sentido opuesto. Después de medir el valor de esta desviación, puede ser mostrado que en el caso dado la proyección del momento magnético del átomo es igual al magnetón de Bohr:

$$p_{mz} = \pm \mu_B. \quad (42.18)$$

§ 42.11. Spin del electrón

1. Analicemos con más detalle el resultado obtenido con los metales alcalinos, en el ejemplo del litio, que es el tercer elemento en el sistema periódico de Mendeléiev, por lo que alrededor de su núcleo giran tres electrones (§ 73.2). Pero, al mismo tiempo, como todos los metales alcalinos, el litio es un elemento monovalente. Esto nos hace llegar a la conclusión de que uno de los electrones de litio en algo se dife-

rencia de los otros dos. Como será mostrado en el § 73.1, dos electrones de litio se encuentran en la misma órbita que los dos electrones de helio, mientras que el tercer electrón se encuentra en otra órbita.

Los electrones que se hallan en la órbita de helio, nada aportan al momento magnético del átomo, ya que sus momentos magnéticos están compensados (§ 42.4). Por consiguiente, el momento magnético del átomo surge a cuenta del momento magnético no compensado del electrón de valencia. Pero como los átomos de todos los metales alcalinos tienen un electrón de valencia, todos ellos deben poseer un momento magnético no compensado. En consecuencia, todos los metales alcalinos deben ser sustancias paramagnéticas, lo que en realidad se observa.

2. Sin embargo, un análisis atento nos muestra que dicho momento magnético no compensado, de ninguna manera puede ser momento orbital.

En 1925, S. Goudsmit y G. Uhlenbeck, como resultado del análisis de una serie de dificultades existentes en la física atómica (entre otras, al explicar los resultados del experimento de Stern y Gerlach), llegaron a la conclusión de que el electrón debe tener su propio momento de cantidad de movimiento, que fue llamado *spin* (o espín del inglés *spin*, rotación alrededor de su propio eje) (§ 72.5).

3. Aclaremos el papel del *spin* en el origen del ferromagnetismo. Ya. I. Frénkel y W. Heisenberg mostraron que durante la interacción electrostática de los electrones, la energía de interacción en la sustancia consta de dos partes: la energía del campo de Coulomb y de otra componente, que caracteriza el llamado efecto de *interacción*, que es puramente mecanocuántico y no tiene análogo clásico (§ 74.3).

Resulta que con la orientación paralela de los spines la energía del efecto de interacción es negativa, lo que corresponde a las fuerzas de atracción. Pero, como sabemos, el mínimo de energía es la condición del equilibrio estable de un sistema (§ 19.6). Por lo tanto, a consecuencia de la acción de las fuerzas de intercambio, los spines de los átomos deberían disponerse en una misma dirección, si el movimiento térmico no lo obstaculizara.

En las sustancias paramagnéticas la energía del efecto de interacción es menor que la del movimiento térmico, a causa de lo cual estas sustancias no pueden imantarse de

modo espontáneo. En lo que atañe a las sustancias ferromagnéticas, a temperaturas inferiores al punto de Curie la energía del efecto de interacción es mucho mayor que la del movimiento térmico, por lo que todos los spines de un gran grupo de átomos se orientan en la dirección de fácil imanación, por lo que se crean regiones de imanación espontánea, es decir, dominios.

§ 42.12. Antiferromagnetismo

1. Al estudiar las propiedades de las sustancias ferromagnéticas, Landáú llegó en 1933 a la conclusión de que debían existir sustancias, en las que a bajas temperaturas los momentos magnéticos se orientan no de forma paralela,

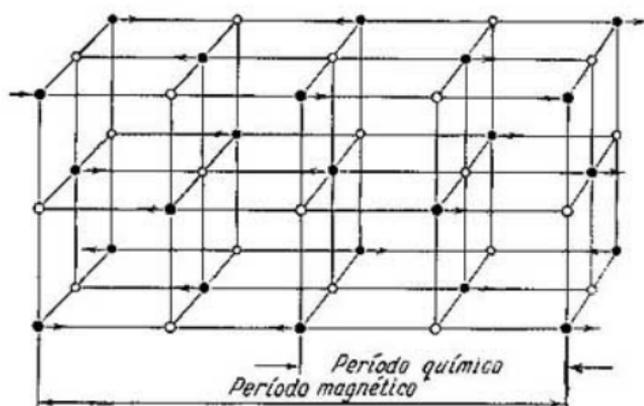


Fig. 42.15.

como ocurre en las sustancias ferromagnéticas, sino anti-paralela, es decir, los momentos magnéticos en dos átomos vecinos están dispuestos entre sí de manera opuesta. En 1938 fue descubierto experimentalmente que los compuestos MnO , MnS , Cr_2O_3 , $NiCr$ y una serie de otros, poseen en realidad propiedades antiferromagnéticas.

En la fig. 42.15 está representado el esquema de la red cristalina del óxido manganeso (MnO). Los átomos de oxígeno, designados con círculos claros sin flechas, no tienen momento magnético; con círculos negros, los átomos paramagnéticos de manganeso; con flechas se representan las direcciones de sus momentos magnéticos. Vemos que en el

cristal hay dos períodos: el de la red (período químico) igual a la longitud de la arista del cubo, trasladando el cual paralelamente se puede construir toda la red cristalina, y el período magnético, igual a la longitud de la arista del cubo, con el desplazamiento del cual es posible construir la red magnética. Haciendo uso de la difracción de los neutrones (§ 69.2), se pudo demostrar de forma experimental que el período de la red magnética es dos veces mayor que el período de la red cristalina.

2. Para las sustancias antiferromagnéticas existe una temperatura, análoga a la de Curie para los ferromagnéticos, más arriba de la cual se destruye el orden magnético representado en la fig. 42.15, con lo cual, la sustancia se convierte en una sustancia paramagnética corriente. Esta temperatura T_N recibe en nombre de *punto de Néel*; éste, como el de Curie, es la temperatura de transición de fase de segundo género.

Pero si por encima del punto de transición de fase, la conducta de las sustancias ferromagnéticas y antiferromagnéticas es aproximadamente la misma, es decir, se convierten en paramagnéticas, por debajo de dicha temperatura se comportan en absoluto de diferente manera. A una temperatura inferior a la del punto de Curie, las sustancias ferromagnéticas, gracias a la imanación espontánea y la formación de dominios, la susceptibilidad magnética crece a saltos centenares e incluso miles de veces y, a continuación, hasta temperaturas próximas al cero absoluto, la susceptibilidad magnética depende poco de la temperatura. A temperaturas por debajo del punto de Néel, en las sustancias antiferromagnéticas surge un orden magnético, aumenta la cantidad de los momentos antiparalelos y la imanación disminuye bruscamente; en correspondencia disminuye también la susceptibilidad magnética. A medida que disminuye la temperatura, el orden magnético se hace más perfecto, ya que decrece la energía de las oscilaciones térmicas que obstaculizan la orientación ordenada de los momentos magnéticos. Por consiguiente, a medida que la temperatura de la sustancia antiferromagnética se acerca al cero absoluto, su susceptibilidad magnética también tiende a cero (fig. 42.16).

3. Imaginémos una cierta sustancia con orden antiferromagnético, en la que la mitad de los átomos de manganeso se ha sustituido por otros átomos paramagnéticos con mayor momento magnético, por ejemplo, los de hierro. En la

fig. 42.17 estos átomos están representados por círculos negros de mayor diámetro, con la flecha más larga. A una temperatura por debajo del punto de Néel, esta sustancia se imantará espontáneamente, ya que la diferencia de los momentos magnéticos de dos átomos paramagnéticos vecinos no será igual a cero.

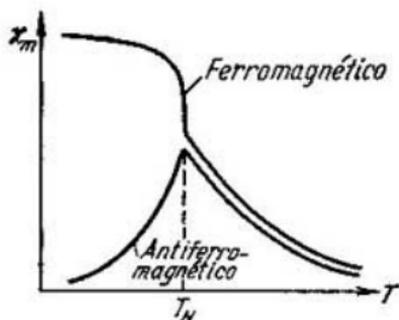


Fig. 42.16.

Los materiales con semejantes propiedades existen en realidad, y se llaman ferritas, mientras que sus propiedades magnéticas reciben el nombre de ferromagnetismo. Las ferritas se obtienen mediante la síntesis de polvos, constituidos por óxidos de hierro (Fe_2O_3) y óxidos de otros metales (litio, níquel, manganeso, etc.), bien mezclados.

En función de la composición y el carácter de maquinado pueden ser obtenidas ferritas con las más diversas propiedades. Por ejemplo, la fuerza coercitiva de las ferritas de níquel-zinc es, aproximadamente, 1 A/m . mientras que la de las ferritas

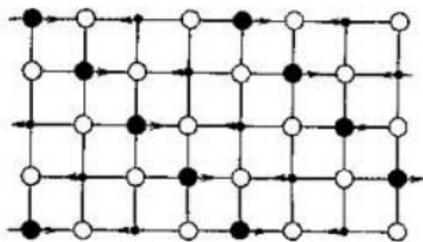


Fig. 42.17.

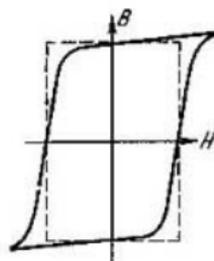


Fig. 42.18.

de cobalto, cerca $2 \cdot 10^5 \text{ A/m}$. Para las ferritas magnesio-manganesas el lazo de histéresis es cercano al rectangular (fig. 42.18), lo que permite emplearlas como elementos de las memorias en los computadores.

La inducción magnética en las ferritas es mucho menor que en las sustancias ferromagnéticas metálicas. Pero ellas, poseen una gran ventaja: si las últimas son buenas conducto-

ras de la corriente eléctrica, las ferritas tienen conductividad relativamente baja. Esto permite usarlas en calidad de núcleos en dispositivos que funcionan bajo corrientes de alta frecuencia, en los que los núcleos de hierro no se pueden utilizar.

Capítulo 43

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

§ 43.1. Descubrimiento de Faraday

1. Basándose en el fenómeno de que alrededor de un conductor con corriente surge un campo magnético, Faraday llegó en 1821 a la conclusión de que mediante un campo magnético es posible crear corriente en el conductor. Esto certifica una nota hecha ese año por Faraday en su diario: "Transformar el magnetismo en electricidad". No obstante, sólo al pasar diez años, después de búsquedas intensas, consiguió resolver este problema. Faraday descubrió que si sobre cierto núcleo se enrollan dos arrollamientos y si en uno de ellos se varía la intensidad de la corriente (por ejemplo, cerrando y abriendo el circuito), en el segundo arrollamiento (llamado secundario) surge la corriente.

Más adelante, estableció que la corriente en el arrollamiento secundario se amplifica bruscamente, si el núcleo es de hierro. A continuación, resultó que el arrollamiento con corriente puede ser sustituido por un imán y, entonces, la corriente en la bobina aparece bien al desplazar ésta respecto del imán, o bien al revés, desplazando el imán en la bobina.

3. Después del descubrimiento de Faraday comenzó una nueva era tanto en la teoría del electromagnetismo, como en su aplicación práctica. Fue definitivamente fundamentada la unidad de los fenómenos eléctricos y magnéticos, lo que estimuló la creación de la teoría del campo electromagnético, lo que pudo realizar Maxwell en la década del setenta del siglo pasado. Por otro lado, el descubrimiento de Faraday sirvió de base para el desarrollo de la electrotécnica moderna, ya que todas las máquinas eléctricas modernas se basan en el fenómeno de la inducción electromagnética.

§ 43.2. Fenómeno de inducción electromagnética y fuerza de Lorentz

1. El mecanismo de surgimiento de la corriente inducida en un conductor en movimiento, se explica con ayuda de la fuerza de Lorentz. Sea que un conductor en el que hay cargas positivas y negativas libres se mueve a velocidad v perpendicularmente al vector de inducción B (fig. 43.1). En este caso, sobre las cargas actúa la fuerza de Lorentz $F_m = evB$, dirigida a lo largo del conductor, según la regla de la mano izquierda (§ 41.1).

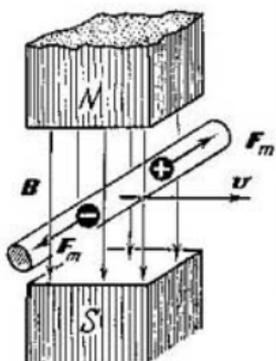


Fig. 43.1.

A causa de la acción de la fuerza de Lorentz se produce la división de las cargas: las cargas positivas se acumulan en un extremo del conductor, las negativas, en otro. Estas cargas crean en el interior del conductor un campo electrostático coulombiano. Si el conductor está abierto, el movimiento de las cargas bajo la acción de la fuerza de Lorentz transcurrirá hasta el momento, cuando la fuerza eléctrica que actúa sobre la carga desde el campo de Coulomb equilibre la fuerza de Lorentz.

Como vemos, la acción de las fuerzas de Lorentz es análoga a la de cierto campo eléctrico, que estuviera dirigido en dirección opuesta al campo de Coulomb. Como este campo no está provocado por la distribución de las cargas, sino que por fuerzas no electrostáticas (en nuestro caso por las fuerzas de Lorentz), decimos que dicho campo es exterior. La intensidad de este último

Como vemos, la acción de las fuerzas de Lorentz es análoga a la de cierto campo eléctrico, que estuviera dirigido en dirección opuesta al campo de Coulomb. Como este campo no está provocado por la distribución de las cargas, sino que por fuerzas no electrostáticas (en nuestro caso por las fuerzas de Lorentz), decimos que dicho campo es exterior. La intensidad de este último

$$E^* = F_m/e = vB. \quad (43.1)$$

2. Conectemos un conductor, que se mueve por un campo magnético, con una carga externa como se muestra en la fig. 43.2, a. Por el conductor fluirá la corriente y los electrones libres se pondrán en movimiento a lo largo del conductor, a una velocidad w . El vector de la velocidad sumaria (véase (3.20))

$$V = v + w.$$

También cambiará la fuerza que actúa sobre el electrón: además de la resultante F_v , dirigida a lo largo del conductor, aparecerá la resultante F_w , en sentido opuesto al vector v (fig. 43.2, b). El módulo de esta fuerza

$$F_w = ewB. \quad (43.2)$$

La fuerza de Lorentz, que en este caso actúa sobre el electrón,

$$F_m = F_v + F_w.$$

Como es lógico, es perpendicular al vector V .

3. La experiencia muestra, que entonces la diferencia de potencial será menor que con el circuito abierto; del

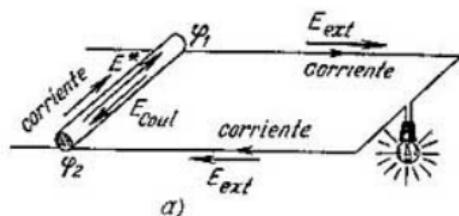


Fig. 43.2.

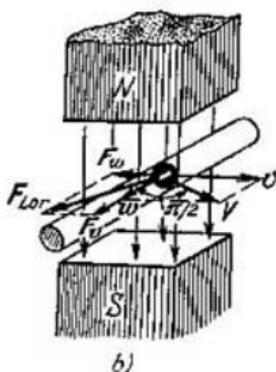


Fig. 43.3.

modo correspondiente disminuirá también la intensidad del campo de Coulomb en el interior del conductor.

La intensidad de campo exterior sólo se determina por la velocidad del conductor y la inducción del campo magnético. Por lo tanto, dicha intensidad no variará al cerrarse el circuito. Así, pues, si en un conductor abierto son iguales las intensidades de los campos de Coulomb y exterior en el circuito cerrado la intensidad del primero será menor que la del segundo (fig. 43.2, a).

4. Prestemos ahora atención a la dirección de movimiento de los portadores de corriente. Esta se determina por la dirección de movimiento de las cargas positivas a lo largo del campo, es decir, de la región con mayor potencial a la de potencial más bajo.

En el sector externo de la red, las cargas positivas se mueven de la región con potencial φ_1 a la región con potencial φ_2 , bajo la acción del campo eléctrico con intensidad E_{ext} . El trabajo realizado por este campo al desplazarse la carga,

$$A_{\text{ext}} = q (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (43.3')$$

En el sector interior, las cargas positivas se mueven de la región de bajo potencial φ_2 a la de potencial más alto φ_1 . Esto es posible a causa de que, en el caso dado, las fuerzas exteriores (fuerzas de Lorentz) son mayores que las de Coulomb, que se oponen al movimiento de las cargas. El trabajo realizado al desplazar la carga por el sector interior del circuito, es igual a la diferencia de los trabajos realizados por los campos exterior y de Coulomb; las fuerzas coulombianas son conservativas, por lo que su trabajo no depende de la forma de la trayectoria (§ 18.7). Así, pues, el trabajo para el desplazamiento de la carga en el sector interior del circuito

$$A_{\text{int}} = ql (E^* - E_{\text{Coul}}) = qlvB - q (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (43.3'')$$

§ 43.3. Fuerza electromotriz de la inducción

1. Haciendo uso de las ecuaciones (39.11) y (43.4), obtenemos la expresión para la fem de la inducción

$$\mathcal{E} = E^*l = vBl. \quad (43.4)$$

Señalemos, que hemos examinado el caso cuando el vector de velocidad es perpendicular al vector de inducción del campo magnético. Dejamos al lector la posibilidad de demostrar que en el caso general

$$\mathcal{E} = Blv \sin \alpha, \quad (43.5)$$

donde α es el ángulo entre las direcciones del vector de velocidad y el vector de inducción del campo magnético.

2. Calculemos el trabajo realizado al desplazarse la carga por un circuito cerrado. Comparando las expresiones (43.3') (43.3'') y (43.4), obtenemos

$$A_{\text{cerr}} = A_{\text{ext}} + A_{\text{int}} = q (\varphi_1 - \varphi_2) + \\ + qlvB - q (\varphi_1 - \varphi_2) = qlvB = q\mathcal{E} = A_{\text{e.ext.}}$$

De aquí se desprende, que

$$\mathcal{E} = A_{\text{cerr}}/q. \quad (43.6)$$

Así, pues, vemos que el trabajo para el desplazamiento de la carga por un circuito cerrado es igual al trabajo de las fuerzas exteriores. Esto nos permite dar otra definición a la noción de fem: *la fuerza electromotriz es igual a la razón entre el trabajo que se realiza al desplazar la carga una vez por el circuito cerrado y la magnitud de la carga que se desplaza.*

§ 43.4. Fenómeno de inducción en un conductor inmóvil

1. Para aclarar el mecanismo del fenómeno de la inducción electromagnética en un conductor inmóvil, vamos a hacer uso del esquema representado en la fig. 43.3. Aquí,

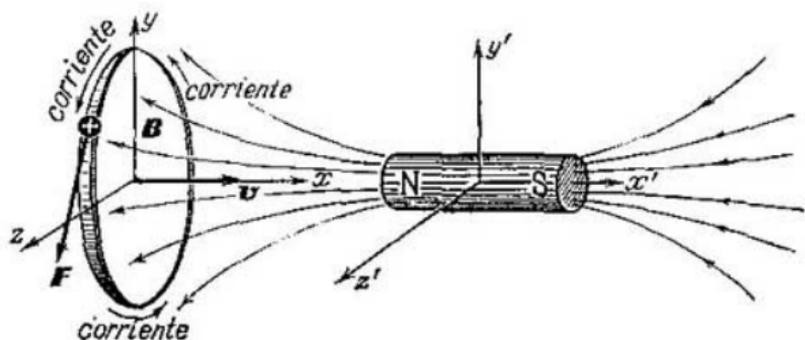


Fig. 43.4.

el sistema de referencia xyz está ligado con un conductor cerrado, mientras que el sistema de referencia $x'y'z'$, con la fuente del campo magnético, por ejemplo, con un imán permanente. Supongamos que el conductor y el imán se aproximan uno al otro a una velocidad v .

En el sistema de referencia xyz , ligado al conductor, las cargas están inmóviles respecto del sistema de referencia, por lo que la fuerza de Lorentz no puede actuar sobre ellas. Pero a pesar de todo, al acercarse el imán al conductor en éste surge corriente. Este resultado corresponde por completo al principio de relatividad, de acuerdo con el cual todos los

sistemas inerciales de referencia son equivalentes y los fenómenos (en el caso dado, la corriente) son sólo determinados por la velocidad relativa de aproximación del conductor y el imán. Pero, ante todo, nos interesa qué fuerzas producen, en el caso dado, la circulación de las cargas por el conductor.

2. Sabemos, que el movimiento de las cargas puede surgir bien por la acción de fuerzas eléctricas o bien de Lorentz. Como en el sistema de referencias xyz , relacionado con el conductor, las fuerzas de Lorentz no actúan, llegamos a la conclusión de que la corriente en el conductor se provoca por un campo eléctrico inducido, que en el sistema $x'y'z'$ no existe.

El campo eléctrico inducido tiene ciertas singularidades:

a) *Este campo no es coulombiano*, es decir, no se provoca por cierta distribución de las cargas, sino que por el acercamiento del imán al conductor (o sea, de la fuente del campo magnético).

b) A diferencia de las líneas de fuerza del campo de Coulomb, que empiezan en las cargas positivas y terminan en las negativas, *las líneas de fuerza del campo inducido se cierran en sí mismas*. Por esta causa, semejante campo recibe el nombre de *rotacional*.

c) *El campo inducido no es conservativo*, ya que el trabajo realizado por este campo al desplazarse las cargas por el circuito cerrado no es igual a cero. Por consiguiente, la característica energética del campo inducido no es el potencial, sino que la fuerza electromotriz de la inducción.

§ 43.5. Intensidad del campo inducido

1. Hallemos la intensidad del campo eléctrico inducido. En el sistema de referencia $x'y'z'$ (fig. 43.3) sobre la carga actúa la fuerza de Lorentz $F_m' = qvB'$, en el sistema xyz , la fuerza eléctrica $F_e = qE$. La correlación entre estas fuerzas la hemos obtenido en el § 40.2, a saber: $F' = F \sqrt{1 - v^2/c^2}$. Así, pues, $qvB' = qE \sqrt{1 - v^2/c^2}$, o bien

$$E = \frac{vB'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (43.7)$$

2. La fuerza electromotriz en el sistema $x'y'z'$ es numéricamente igual al trabajo realizado por las fuerzas exteriores (en el caso dado, las fuerzas de Lorentz) al desplazarse una carga unitaria: $\mathcal{E}' = F'l/q = vB'l$. En el sistema de referencia xyz , la fem es numéricamente igual al trabajo efectuado por el campo eléctrico inducido al desplazarse una vez la carga unitaria por el circuito cerrado, es decir,

$\mathcal{E} = Fl/q = El$. Pero la longitud del conductor en los dos sistemas es la misma, ya que está dispuesto de forma perpendicular a la dirección del movimiento; la intensidad del campo inducido será expresada por la fórmula (43.7). Así, pues,

$$\mathcal{E} = \frac{vB'l}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{\mathcal{E}'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \quad (43.8)$$

Por regla, durante los fenómenos de la inducción electromagnética, la velocidad de movimiento de los conductores es mucho menor que la de la luz y, prácticamente, en ambos sistemas de referencia la fem coincide.

§ 43.6. Campo electromagnético y principio de la relatividad

1. El análisis del fenómeno de la inducción electromagnética, desde el punto de vista de dos sistemas inerciales de referencia diferentes, de nuevo nos lleva a la misma conclusión que obtuvimos en el § 40.3, o sea, que la división de un campo electromagnético único en las resultantes eléctrica y magnética depende del sistema de referencia en que se describe el campo. En efecto, en el sistema de referencia, respecto del cual las cargas están en reposo (véase la fig. 40.2), la interacción entre ellas se realiza mediante el campo que llamamos electrostático. En dicho sistema de referencia no hay campo magnético. En el otro sistema de referencia, con relación al que las cargas están en movimiento, la interacción entre ellas se lleva a cabo mediante el campo que puede ser dividido en dos componentes: eléctrica y magnética. Podemos decir, que en este sistema hay dos campos, eléctrico y magnético, y que la interacción entre las cargas en este sistema de referencia es realizada con ayuda de los dos campos.

Con un caso análogo tropezamos en la instalación representada en la fig. 43.3. En el sistema de referencia ligado con el imán, sólo hay campo magnético y el movimiento de las cargas en el conductor surge a cuenta de las fuerzas de Lorentz. En el sistema de referencia, relacionado con el conductor, además del campo magnético hay un campo eléctrico rotacional, que es el que crea la corriente.

2. De nuevo llegamos a la conclusión de que los "campos eléctricos y magnéticos no existen independientemente del estado del movimiento en el sistema de coordenadas". Esta enunciación, perteneciente a Einstein, la hemos tomado de

su primera obra acerca de la teoría de la relatividad, que vio la luz en 1905 con el título "La electrodinámica de los cuerpos en movimiento".

Según Einstein, para calcular la fuerza que actúa sobre un cuerpo cargado, hay que multiplicar la magnitud de la carga por la intensidad del campo eléctrico en aquel punto, donde se encuentra el cuerpo cargado. Con esto, la expresión para la intensidad del campo eléctrico debe ser transformada respecto del sistema de referencia, con relación al cual el cuerpo que se investiga está en reposo.

§ 43.7. Ley de inducción de Faraday

1. Nos queda considerar el fenómeno de la inducción electromagnética en el caso cuando tanto el conductor, en el que surge la corriente de inducción, como la fuente de campo magnético están en reposo en el sistema dado de referencia. En el experimento de Faraday con dos bobinas, enrolladas en cierto núcleo, por el arrollamiento secundario la corriente surge sólo en el caso si varía el campo magnético creado por la corriente en el arrollamiento primario. Notemos, que el procedimiento de variación del campo magnético no juega ningún papel. Podemos desplazar una bobina respecto de otra, con ayuda de un interruptor conectar y desconectar la corriente en el arrollamiento primario, se puede cambiar la intensidad de la corriente en dicho arrollamiento con ayuda de un reóstato, el resultado será el mismo: con cualquier variación del campo magnético en el arrollamiento secundario surge corriente de inducción. Ya sabemos que en un conductor cerrado la circulación de las cargas se provoca por el campo eléctrico inducido. De este modo, llegamos a la conclusión de que cualesquiera variaciones del campo magnético son acompañadas del surgimiento de un campo eléctrico rotacional. Esta interpretación del fenómeno de inducción fue propuesta por Maxwell y resultó ser muy fructífera.

2. Transformemos la fórmula (43.5) de forma que sea válida para calcular la fem de inducción en aquellos casos, cuando el conductor está inmóvil y el campo magnético varía. Con este fin es preciso introducir una nueva característica escalar del campo magnético: *el flujo del vector de la inducción magnética*, o de forma más breve, *el flujo magnético* Φ .

Supongamos que una superficie plana $abcd$ de área S se encuentra en un campo magnético homogéneo perpendicularmente a las líneas de fuerza (fig. 43.4, a). Se llama flujo del vector de inducción B por el área S dada, el producto de estas magnitudes:

$$\Phi = BS. \quad (43.9)$$

La unidad de flujo magnético en el SI es un *weber* (Wb), que es el flujo magnético que atraviesa una superficie de

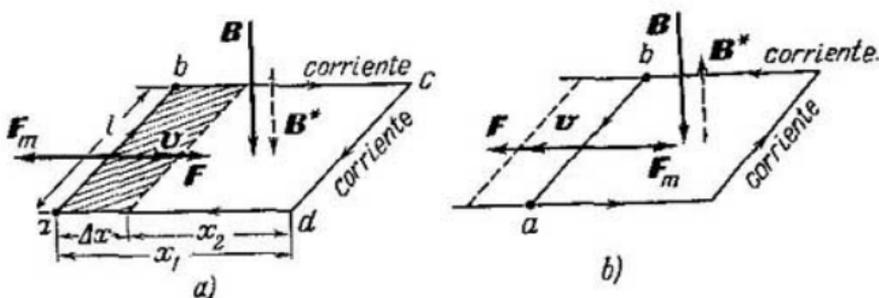


Fig. 43.5.

área 1 m^2 , dispuesta perpendicularmente a las líneas de fuerza de un campo magnético homogéneo con inducción 1 T : $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot 1 \text{ m}^2$.

3. Al desplazar el conductor ab a una velocidad $v = dx/dt$, en el circuito se induce una fem de inducción $\mathcal{E} = Blv = Bl \, dx/dt$. La expresión en el numerador se transforma del modo siguiente: $Bl \, dx = -BdS = -d\Phi$. El signo menos ha aparecido a causa de que el flujo magnético decrece. La fem de inducción

$$\mathcal{E} = -d\Phi/dt. \quad (43.10)$$

4. Esta expresión se ha deducido para el caso cuando el conductor se mueve respecto de las fuentes del campo magnético. En este caso particular, las expresiones (43.10) y (43.5) son equivalentes, con cualquiera de ellas se puede calcular el valor de la fem. Pero la expresión (43.10) también es válida para describir los fenómenos de inducción electromagnética con el conductor inmóvil y la inducción del campo magnético surge por la variación del flujo magnético.

Así, pues, en todos los casos de inducción electromagnética, *la fem es igual a la derivada del flujo magnético en el tiempo, tomada con signo contrario*. Esta es la ley de Faraday para la inducción.

§ 43.8. Regla de Lenz

1. Aclaremos el sentido del signo en la expresión (43.10). Consideremos la fem positiva, si la dirección del campo eléctrico inducido forma con la del vector B un sistema dextrógiro (fig. 43.4, *a*). Al moverse el conductor, el flujo magnético decrece, la derivada de éste $d\Phi/dt < 0$ y la fem $\mathcal{E} = -d\Phi/dt > 0$.

El lector se convencerá con facilidad de que al variar la dirección de movimiento del conductor por la opuesta, el flujo magnético crecerá, su derivada $d\Phi/dt > 0$ y la fem cambia, correspondientemente, de signo (fig. 43.4, *b*).

2. El signo de la fem y la dirección de la corriente inducida que le corresponde, pueden ser hallados mediante una regla general que E.J. Lenz formuló en 1833. Para deducir esta regla, nos dirigiremos de nuevo a la fig. 43.4, donde con una flecha de trazos está designada la dirección del vector de inducción B^* del campo magnético, creado por la corriente inducida. En el caso, cuando el flujo magnético decrece, las direcciones de los vectores B y B^* coinciden, lo que obstaculiza la disminución del campo magnético (fig. 43.4, *a*). En el segundo caso, cuando el flujo crece, el vector B^* está dirigido en sentido opuesto al vector B , lo que se opone al crecimiento del campo magnético (fig. 43.4, *b*). De esta forma, *la corriente inducida tiene una dirección tal, con la que su campo magnético obstaculiza la variación del flujo magnético que provoca la inducción*. Este es el contenido de la regla de Lenz.

§ 43.9. Inducción electromagnética y ley de la conservación de la energía

1. La regla de Lenz está estrechamente ligada con la ley de la conservación de la energía y, en realidad, es un corolario de esta ley general de la naturaleza. En efecto, el campo eléctrico inducido, desplazando las cargas por el circuito, realiza trabajo. Pero éste es medida de la variación de la energía (§§ 16.4 y 21.1). ¿Qué transformaciones de la

energía acompañan al fenómeno de la inducción electromagnética?

Hasta el momento, teníamos en cuenta sólo el trabajo de una de las componentes de la fuerza de Lorentz, es decir, la fuerza exterior $F_v = evB$. El trabajo de esta fuerza durante el tiempo Δt :

$$A_v = F_v w \Delta t = evBw \Delta t.$$

Pero la segunda componente de la fuerza de Lorentz $F_w = ewB$, durante ese mismo intervalo de tiempo, efectúa trabajo negativo, ya que esta fuerza está dirigida en sentido opuesto al desplazamiento $\Delta x = v \Delta t$:

$$A_w = -F_w v \Delta t = -ewBv \Delta t.$$

El trabajo completo de la fuerza de Lorentz, como es natural, será igual a cero (§ 41.1).

2. Como sobre cada electrón actúa una fuerza F_w dirigida contra el movimiento del conductor, su suma crea una fuerza de frenado $F_{\text{fren}} = NF_w$; donde $N = nSl$ es la cantidad total de electrones libres en el conductor en movimiento. El movimiento uniforme del conductor a una velocidad v se asegura por la fuerza externa $F = -F_{\text{fren}}$, aplicada al conductor por el lado de motor primario.

El trabajo de esta fuerza durante el tiempo t , es igual a

$$A_{\text{mec}} = Fvt = NF_w vt = nSl \cdot ewB \cdot vt.$$

Tomando en consideración que la intensidad de la corriente $i = enSw$ (véase (39.17)), y la carga $q = it$ (véase (39.15)) obtenemos

$$A_{\text{mec}} = qBlv. \quad (43.11)$$

El trabajo del campo inducido durante el mismo tiempo (véase (39.5), (43.5))

$$A_{\text{eléc.}} = q \mathcal{E} = qBlv. \quad (43.12)$$

3. Así, pues, no habiendo pérdidas, el trabajo de la fuerza externa resulta ser igual al trabajo realizado por el campo inducido durante el desplazamiento de las cargas en el circuito. Es decir, el fenómeno de la inducción electromagnética, desde el punto de vista energético, es el proceso de transformación de la energía mecánica en la del campo eléctrico inducido. Este es el principio sobre el que se basa el funcionamiento de los generadores de inducción de corriente eléctrica.

§ 43.10. Autoinducción

1. Calculemos el flujo magnético que atraviesa el arrollamiento de un solenoide. Por definición, el flujo que atraviesa una espira es igual al producto del área, que abarca la espira, por la inducción del campo magnético, o sea, BS . Como el solenoide tiene w espiras, el flujo completo

$$\Phi = wBS. \quad (43.13)$$

Pero $w = nl$, donde l es la longitud del solenoide y n , el número de espiras por unidad de longitud. Por otro lado, de acuerdo con (40.32) y (42.8), $B = \mu\mu_0 H = \mu\mu_0 in$. Sustituyendo en (43.13),

$$\Phi = \mu\mu_0 n^2 Sli = Li. \quad (43.14)$$

2. La magnitud L , que para un solenoide largo es igual a

$$L = \mu\mu_0 n^2 Sl, \quad (43.15)$$

recibe el nombre de *inductancia* del solenoide. La unidad de inductancia es un *henry* (H), igual a la inductancia de un solenoide en el que con una corriente de 1 A se crea un flujo magnético de 1 Wb: $1 \text{ H} = 1 \text{ Wb}/1 \text{ A}$.

Si en el campo no hay materiales ferromagnéticos, así como en el caso cuando semejante material ha alcanzado el estado de saturación magnética, la inductancia de un solenoide se determina sólo por sus dimensiones y el espesor del arrollamiento y no es función de la intensidad de la corriente.

3. De la expresión (43.14) sigue, que en el caso cuando la corriente en el arrollamiento del solenoide no varía, tampoco cambia el flujo magnético que lo atraviesa y, por lo tanto, aquí no se produce ninguna clase de fenómenos de inducción. Si varía la corriente, de forma correspondiente variará el flujo magnético y en el solenoide surgirá una fem de inducción. En nuestro caso, la corriente induce una fem en el propio circuito por el que ella fluye, por lo que dicho fenómeno es llamado *autoinducción*. La fem que en este caso surge será hallada comparando las expresiones (43.10) y (43.14):

$$\mathcal{E}_L = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt} = -L \frac{di}{dt}. \quad (43.16)$$

Así, pues, la fem de autoinducción es proporcional a la velocidad de variación de la corriente en el arrollamiento, o sea, a la derivada de la intensidad de la corriente en el tiempo.

4. El signo de la fem de autoinducción se determina según la regla de Lenz. Si la corriente en el circuito crece, el campo inducido debe oponerse a este crecimiento, por lo que el signo de la fem de autoinducción es contrario al de la diferencia de potencial en los extremos del arrollamiento. Si la corriente en el circuito decrece, el campo inducido debe obstaculizar a esta disminución y, por consiguiente, el signo de la fem será el mismo que el de la diferencia de potencial en los extremos del arrollamiento.

§ 43.11. Energía del campo electromagnético

1. En los §§ 37.7 y 38.4 fue mostrado que el campo eléctrico es portador de energía, que se distribuye en el campo con una densidad volumétrica

$$w_e = \frac{\Delta W_e}{\Delta V} = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} = \frac{D^2}{2\epsilon \epsilon_0}.$$

Deduzcamos expresiones análogas para la energía del campo magnético.

Sea que en cierta bobina, la corriente crece desde cero hasta cierto valor I ; respectivamente, el flujo magnético también crecerá desde cero hasta el valor $\Phi = LI$ (fig. 43.5). Como hemos visto en el párrafo anterior, en

tal caso surge una fem de autoinducción que se opone al crecimiento de la corriente. Por lo tanto, la fuente externa de corriente debe realizar trabajo en contra del campo inducido, a causa de lo cual la energía de la fuente de corriente se transforma en la energía del campo magnético. La variación de la energía del campo magnético es igual en módulo al trabajo elemental que se realiza al desplazarse la carga dq por el circuito cerrado:

$$dW_m = -\Delta A = -dq \mathcal{E}. \quad (43.17)$$

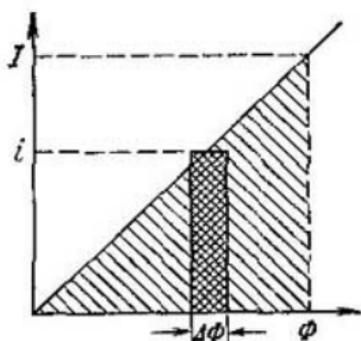


Fig. 43.6.

Teniendo en cuenta que $\mathcal{E} = -d\Phi/dt$ (véase (43.10)), y la corriente $i = dq/dt$ (véase (39.13)), tenemos

$$dW_m = dq \frac{d\Phi}{dt} = i d\Phi. \quad (43.18)$$

En la gráfica (fig. 43.5), esta magnitud está representada por el área del rectángulo sombreado. La energía total del campo es numéricamente igual al área del triángulo sombreado:

$$W_m = \frac{1}{2} I \Phi = LI^2/2. \quad (43.19)$$

Este mismo resultado será obtenido integrando:

$$W_m = \int_0^I i d\Phi = \int_0^I Li di = LI^2/2.$$

2. Como mostró Maxwell, la energía del campo magnético está distribuida por todo el volumen del campo, de manera que la densidad de energía

$$w_m = \frac{\Delta W_m}{\Delta V} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \quad (43.20)$$

Para deducir esta correlación, expresemos en (43.19) la inductancia según la fórmula (43.15) y la corriente, por la intensidad del campo según (40.32); obtenemos

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 n^2 V \cdot H^2}{2 \cdot n^2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V.$$

De aquí sigue directamente (43.20).

3. De forma análoga a como en el § 37.8 fue obtenida la expresión para la fuerza de interacción entre las placas del condensador (37.26), podemos calcular la fuerza, con la que una placa metálica se atrae por los polos de un electroimán:

$$F = - \frac{B^2}{2\mu\mu_0} S. \quad (43.21)$$

Esta expresión es válida sólo en el caso, cuando la inducción del campo magnético en la holgura entre el núcleo del electroimán y la placa no se diferencia de la inducción del campo en el núcleo, con otras palabras, si el flujo magnético no se dispersa. Con este fin, la holgura debe ser muy estrecha, de forma que su anchura sea mucho menor que el diámetro del núcleo del electroimán.

4. Ya hemos indicado reiteradamente, que la división de un campo electromagnético único en las componentes eléctrica y magnética se determina por el sistema de referencia. Por esta razón, la expresión para la densidad de la energía del campo electromagnético, también se debe escribir en la forma

$$w = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (43.22)$$

Y sólo en ciertos casos particulares, examinados más arriba, uno u otro sumando puede resultar nulo.

§ 43.12. Conexión de un circuito con inductancia

1. Confeccionemos un circuito de corriente continua formado por dos ramificaciones paralelas. En una de ellas conectamos en serie una lámpara de incandescencia y una bobina con gran inducción L y resistencia óhmica R , mientras que en la segunda una lámpara igual y un resistor con la misma resistencia. Al cerrar el interruptor observaremos que en el circuito con el resistor la lámpara se enciende de inmediato, mientras que en el circuito con la bobina, la lámpara se enciende gradualmente y sólo después de cierto tiempo Δt se encenderá normalmente. Es decir, en el circuito con inductancia la corriente crece de forma gradual, como se muestra en la fig. 43.6.

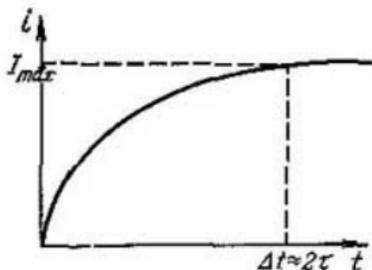


Fig. 44.1.

La causa reside en que al crecer la corriente, en la bobina surge una fem de autoinducción que, de acuerdo con la ley de Lenz, obstaculiza el crecimiento de la corriente. Para este circuito la ley de Ohm se escribe del modo siguiente:

$$i = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_L}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{L}{R} \frac{\Delta i}{\Delta t}.$$

Sólo después de pasar el tiempo Δt , la corriente alcanza su máximo valor $I_{m\acute{a}x} = \mathcal{E}/R$ y su crecimiento cesa.

2. Apreciemos el tiempo de crecimiento de la corriente. De acuerdo con la ley de la conservación de la energía, el trabajo ejecutado por la fuente de corriente al desplazarse la carga por el circuito, en parte se dirige a la variación de la energía interna del conductor (calor de Joule), en parte, al aumento de la energía del campo magnético:

$$A = Q + W_m,$$

bien

$$\mathcal{E} I_m \Delta t = I_m^2 \Delta t + L I_{m\acute{a}x}^2 / 2,$$

donde $I_{m\acute{a}x} = \mathcal{E}/R$ es la corriente máxima en el circuito, I_m , la intensidad media de la corriente en el transcurso del intervalo de tiempo Δt . Suponiendo con aproximaci3n que $I_m \approx I_{m\acute{a}x}/2 = \mathcal{E}/2R$, obtenemos

$$\frac{\mathcal{E}^2 \Delta t}{2R} \approx \frac{\mathcal{E}^2 R \Delta t}{4R^2} + \frac{L \mathcal{E}^2}{2R^2}.$$

De aquí se desprende, que la corriente en el circuito alcanza su valor máximo después de un intervalo de tiempo igual, aproximadamente, a

$$\Delta t \approx 2L/R = 2\tau. \quad (43.23)$$

Como al cargar el condensador (§ 39.8), la expresi3n $\tau = L/R$ recibe el nombre de *constante de tiempo* para un circuito constituido de una bobina y un resistor o de otra forma, *tiempo de relajaci3n*. Esta magnitud es la característica del intervalo de tiempo, en el transcurso del cual en la red se establece una corriente continua.

Capítulo 44

CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA DE LOS SÓLIDOS

§ 44.1. Base experimental de la teoría electr3nica de conductividad de los metales

1. Ya más de una vez hemos hecho uso de la representaci3n acerca de que la conductividad de los metales está condicionada por los electrones libres, que con facilidad pueden desplazarse entre los iones, situados en los nudos de la red cristalina. Examinemos ahora los experimentos, que se basan en esto.

Los primeros experimentos fueron realizados por E. Riecke en 1901. Tres cilindros, dos de cobre y uno de aluminio, con las caras bien rectificadas, se colocaban uno sobre otro, uniéndolos después a una fuente de corriente. Durante un año por los conductores fluía una corriente de $\sim 0,1$ A, de forma que la carga total que pas3 por el conductor era superior a $3,5 \cdot 10^6$ C. Sin embargo, en los conductores no se produj3 ningún cambio químico. De aquí se desprende que la corriente en los metales está condicionada por el movimiento de partículas que no están relacionadas con la estructura química de los metales. Los iones no pueden ser esas partículas, ya que éstos son diferentes en cada sustancia, por lo que tales pueden s3lo ser los electrones.

2. El experimento decisivo fue realizado en 1916 por T. Stuart y R. Tolmen, que midieron la carga específica de las partículas, que aseguran la conductividad de los metales. La esencia del experimento consistía en lo siguiente. Sobre una bobina se enrollaba un largo conductor, unido a un galvanómetro (fig. 44.1). La bobina se ponía en rápida rotación, frenándola después con rapidez.

Durante el proceso de frenado el sistema de referencia, relacionado con el conductor, es no inercial. Como fue

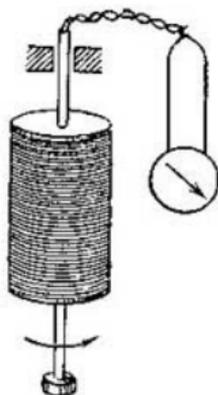


Fig. 44.2.

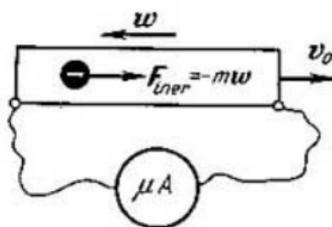


Fig. 44.3.

mostrado (§§ 24.1—24.3), en los sistemas no inerciales de referencia sobre los cuerpos actúa una fuerza de inercia $F_{iner} = -mw$, donde w es la aceleración del sistema de referencia. Bajo la acción de esta fuerza, las partículas libres, que se encuentran en el metal, se desplazarán en la dirección de movimiento del conductor, del mismo modo que el pasajero se desplaza cuando el vagón se frena bruscamente. En tal caso, en el conductor surge corriente, cuya dirección depende del signo de dichas partículas (fig. 44.2). La fuerza de inercia es aquí la fuerza exterior, por lo que la fem

$$\mathcal{E} = A_{c. ext}/q = F_{iner}l/q = -mw l/q, \quad (44.1)$$

donde q es la carga de la partícula libre, m , su masa, l , la longitud del conductor.

Como la longitud del conductor y la magnitud de la aceleración durante el frenado son conocidas, la carga específica de la partícula puede ser determinada midiendo la fem.

No obstante, resultó que la medición de la fem está relacionada con grandes errores, mientras que con mayor precisión es posible medir la carga total Q que pasa por el galvanómetro durante el frenado del conductor.

3. De acuerdo con la definición de la intensidad de corriente (39.13), podemos escribir: $Q = it$, donde t es el tiempo de frenado. Pero según la ley de Ohm

$$i = \mathcal{E}/R = -m\omega l/qR,$$

donde R es la resistencia sumaria del conductor y el galvanómetro. La aceleración

$$w = (v - v_0)/t = -v_0/t,$$

ya que después del frenado el conductor se para.

Así, pues, la carga específica de la partícula es igual a

$$q/m = v_0 l / QR. \quad (44.2)$$

El signo de la carga de la partícula se determina según el signo de la carga Q que pasa por el galvanómetro.

4. El experimento mostró que las partículas libres que aseguran la conductividad en los metales, tienen carga negativa. Su carga específica resultó ser iguala: para el cobre $1,60 \cdot 10^{11}$ C/kg, la plata $1,49 \cdot 10^{11}$ C/kg, el aluminio $1,54 \cdot 10^{11}$ C/kg. Como vemos la divergencia entre los resultados obtenidos y la carga específica del electrón, igual a $1,76 \cdot 10^{11}$ C/kg, constituye del 9 al 15 %, lo que para tan complicados experimentos no sale de los márgenes de los errores. De aquí, con suficiente certeza, se puede afirmar que la corriente en los metales es el resultado del movimiento ordenado de los electrones libres.

§ 44.2. Efecto Hall

1. En el § 39.2 fue deducida la dependencia entre la densidad de la corriente y la concentración de los electrones libres en el conductor. Resultó, que con ayuda del fenómeno descubierto en 1880 por E. Hall, dicha concentración se puede medir.

La esencia del efecto Hall consiste en lo siguiente. Hagamos una placa de material homogéneo (por ejemplo, metal) en forma de un paralelepípedo y mediante cierta fuente de corriente creamos en dicha placa un campo eléctrico

co homogéneo a lo largo del eje de abscisas; entonces por la placa, en esa misma dirección, fluirá la corriente. Cualquier plano, perpendicular al eje de abscisas, es una superficie equipotencial y la diferencia de potencial entre las caras 1 y 2 es igual a cero (fig. 44.3). Si ubicamos dicha placa en un campo magnético de forma que el vector de inducción B

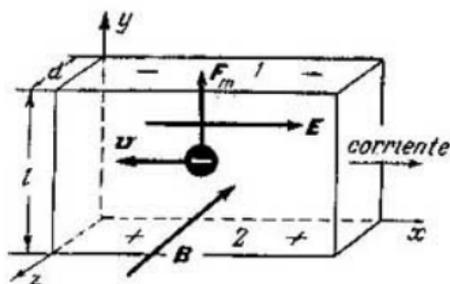


Fig. 44.4.

sea paralelo al eje de la z -coordenada, entre las caras 1 y 2 surgirá una diferencia transversal de potencial, llamada tensión (o diferencia de potencial) de Hall:

$$\Delta\varphi_H = R_H i B / d, \quad (44.3)$$

donde d es el grosor de la placa, i , la intensidad de corriente y B , la inducción del campo magnético. La magnitud R_H es la *constante de Hall*.

2. La causa de la aparición de la diferencia transversal de potencial radica en lo siguiente. El movimiento ordenado de los electrones en la placa transcurre en la dirección perpendicular al vector de inducción del campo magnético, a una velocidad media \bar{v} . Sobre los electrones en movimiento actúa la fuerza de Lorentz $F_m = eB\bar{v}$ (41.1), que los desplaza a la cara superior de la placa (fig. 44.3). Como resultado, en las caras de la placa se crea una carga excesiva: en la superior, negativa y en la inferior, positiva. De este modo, a lo largo del eje de ordenadas comienza a actuar un campo eléctrico de intensidad E_y , que se opone al desplazamiento de los electrones hacia la cara superior. El equilibrio se restablece cuando la fuerza eléctrica equilibre la de Lorentz. De aquí sigue que $F_m = F_e$ o bien

$$eB\bar{v} = eE_y. \quad (44.4)$$

La tensión de Hall

$$\Delta\varphi_H = E_y l = \bar{v}Bl. \quad (44.5)$$

Expresando en (39.17) la velocidad media del movimiento ordenado de electrones por la intensidad de corriente $\bar{v} = i/(enS) = i/(endl)$ y poniéndola en (44.5) obtenemos

$$\Delta\varphi_H = \frac{1}{en} \frac{iB}{d}. \quad (44.6)$$

3. Comparando (44.3) y (44.6), vemos que la constante de Hall es determinada por la concentración de electrones y la carga de los portadores de la corriente:

$$R_H = 1/en. \quad (44.7)$$

Así, pues, después de determinar en el experimento la constante de Hall, calcularemos con facilidad la concentración de electrones libres en la sustancia.

Tabla 44.1

| | Constante de Hall $R_H \cdot \text{m}^3/\text{C}$ | Conductividad específica $\gamma, \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ | Concentración de electrones de conducción $n = \frac{1}{eR_H}, \text{m}^{-3}$ |
|---------------|---|---|--|
| Aluminio | $0,30 \cdot 10^{-10}$ | $4,08 \cdot 10^7$ | $20,8 \cdot 10^{28}$ |
| Cobre | $0,55 \cdot 10^{-10}$ | $6,41 \cdot 10^7$ | $11,4 \cdot 10^{28}$ |
| Litio | $1,70 \cdot 10^{-10}$ | $1,17 \cdot 10^7$ | $3,67 \cdot 10^{28}$ |
| Sodio | $2,50 \cdot 10^{-10}$ | $2,48 \cdot 10^7$ | $2,50 \cdot 10^{28}$ |
| Óxido de zinc | $1,6 \cdot 10^{-8}$ | $3,0 \cdot 10^2$ | $3,9 \cdot 10^{28}$ |
| | Concentración de átomos $n_0 = \frac{\rho N_A}{A}, \text{m}^{-3}$ | Número medio de electrones libres por átomo $\nu = n/n_0$ | Movilidad de los electrones $b = \gamma R_H, \text{m}^2\text{B}^{-1}\text{s}^{-1}$ |
| Aluminio | $6,03 \cdot 10^{28}$ | 3,46 | $1,2 \cdot 10^{-3}$ |
| Cobre | $8,49 \cdot 10^{28}$ | 1,34 | $3,5 \cdot 10^{-3}$ |
| Litio | $4,60 \cdot 10^{28}$ | 0,80 | $2,0 \cdot 10^{-3}$ |
| Sodio | $2,54 \cdot 10^{28}$ | 0,99 | $6,2 \cdot 10^{-3}$ |
| Óxido de zinc | $\sim 4 \cdot 10^{28}$ | $\sim 10^{-5}$ | $4,8 \cdot 10^{-3}$ |

4. Recibe el nombre de *movilidad* b de la *partícula* la razón entre la velocidad media de su movimiento ordenado y la intensidad del campo eléctrico (véase (39.26)):

$$b = \bar{v}/E = \gamma/en = \gamma R_H. \quad (44.8)$$

De forma que conociendo la conductividad específica del metal y la constante de Hall, puede ser hallada la movilidad de los electrones de conducción. Para ciertos metales se aducen en la tabla 44.1 los resultados de los experimentos. Aquí ρ es la densidad del metal, A , su masa atómica, N_A , la constante de Avogadro (§ 26.9).

5. De la tabla vemos que los metales monovalentes—litio y sodio—tienen por término medio cerca de un electrón libre por átomo; el aluminio trivalente, cerca de tres electrones libres; el cobre, que puede ser tanto mono como bivalente, tiene algo menos de electrón y medio por átomo.

La movilidad de los electrones es pequeña y, por consiguiente, también lo es la velocidad de su movimiento ordenado. En efecto, la intensidad del campo eléctrico en los metales rara vez es mayor que 1 V/m y la velocidad media del movimiento ordenado $\bar{v} = bE$ no supera 1 mm/s, siendo con frecuencia mucho menor.

Las mediciones de la constante de Hall fueron realizadas en extenso intervalo de temperaturas. Resultó que en los metales la constante de Hall no es función de la temperatura y, por consiguiente, la concentración de electrones libres no depende de la temperatura. Esto significa, que el movimiento térmico no juega papel alguno en la formación de los electrones libres en los metales.

6. Mucho más complicados fenómenos se observan al realizar el experimento de Hall con sustancias, llamadas *semiconductores*: selenio, silicio, germanio, los óxidos de una serie de metales, etc. En la tabla 44.1 se dan los datos característicos de un semiconductor, el óxido de zinc. Vemos que la constante de Hall es aquí mayor que para los metales unas 10^6 veces; la conductividad específica, 10^8 veces menor; aproximadamente la concentración de los electrones libres es una cantidad igual de veces menor; por consiguiente, en este caso, sólo una cantidad insignificante de átomos está ionizada. Pero lo principal no es todo esto. La particularidad principal de los semiconductores consiste en que la constante de Hall decrece bruscamente al aumentar la tempera-

tura, por lo que la concentración de los electrones libres crece al aumentar la temperatura del semiconductor. La segunda particularidad característica de los semiconductores radica en que el efecto Hall tiene signo opuesto: para las mismas

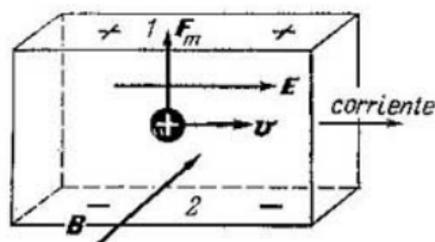


Fig. 44.5.

direcciones de la corriente y la inducción de campo magnético como en la fig. 44.3, la cara superior de la placa tiene carga positiva (fig. 44.4). La única explicación razonable puede ofrecerse, si suponemos que la conductividad de estas sustancias se realiza a cuenta del movimiento de cargas

no negativas, sino positivas (§ 77.2).

Llegamos a una paradoja que la teoría electrónica clásica no puede explicar. Con mayor detalle, la teoría cuántica de la conductividad de los semiconductores será estudiada en el cap. 77.

§ 44.3. Gas electrónico

1. En 1900, P. Drude creó la teoría electrónica de la conductividad de los metales. Dicha teoría fue posteriormente desarrollada por H. Lorentz sobre la base de la estadística de Maxwell—Boltzmann. Desde el punto de vista de la teoría de Drude—Lorentz el conjunto de los electrones libres puede ser considerado como cierto gas ideal, al que fue dado el nombre de *gas electrónico*. Drude y Lorentz postularon que las propiedades del gas electrónico eran análogas a las de un gas perfecto corriente.

Más adelante veremos que la analogía entre el gas electrónico y el ideal es muy simplificada y, precisamente para los metales, conduce a una serie de dificultades (véase el cap. 75). Sin embargo, en este capítulo, vamos a considerar el conjunto de electrones de conducción como un gas ideal, lo que nos permitirá explicar por métodos elementales el mecanismo de una serie de fenómenos que transcurren en los metales y semiconductores.

2. La energía media de movimiento térmico de los electrones se calcula en la teoría clásica por la misma fórmula con la que calculábamos la energía cinética media de las

moléculas de un gas ideal monoatómico (véase (26.8)):

$$\bar{\epsilon} = m\bar{u}^2/2 = 3/2 kT.$$

A la temperatura ambiente ($T \approx 300$ K)

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 10^6 \text{ m/s.}$$

3. Desde el punto de vista de las representaciones cuánticas, para calcular la energía cinética media del electrón de conducción hay que hacer uso de la fórmula (16.26). Para la velocidad del movimiento caótico de dichos electrones, tenemos

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{2\bar{\epsilon}}{m}} = \sqrt{\frac{\hbar^2 n^{2/3} \cdot 2}{2m \cdot m}} = \frac{\hbar n^{1/3}}{m} \approx \frac{10^{-34} \cdot 10^{10}}{10^{-30}} \approx 10^6 \text{ m/s.}$$

Esto es en un orden mayor que según el cálculo clásico. La temperatura del gas electrónico

$$T_{\text{elec}} = \frac{2\bar{\epsilon}}{3k} = \frac{2\hbar^2 n^{2/3}}{2m \cdot 3k} \approx \frac{10^{-68} \cdot 10^{20}}{3 \cdot 9 \cdot 10^{-31} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 3 \cdot 10^4 \text{ K,}$$

o que es en dos órdenes mayor que la temperatura de la red. Pero, a pesar de todo, el intercambio de calor entre el gas electrónico y la red cristalina no transcurre (§ 44.6).

4. Vemos que la velocidad media del movimiento térmico de los electrones supera la velocidad media de su movimiento ordenado (§§ 39.2 y 44.2) ¡unas 10^9 veces! Sobre esta base podemos representarnos el mecanismo de surgimiento de la corriente. Mientras en el conductor no haya campo eléctrico, los electrones se mueven desordenadamente en todas las direcciones. Al aparecer el campo, los electrones comienzan a desplazarse lentamente en la dirección opuesta a la de las líneas de fuerza. Con frecuencia, este movimiento lento y ordenado recibe el nombre de "deriva"; prácticamente no influye en el movimiento térmico de las partículas.

No hay que confundir la velocidad de deriva de los electrones con la velocidad de la corriente eléctrica. Por velocidad de la corriente se entiende la velocidad de transmisión de la energía eléctrica a lo largo de los conductores. La experiencia y la teoría muestran que la velocidad de la corriente es muy grande y es igual a la de propagación de las ondas electromagnéticas (§ 59.1). La energía desde la fuente al consu-

midor es transmitida por el campo electromagnético, mientras que el conductor, con los electrones en deriva, sólo sirve de "guía" para el flujo de energía.

§ 44.4. Deducción de la ley de Ohm de la teoría electrónica

1. Con ayuda del modelo del gas electrónico podemos aclarar, por qué en los metales y semiconductores se cumple la ley de Ohm. La idea de la deducción consiste en lo siguiente.

Al no haber campo eléctrico en el conductor, la energía cinética de un electrón concreto $K_{0i} = mu_i^2/2$, donde u_i

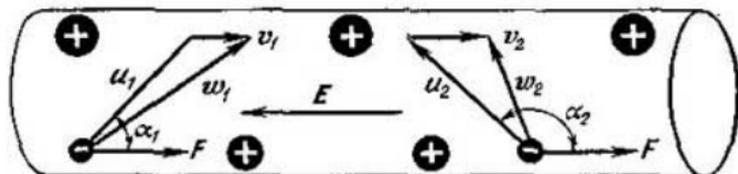


Fig. 44.6.

es la velocidad de movimiento térmico del electrón con el número i . A cuenta del campo eléctrico de una intensidad E , surge la deriva de los electrones en contra del campo a una velocidad media de \bar{v} . Al final del recorrido libre, la velocidad del movimiento de deriva del electrón dado será igual a v_i , su velocidad total respecto de la red iónica, $w_i = u_i + v_i$, mientras que la energía cinética $K_i = mw_i^2/2$.

Como vemos en la fig. 44.5, $w_i^2 = u_i^2 + 2u_iv_i \cos \alpha_i + v_i^2$, por lo que la energía cinética del electrón al final del recorrido

$$K_i = \frac{1}{2}mw_i^2 = \frac{1}{2}mu_i^2 + mu_iv_i \cos \alpha_i + \frac{1}{2}mv_i^2.$$

Así, pues, la variación de la energía cinética de un electrón concreto a cuenta de la acción del campo eléctrico por la longitud del recorrido libre

$$\Delta K_i = K_i - K_{0i} = mu_iv_i \cos \alpha_i + \frac{1}{2}mv_i^2. \quad (44.9)$$

Para obtener el incremento medio de la energía cinética de los electrones $\overline{\Delta K}$ es preciso mediar (44.9) por todos los

números, para lo que hay que escribir dicha expresión para cada electrón, sumarlas todas y dividir las por el número de electrones N :

$$\begin{aligned}\overline{\Delta K} &= \frac{1}{N} (\Delta K_1 + \Delta K_2 + \dots + \Delta K_N) = \\ &= \frac{1}{N} (mu_1 v_1 \cos \alpha_1 + mu_2 v_2 \cos \alpha_2 + \dots \\ &\dots + mu_N v_N \cos \alpha_N) + \frac{1}{N} \left(\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \dots + \frac{mv_N^2}{2} \right).\end{aligned}$$

Pero para la enorme cantidad de electrones, en movimiento por completo desordenado en todas las posibles direcciones, los cosenos recorren todos los valores de $+1$ a -1 , por lo que la suma en el primer paréntesis se reduce a cero. Designando:

$$v^2 = \frac{1}{N} (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2),$$

obtenemos

$$\overline{\Delta K} = \frac{1}{2} m v^2, \quad (44.10)$$

donde v es la velocidad final promedia de deriva del electrón. Tomando en consideración que con $E = \text{const}$ la deriva es un movimiento uniformemente acelerado, para la velocidad media de deriva $\bar{v} = v/2$ (§ 4.6).

2. Como ya sabemos, la variación de la energía cinética es igual al trabajo de la fuerza (§ 16.14):

$$\Delta K_i = A_i = F l_i = e F l_i,$$

donde l_i es la proyección del desplazamiento del electrón dado en la dirección de acción de la fuerza. Como se deduce de la fig. 44.5, durante el tiempo del recorrido libre Δt_i la proyección

$$l_i = u_i \Delta t_i \cos \alpha_i + \frac{1}{2} v_i \Delta t_i.$$

Aquí, se ha tenido en cuenta que el electrón se mueve uniformemente acelerado y la velocidad media de su recorrido libre es igual a $v_i/2$. Para mediar la magnitud del trabajo por todos los electrones, sumemos de nuevo todos los trabajos y

dividámoslos por el número de electrones:

$$\overline{\Delta K} = \overline{A} = \frac{eE}{N} [(u_1 \Delta t_1 \cos \alpha_1 + u_2 \Delta t_2 \cos \alpha_2 + \dots \\ \dots + u_N \Delta t_N \cos \alpha_N) + \frac{1}{2} (v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2 + \dots + v_N \Delta t_N)].$$

Por las consideraciones indicadas más arriba, la suma en el primer paréntesis es igual a cero.

Si por definición introducimos *el tiempo medio del recorrido libre*

$$\tau = \frac{1}{Nv} (v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2 + \dots + v_N \Delta t_N),$$

la expresión para el incremento medio de la energía cinética tomará el aspecto

$$\overline{\Delta K} = \frac{1}{2} eE v \tau. \quad (44.11)$$

3. Si igualamos (44.10) y (44.11), obtenemos $v = eE\tau/m$, mientras que para la velocidad media de deriva

$$\bar{v} = eE\tau/(2m). \quad (44.12)$$

Considerando, que la velocidad térmica \bar{u} es, aproximadamente, $10^8 \dots 10^9$ veces mayor que la de deriva, determinamos la longitud media del recorrido libre del electrón:

$$\lambda = \bar{u}\tau. \quad (44.13)$$

Entonces, la velocidad media de deriva

$$\bar{v} = eE\lambda/(2m\bar{u}),$$

mientras que la movilidad del electrón (39.26)

$$b = \bar{v}/E = e\tau/(2m) = e\lambda/(2m\bar{u}). \quad (44.14)$$

Comparando (44.14) con los valores de las movilidades obtenidas de modo experimental, veremos que la longitud media del recorrido libre del electrón es igual a $10^{-7} \dots 10^{-8}$ m, lo que es 100—1000 veces mayor que las distancias entre los nudos de la red cristalina de los metales. Las causas de este fenómeno serán aclaradas en el § 75.9, donde examinaremos la teoría cuántica de la conductividad de los metales.

4. Poniendo (44.12) o (44.12') en la expresión para la densidad de corriente (39.18), obtendremos

$$j = \frac{e^2 n \tau}{2m} E = \frac{e^2 n \lambda}{2m \bar{u}} E. \quad (44.15)$$

La concentración de los electrones y el tiempo de su recorrido libre no dependen en los metales de la intensidad del campo eléctrico. De aquí se desprende que la densidad de corriente en los metales es proporcional a la intensidad de corriente, lo que significa que esta es la *ley de Ohm* (39.24).

Para la conductividad específica y la resistencia específica

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{e^2 n \tau}{2m} = \frac{e^2 n \lambda}{2m u}, \\ \rho &= \frac{1}{\gamma} = \frac{2m}{e^2 n \tau} = \frac{2m u}{e^2 n \lambda}. \end{aligned} \quad (44.16)$$

El análisis de las expresiones (44.16) permite aclarar ciertas singularidades de los metales y semiconductores, en particular la dependencia entre conductividad y la temperatura y la estructura de la red cristalina.

§ 44.5. Conductividad de los metales y los semiconductores

1. Como sabemos de la práctica, la conductividad de los metales es unos cinco órdenes mayor que la de los semiconductores. La causa de esta enorme diferencia puede ser explicada con ayuda de la teoría electrónica.

En todos los sólidos, las distancias entre los nudos de la red cristalina son aproximadamente iguales, por lo que las longitudes medias del recorrido libre de los electrones de conducción no pueden ser muy diferentes para diversos sólidos. Por otro lado, la constante de Hall para los metales es menor que para los semiconductores 10^5 veces, por consiguiente, tantas veces mayor será la concentración de los electrones de conducción. Precisamente tantas veces mayor será también su conductividad específica (tabla 44.1), lo que en absoluto concuerda con la fórmula (44.16).

2. La resistencia específica de los metales puros es varias veces menor que la de las aleaciones (tabla 44.2).

En el § 75.9, sobre la base de representaciones cuánticas aclararemos la causa de la dependencia entre la conductividad del cuerpo y el grado de perfección de su red cristalina. Resulta que la presencia en la red de impurezas y defectos, así como las singularidades de las oscilaciones térmicas de las partículas del sólido, provocan la disminución de la

Tabla 44.2

| | | ρ (a 0°C), $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{in}$ | α (de 0°C a 100°C), 10^{-3} K^{-1} |
|------------|-----------------------|---|--|
| Metales | Aluminio | 0,0245 | 4,5 |
| | Hierro | 0,089 | 6,5 |
| | Cobre | 0,0156 | 4,3 |
| | Platino | 0,0984 | 3,92 |
| | Rodio | 0,043 | 4,4 |
| | Níquel | 0,0614 | 6,8 |
| | Cromo | 0,127 | — |
| Aleaciones | Platino—rodio (90/10) | 0,187 | 1,66 |
| | Níquel—cromo (80/20) | 1,03 | 1,0 |
| | Acero | 0,12 ... 0,45 | 3,3 ... 1,5 |
| | Constantán | 0,48 | 0,02 |

longitud del recorrido libre del electrón y, por lo tanto, la disminución de la conductividad.

3. La experiencia muestra que al aumentar la temperatura y al haber impurezas, la resistencia de los semiconductores disminuye bruscamente lo que en principio los distingue de los metales. La causa reside en que cuando en los semiconductores hay impurezas o al aumentar la temperatura, crece de forma considerable la concentración de los electrones de conducción, lo que se deduce de los experimentos para determinar la constante de Hall en estas sustancias. El aumento de la concentración de los electrones de conducción, sobrecubre el efecto de la disminución de la longitud del recorrido libre y la resistencia decrece.

En lo que concierne a la causa de que en los metales la concentración de electrones de conducción no depende de la temperatura y las impurezas, mientras que en los semiconductores sí depende, ésta no puede ser explicada por la teoría electrónica clásica. En el cap. 75 serán expuestas las nociones cuánticas acerca de dicho efecto.

§ 44.6. Deducción de la ley de Joule—Lenz

1. En el § 39.7 obtuvimos la expresión (39.33) para calcular la variación de la energía interna de un conductor por el que pasa corriente. No obstante, el mecanismo del calen-

tamiento del conductor no fue explicado. La teoría electrónica explica este fenómeno del modo siguiente.

Acelerado por el campo eléctrico, el electrón adquiere al final del recorrido libre una energía cinética excesiva $\overline{\Delta K}$ y choca con un ion, cuya masa es miles de veces mayor que la del electrón.

Como resultado de la colisión, la energía excesiva del electrón se transmite al ion, por lo que éste comienza a oscilar con mayor intensidad. Así, pues, el crecimiento de la energía interna de un conductor con corriente es el resultado del bombardeo de la red iónica con los electrones, acelerados por el campo.

2. La cantidad de calor es calculada de la forma siguiente. Sea l la longitud del conductor y S , su sección transversal; la cantidad total de electrones de conducción en él $N = nSl$, donde n es su concentración. Durante el tiempo t el electrón sufre $Z = t/\tau = \bar{u}t/\lambda$ choques. La cantidad de calor que en tal caso transmite el gas electrónico a la red cristalina

$$Q = NZ\overline{\Delta K}. \quad (44.17)$$

Poniendo los valores de las magnitudes, obtenemos

$$Q = nSl \frac{\bar{u}t}{\lambda} \frac{mv^2}{2} = nSl \frac{\bar{u}t}{\lambda} \frac{e^2 E^2 \lambda^3}{2m\bar{u}^2}. \quad (44.18)$$

Pero la intensidad del campo se puede expresar por la tensión en el sector, haciendo uso de la expresión (39.10): $E = u/l$; al mismo tiempo, según (44.16) $e^2 n \lambda / 2m\bar{u} = 1/\rho$, donde ρ es la resistencia específica.

Así, pues,

$$Q = \frac{S}{\rho l} u^2 t = \frac{u^2 t}{R} = i^2 R t. \quad (44.19)$$

3. El mecanismo de transmisión de la energía del gas electrónico a la red cristalina no es tan sencillo como fue más arriba descrito. En verdad, ¿por qué al chocar el electrón contra el ion, a éste se le transmite precisamente la energía excesiva del movimiento ordenado y no una energía mayor o menor? Por un lado sabemos que, aun al no haber corriente en el conductor, los electrones de conducción poseen una enorme energía cinética, que se aprecia por la fórmula para la energía de una partícula localizada (§ 16.7). Si tenemos en cuenta que la concentración de electrones de conducción en los metales $n \approx 10^{29} \text{ m}^{-3}$ (§ 44.2), obtenemos

$$\overline{K} = \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{2m} \approx \frac{10^{-68} \cdot 2 \cdot 10^{58}}{2 \cdot 9 \cdot 10^{-31}} \approx 10^{-19} \text{ J} \approx 1 \text{ eV}.$$

El valor medio del exceso de energía cinética del movimiento ordenado del electrón bajo la acción de los campos eléctricos, con una intensidad de un orden de $E \approx 1$ V/m, es igual a

$$\overline{\Delta K} = \frac{e^2 E^2 \lambda^2}{2m\mu^2} \approx \frac{1,6^2 \cdot 10^{-38} \cdot 1 \cdot 10^{-18}}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^6} \approx 10^{-30} \text{ J} \approx 10^{-11} \text{ eV.}$$

Así, pues, la energía excesiva del movimiento ordenado del electrón constituye una pequeñísima parte de su energía total ($\overline{\Delta K}/\bar{K} \approx 10^{-11}$). ¿Por qué precisamente ese exceso de energía origina el efecto térmico?

Por otro lado, basándonos en las leyes de la conservación de la energía y la cantidad de movimiento (§§ 17.2—17.4), es posible mostrar que al chocar el electrón con el ion, sólo una pequeña parte de la energía cinética del electrón K_{elec} se transforma en la energía cinética del ion K_{ion} .

Es fácil cerciorarse de que durante el choque inelástico $\Delta K_{\text{ion}}/K_{\text{elec}} = m/(M + m)$, mientras que con el elástico $\Delta K_{\text{ion}}/K_{\text{elec}} = 4mM/(m + M)^2$, donde m y M son las masas del electrón y el ion, respectivamente. Teniendo en cuenta que $m/M \approx 10^{-4}$, vemos que prácticamente $\Delta K_{\text{ion}}/K_{\text{elec}} \approx m/M \approx 10^{-4}$. ¿Por qué se transmite no esta parte de la energía del electrón, sino que sólo 10^{-11} de su energía, es decir, mucho menos?

4. Cualitativamente, este fenómeno se explica de la forma siguiente. Los electrones de conducción y la red cristalina forman algo así como dos «gases», cuántico y clásico, que llenan un mismo volumen. Sus temperaturas son muy diferentes. La de la red de un orden de 300 . . . 500 K, la del gas electrónico $T_{\text{gas}} = \hbar^2 n^{2/3}/3 km \approx 3 \cdot 10^4$ K (§ 44.3). A pesar de tan grande diferencia de temperaturas, cuando no hay corriente entre el gas electrónico y la red no hay intercambio de calor. La cuestión reside en que gracias al principio de incertidumbre, la energía de los electrones de conducción no puede ser menor que la magnitud $\bar{K} = \hbar^2 n^{2/3}/2m$ (véase (16.26)), que expresa el valor mínimo de la energía de una partícula localizada.

De forma notoria cambia la situación al haber corriente. A cuenta de la acción del campo eléctrico, los electrones adquieren la energía cinética excesiva del movimiento ordenado. Y aunque ese exceso de energía es muy pequeño y el incremento correspondiente de la temperatura es sólo

$$\Delta T_{\text{elec}} = \frac{2\overline{\Delta K}}{3k} \approx \frac{2 \cdot 10^{-30}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 5 \cdot 10^{-8} \text{ K,}$$

es dicho exceso el que precisamente viola el equilibrio termodinámico. Surge el proceso de intercambio de calor entre el gas electrónico «recalentado» y la red cristalina, y el exceso de energía, que recibe el gas electrónico del campo eléctrico, es transmitido a la red. Esto provoca el calentamiento del conductor, es decir, el desprendimiento de calor de Joule—Lenz.

§ 44.7. Diferencia de potencial de contacto

1. A finales del siglo XVIII, A. Volta observó que entre dos metales en contacto surge una diferencia de potencial de contacto. El origen de este salto de potencial puede ser explicado por la teoría electrónica.

Examinemos dos metales con diferente concentración de electrones ($n_1 > n_2$). Como en el lugar de contacto los dos metales tienen igual temperatura, la velocidad media del movimiento térmico de los electrones será igual en dicho lugar. Para simplificar los razonamientos, supongamos que la longitud del recorrido libre de aquellos es, aproximadamente, igual. A cuenta del movimiento térmico de los electrones, se produce su difusión (§§ 25.4, 25.5). El número de electrones que pasan del primer metal al segundo, es igual a una sexta parte del número de electrones que se encuentran en una capa de grosor λ , es decir, $N_1 = \frac{1}{6} n_1 S \lambda$. Del segundo metal al primero pasan $N_2 = \frac{1}{6} n_2 S \lambda$ electrones. Pero de acuerdo con el planteamiento, $n_1 > n_2$ por lo que el segundo metal adquirirá más electrones de los que transmite al primero.

Así, pues, como resultado de la difusión de los electrones, un metal tendrá carga positiva y otro, negativa. El campo eléctrico que surge en tal caso, se opondrá a la difusión. La difusión juega aquí un papel semejante al que jugaría un campo exterior que actuara en el lugar de contacto. El paso de los electrones de un metal a otro cesará, cuando la diferencia de potencial creada equilibre la fem del campo exterior.

2. Vamos a apreciar la diferencia de potencial por contacto, partiendo de las siguientes consideraciones. La corriente en la capa de contacto

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{e(N_1 - N_2)}{\tau} = \frac{e\lambda S}{6\tau} (n_1 - n_2) = \frac{eS\bar{u}}{6} (n_1 - n_2).$$

Según la ley de Ohm, la diferencia de potencial es igual al producto de la corriente por la resistencia en las capas en contacto: $R = R_1 + R_2 = \rho_1 \lambda / S + \rho_2 \lambda / S$, donde ρ_1 y ρ_2 son sus resistencias específicas. Teniendo en cuenta (44.16), tendremos

$$R = \frac{2m\bar{u}}{e^2 S} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right).$$

Así, pues,

$$\Delta\varphi = iR = \frac{m\bar{u}^2(n_1 - n_2)}{3e} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right). \quad (44.20)$$

Poniendo $m\bar{u}^2 = 3kT$ y realizando sencillas transformaciones, obtenemos

$$\Delta\varphi = \frac{kT}{e} \left(\frac{n_1}{n_2} - \frac{n_2}{n_1} \right). \quad (44.21)$$

Vemos que la diferencia de potencial por contacto sólo depende de la temperatura y la composición química de los metales. Las nociones cuánticas de este fenómeno están expuestas en el § 78.1.

§ 44.8. Termoelectricidad

1. Confeccionemos un circuito cerrado de dos metales y mantengamos en todos los puntos de la red la misma temperatura. Resulta que con esta condición, a cuenta de los saltos de potencial de contacto, no puede surgir corriente en el circuito, ya que la fem es en él nula:

$$\mathcal{E} = \Delta\varphi_{12} + \Delta\varphi_{21} = \frac{kT}{e} \left(\frac{n_1}{n_2} - \frac{n_2}{n_1} + \frac{n_2}{n_1} - \frac{n_1}{n_2} \right) = 0.$$

Basándonos en los principios primero y segundo de termodinámica, podríamos haber previsto dicho resultado. En efecto, la corriente realiza trabajo, por consiguiente, para su creación es necesaria una fuente de energía. Ésta tampoco puede ser la energía del medio ambiente, ya que de acuerdo con el segundo principio de termodinámica, el intercambio de calor entre los cuerpos a igual temperatura no transcurre (véase el cap. 28).

2. Otro resultado, diferente por completo, se obtendrá si las temperaturas de las zonas de contacto (soldaduras) son diferentes. Sea, por ejemplo, $T_1 > T_2$. Entonces la expresión para la fem toma la forma

$$\mathcal{E} = \Delta\varphi_{12} + \Delta\varphi_{21} = \frac{k}{e} \left(\frac{n_1}{n_2} - \frac{n_2}{n_1} \right) (T_1 - T_2). \quad (44.22)$$

Aquí vemos que la fem no es igual a cero; por esta causa en el circuito surge corriente termoeléctrica. Este fenómeno fue descubierto por Seebeck en 1821.

La expresión (44.22) se puede escribir así:

$$\mathcal{E} = \alpha (T_1 - T_2) = \alpha \Delta T. \quad (44.23)$$

Aquí, $\alpha = \frac{k}{e} \left(\frac{n_1}{n_2} - \frac{n_2}{n_1} \right)$ es una magnitud constante que caracteriza las propiedades del contacto de los dos metales dados, la fem \mathcal{E} recibe el nombre de *fuerza termoelectromotriz* o fem térmica, y ΔT es la diferencia de temperatura de las dos soldaduras.

3. La fem térmica que surge durante el contacto de dos metales es muy pequeña. Aunque la fórmula (44.22) ha sido obtenida con ayuda de aproximaciones bastante arbitrarias, puede ser utilizada para la apreciación cualitativa del valor de dicha fem térmica. Tomando las concentraciones n_1 y n_2 ($\Delta T = 1$ K), por ejemplo, para el cobre y el aluminio de la tabla 44.1, obtenemos

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{k}{e} \left(\frac{n_1}{n_2} - \frac{n_2}{n_1} \right) \approx \frac{1,38 \cdot 10^{-23}}{1,61 \cdot 10^{-19}} \left(\frac{21}{11} - \frac{11}{21} \right) \approx \\ &\approx 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ V/K} = 120 \mu\text{V/K}. \end{aligned}$$

El experimento nos ofrece para este par termoelectrónico de metales una magnitud 30 veces menor: $\alpha = 3,4 \mu\text{V/K}$.

Si uno de los metales se sustituye por un semiconductor, la fuerza termoelectromotriz ha de aumentar de forma notoria, ya que la concentración de electrones en los metales y semiconductores se diferencia en 4—5 órdenes. Aquí ya no es posible hacer uso de la fórmula (44.22) incluso para los cálculos cualitativos, pero el hecho de que el par termoelectrónico (o termopila) «metal — semiconductor» nos ofrece una fem térmica considerablemente mayor que el par termoelectrónico «metal—metal», se ha confirmado mediante experimentos.

4. Por regla, los pares termoelectrónicos se utilizan para medir temperaturas, en particular en aquellos casos, donde el empleo de los termómetros de dilatación (de líquido) (por ejemplo, de mercurio) está excluido. Las ventajas de los termómetros de par termoelectrónico es su alta sensibilidad; la posibilidad de unirlos a los autorregistradores, que de modo automático registran la variación de la temperatura según el tiempo; pequeñas dimensiones, baja capacidad calorífica propia, así como una amplia gama de las temperaturas que se miden, desde $+2000^\circ \text{C}$ hasta -200°C .

Los pares termoelectrónicos también pueden ser utilizados como fuentes de corriente. Pero su rendimiento es muy bajo (menos del 1%) y su fem, pequeña. No obstante, eligiendo tipos determinados de semiconductores y uniendo las termopilas en serie, formando termocolumnas, puede ser obtenida una fem suficientemente grande, del orden de varias decenas de voltios. Semejantes termocolumnas fueron creadas bajo la dirección de A. F. Ioffe. Pueden funcionar mediante cualquier fuente de calor, por ejemplo, un quinqué y alimentar un receptor de radio.

5. Desde el punto de vista de termodinámica, la termopila es muy parecida a una máquina térmica (véase el cap. 29). Aquí, hay dos cuerpos a diferentes temperaturas, que juegan el papel de foco caliente

y frío, mientras que como sustancia de trabajo se hace uso del gas electrónico. A diferencia de una máquina térmica corriente, donde parte de la energía interna del foco caliente se convierte en mecánica, en la termopila se transforma en la energía de la corriente eléctrica.

6. Como sabemos, si a la máquina térmica se suministra energía mecánica de una fuente externa, ella trabajará en el régimen de bomba térmica (o instalación frigorífica; véase el § 29.8). Por analogía, podíamos esperar que si por una termopila se hace pasar la corriente de una fuente externa, entre las soldaduras deberá surgir diferencia de temperatura. Semejante efecto se observa en los experimentos y recibe el nombre de *efecto Peltier*, en honor del científico que en 1834 lo descubrió.

Para obtener una mayor diferencia de temperatura aquí también hay que utilizar termopila de semiconductores. Los frigoríficos termoeléctricos, en los que se hace uso del efecto de Peltier en los semiconductores, fueron creados en 1954 por un grupo de científicos del Instituto de semiconductores de Leningrado, que dirigía el académico A. F. Ioffe.

§ 44.9. Trabajo de salida

1. Los electrones que se mueven en el interior del metal, pueden, a veces, salir de sus límites, formando sobre el metal una "nube electrónica". Parte de estos electrones retorna de nuevo al metal, otros de nuevo lo abandonan. Este fenómeno es muy parecido a la evaporación de los líquidos (§§ 35.1, 35.2). La superficie del metal y la nube electrónica forman una capa eléctrica doble, análoga al condensador plano. El grosor de esta capa es igual a varias distancias interatómicas ($d \approx 10^{-10} - 10^{-9} \text{m}$). La diferencia de potencial en esta capa se denomina *salto superficial en la frontera metal - vacío* o bien *diferencia de potencial de contacto* entre el metal y el vacío.

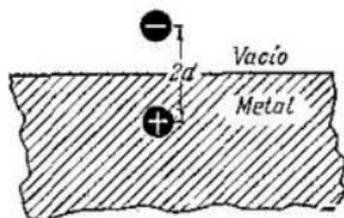


Fig. 44.6.

Para apreciar esta magnitud realizamos el siguiente cálculo aproximado. Imaginémonos que un electrón ha salido del metal; entonces en este último surgirá una carga positiva, igual en módulo a la carga del electrón. Esta carga positiva, recibe el nombre de "imagen eléctrica" del electrón (fig. 44.6). Resulta que la interacción del electrón con el metal es igual a la interacción entre el electrón y su "imagen", es decir, se reduce a la interacción de cargas puntuales, lo que nosotros ya sabemos hacer. De acuerdo con (37.4), para

el salto de potencial de contacto, tenemos (para $d \approx 5 \times 10^{-10} \text{m}$)

$$\varphi_{\text{cont}} \approx \frac{e}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2d} \approx \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 36\pi \cdot 10^9}{4\pi \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^{-10}} \approx 1,4 \text{ V.}$$

2. Para que el electrón que se encuentra en el metal pueda salir de sus límites, es preciso que realice trabajo contra las fuerzas de atracción de su "imagen" y contra las fuerzas de repulsión de la nube electrónica de carga negativa. Este trabajo se llama *trabajo de salida* A_0 y es igual a aquella energía mínima que hay que transmitir al electrón de conducción para que pueda salir del metal al vacío:

$$A_0 = e\varphi_{\text{cont}}. \quad (44.24)$$

El cálculo aproximado nos da para el trabajo de salida $A_0 \approx \approx 1,5 \text{ eV} = 2,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, que según el orden de su valor corresponde a los datos experimentales:

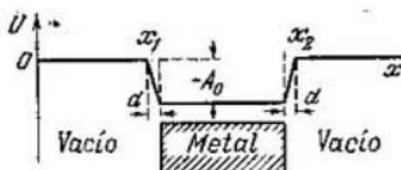


Fig. 44.7.

| | A_0 , eV | | A_0 , eV |
|-----------------------|------------|-----------------------|------------|
| Litio, sodio, potasio | 2,3 | Calcio | 2,7 |
| Zinc | 4,2 | Cesio | 1,9 |
| Tungsteno | 4,5 | Bario sobre tungsteno | 1,1 |
| Platino | 5,3 | Cesio sobre tungsteno | 1,4 |
| Bario | 2,5 | | |

3. La energía potencial del electrón de conducción en el metal, es menor que la de un electrón libre. Suponiendo que la energía potencial del electrón en el vacío es igual a cero, obtenemos que su energía en el metal $U = -A_0 = -e\varphi_{\text{cont}}$. Esta energía puede ser representada gráficamente, trazando por el eje de abscisas la coordenada del electrón y en el eje de ordenadas, la energía potencial (fig. 44.7). Aquí, el grosor de la nube "electrónica" d está muy exagerado. La gráfica tiene la forma de un pozo, que recibe el nombre de "pozo de potencial" (o barrera de potencial). Por regla, cuando se desea indicar que el electrón en el metal tiene energía

potencial negativa, suele decirse que el electrón se encuentra en un "pozo de potencial".

4. Para que el electrón de conducción salga de los límites del metal, es preciso que su energía cinética sea mayor que el trabajo de salida (o, por lo menos, igual a él). El electrón puede recibir esa energía por diversas vías.

Una de ellas es la iluminación del metal. Al recibir energía de la onda luminosa, el electrón puede efectuar el trabajo de salida. Este fenómeno recibe el nombre de *emisión fotoeléctrica* (efecto fotoeléctrico externo), que será examinada en los §§ 68.1—68.3.

La segunda vía consiste en el bombardeo de la superficie del metal con partículas que tengan una energía de varios centenares de electronvoltios.

El tercer método es el aumento de la temperatura del metal. El fenómeno de la salida de electrones de un cuerpo caliente se denomina *emisión termoiónica* (§ 47.1).

Capítulo 45

CAPACIDAD CALORÍFICA Y CONDUCTIVIDAD TÉRMICA DE LOS SÓLIDOS

§ 45.1. Capacidad calorífica

1. Como fue mostrado en los §§ 27.4, 27.5, hay que distinguir para los gases las capacidades caloríficas isócara c_V e isóbara c_p , que se diferencian considerablemente entre sí ($\gamma = c_p/c_V \approx 1,7 \div 1,4$). En los sólidos estas capacidades caloríficas se diferencian muy poco: del 3% para el cobre y oro al 8 % para los metales alcalinos. Por este motivo, en adelante no vamos a diferenciar estas magnitudes y hablaremos sencillamente de la capacidad calorífica de los sólidos.

Al analizar la expresión para la energía interna del gas ideal, llegamos a la conclusión de que ella puede ser representada como la suma de las energías cinéticas de las moléculas más un sumando constante, ya que la suma de las energías potenciales de las moléculas y su energía en reposo, es una magnitud constante (§ 27.1). Un cuadro distinto por com-

pleto, advertimos en el sólido. Aquí, las partículas oscilan en los nudos de la red cristalina, y en los procesos oscilatorios la energía cinética se convierte permanentemente en potencial y viceversa. Por consiguiente, los valores medios de la variación de las energías potencial y cinética de las partículas, son iguales entre sí:

$$\overline{\Delta e_p} = \overline{\Delta e_k} = \frac{3}{2} k \Delta T. \quad (45.1)$$

La energía media de las oscilaciones de la partícula es la suma de los valores medios de sus energías potencial y cinética, por lo que

$$\overline{\Delta e} = \overline{\Delta e_p} + \overline{\Delta e_k} = 3k \Delta T. \quad (45.2)$$

2. La energía interna de un kilomol de una sustancia corriente, es igual al producto de la energía media de las oscilaciones de un átomo por la constante de Avogadro. Haciendo uso de la correlación (45.2), obtenemos

$$\Delta U_m = N_A \overline{\Delta e} = 3N_A k \Delta T = 3R \Delta T, \quad (45.3)$$

donde R es la constante universal de los gases (§ 26.9).

La capacidad calorífica de un mol es, por definición, igual a

$$C_m = \frac{\Delta U_m}{\Delta T} = 3R = 24,9 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 5,95 \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}}. \quad (45.4)$$

Hemos obtenido la ley de Dulong — Petit, establecida por ellos en 1819:

La capacidad calorífica molar de los cuerpos cristalinos químicamente simples es aproximadamente igual a 6 cal/(mol · K).

3. El calor específico es la razón entre la capacidad calorífica molar y la masa atómica del elemento:

$$c = \frac{C_m}{A} = \frac{3R}{A} = \frac{3N_A k}{N_A m_0} = \frac{3k}{m_0}, \quad (45.5)$$

donde m_0 es la masa de un átomo.

La capacidad calorífica volumétrica es la razón entre la capacidad calorífica molar y el volumen molar:

$$C = \frac{C_m}{V_m} = \frac{3N_A k}{N_A v} = \frac{3k}{v}, \quad (45.6)$$

donde v es el volumen de una célula elemental del cristal.

En la fig. 45.1. se dan las capacidades caloríficas de ciertas sustancias: aisladores y metales. El análisis de los datos

experimentales nos lleva a la conclusión de que la ley de Dulong — Petit es muy aproximada: se cumple sólo a temperaturas suficientemente altas. A bajas temperaturas la capacidad calorífica de los sólidos disminuye con rapidez y cerca del cero absoluto tiende a cero.

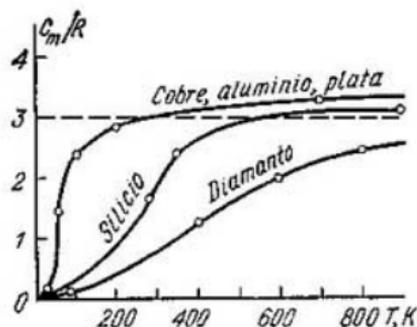


Fig. 45.1.

fig. 45.1. Una teoría más precisa, basada en las representaciones cuánticas, fue creada en 1912 por Debye. En particular demostró que para cada sustancia existe una temperatura característica determinada Θ_D (temperatura de Debye), a partir de la cual se cumple la ley de Dulong—Petit:

$$\Theta_D = \frac{2\hbar a}{kd}, \quad (45.7)$$

donde a es la velocidad del sonido, d , la distancia característica entre las partículas en la red cristalina.

Calculemos la temperatura de Debye para el aluminio ($a = 6400$ m/s, $d = 0,4$ nm):

$$\Theta_D = \frac{2 \cdot 10^{-34} \cdot 6400}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 4 \cdot 10^{-10}} = 230 \text{ K},$$

lo que coincide bien con los datos experimentales (véase la fig. 45.1). Los pequeños valores de la capacidad calorífica del diamante a temperaturas bastante altas, significan que para él la temperatura de Debye es mucho mayor que 1200 K (en realidad $\Theta_D \approx 2000$ K); esto se explica por el gran valor de la velocidad del sonido en el diamante y las pequeñas distancias entre los átomos ($a = 1,6 \cdot 10^4$ m/s, $d = 0,154$ nm).

§ 45.2. Capacidad calorífica de los metales

Es completamente inesperado el resultado que indica que la ley de Dulong — Petit es aplicable a los metales y semiconductores. En efecto, en la fórmula (45.3) supusimos que la energía interna del cristal sólo se determina por la energía

de las oscilaciones de las partículas en los nudos de la red. Pero en los metales y semiconductores hay electrones de conducción, los que consideramos en su conjunto como un gas ideal. Por consiguiente, aquí la energía interna debe ser igual a la suma de las energías de la red y del gas electrónico.

Suponiendo que la energía media del movimiento térmico de los electrones $\bar{\epsilon}_{\text{elec}} = \frac{3}{2} kT$ y la cantidad de electrones libres que corresponde a un átomo es igual a ν , obtenemos para un mol:

$$\begin{aligned} \Delta U_m &= N_A \bar{\Delta \epsilon}_{\text{red}} + \nu N \bar{\Delta \epsilon}_{\text{elec}} = N_A (3k\Delta T + \frac{3}{2}\nu k \Delta T) = \\ &= 3R \Delta T (1 + \frac{1}{2}\nu). \end{aligned}$$

De aquí se desprende la expresión para la capacidad calorífica molar:

$$C_m = 3R (1 + \frac{1}{2}\nu). \quad (45.8)$$

Haciendo uso de los resultados de la tabla 44.1 tendremos que la aportación de los electrones de conducción en la capacidad calorífica de los semiconductores es insignifican- temente pequeña, ya que aquí $\nu \approx 10^{-5}$. En lo que se refiere a los metales (§ 75.3), su capacidad calorífica debe en mucho superar a la de los aisladores. En efecto, de acuerdo con (45.8), para el aluminio $C_m = 7,4 R$, para el cobre $C_m = 5R$, para el litio $C_m = 4,2 R$, etc. Sin embargo, esto no corresponde a los datos experimentales, según los cuales la ley de Dulong — Petit es también válida para los metales.

§ 45.3. Conductividad térmica de los aisladores

1. Si en los extremos de una barra se mantiene cierta diferencia de temperatura, transcurrirá la transmisión de energía en forma de calor del extremo caliente al frío. Sea l la longitud de la barra y S , el área de su sección transversal. Designemos por T_1 la temperatura del sector caliente y la del frío, T_2 , el eje de abscisas será dirigido a lo largo de la barra. La magnitud $\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1}$ recibe el nombre de *gradiente de temperatura*. Muestra la rapidez de variación de la temperatura a lo largo de la barra. La magnitud $\Delta Q/(S \Delta t)$ indica que cantidad de calor se transporta por la unidad de área del corte transversal en la unidad de tiempo y denominase *flujo térmico*.

Resultó que el flujo térmico es proporcional al gradiente de temperatura (ley de Fourier):

$$\frac{Q}{S\Delta t} = -K \frac{\Delta T}{\Delta x}.$$

El signo menos ha aparecido a causa de que el flujo térmico es una magnitud positiva, mientras que el gradiente de temperatura, negativa.

Tabla 45.1

| Sustancia | Velocidad del sonido α , km/S | Conductividad térmica K , W/(m·K) | d , nm | $\frac{3ka}{d^2}$ |
|-------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|----------|-------------------|
| Plásticos | 2,0 ÷ 2,6 | 0,1 ÷ 0,4 | 0,5 | 0,3 |
| Ladrillo | 3,6 | 0,6 ÷ 1,1 | — | — |
| Vidrio | 5,7 ÷ 4,3 | 1,0 ÷ 0,8 | 0,5 | 0,9 ÷ 0,7 |
| Cloruro sódico | 4,75 | 7,1 | 0,282 | 2,4 |
| Hielo (−5°C) | 3,23 | 2,2 | 0,32 | 1,3 |
| Agua (20°C) | 1,47 | 0,61 | 0,31 | 0,64 |
| Acetona (25°C) | 1,17 | 0,16 | 0,5 | 0,19 |
| Tetracloruro de carbono | 0,93 | 0,11 | 0,5 | 0,15 |

La magnitud K se llama *coeficiente de conductividad térmica* o, simplemente, *conductividad térmica* de la sustancia, cuya unidad en el SI es W/(m·K). Los valores característicos de la conductividad térmica de ciertos aisladores se aducen en la tabla 45.1.

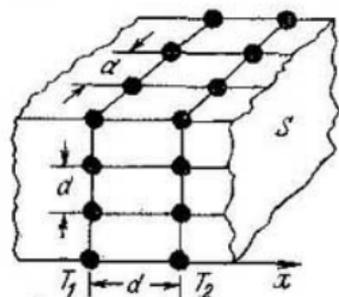


Fig. 45.2.

2. Para el análisis del mecanismo de la conductividad térmica, vamos a examinar dos capas vecinas de átomos (fig. 45.2). Supongamos que la temperatura de la capa izquierda es igual a $T_1 = T$, de la derecha $T_2 = T - \Delta T$. Respectivamente, las partículas dispuestas en dichas capas tienen las energías medias

$\bar{\epsilon}_1 = 3kT$ y $\bar{\epsilon}_2 = 3k(T - \Delta T)$. Como las oscilaciones de las partículas en una capa son más intensas que en la otra, se produce la transmisión de energía de la capa izquierda a la derecha.

Una partícula transmite la energía $\Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = -3k\Delta T$. Una capa de área S contiene $N = S/d^2$ partículas, donde d es la distancia entre ellas.

Por lo tanto, la cantidad de calor $Q = N\Delta\varepsilon = -3kS\Delta T/d^2$. El flujo térmico

$$\frac{Q}{S\Delta t} = -\frac{3k\Delta T}{d^2\Delta t} = -\frac{3k}{d^2} \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{\Delta T}{\Delta x} = -\frac{3ka}{d^2} \frac{\Delta T}{\Delta x}. \quad (45.10)$$

La magnitud $a = \Delta x/\Delta t$ es la velocidad de transmisión de las oscilaciones térmicas. En principio, ésta no se diferencia de la velocidad de transmisión de capa a capa de cualesquiera otras oscilaciones elásticas, o sea, de la velocidad del sonido.

Comparando (45.9) y (45.10), vemos que el coeficiente de conductividad térmica

$$K = \frac{3ka}{d^2} = \frac{3kad}{v} = Cad, \quad (45.11)$$

donde C es la capacidad calorífica de la unidad de volumen de la sustancia (§ 45.1).

La expresión (45.11) permite explicar de forma cualitativa la causa de la anisotropía de la conductividad térmica en ciertos monocristales (§ 32.1). La esencia del problema se reduce a que en ellos la distancia entre los átomos y la velocidad del sonido son diferentes en diversas direcciones, por lo que la conductividad térmica también resulta ser distinta.

3. En la última fila de la tabla 45.1 se aduce la conductividad térmica calculada según la fórmula (45.11). Como vemos, para los plásticos, los cuerpos amorfos y líquidos se obtiene buena coincidencia de la teoría con la práctica. Para los cristales, nuestra teoría simplificada ofrece valores de la conductividad térmica que son varias veces menores que los experimentales.

Esto se puede explicar haciendo uso de las consideraciones que expuso Debye en 1914. Las ondas sonoras que percibe el oído humano, tienen una frecuencia en una gama aproximada de 20 Hz ÷ 20 kHz y ultrasonido, de 20 kHz. . . 100 MHz. Estas ondas se propagan por los cristales prácticamente sin dispersarse, de manera análoga a como la luz, sin dispersarse, pasa por medios transparentes como el vidrio o agua. Las oscilaciones térmicas tienen una frecuencia mucho más alta, de un orden de 10^{10} ÷ 10^{13} Hz (hipersonidos). Resulta, que las ondas de frecuencia tan alta se dispersan con intensidad, lo mismo que la luz se dispersa en medios turbios. Mientras más intensiva sea la dispersión de las ondas sonoras, que corresponden a las oscilaciones térmicas del cristal, más lentamente transcurre el proceso de transmisión del calor y menor es la conductividad de la sustancia.

Apoyándose en estas representaciones, Debye obtuvo la siguiente expresión para la conductividad térmica

$$K = \frac{1}{3}Ca \Lambda, \quad (45.12)$$

donde Λ es la distancia media que la onda sonora pasa sin dispersión. Si introducimos la noción de que las ondas sonoras se propagan en forma de ciertas porciones elementales, llamadas cuantos del campo sonoro o bien *fonones*, ésta será la longitud media de recorrido libre de un fonón. Comparando con (45.11), vemos que $\Lambda \approx 3d$.

4. La dispersión de las ondas sonoras por las heterogeneidades de la red cristalina, es análoga a la de los electrones de conducción (§ 44.5). La heterogeneidad de la red es el resultado de la presencia de defectos, así como del carácter singular de las oscilaciones térmicas de las partículas en los nudos de la red (§ 75.9). En los cuerpos amorfos y los líquidos hay ordenación próxima de empaquetamiento de las partículas, por lo que tienen gran cantidad de defectos; por esta razón, aquí la conductividad térmica será pequeña, lo que es confirmado por el experimento (véase la tabla 45.1). En los cristales, donde la ordenación del empaquetamiento es mucho más alta y menor la cantidad de defectos, la onda puede pasar sin dispersión una distancia mayor. Los cálculos nos ofrecen para el cloruro sódico a 0°C un valor de $\Lambda = 2,3 \text{ nm} \approx 8d$, para el cuarzo a lo largo del eje óptico a esa misma temperatura $\Lambda = 4,0 \text{ nm} \approx 13d$, etc. Este hecho nos explica la diferencia entre el experimento y el cálculo por la fórmula (45.11).

Con el crecimiento de la temperatura de la sustancia, aumentan las oscilaciones de las partículas en los nudos de la red cristalina y disminuye la distancia que las ondas sonoras pasan sin dispersión. Esto debería llevar a la disminución de la conductividad térmica, lo mismo que al crecer la temperatura disminuye la conductividad eléctrica (§ 44.5). El experimento confirma esta deducción, pero a temperaturas relativamente altas. A temperaturas bajas la conductividad térmica decrece a cuenta de la disminución brusca de la capacidad calorífica (§ 45.1).

§ 45.4. Conductividad térmica de los metales

1. Los datos comparativos de la conductividad térmica y la conductividad específica de ciertos metales a $T = 273 \text{ K}$ se dan en la tabla 45.2.

Tabla 45.2

| Sustancia | $K, \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ | $\gamma, \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ | $K/\gamma T$ |
|-----------|--|---|---------------------|
| Cobre | 385 | $64,1 \cdot 10^8$ | $2,2 \cdot 10^{-8}$ |
| Aluminio | 228 | $40,8 \cdot 10^8$ | $2,1 \cdot 10^{-8}$ |
| Sodio | 135 | $23,8 \cdot 10^8$ | $2,1 \cdot 10^{-8}$ |

Como vemos, la conductividad térmica de los metales es muy grande. Ella no se reduce a la de la red, por consiguiente, aquí debe actuar un mecanismo más de transmisión del calor. Resulta, que en los metales puros la conductividad térmica se realiza por completo, prácticamente, a cuenta del gas electrónico y sólo en los metales y aleaciones fuertemente impuros, en los que la conductividad es pequeña, la aportación de la conductividad térmica de la red es considerable.

Para la deducción, examinemos dos capas de metal, el grosor de cada una de ellas es igual a la longitud media del recorrido libre del electrón. Durante el tiempo $\tau = \lambda/\bar{u}$ de una capa a otra pasan $N = 1/6 nS\lambda$ electrones. Los que pasan de la capa izquierda a la derecha, transportan una energía $W_1 = N\bar{\varepsilon}_1$; el flujo inverso, una energía $W_2 = N\bar{\varepsilon}_2$. De acuerdo con la teoría clásica, la energía media del electrón $\bar{\varepsilon} = 3/2 kT$. De aquí se desprende:

$$Q = W_1 - W_2 = N(\bar{\varepsilon}_1 - \bar{\varepsilon}_2) = 1/6 nS\lambda \cdot 3/2 k (T_1 - T_2). \quad (45.13)$$

El flujo térmico

$$\frac{Q}{S\Delta t} = \frac{1}{4} n\lambda k \frac{T_1 - T_2}{x_2 - x_1} \cdot \frac{x_2 - x_1}{\Delta t}.$$

Como $x_2 - x_1 = 2\lambda = 2\bar{u}\Delta t$, donde \bar{u} es la velocidad media del movimiento térmico de los electrones,

$$\frac{Q}{S\Delta t} = -\frac{1}{2} n\lambda\bar{u}k \frac{\Delta T}{\Delta x}. \quad (45.14)$$

Comparando (45.14) y (45.9), hallamos la expresión para el coeficiente de conductividad térmica del gas electrónico:

$$K = 1/2 n \lambda \bar{u} k. \quad (45.15)$$

2. Por esta fórmula no podemos calcular la conductividad térmica, ya que no conocemos la longitud del recorrido libre del electrón. Sin embargo, dividiendo (45.15) (por (44.16)), obtenemos

$$\frac{K}{\gamma} = \frac{n\lambda\bar{u}k \cdot 2m\bar{u}}{2e^2 n \lambda} = \frac{km\bar{u}^2}{e^2}.$$

Pero $\overline{mu^2} = 3kT$, entonces

$$\frac{K}{\gamma} = \frac{3k^2 T}{e^2} = 2,23 \cdot 10^{-8} T. \quad (45.16)$$

La expresión obtenida, recibe el nombre de *ley de Wiedemann — Franz* en honor de los científicos que en 1853 descubrieron que a una misma temperatura, la razón entre la conductividad térmica y la conductividad eléctrica específica es igual para todos los metales. La dependencia de esta razón de la temperatura fue mostrada por Lorentz.

3. Comparando los datos experimentales de la tabla 45.2 con la fórmula (45.16), podemos cerciorarnos de que, prácticamente, la conductividad térmica de los metales se determina por completo por la del gas electrónico, que a temperaturas lejanas del cero absoluto, supera centenas de veces la conductividad térmica de la red cristalina.

De este modo, vemos que la teoría electrónica clásica nos permite no sólo explicar de forma cualitativa el mecanismo de la conductividad térmica de los metales, sino que obtener también correlaciones cuantitativas, es decir, la ley de Wiedemann — Franz, que concuerda bien con el experimento.

4. Examinemos los resultados. La idea de Drude — Lorentz, según la cual el conjunto de los electrones de conducción en los metales puede ser considerado como un gas ideal, resultó ser muy fructífera. Sobre esta base fue posible explicar una serie de fenómenos, relacionados con la conductividad eléctrica y la conductividad térmica de los metales. En todos estos casos, suponíamos que el gas electrónico se somete a la estadística de Maxwell — Boltzmann, como un gas monoatómico ideal corriente, por lo que la energía media del movimiento térmico del electrón libre $\bar{\varepsilon}_{\text{elec}} = \frac{3}{2} kT$.

Pero semejante suposición, que permite a la perfección explicar, por ejemplo, las singularidades de la conductividad térmica de los metales (ley de Wiedemann — Franz), no permite obtener valores correctos de la capacidad calorífica de los metales. La justeza de la ley de Dulong — Petit para los metales puede ser explicada introduciendo la suposición de que el gas electrónico no toma parte en la capacidad calorífica, pero entonces no se puede explicar las particularidades de la conductividad térmica de los metales.

Esta contradicción nos muestra que la teoría electrónica clásica es en principio infundada. La solución de este problema fue hallado apoyándose en las ideas de la mecánica cuántica y retornaremos a él en el cap. 75.

CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA DE LOS ELECTRÓLITOS

§ 46.1. Disociación electrolítica

1. La experiencia muestra que *los electrólitos*, o sea, las disoluciones de sales, ácidos o álcalis en el agua, son buenos conductores de la corriente eléctrica. El flujo de la corriente por los electrólitos se acompaña por *la electrólisis*, es decir, la depositación de la sustancia en los electrodos sumergidos en la disolución. Esto quiere decir, que a diferencia de los metales, que poseen conductividad electrónica, los electrólitos son conductores cuya conductividad surge a cuenta del movimiento de los *iones*.

Tanto el agua destilada, como las sustancias que se diluyen en estado sólido (tipo cristal iónico), no contienen iones libres y, por lo tanto, son buenos aisladores. Esto significa, que los iones aparecen sólo en el proceso de interacción de las moléculas de la sustancia diluida con las moléculas de agua. El proceso de descomposición de las moléculas de la sustancia diluida en iones, bajo la acción del solvente, recibe el nombre de *disociación electrolítica*.

2. La causa de la disociación consiste en que la molécula de agua tiene un gran momento dipolar ($p_e = 6,1 \cdot 10^{-30}$ C·m), por lo que a distancias de un orden de las distancias entre las moléculas en los líquidos ($r \approx 5 \cdot 10^{-10}$ m), a su alrededor surge un campo eléctrico fuerte. De acuerdo con (10.11), tenemos

$$E \approx \frac{p_e}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{6,1 \cdot 10^{-30} \cdot 36\pi \cdot 10^9}{4\pi \cdot 5^3 \cdot 10^{-30}} \approx 4 \cdot 10^8 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

La energía de interacción de un ion de sodio o cloro con la molécula de agua es igual, aproximadamente, a la energía de interacción de los iones en la molécula NaCl. Por esta razón, durante el proceso de disolución de la sal, a cuenta de las colisiones térmicas, transcurre la descomposición de las moléculas en iones:



Las flechas muestran que el proceso transcurre en dos direcciones: junto con *la disociación* de las moléculas en dos

iones se produce el proceso inverso, o sea, *la recombinación* de los iones en una molécula neutra.

Los iones positivos, que se desplazan hacia el cátodo, reciben el nombre de *cationes*, los negativos, *aniones*, es decir, que se mueven hacia el ánodo.



Fig. 46.1.

Señalemos que si las moléculas de la sustancia diluida no se disocian en iones, la disolución no es conductor. Como ejemplo podemos enumerar las disoluciones de azúcar y glicerina, que son buenos aisladores.

3. Las moléculas de agua rodean el ion, formando a su alrededor el llamado *solvato* (fig. 46.1). En primer lugar, esto dificulta la recombinación de los iones y con pequeñas concentraciones de la disolución, todas las moléculas de la sustancia disuelta resultan estar disociadas. En segundo lugar, se dificulta el movimiento de los iones, en realidad por la disolución está en movimiento no un ion negativo, sino el solvato, una especie de bola que consta del ion y de la cubierta de solvato, formada por varias capas de moléculas del solvente.

§ 46.2. Ley de Ohm y conductividad de los electrólitos

1. Si ubicamos en un electrólito dos electrodos y entre ellos se crea diferencia de potencial a cuenta de una fuente de corriente, surge el movimiento orientado de los solvatos. Los de carga positiva se moverán hacia el cátodo a una velocidad v_+ , los negativos, hacia el ánodo a una velocidad v_- . Por analogía con (39.18) obtenemos la expresión para la densidad de corriente en el electrólito:

$$j = q_+ n_+ v_+ + q_- n_- v_- \quad (46.1)$$

Donde q es la carga del ion, n , la concentración de iones.

De la ley de la conservación de la carga eléctrica, sigue que la suma de las cargas de los iones positivos y negativos debe ser igual a cero,

$$q_+ n_+ = q_- n_- = qn = \alpha qn_0. \quad (46.2)$$

Aquí n_0 es la concentración de moléculas de la sustancia disuelta; el coeficiente de disociación $\alpha = n/n_0$ es la razón entre la concentración de los iones y la concentración de las moléculas de la sustancia.

La densidad de corriente

$$j = qn (v_+ + v_-). \quad (46.3)$$

2. La velocidad del movimiento ordenado de los solvatos puede ser hallada partiendo de las siguientes consideraciones. Sobre el solvato actúa una fuerza eléctrica $F_e = qE$ y una fuerza de resistencia del rozamiento $T = 6\pi\eta r v$, donde r es el radio del solvato y η , la viscosidad del líquido (§ 11.8). El solvato se mueve uniformemente cuando la fuerza de resistencia equilibra la fuerza eléctrica: $qE = 6\pi\eta r v$. De aquí obtenemos la expresión para la velocidad de los solvatos

$$v = \frac{qE}{6\pi\eta r} \quad (46.4)$$

y para su movilidad (véase (39.26))

$$b = \frac{v}{E} = \frac{q}{6\pi\eta r}. \quad (46.5)$$

De (46.5) y (46.3) se desprende que para los electrolitos debe cumplirse la ley de Ohm:

$$j = qn (b_+ + b_-) E = \gamma E, \quad (46.6)$$

lo que confirman los experimentos.

3. La conductividad del electrolito es igual a

$$\gamma = qn (b_+ + b_-) = \frac{\alpha q^2 n_0}{6\pi\eta} \left(\frac{1}{r_+} + \frac{1}{r_-} \right). \quad (46.7)$$

Es mucho menor que la conductividad de los metales. Las disoluciones de ácidos tienen la mayor conductividad, ya que el radio del solvato, formado alrededor del ion de hidrógeno (protón), es 5 ÷ 10 veces menor que los radios de otros solvatos.

Al crecer la temperatura, la conductividad de los electrolitos aumenta con bastante rapidez. La causa reside en que al subir la temperatura, crece el grado de disociación de la disolución y disminuye la viscosidad del electrolito.

§ 46.3. Leyes de Faraday

1. El ion es una partícula (átomo, molécula, grupo de átomos) que ha perdido o unido uno o varios electrones. Si la valencia del elemento dado es igual a Z , la carga del ion $q = Ze$.

El número de iones que se depositan en el electrodo es igual a la carga total Q que ha pasado por el electrólito, dividida por la carga del ion:

$$N = Q/q = Q/Ze.$$

Para el elemento químico, la masa del ion m_0 es igual a la masa atómica del elemento A , dividida por la constante de Avogadro N_A . La masa de la sustancia depositada en el electrodo, es igual a la masa del ion multiplicada por el número de iones:

$$m = m_0 N = \frac{A}{N_A} \frac{Q}{Ze} = \frac{1}{N_A e} \frac{A}{Z} Q. \quad (46.8)$$

2. La expresión (46.8) contiene dos leyes que Faraday formuló en 1832, apoyándose en una serie de experimentos.

Primera ley de Faraday: la masa de la sustancia depositada en el electrodo es proporcional a la carga eléctrica que pasa por el electrólito:

$$m = KQ = Kit, \quad (46.9)$$

donde m es la masa de la materia, Q , la carga, i , la intensidad de corriente y t , el tiempo. La magnitud $K = m/Q$ muestra qué masa de la sustancia se deposita en el electrodo, cuando por el electrólito pasa una carga igual a un culombio. Recibe el nombre de *equivalente electroquímico* de la sustancia.

Segunda ley de Faraday: los equivalentes electroquímicos de los elementos, son razón directa de sus equivalentes químicos:

$$K = \frac{1}{F} \frac{A}{Z}; \quad (46.10)$$

donde A es la masa atómica; Z , su valencia; A/Z , el equivalente químico, es decir, la razón entre la masa atómica del elemento y su valencia.

3. La constante de Faraday

$$F = N_A e = 9,648455 \cdot 10^4 \text{C/mol}$$

es numéricamente igual a la carga eléctrica que debe pasar por el electrólito para que en el electrodo se deposite un mol de sustancia monovalente. En efecto, si en la expresión (46.8) hacemos $Z = 1$ y $m = A$, obtenemos $Q = F$. Para liberar la sustancia de valencia Z por el electrólito debe pasar la carga $Q = ZF$.

Hallando mediante el experimento la constante de Faraday y conociendo la constante de Avogadro, podemos calcular la carga de un ion monovalente, igual a la del electrón, por la fórmula

$$e = F/N_A. \quad (46.11)$$

§ 46.4. Elemento galvánico

1. La experiencia muestra que si sumergimos en un electrólito una placa metálica, entre ellos se crea diferencia de potencial. Este fenómeno es análogo al surgimiento de la diferencia de potencial de contacto entre dos metales (§ 44.7), con la sola distinción de que en el electrólito dicha diferencia de potencial está condicionada por la difusión de los iones, en vez de la de los electrones, como sucede al hacer contacto dos metales.

La difusión de los iones está acompañada de una reacción química entre el metal y el electrólito, lo que provoca la variación de la energía interna de las sustancias que toman parte en la reacción. La variación de la energía es proporcional al número de los átomos del metal que han reaccionado, es decir, es proporcional a la masa de metal que se ha diluido en el electrólito:

$$\Delta U = \lambda m,$$

donde U es la energía interna, λ , la energía específica de la reacción química, m , la masa de la sustancia (§§ 20.4, 36.7).

2. Resulta que la reacción química transcurre sólo en el caso, cuando el circuito está cerrado y por él pasa la corriente. En este caso se produce la transformación de la energía, desprendida a cuenta de las reacciones químicas, en la energía de la corriente eléctrica.

Haciendo uso de estas consideraciones, podemos calcular la fem del elemento galvánico. De la ley de la conservación de la energía se deduce que la energía de las reacciones químicas, que transcurren en el ánodo y cátodo, es igual al tra-

bajo realizado por las fuerzas exteriores al desplazarse la carga por el circuito:

$$\Delta U_{\text{án}} + \Delta U_{\text{cát}} = A_{\text{e.ext}} = Q\xi. \quad (46.13)$$

En los elementos galvánicos sirve de cátodo, por regla, el zinc y durante su disolución en el electrolito se desprende energía, es decir, $\Delta U_{\text{cát}} > 0$. Las reacciones de reducción en el ánodo se acompañan por la absorción de energía, $\Delta U_{\text{án}} < 0$. Haciendo uso de las correlaciones (46.12) y (46.13), obtenemos

$$\lambda_{\text{cát}} m_{\text{cát}} - \lambda_{\text{án}} m_{\text{án}} = Q\xi. \quad (46.14)$$

Pero según la ley de Faraday $m/Q = K$, es decir, al equivalente electroquímico. Así, pues,

$$\xi = \lambda_{\text{cát}} K_{\text{cát}} - \lambda_{\text{án}} K_{\text{án}}. \quad (46.15)$$

3. Para apreciar el valor de la fem del elemento, tendremos en cuenta que la energía específica de interacción del zinc con el ácido sulfúrico $\lambda = 6,96 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ y el equivalente electroquímico del zinc $K = 3,39 \cdot 10^{-7} \text{ kg/C}$. Despreciando la reacción en el ánodo obtenemos, aproximadamente,

$$\xi \approx \lambda K = 6,96 \cdot 10^6 \cdot 3,39 \cdot 10^{-7} = 2,36 \text{ V.}$$

Para la pila de Grenet y el acumulador ácido (de plomo), el experimento ofrece $\xi \approx 2 \text{ V}$, para los acumuladores alcalinos 1,8 V, para la pila de Leclanché 1,3 V. Como vemos, hemos apreciado de modo correcto el valor de la magnitud.

Capítulo 47

CORRIENTE EN EL VACÍO

§ 47.1. Emisión termoelectrónica

1. Si cierto volumen se bombea hasta obtener alto vacío, obtendremos un perfecto aislador, ya que en dicho volumen no hay cargas eléctricas libres. No obstante, en el vacío se puede crear conductividad de forma artificial, si en él introducimos las cargas libres de cualquier fuente. Con este fin,

se aplica el fenómeno de la *emisión termoelectrónica*, es decir, la emisión de electrones de la superficie de un metal caliente.

Este fenómeno se puede observar con ayuda del siguiente instrumento. En una ampolla de vidrio se fijan dos electrodos: un fino hilo que sirve de cátodo y un electrodo cilíndrico, el ánodo, (fig. 47.1, a). En la ampolla se crea alto enrarecimiento. De manera esquemática, esta válvula se representa como está mostrado en la fig. 47.1, b.

2. Conectemos la válvula al circuito representado en la fig. 47.2. Aquí Int. es el interruptor, BC, la batería de cal-

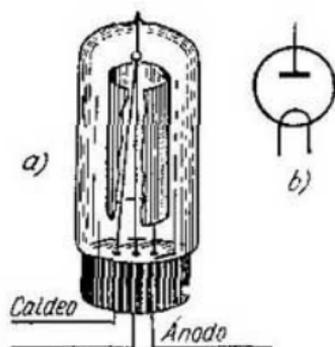


Fig. 47.1.

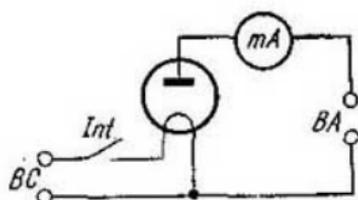


Fig. 47.2.

deo, BA, la batería anódica, mA, el miliamperímetro. Si abrimos el interruptor en el circuito no habrá corriente, incluso al elevar el potencial del ánodo a $300 \div 400$ V. Al cerrar el interruptor, el hilo que nos sirve de cátodo, se pone incandescente. Con ello en el circuito aparece corriente. De aquí deducimos que del cátodo incandescente salen partículas con carga negativa. La medición de su carga específica llevó a la conclusión de que dichas partículas son *electrones*. Recibieron el nombre de *termoelectrones*.

3. La emisión termoelectrónica es análoga a la evaporación de líquidos (§§ 35.1, 35.2). Lo mismo que las moléculas, cuya energía es mayor que la de evaporación se desprenden del líquido, los electrones cuya energía es mayor que el trabajo de salida, salen del metal. Al crecer la temperatura, el número de semejantes partículas crece con mucha rapidez.

Por fin, lo mismo que sobre la superficie del líquido se forma el vapor saturado, alrededor del cátodo aparece la *nube de electrones*.

4. Mediante la emisión termoelectrónica, puede ser resuelto el problema de la transformación directa de la energía interna de los cuerpos calientes en la energía de la corriente eléctrica. Para ello, en un canal cilíndrico, que sirve de ánodo, se ubica el cátodo en forma de una barra incandescente que se calienta a cuenta de reacciones químicas o nucleares hasta alta temperatura. Los electrones que se emiten de la superficie del cátodo se captan por el ánodo, por lo que entre ellos se crea diferencia de potencial y por la carga exterior fluye la corriente.

§ 47.2. Diodo y su característica

1. La válvula estudiada en el párrafo anterior se denomina *válvula electrónica de dos electrodos* o con brevedad, *diodo*.

Estas válvulas encuentran aplicación con caldeo directo o indirecto. En las primeras, el filamento de caldeo de tungsteno juega, al mismo tiempo el papel de cátodo. Para obte-

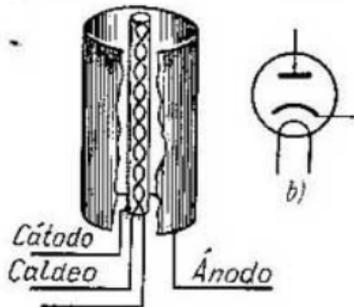


Fig. 47.3.

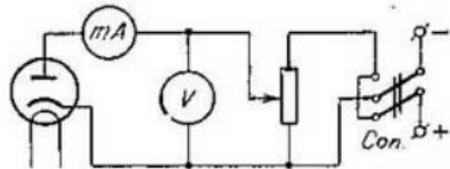


Fig. 47.4.

ner una emisión considerable, el filamento se calienta hasta temperaturas de $2000 \div 2500$ K. En las válvulas de caldeo indirecto el cátodo es un tubo de níquel cubierto de una capa de óxido de bario, estroncio o calcio. El trabajo de salida de la superficie de semejante cátodo es varias veces menor que el de tungsteno. Esto permite reducir la temperatura de caldeo hasta 1000 K. El calentamiento del cátodo se asegura mediante una pequeña espiral ubicada en el interior del tubo (fig. 47.3, a). La válvula con caldeo indirecto se representa en los esquemas como se muestra en la fig. 47.3, b).

2. Confeccionemos el circuito representado en la fig. 47.4. El resistor está conectado al esquema de tal modo

que, desplazando el contacto móvil, se puede variar el potencial del ánodo de cero (posición inferior del contacto) hasta la tensión en los polos de la batería anódica. El resistor conectado según este esquema recibe el nombre de *potenciometro*. El conmutador Con. permite obtener en el ánodo bien potencial positivo respecto de cátodo (con la posición en el esquema), o bien negativo, si el contacto se traslada a la posición superior.

Variando uniformemente el potencial de ánodo y anotando cada vez el valor del potencial anódico y la intensidad de corriente, obtendremos los valores de una función que expresa la dependencia entre la corriente y el potencial. La gráfica de dicha función es llamada *característica corriente - tensión* del diodo. En la fig. 47.5 están representadas tres características confeccionadas con diversas temperaturas del cátodo.

3. Ante todo vemos la *no linealidad* de la característica. Esto quiere decir, que la variación de la corriente no es proporcional al cambio del potencial del ánodo, con otras palabras, no se cumple la ley de Ohm. La causa radica en lo siguiente.

Como sabemos (véase (39.18)), la densidad de corriente $j = env$. En los metales y electrólitos la concentración de las cargas libres (electrones o iones) no depende de la corriente, mientras que la velocidad media de movimiento de las cargas es proporcional a la intensidad del campo. De aquí se desprende la ley de Ohm (§ 44.4). En la válvula electrónica el problema es otro por completo. Gracias a que alrededor del cátodo se encuentra la nube de electrones, la dependencia entre la velocidad de las cargas y la intensidad del campo, resulta ser más complicada y con el aumento de la corriente, la concentración de las cargas en la nube de electrones disminuye. Como resultado, la dependencia entre la corriente y el potencial en el sector creciente de la característica se expresa por la "ley de $3/2$ ":

$$i_a = B\varphi_a^{3/2}, \quad (47.1)$$

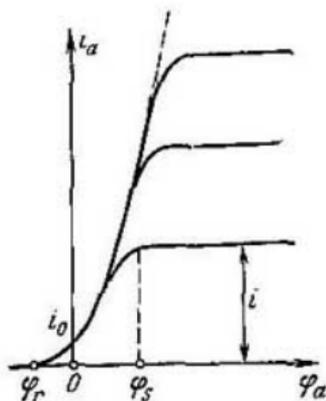


Fig. 47.5.

donde B es cierta constante que depende de las dimensiones y la forma de los electrodos. Esta ley, obtenida por S. A. Boguslavski e I. Langmuir, será aducida sin demostración.

4. A partir del potencial φ_s , la corriente deja de depender del potencial de ánodo, pero depende de la temperatura del cátodo. Dicha corriente i_s recibe el nombre de *corriente de saturación*; su magnitud puede ser calculada de las siguientes consideraciones. La densidad máxima de corriente en la válvula es igual al producto de la carga del electrón por el número de electrones que salen por segundo de la unidad de área del cátodo, es decir,

$$j_s = eG, \quad (47.2)$$

donde G es la velocidad de evaporación. Para calcularla podemos hacer uso de la fórmula (35.4). Con ello, hay que tener en cuenta que de acuerdo con las nociones mecanocuánticas, para el gas electrónico $\alpha = 2$. Sustituyendo en (47.2), obtenemos la fórmula de Richardson—Deshmen:

$$j_s = BT^2 e^{-A_0/hT}, \quad (47.3)$$

donde A_0 es el trabajo de salida del electrón (§ 44.9), T , la temperatura del metal, B , cierta constante que depende del género del metal del que está fabricado el cátodo.

5. Si al ánodo se alimenta un potencial φ_r que sea negativo respecto de cátodo, la válvula se cierra, es decir, la corriente anódica es igual a cero. Esto significa que la energía cinética de los electrones es ya insuficiente para vencer la acción del campo que los repele del ánodo:

$$\frac{1}{2}mv^2 \leq e\varphi_r. \quad (47.4)$$

Si medimos el potencial de bloqueo φ_r , podemos determinar la energía cinética máxima (y la velocidad) de los electrones que abandonan el cátodo.

§ 47.3. Triodo y su característica

1. Con el fin de controlar la corriente de electrones en la válvula, en ésta se introduce el tercer electrodo, *la rejilla*. La válvula con rejilla se denomina *válvula electrónica de tres electrodos* o simplemente, *triodo*. La rejilla tiene el aspecto de una espiral de alambre y está ubicada entre el cátodo y el ánodo (fig. 47.6, a). En el esquema, el triodo con cáto-

do calentado se representa como se muestra en la fig. 47.6, b. Todas las magnitudes que se refieren a la rejilla se designan con el índice g (del inglés *grid*, rejilla).

Confeccionemos el circuito según el esquema de la fig. 47.7. Aquí el resistor R_a es un potenciómetro, con el que se regula el potencial de ánodo, mientras que el resistor R_g el potenciómetro para la regulación del potencial de la rejilla. Si el contacto móvil se establece en el punto medio del potenciómetro R_g , el potencial de la rejilla será igual al del cátodo, es decir, a cero. Al desplazar dicho contacto más abajo del punto medio, transmitiremos a la rejilla potencial negativo, más arriba del punto medio, positivo.

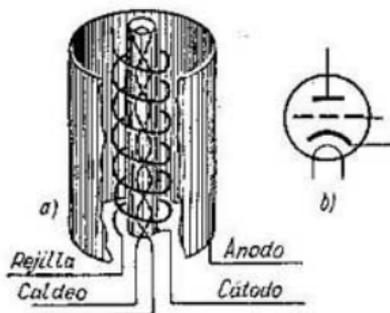


Fig. 47.6.

2. Fijemos cierto potencial del ánodo, y variemos el potencial de la rejilla de los valores negativos a los positivos, registrando cada vez la corriente anódica. Basándonos en estas mediciones construimos la *característica de rejilla*

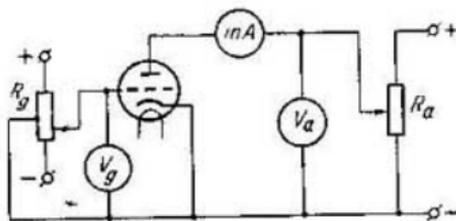


Fig. 47.7.

del triodo, que expresa la dependencia entre la corriente anódica y el potencial de la rejilla con el potencial profijado del ánodo (fig. 47.8). El análisis de esta característica permite llegar a las siguientes conclusiones.

3. La característica es *no lineal* y por lo tanto, la ley de Ohm no es aquí válida. Sin embargo, en un pequeño sector en la parte media de la característica, con la primera aproximación, podemos despreciar la falta de linealidad.

Con potenciales positivos de la rejilla la corriente aumenta, con negativos, disminuye. Este fenómeno se puede explicar de la forma siguiente. Si el potencial de la rejilla es igual a cero, la corriente en la válvula i_0 se determina sólo por el potencial de ánodo. Supongamos que a la rejilla se transmite potencial positivo; entonces las intensidades de los campos del ánodo y de la rejilla se suman, lo que provoca el

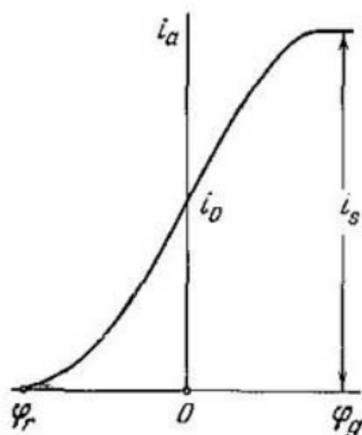


Fig. 47.8.

crecimiento de la velocidad de los electrones y desaparición de la nube de electrones. Como resultado, la corriente aumenta hasta la de saturación i_s . Con el potencial negativo se produce el proceso inverso: el campo se debilita, la velocidad de los electrones disminuye, mientras que la concentración de la nube de electrones aumentará. Como resultado la corriente en la válvula decrece. Por fin, con cierto potencial negativo φ_r en la rejilla, que depende de la tensión anódica, la energía cinética de los electrones es ya insuficiente para

vencer la acción repelente de la rejilla y los electrones no pueden pasar a la región entre la rejilla y el ánodo. La válvula se cierra, es decir, la corriente en ella es nula.

De este modo, variando el potencial de la rejilla podemos controlar la corriente en la válvula. Por dicha causa, recibe el nombre de *rejilla de control*.

§ 47.4. Tubo de rayos catódicos

1. Un instrumento electrónico específico es el tubo de rayos catódicos (tubo de Braun). El esquema de su estructura se ofrece en la fig. 47.9. Los electrones, emitidos por el cátodo caliente, pasan por la rejilla (electrodo de control) y se aceleran por medio de dos ánodos. Todo este sistema recibe el nombre de *cañón electrónico* y sirve para crear en la pantalla un haz enfocado de electrones. La pantalla está cubierta de una sustancia *fluorescente* (§ 79.2) que por la acción de los electrones que la bombardean, se ilumina de forma brillante.

El enfoque del haz electrónico se realiza del modo siguiente. En el electrodo de control (rejilla) se crea potencial negativo (de -20 a -70 V). El campo de este electrodo "comprime" el haz electrónico que sale del cátodo. Al primer ánodo se transmite potencial positivo de $+250$ a $+500$ V, mientras que al segundo, de $+1000$ a $+2000$ V. En los tubos de televisión el potencial es aún mayor. Varian-

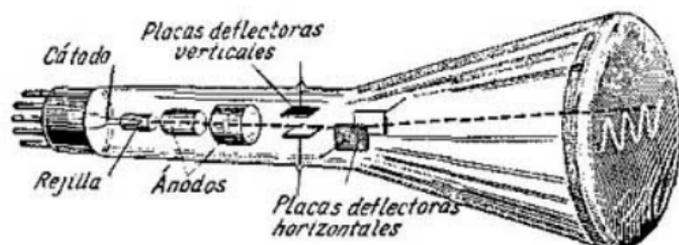


Fig. 47.9.

do los potenciales del electrodo de control y de los ánodos, puede variarse el enfoque y la luminancia en la pantalla del tubo.

2. Más adelante, el haz pasa por un sistema de electrodos de control. Si, por ejemplo, se alimenta a la placa deflectora vertical superior potencial positivo y la inferior, negativo, el haz electrónico se desviará hacia arriba. Al cambiar la polaridad, el haz se desviará hacia abajo. De este modo, las oscilaciones de potencial en estas placas provocan oscilaciones verticales del haz electrónico. Es fácil cerciorarse de que las oscilaciones de potencial en las placas deflectoras horizontales, provocarán las oscilaciones horizontales del haz electrónico.

El tubo en el que la desviación del haz electrónico se realiza a cuenta de la variación del campo eléctrico entre las placas de control recibe el nombre de *tubo con mando electrostático*. Hay tubos con *mando electromagnético*, que, por ejemplo, se usan en los televisores. En tales tubos no hay electrodos de control, pero en el gollete del tubo se acoplan bobinas especiales por las que pasa corriente, cuyo valor y dirección varían. Al cambiar el valor y la dirección del vector de inducción del campo magnético, varían respectivamente el valor y la dirección de la fuerza de Lorentz, que es la que desvía el haz electrónico.

CORRIENTE EN LOS GASES

§ 48.1. Ionización y recombinación

1. Para que un gas se convierta en conductor, es preciso ionizarlo, es decir, transformar las moléculas (o átomos) neutras en iones. El proceso de ionización consiste en que, bajo la acción de ciertos rayos, de las moléculas salen electrones y, de este modo, las moléculas se convierten en iones positivos. Así, pues, la corriente eléctrica en los gases es el flujo al encuentro de iones positivos y electrones libres.

La ionización puede transcurrir por el influjo de la radiación de ondas cortas, es decir, ultravioletas, de rayos X y gama, así como alfa y beta y rayos cósmicos. La conductividad que surge a causa de la radiación externa recibe el nombre de *conductividad por agente ionizante*.

2. Designemos por N_0 el número de moléculas de gas en el volumen que analizamos V . La concentración de moléculas $n_0 = N_0/V$. Una parte de las moléculas está ionizada. Designemos el número de iones por N ; su concentración $n = N/V$.

La razón entre el número de iones y el número total de moléculas denomínase *grado de ionización*, $\alpha = N/N_0 = n/n_0$. En los gases, por regla, para la conductividad no espontánea el grado de ionización es muy pequeño: $\alpha \approx 10^{-12} \div 10^{-10}$.

El número de moléculas neutras (no ionizadas)

$$N' = N_0 - N = N_0(1 - \alpha) \approx N_0,$$

esto mismo se refiere a su concentración: $n' \approx n_0$.

3. Sea que en el volumen V , a cuenta del influjo de ciertos rayos, durante el tiempo Δt , se crea cierta cantidad de electrones:

$$\Delta N = \beta N' \Delta t \approx \beta N_0 \Delta t = \beta n_0 V \Delta t, \quad (48.1)$$

donde β es el *coeficiente de ionización*, que depende de la energía de ionización. Junto con el proceso de ionización, transcurre el proceso inverso de *recombinación de los iones* (de otro modo, *molización*). Consiste en que al chocar un ion positivo con un electrón, de nuevo se forma un átomo

neutro o molécula. El número de partículas que se recombina en el volumen V durante el tiempo Δt , es proporcional tanto al número de iones positivos, como al número de electrones. Pero como el número de unas y otras partículas es igual a N , la probabilidad de recombinación es proporcional a N^2 . Además, es proporcional al tiempo Δt y razón inversa al volumen V , ya que, en efecto, mientras más cerca estén situados entre sí los iones de diferente signo, más probable es su recombinación. Así, que

$$\Delta N_{\text{rec}} = \gamma N^2 \Delta t / V = \gamma n^2 V \Delta t. \quad (48.2)$$

Aquí γ es el coeficiente de recombinación, que depende de la naturaleza del gas.

Cierto tiempo después del comienzo de la ionización del gas, la velocidad de recombinación $\Delta N_{\text{rec}} / \Delta t$ se igualará con la velocidad de ionización $\Delta N / \Delta t$ y en el gas se establecerá el equilibrio dinámico. A este estado corresponde una determinada concentración de iones, que puede ser hallada igualando las expresiones (48.1) y (48.2):

$$n = \sqrt{\beta n_0 / \gamma}. \quad (48.3)$$

§ 48.2. Descarga no espontánea

1. Para analizar este proceso, examinemos los fenómenos en la cámara de ionización, cuyo esquema se muestra en la fig. 48.1. Por regla, el cuerpo del recipiente lleno de gas, sirve de cátodo. El ánodo tiene forma de barra; se aísla del cuerpo mediante un buen aislador de ámbar, porcelana o de plásticos especiales. A través de las paredes de la cámara penetra una radiación dura, del tipo de rayos X, gama o cósmicos. Una radiación blanda del tipo de partículas beta o alfa, se introduce a través de una ventanilla especial.

Transmitamos a los electrodos de la cámara una diferencia de potencial considerable, desde varios centenares a varios miles de voltios, en dependencia de la estructura de la cámara. Variando la diferencia de potencial y midiendo la corriente que le corresponde, registremos la característica corriente-tensión de la descarga de gases (fig. 48.2).

2. Si no prestamos atención al salto de corriente en el sector $\beta-4$, el sector de la característica $0-1-2-3$ es muy parecido a la característica corriente-tensión del diodo. El sector $0-1-2-3$ recibe el nombre de región de

descarga no espontánea: la región 3—4 caracteriza el paso a la descarga espontánea.

Como vemos, en la región de las corrientes débiles (sector 0—1), la característica es aproximadamente lineal, o sea, aquí es válida la ley de Ohm. En el sector 1—2, dicha ley se viola y el crecimiento de la corriente transcurre con

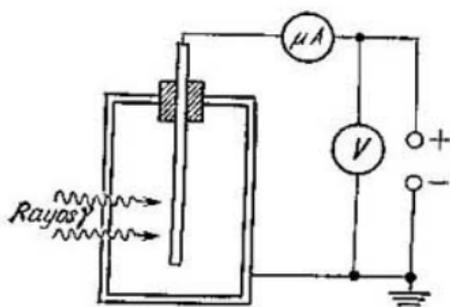


Fig. 48.1.

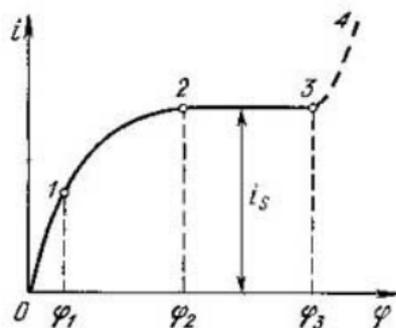


Fig. 48.2.

mayor lentitud que el aumento del potencial. Por fin, en el sector 2—3 la corriente no depende del potencial, es la llamada *corriente de saturación* i_s .

3. Para explicar las singularidades de la descarga con diversos valores del potencial, vamos a calcular la intensidad de corriente en la cámara. Para simplificar los razonamientos supongamos que los electrodos de la cámara están fabricados en forma de placas, situadas entre sí de forma paralela a una pequeña distancia d . En tal caso, el campo entre las placas será homogéneo, mientras que la densidad de corriente en todos los puntos, igual. Lo mismo que en los electrólitos, la densidad de corriente se expresará por las fórmulas (46.3) y (46.6):

$$j = en(v_+ + v_-) = en(b_+ + b_-)E, \quad (48.4)$$

donde b_+ es la movilidad de los iones positivos, b_- , la movilidad de los electrones, $n = \alpha n_0$, la concentración de iones.

4. Analizando el mecanismo de la corriente en los electrólitos, obtuvimos de la fórmula (46.3) la ley de Ohm, ya que allí la concentración de iones no era función de la corriente. Otra cosa son los gases. En ellos con el crecimiento de la corriente disminuye la concentración de iones y la dependen-

cía de la corriente de la diferencia de potencial es en sí una función bastante complicada.

Examinemos cómo varía la condición de equilibrio dinámico entre los procesos de ionización y recombinación al haber corriente. A cuenta de ésta, del volumen entre los electrodos, durante el tiempo Δt , sale una determinada cantidad de iones :

$$\Delta N_{\text{cor}} = Q/e = i\Delta t/e = jS\Delta t/e. \quad (48.5)$$

La condición de equilibrio dinámico al haber corriente, tiene el aspecto:

$$\Delta N = \Delta N_{\text{rec}} + \Delta N_{\text{cor}}. \quad (48.6)$$

Poniendo los valores de todos los sumandos:

$$\beta n_0 V = \gamma n^2 V + \frac{jS}{e}.$$

Como $d = V/S$ es la distancia entre los electrodos, definitivamente tenemos

$$\beta n_0 = \gamma n^2 + \frac{j}{ed}. \quad (48.7)$$

Así, pues, la concentración de los iones ha resultado ser función de la densidad de corriente. Eliminando en el sistema de igualdades (48.4) y (48.7) la concentración de iones n , obtenemos cierta función que expresa la dependencia entre la densidad de corriente y la intensidad del campo. La gráfica de esta dependencia es, precisamente, la característica corriente-tensión (véase la fig. 48.2).

5. Examinemos dos casos límites, cuando la cantidad de iones, que se lleva la corriente, es mucho menor o mayor que el número de iones recombinados.

Sea primero $\Delta N_{\text{cor}} \ll \Delta N_{\text{rec}}$. Entonces el segundo término del segundo miembro de (48.6) puede ser despreciado. Retornamos de nuevo a la igualdad (48.3). Por consiguiente, con corrientes débiles, la concentración de iones no depende, prácticamente, de la corriente, por lo que la densidad de corriente es casi proporcional a la intensidad del campo. En la característica corresponde a esto el sector casi lineal 0-1.

Sea ahora a la inversa. La corriente es tan grande que, prácticamente, todos los iones se los lleva la corriente y la recombinación no puede producirse. Entonces $\Delta N_{\text{cor}} \gg \gg \Delta N_{\text{rec}}$ y en las igualdades (48.6) y (48.7) puede despreciar-

se el primer sumando del segundo miembro. Tendremos

$$\beta n_0 \approx j_s / ed. \quad (48.8)$$

Vemos que la densidad de corriente no depende del campo. Esta es la *corriente de saturación*.

6. La intensidad de corriente de saturación

$$i_s = j_s S = \beta n_0 e V. \quad (48.9)$$

Como vemos, dicha corriente es proporcional al volumen de la cámara de ionización, a la concentración de las moléculas de gas (con otras palabras, a la presión del gas) y al coeficiente de ionización. De esta manera, mediante la cámara de ionización, cuando trabaja en el régimen de corriente de ionización, pueden ser comparadas las capacidades de ionización de diversos tipos de radiación. Con este fin, las cámaras de ionización se utilizan extensamente en física nuclear (§ 81.8).

§ 48.3. Ionización por choque

1. Como vemos en la gráfica de la fig. 48.2, con una diferencia de potencial superior a φ_3 la corriente en el gas crece a salto, mientras que en el gran intervalo de diferencias de potencial de φ_2 a φ_3 , la corriente quedó invariable. El análisis de la expresión (48.4) para la densidad de corriente, permite llegar a la conclusión de que el salto inesperado y brusco del valor de la corriente puede surgir por una sola causa: con una diferencia de potencial superior a φ_3 , *crece a salto la concentración de iones*. La causa de este brusco salto es la *ionización por choque*.

Para ionizar un átomo o una molécula es necesaria cierta energía \mathcal{E}_{ion} , cuyo valor depende de la naturaleza química del gas. Para los átomos de hidrógeno y oxígeno $\mathcal{E}_{\text{ion}} = 13,6$ eV, para el nitrógeno 14,5 eV, para el helio 24,5 eV, para los átomos de los metales alcalinos, de un orden de 4...5 eV. Si la energía cinética de la partícula, que choca con el átomo, supera la energía de ionización, con *el choque inelástico* es posible la ionización de la molécula.

2. La energía cinética K que ioniza la partícula en el gas, surge a cuenta del trabajo A de las fuerzas eléctricas que actúan sobre el ion en el campo eléctrico:

$$K = A = F\lambda = eE\lambda, \quad (48.10)$$

donde E es la intensidad de campo, λ , la longitud del recorrido libre del ion. Tanto los iones positivos, como los electrones, se mueven en un campo de igual intensidad, pero la longitud del recorrido libre del electrón es mucho mayor que la del recorrido libre del ion positivo. Por lo tanto, en la ionización por choque los electrones libres desempeñan el principal papel.

3. La segunda causa, por la que los electrones son agentes de ionificación más eficaces, reside en que gracias a la ley de la conservación de la cantidad de movimiento, al chocar sólo parte de la energía cinética puede transformarse en energía interna (§§ 21.7, 23.2). Resulta que mientras menor sea la masa de la partícula ionizante en comparación con la de la molécula, mayor parte de la energía cinética podrá convertirse en interna y consumirse para la ionización. Sea la masa de la partícula ionizante m , su cantidad de movimiento p y que la molécula de masa M está en reposo hasta el momento del choque inelástico. La variación de la energía interna es igual a la pérdida de la energía cinética:

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{E}_0 &= K - K_1 = \frac{p^2}{2m} - \frac{p^2}{2(M+m)} = \\ &= \frac{p^2 M}{2m(M+m)} = K \frac{M}{M+m}, \end{aligned} \quad (48.11)$$

donde $K = p^2/2m$ es la energía de la partícula ionizante. La masa del ion es igual a la de la molécula, por lo que $\Delta \mathcal{E}_0 = K/2$. La masa del electrón es varios miles de veces menor que la de la molécula, de forma que en (48.11) la razón $M/(M+m) \approx 1$ y $\Delta \mathcal{E}_0 \approx K$. Así, pues, incluso con igual energía cinética, en calidad de agente de ionización, el electrón es dos veces más eficaz que el ion.

4. Durante la ionización por choque y con un campo externo de suficiente intensidad, en el gas se crea una *avalancha iónica*. Los electrones secundarios, que surgen a cuenta de la ionización por choque, también se aceleran con el campo y, a su vez, ionizan las moléculas que van a su encuentro. Como resultado de esta especie de *reacción en cadena*, incluso una pequeña cantidad de electrones, creados en el proceso de la ionización externa, es capaz de provocar una considerable corriente de descarga.

Al mismo tiempo, este proceso no puede ser aún llamado descarga espontánea, ya que al terminar la acción de agente externo de ionización, la descarga cesa en cuanto todos los iones se neutralizan en los electrodos. Para el surgimiento de una descarga espontánea desarrollada, es preciso que los iones positivos también adquieran la capacidad de desprender electrones libres, ya sea de las moléculas de gas o bien

del cátodo. Como sigue de la expresión (48.10), esto se puede conseguir bien a cuenta del aumento de la intensidad del campo, o bien incrementando la longitud del recorrido libre del electrón.

§ 48.4. Contador de Geiger—Müller

1. Durante la ionización por choque, transcurre un crecimiento brusco de número de pares de iones, aproximadamente, $10^3 \div 10^6$ veces. Por lo tanto, si en el volumen de gas surge aunque no sea más que un par de iones (un ion positivo y un electrón), gracias a la ionización por choque su cantidad

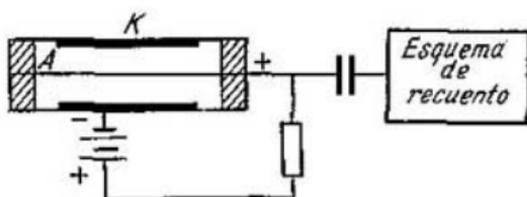


Fig. 48.3.

crece millones de veces. En semejante caso dicen que la cámara de ionización trabaja en el régimen de *amplificación gaseosa*.

La amplificación gaseosa es utilizada en los contadores (detectores) de Geiger para contar las partículas aisladas de la radiación radiactiva. Gracias a la elección de un régimen determinado, el detector cuenta cada partícula por separado.

2. Con la mayor frecuencia, el contador es un tubo de vidrio cerrado, con cuyas paredes interiores hace contacto el cátodo *K*, es decir, un fino cilindro metálico; de ánodo *A* sirve un alambre de pequeño grosor, tensado por el eje del contador (fig. 48.3). Para las partículas de las radiaciones blandas beta y alfa se usan contadores que se distinguen porque la radiación penetra al volumen de trabajo del contador por una de sus caras laterales, cubierta con una fina película.

El contador se conecta al esquema de registro. Al cuerpo se alimenta potencial negativo, al alambre, positivo. Al contador se conecta en serie un resistor de varios megoh-

mios de resistencia. Desde el resistor, la señal se transmite a la entrada del esquema de recuento a través del condensador separador de varios miles de picofaradios de capacidad.

3. Supongamos que al contador ha penetrado una partícula, que durante su recorrido ha creado aunque no sea más que un par de iones. Moviéndose hacia el ánodo (alambre), los electrones llegan al campo con intensidad creciente, su velocidad aumenta impetuosamente y por su camino crean una avalancha de iones.

Al alcanzar el alambre, los electrones reducen su potencial, a causa de lo cual por el resistor pasará corriente. En sus extremos surge un impulso de tensión, que por el condensador llega a la entrada del dispositivo de recuento.

El alto potencial, que antes se encontraba enteramente en el ánodo, se conmuta al resistor y la intensidad del campo dentro del contador disminuye, por lo que también decrece la energía cinética de los electrones (véase (48.10)). Por esta causa cesa el régimen de amplificación gaseosa. El resistor juega aquí el papel de *resistencia de extinción*.

4. Gracias a que la movilidad de los iones positivos es menor que la de los electrones, así como a causa de que los iones se mueven hacia el cátodo, donde la intensidad del campo es mucho menor que junto al ánodo, la velocidad de los iones positivos es mucho menor que la de los electrones. Como resultado, los iones llegan al cátodo no antes de haber pasado el tiempo $\tau \approx 10^{-4}$ s después de comenzar la descarga. En el transcurso de este tiempo el contador es incapaz de registrar las partículas que llegan a él de nuevo. En efecto, mientras que la nube de iones de carga positiva rellena el volumen de trabajo del contador, la intensidad del campo es pequeña y la ionización por choque no puede transcurrir. Por este motivo, con frecuencia, el tiempo τ recibe el nombre de *tiempo muerto* del contador.

El *poder de resolución* del contador muestra cuántas partículas es capaz de registrar éste por unidad de tiempo, en forma de impulsos aislados. Ya que los impulsos de dos partículas se registran por separado, si ellas van una tras otra con un intervalo de tiempo no menor que el tiempo muerto, el poder de resolución será igual a cerca 10^4 impulsos por segundo.

§ 48.5. Descarga espontánea. Plasma

1. Como hemos dicho con anterioridad, para que en el gas surja una descarga espontánea, es insuficiente la presencia de sólo el proceso de ionización por choque. Además, es necesario que a cuenta de los procesos que transcurren en el gas durante la descarga se creen de modo permanente electrones, que después de su aceleración tomarán parte en la

ionización por choque. Semejantes procesos pueden ser varios. A veces actúan simultáneamente, en otras ocasiones uno de ellos juega el papel principal, lo que depende de la presión del gas, su temperatura y la intensidad del campo. Estudiemos los más importantes de ellos.

La *emisión termoelectrónica* del cátodo surge en el caso, cuando éste tiene elevada temperatura. Este proceso es el que asegura la *descarga de arco*.

La *emisión electrónica secundaria* del cátodo aparece al ser la energía cinética de los iones positivos suficiente para desprender electrodos del cátodo. Este proceso crea la *descarga luminiscente* (§ 48.6).

La *termoionización* del gas se produce en aquellos casos, cuando la energía cinética de las moléculas del gas supera la energía de ionización:

$$\frac{1}{2}mv^2 > \xi_{\text{ion}}. \quad (48.12)$$

La ionización del gas durante los choques térmicos de las moléculas, exige temperaturas suficientemente altas ($\xi_{\text{ion}} \approx \approx 10$ eV):

$$T > \frac{\xi_{\text{ion}}}{k} \approx \frac{10 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 10^5 \text{ K}.$$

En realidad, a causa de la distribución de Maxwell de las moléculas según las velocidades (§ 25.2), la termoionización surge también a temperaturas mucho más bajas.

La *fotoionización* del gas se produce bajo la acción de la radiación de ondas cortas ultravioletas o de rayos X. Al absorber una dosis de energía (cuanto de radiación, § 68.3), mayor que la de ionización, la molécula expulsa un electrón y se transforma en ion positivo.

2. El gas ionizado, con grado considerable de ionización, es en realidad un estado singular de la materia, distinto del gaseoso, líquido o cristalino. Dicho estado de la sustancia recibe el nombre de *plasma*.

El plasma que surge como resultado de la ionización por choque del gas, denomínase de *descarga de gas*. Su particularidad distintiva consiste en que, prácticamente, no hay intercambio de energía entre los electrones libres y los iones y sus energías cinéticas medias se diferencian de forma considerable. La explicación cualitativa de esta última propiedad, reside en que la longitud del recorrido libre del electrón es mucho mayor que el del ion, unas 5 ... 10 veces, por lo

que los electrones acumulan en el campo eléctrico, aproximadamente, una energía que es igual de veces mayor.

Por analogía con la temperatura del gas, que se introduce según la fórmula $\bar{\varepsilon} = 3/2 kT$ (§ 26.5), podemos introducir la temperatura iónica y la temperatura electrónica:

$$\bar{\varepsilon}_{\text{ion}} = 3/2 kT_{\text{ion}}, \quad \bar{\varepsilon}_{\text{elec}} = 3/2 kT_{\text{elec}}.$$

Resulta que $T_{\text{elec}} \approx 5000$ K para $T_{\text{ion}} \approx 300$ K.

Así, pues, el plasma de descarga de gas es un estado de la sustancia no equilibrado o como dicen, no isotérmico.

3. El plasma de alta temperatura, surgido como resultado de la ionización térmica, es un plasma equilibrado o, con otras palabras, *isotérmico*. Su grado de ionización es muy grande, gracias a lo cual es buen conductor. La conductividad del plasma de alta temperatura es comparable con la de los metales.

La temperatura de la superficie del Sol y las estrellas es igual a varios miles de grados, sus entrañas están calentadas hasta millones de grados. De aquí sigue, que una considerable masa de la sustancia del universo, concentrada en las estrellas, se encuentra en estado de plasma de alta temperatura.

§ 48.6. Descarga luminiscente

1. Este tipo de descarga se observa con facilidad en un tubo de descarga en gases de vidrio con dos electrodos, distanciados entre sí cerca de 0,5 m, mientras que la diferencia de potencial es de unos mil voltios. Resulta que a la presión atmosférica normal no hay descarga en el tubo (una débil descarga no espontánea puede ser despreciada). Al disminuir la presión del gas hasta unos 5—7 kPa, en el tubo se observa un estrecho cordón luminoso; a una presión de cerca de 60—70 Pa, la descarga rellena por completo el tubo, con la particularidad de que la columna positiva junto al ánodo se divide en dos capas. Por último, a una presión de 2 Pa en el tubo desaparece la luminosidad, pero comienza una brillante luminosidad del vidrio frente al cátodo.

La descarga espontánea que surge en el gas a baja presión recibe el nombre de *descarga luminiscente*.

2. Las investigaciones han mostrado que el potencial en el tubo de descarga en gases se distribuye de forma muy irregular, como se representa en la fig. 48.4. Junto al cátodo,

la intensidad del campo es mucho mayor que en la columna luminosa junto al ánodo. Por esta causa, las cargas sufren la acción de la fuerza de aceleración sólo en el espacio oscuro del cátodo. En la región de luminosidad anódica, ellas, prácticamente, se mueven uniformemente.

Después de acelerarse en el espacio cátodico, los electrones adquieren una energía cinética suficiente para la ionización por choque del gas. Por este motivo, en la región de

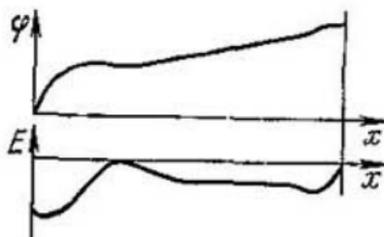


Fig. 48.4.

la luminosidad anódica se forma plasma de descarga de gas, la conductividad de esta zona crece bruscamente, mientras que la diferencia de potencial disminuye. La energía desprendida por las moléculas de gas durante la recombinación de los iones es la causa de la luminosidad del gas. El carácter de ésta (su color) depende de la naturaleza del gas que rellena el tubo. A su vez, los iones positivos, que se aceleran en el espacio cátodico oscuro, bombardean el cátodo y por choque desprenden de éste electrones. Es lógico, que la energía cinética del ion debe superar el trabajo de salida del electrón del cátodo, solo en tal caso el ion puede arrancar de éste un electrón. De acuerdo con (48.10) esto se puede alcanzar bien aumentando la intensidad del campo eléctrico, o bien aumentando la longitud del recorrido libre del ion. Precisamente con este fin se crea el enrarecimiento del gas.

La descarga luminiscente se observa en las lámparas de descarga luminiscente. Las lámparas de neón, criptón, mercurio y sodio son utilizadas como manantiales especiales de luz en laboratorios, así como para los anuncios luminosos. Indiquemos que las lámparas de vidrio de cuarzo, rellenas de vapores de mercurio, son fuentes de luz ultravioleta.

La descarga luminiscente se observa en las lámparas de descarga luminiscente. Las lámparas de neón, criptón, mercurio y sodio son utilizadas como manantiales especiales de luz en laboratorios, así como para los anuncios luminosos. Indiquemos que las lámparas de vidrio de cuarzo, rellenas de vapores de mercurio, son fuentes de luz ultravioleta.

Cuando los iones bombardean el cátodo, provocan el calentamiento local del metal en los salientes. Estos se funden y se evaporan. Los vapores de metal creados se sedimentan en las superficies frías. Este fenómeno se utiliza para la *pulverización cátodica del metal*, lo que permite obtener recubrimientos metálicos muy finos y resistentes en diversos artículos. Mediante este procedimiento se fabrican espejos de alta calidad, placas de vidrio semiplateadas, etc.

3. A una presión del gas menor que $1 \div 2$ Pa la luminosidad del gas en el tubo cesa. Esto quiere decir que los choques de los electrones con las moléculas de gas, la ionización de éstas y el proceso inverso de recombinación transcurren con relativa rareza. Por esta razón, la masa fundamental de electrones, al salir del cátodo y después de acelerarse en el espacio catódico, vuela a continuación por inercia. Con este fenómeno se explica el hecho de que el haz de electrones en el tubo de rayos catódicos está en movimiento rectilíneo y perpendicular respecto del cátodo, independientemente de la posición de ánodo (fig. 48.5).

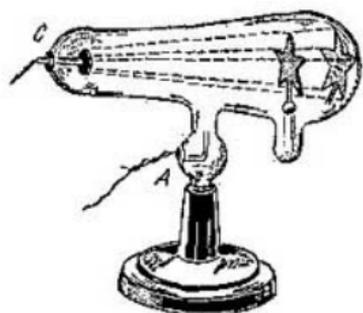


Fig. 48.5.

Desde el punto de vista histórico, éste fue el primer método para crear un haz de electrones libres. Crookes, que a finales del siglo pasado obtuvo estos rayos, los llamó *catódicos*. En la actualidad, este término se conserva sólo por tradición y los rayos son denominados electrónicos.

Si en el interior del tubo de descarga en gases se ubica un cátodo y en él se hace un agujero (canal), tras el cátodo pue-

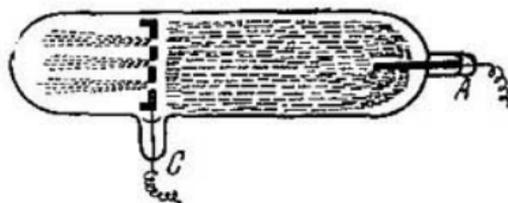


Fig. 48.6.

de observarse un haz con débil luminiscencia (fig. 48.6). Las investigaciones han mostrado que estas partículas son iones positivos, acelerados por el campo en el espacio catódico y que por inercia pasaron por el agujero al espacio tras el cátodo. Estos rayos se llaman *anódicos* o de *canales*.

Los rayos anódicos son fuente de iones positivos del gas

con el que está relleno el tubo. Semejantes fuentes de iones de carga positiva se utilizan en los espectrómetros de masa (§ 41.8) y en los aceleradores (§§ 41.4—41.6).

§ 48.7. Plasma en el campo magnético

1. En ausencia del campo magnético el plasma se comporta como un gas corriente. La causa reside en que el plasma es *casineutro*; incluso en volúmenes suficientemente pequeños (pero no microscópicos) la carga sumaria de los electrones y los iones positivos es igual a cero. Por esta causa, al no haber campo magnético externo, los fenómenos en el plasma son descritos por las ecuaciones corrientes de hidrodinámica y de dinámica de los gases (véase el cap. 30).

Si el plasma se encuentra en un campo magnético, en su comportamiento se manifiesta una serie de singularidades, provocadas por la acción del campo magnético sobre las cargas en movimiento. La ciencia acerca de la conducta del plasma, así como de otros líquidos conductores (por ejemplo, los metales líquidos) en el campo magnético recibe el nombre de *hidrodinámica magnética*, mientras que con grandes números de Mach (§ 30.6), *dinámica magnética de los gases*. En el presente manual no podemos detenernos detalladamente en la exposición de esta nueva rama de las ciencias en intenso desarrollo. Examinemos sólo ciertas nociones fundamentales.

2. Supongamos que cierto volumen del plasma está en movimiento a la velocidad v , en dirección perpendicular a las líneas de un campo con inducción B . Entonces, como en cualquier conductor, en dicho volumen se inducirá una fem de inducción (§ 43.2). Si la dimensión característica del plasma es igual a l , la fem, de acuerdo con (43.5), será igual a $\mathcal{E} = vBl$. La resistencia del sector del plasma $R = \rho l/S \approx \approx l/\gamma l^2 = 1/\gamma l$. Según la ley de Ohm, la corriente inducida en el plasma

$$I_{\text{ind}} = \mathcal{E}/R \approx \gamma vBl^2. \quad (48.13)$$

De acuerdo con la regla de Lenz (§ 43.8) la corriente inducida interactúa con el campo de forma que la fuerza de interacción obstaculiza el desplazamiento del plasma. O sea, que además de las fuerzas hidrodinámicas corrientes, sobre el plasma asimismo actúan fuerzas electromagnéticas.

3. El cálculo preciso de esta interacción está ligado con dificultades matemáticas considerables. No obstante, mediante ciertos criterios adimensionales, análogos al número de Reynolds (§ 11.8), es posible apreciar el papel de unas u otras fuerzas. *El número magnético de Reynolds*, Re_m caracteriza la razón entre la inducción magnética del campo de las corrientes inducidas y la inducción del campo magnético externo:

$$Re_m = B_{\text{ind}}/B. \quad (48.14)$$

Para valorar esta magnitud, tengamos en cuenta que $B_{\text{ind}} = \mu_0 I_{\text{ind}} \approx \mu_0 \gamma l_{\text{ind}}/l$, donde l es la dimensión característica del sector del plasma, mientras que la corriente inducida se expresa por

la fórmula (48.13). Realizando la sustitución, obtenemos

$$B_{\text{ind}} \approx \mu_0 \gamma v B l, \quad (48.15)$$

$$\text{Re}_m = \mu_0 \gamma v l. \quad (48.16)$$

Considerables números de Reynolds aparecen bien con gran conducción del plasma, o bien con considerables dimensiones características y velocidades. Este último fenómeno se observa con frecuencia a escalas astronómicas y adquiere gran importancia en astrofísica.

4. Con grandes números magnéticos de Reynolds ($\text{Re}_m \gg 1$), el desplazamiento del plasma en el campo magnético debe provocar el surgimiento de un campo magnético externo inducido muy fuerte. Esto requiere consumo de energía, que sólo puede ser obtenida a cuenta de la energía cinética del plasma. Por lo tanto, las corrientes inducidas, al interactuar con el campo magnético externo, obstaculizan el desplazamiento del plasma en sentido transversal respecto del campo.

Para $\text{Re}_m \gg 1$, puede resultar que el plasma no puede, prácticamente, desplazarse con relación al campo. En tal caso, decimos que *el campo magnético está adherido al plasma*, de manera que éste no cruza las líneas de fuerza. A la inversa, si hacemos variar el campo magnético externo, para $\text{Re}_m \gg 1$ el plasma comenzará a desplazarse del modo correspondiente, con el fin de conservar la condición de adhesión. De esto se hace uso para comprimir y calentar el plasma mediante un campo magnético creciente con rapidez, lo que será examinado en el § 82.12.

5. El segundo criterio característico en hidrodinámica magnética es el número de Alfvén Al , igual a razón entre la densidad de energía del campo magnético $w_m = B^2/2\mu_0$ y la energía cinética del volumen unitario de plasma, es decir, la densidad de energía cinética $w_k = \rho v^2/2$

$$\text{Al} = \frac{w_m}{w_k} = \frac{B^2}{\mu_0 \rho v^2}. \quad (48.17)$$

El número de Alfvén puede ser también interpretado de otro modo, como el cociente entre la presión del campo magnético $p_m = B^2/2\mu_0$ y la presión dinámica $p_{\text{din}} = \rho v^2/2$ (§ 30.15).

6. Con pequeños números de Reynolds es posible el desplazamiento del plasma respecto del campo; con esto surgen fuerzas magnéticas que pueden ser apreciadas por la ley de Ampère (41.15). Poniendo en dicha fórmula el valor de la corriente inducida de (48.13), obtenemos

$$F_m = i B l \approx \gamma v B^2 l^2. \quad (48.18)$$

Para valorar esta fuerza la comparan bien con la fuerza de resistencia de rozamiento $T \approx \eta l v$, o bien con la fuerza de resistencia de presión $R \approx \rho v^2 l^2$. Obtenemos dos nuevos criterios:

el número de Stuart

$$N = F_m / R = \gamma B^2 l / \rho v = \text{Al} \cdot \text{Re}_m; \quad (48.19)$$

el número de Hartmann

$$\text{Ha} = \sqrt{F_m / T} = B l \sqrt{\gamma / \eta} = \sqrt{N \cdot \text{Re}}. \quad (48.20)$$

La importancia de estos criterios puede ser comprendida en los siguientes ejemplos. Si un líquido fluye por un tubo en sentido trans-

versal al campo magnético, con pequeños números de Hartmann o de Stuart, el campo magnético influye débilmente sobre el carácter del flujo y la resistencia al movimiento surge, fundamentalmente, a causa de la viscosidad del líquido. Y a la inversa, con grandes números de Hartmann y Stuart la viscosidad del líquido pasa a segundo lugar, la resistencia al movimiento surge, principalmente, a cuenta de la interacción del líquido con el campo magnético.

§ 48.8. Generador magnetohidrodinámico (MHD)

1. En las centrales termoeléctricas, el proceso de transformación de la energía interna del combustible en la energía de la corriente eléctrica es muy complicado, mientras que el

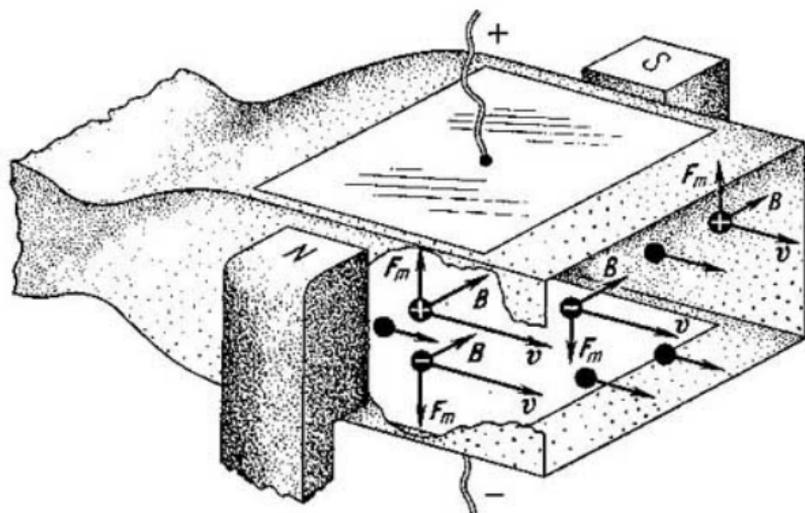


Fig. 48.7.

rendimiento no supera el 30%. En el hogar y la caldera, la energía del combustible se transforma en energía del vapor, en la turbina de vapor la energía de este se convierte en la energía cinética del rotor. Éste gira junto con el rotor del generador, por lo que en su estator se induce corriente. La cadena de transformación de la energía "hogar — caldera — turbina — generador" es en suficiente grado complicada. El bajo rendimiento es determinado, en lo fundamental, por la turbina, en la que la temperatura del agente de trabajo (vapor) es relativamente baja ($\leq 750^{\circ}\text{C}$), así como por las pérdidas en todas las etapas de transformación de la energía.

Entretanto, si se obliga a los productos gaseosos de la combustión, incandescentes y, por lo tanto, ionizados, que se muevan en sentido transversal al campo magnético, en este plasma, como en otro cualquiera conductor, surge fem de inducción, que puede ser tomada del plasma con ayuda de los correspondientes electrodos.

2. En este principio se basa el *generador magnetohidrodinámico* o abreviado, generador MHD. El esquema de su estructura está representado en la fig. 48.7. El gas que se obtiene durante el quemado del combustible, pasa por la tobera de Laval (§ 30.12), a causa de lo cual su energía interna se convierte en cinética. Durante el movimiento del gas por un fuerte campo magnético transversal se crea fem de inducción, los iones positivos se desplazan hacia el electrodo superior, los electrones libres, hacia el inferior. Conectando los electrodos a la carga externa en el circuito surgirá corriente.

Para el análisis de la eficacia del generador es preciso apreciar su fem y su rendimiento eléctrico y térmico.

3. El rendimiento eléctrico es igual a la razón entre la potencia que consume la carga externa y la potencia total:

$$\eta_{\text{elec}} = \frac{i^2 R}{i^2 (R+r)} = \frac{R}{R+r},$$

donde R es la resistencia de la carga externa, r , la resistencia interna del generador. Con el fin de reducir la resistencia interna del generador hay que aumentar la conductividad eléctrica del plasma. Esto puede ser realizado elevando su temperatura, así como añadiendo al gas, en calidad de aditivos, los vapores de metales alcalinos, que tienen pequeña salida de trabajo de los electrones. Se utilizan las sales de potasio, con menor frecuencia, las de cesio ya que son mucho más caras.

Las temperaturas de trabajo de los gases en el generador MHD son superiores a 2000 K. A temperaturas inferiores, la conductividad del gas es tan pequeña, que el generador no trabaja.

4. También es favorable la elevación de la temperatura para el rendimiento térmico del generador (§ 29.5), ya que éste aumenta al crecer la diferencia de temperaturas del agente de trabajo y el medio ambiente. A temperaturas cerca de 2000 K el rendimiento térmico tiende a 90% (§ 29.6). Además, la elevación de la temperatura del gas permite aumentar la velocidad de movimiento de éste en la tobera de Laval, por lo que aumenta la fem. Al mismo tiempo, con brusquedad crece el desgaste de las paredes de la tobera, ya que tan altas temperaturas destruyen toda clase de metales.

5. También favorece al crecimiento de la fem el aumento de la inducción del campo magnético. Con este fin, la tobera del generador MHD se ubica en la holgura de un potente electroimán. Un imán con núcleo de hierro y arrollamientos refrigerados permite crear un campo

con inducción hasta de 2 T, lo que corresponde a la saturación magnética del hierro.

En el futuro es posible la aplicación de imanes sin hierro, pero con arrollamientos superconductores (§ 75.10). La densidad de corriente en semejantes arrollamientos llega hasta $2 \cdot 10^8$ A/m², la inducción del campo, hasta 6 T. Pero hasta el momento, el empleo de imanes con arrollamiento superconductor se complica por enormes dificultades que surgen para la manutención de las temperaturas del helio líquido en grandes regiones.

En la actualidad, los generadores MHD no han salido de la etapa de los experimentos de laboratorio. En 1968 fue creada en la URSS una instalación semiindustrial. El generador MHD diseñado por los científicos soviéticos, dio corriente en el transcurso de varias horas. Por lo visto, los generadores de este tipo encontrarán en el futuro extensa aplicación.

ÍNDICE ALFABÉTICO

- Aceleración angular 251
 — de la caída libre 73
 — instantánea 55
 — media 55
 — normal (centrípeta) 62
 —, unidad de 55
 Aceleradores 514
 — cíclicos 514
 Acontecimiento, intervalo de tiempo
 entre acontecimientos 146
 Adiabática cuasiestática 329
 — de un gas ideal 318
 Ángulo de ataque 380
 — — contacto 427
 — — rozamiento 122
 Anión 598
 Anisotropía 385
 Antiferromagnetismo 551
 Año luz 168
 Autodifusión 285
 Autoinducción 564
 Avalancha iónica 615

 Brazo del dipolo 112
 — de una fuerza 243

 Caída libre 71
 Calor de combustión 231
 — — fusión 230, 418, 448
 Calor de transición de fase 448
 — específico de vaporización 231
 — de sublimación 448
 — — una reacción 231
 Cámara de burbujas 456
 — — ionización 611
 — — Wilson 453
 Campo de un dipolo 115
 — — una carga puntual 115
 — eléctrico 115
 — — inducido 558
 — electromagnético 559
 — electrostático 459
 — exterior 483, 554
 — gravitatorio 104
 — homogéneo 461
 — magnético 499
 Cantidad de calor 230
 — — —, unidad de 230
 — — —, materia 304
 — — —, unidad de 304
 — — —, movimiento 78
 — — —, de una partícula localizada
 187
 — — —, ley de la conservación de la
 169
 Cañón electrónico 608
 Capa límite 128
 Capacidad calorífica de los metales 590
 — — — un gas 313
 Capacidad calorífica de un gas biatómico,
 teoría clásica 321
 — — — — —, teoría cuántica
 324
 — — — — —, unidad de medición
 230, 314
 — — — — — sólido 588

 Capacidad calorífica isobárica 316
 — — — isócara 315
 — eléctrica 467
 — — —, unidad de 467
 Carga eléctrica 107
 — — —, invariación de la 507
 — de un electrón 474
 — específica de un electrón 521
 — eléctrica específica de un ion 523
 — — —, unidad de 111
 — polarizante 475
 Cation 598
 Causa y efecto 147
 Centro de fuerza (o de masas) 175, 176
 — — — — —, movimiento del 176
 Centros de condensación 452
 — — — cristalización 451
 Ciclo de Carnot 375
 — — — — —, rendimiento del 359
 — inverso de Carnot 359
 Ciclotrón 513
 — — — condición de sincronización del
 516
 Coeficiente de conductividad térmica
 592
 — — — — — del gas electrónico 595
 Coeficiente de dilatación cúbica 393
 — — — — — lineal 394
 — — — — — difusión 287
 — — — — — en los líquidos y cristales
 382
 — — — — — frenado 195
 — — — — — ionización 610
 — — — — — Poisson 317
 — — — — — recombinación 611
 — — — — — rozamiento de deslizamiento
 123
 — — — — — en reposo 121
 — — — — — hidráulico 383
 Compresibilidad de un gas durante la
 transformación adiabática 385
 — — — — — — — — — isotérmica 285
 — — — — — la materia 384
 Concentración de moléculas 283
 Condensación 431
 Condensador, carga de un 492
 — — —, descarga de un 492
 — — — plano 466
 — — — — — al haber un dieléctrico 477
 Conductividad eléctrica 488, 568
 — — — de los metales 579
 — — — — — semiconductores 579
 — — — — — un electrolito 599
 — — — — — específica 488, 573
 — — — — — teoría electrónica de la 574
 — — — — — por agente ionizante 610
 — — — — — térmica 229, 691
 Conductividad térmica, anisotropía 593
 — — — — — de los aisladores 591
 — — — — — — — metales 594
 — — — — — — —, unidad de 592
 Conductor 469
 Cono de Mach 376, 372
 Constante de Avogadro 305, 351
 — — Boltzmann 297, 303, 351
 — — — dieléctrica 111, 474, 476
 — — — — —, unidad de 468

- Constante de los gases molar o universal 305
 — — — gravitación 190
 — — — Hall 572
 — — — Loshmidt 304
 — — — Planck 162
 — — — tiempo para un circuito eléctrico 493
 Consumo de un líquido, gas 363
 Contador de Geiger—Müller 616
 Corriente eléctrica 483, 486
 — — — densidad de 486
 — — — de saturación 606, 614
 — — —, unidad de 488
 Cristales 395
 — — — atómicos 406
 — — — iónicos 405
 — — — metálicos 407
 — — — moleculares 406
 Cristalización 451
 Cubierta adiabática 233
 Curva potencial de la interacción molecular 391
 Curvas potenciales 215, 301
 Choque 190
 — — — elástico 193, 197
 — — — central 193
 — — — perfectamente inelástico 191, 197
 Deformación de un cristal 403
 — — — elástica 64
 — — — plástica 64
 Densidad de energía 468, 477, 566
 — — —, gradiente de 286
 — — — de la sustancia 74
 — — — un gas 304
 — — — superficial de una carga 466
 Descarga, característica corriente—tensión de la 611
 — — — de arco 618
 — — — espontánea 617
 — — — luminiscente 619
 — — — no espontánea 611
 Desplazamiento de un punto material 34
 — — — — — — con movimiento variable 59
 Diamagnetismo 529, 532
 Dieléctrico 469
 Diferencia de potencial de contacto 586
 Difusión 284
 — — — en los cristales 402
 — — — — — gases 285
 — — — — — líquidos 421
 Dimensión de una magnitud física 87
 Dinámica magnética de los gases 622
 Dinamómetro 64
 Diodo 604
 — — —, característica corriente—tensión 605
 Dipolo 112
 — — —, energía en campo eléctrico 464-465
 — — —, momento eléctrico 112, 388
 Distocación 399
 Disociación electrolítica 597
 Distribución barométrica 305
 Dominios 541
 — — —, desplazamiento de los límites de los 543
 Ebullición 454
 Ecuación de Bernoulli 365
 — — — — — para un líquido ideal incompresible 366
 — — — — — Clapeyron—Mendeléiev 306
 — — — — — continuidad de la corriente 364
 — — — — — estado de un gas 298, 305
 — — — — — fundamental de dinámica 153
 — — — — — para un sólido en rotación 246
 — — — — — en sistemas no inerciales de referencia 259
 — — — — — la cantidad de movimiento para la corriente de un líquido ideal incompresible 365
 — — — — — de movimiento 79
 — — — — — Poisson 320
 Efecto de Barkhausen 544
 — — — Doppler 161
 — — — Hall 570
 — — — de interacción 549
 Eficacia de la bomba térmica 362
 Eje cristalográfico 395
 — — — de coordenadas 28
 Electrización 108
 Electrólisis 597
 Electrón 111, 471
 — — —, carga del 471
 — — —, masa propia del 523
 — — —, momento cinético orbital del 529
 — — —, momento magnético de spin 546
 — — —, movilidad del 490
 — — — de valencia 407
 — — —, trabajo de salida 587
 Elemento galvánico 601
 — — —, fuerza electromotriz de un 601
 Emisión electrónica secundaria 618
 — — — fotoeléctrica 588
 — — — termoeléctrica 588, 602
 Empaquetamiento compacto 384
 — — — cúbico de caras centradas 410
 — — — de bolas con radios diferentes 410
 — — — — — iguales 408
 — — — — — hexagonal 408
 Enlace (ligadura mecánica) 70
 Energía cinética 182, 183, 240
 — — — de una partícula localizada 188
 — — — del campo electromagnético 565
 — — — interna 220
 — — — de activación 419
 Energía de evaporación 430
 — — — la capa superficial de un líquido 425
 — — — — — movimiento oscilatorio de las moléculas 327
 — — — — — interna de un gas ideal 311
 — — — en reposo 181
 — — — — —, variación al deformarse el cuerpo 222
 — — — — — con los procesos térmicos 223
 — — — — — durante las reacciones químicas 224
 — — — — — en las reacciones nucleares 226
 — — — mecánica total 211
 — — — nula 303
 — — — potencial 206, 221
 — — — total, procedimientos para variarla 183
 — — — — — relativista 181
 — — —, unidad de 186, 209

Equilibrio de un cuerpo que tiene eje
 de rotación 245
 — estable 219
 — inestable 219
Equivalente electroquímica 600
Escalar 46
Espacio, homogeneidad, isotropía 27
 — oscuro del cátodo 620
Estado de agregación 223, 441
 — crítico de la sustancia 437
 — metaestable 424, 450
Experimento de Barnett 546
 — — Cavendish 100
 — — Coulomb 109
 — — Ioffe 404
Experimento de Einstein—de-Haas 545
 — — Faraday 553
 — — Launert 276
 — — Michelson 135
 — — Millikan 472
 — — Perrin 351
 — — Reicke 568
 — — Stern 276
 — — Stern—Gerlach 547
 — — Stuart y Tolmen 569
Exploración gravimétrica 106

Fenómeno de inducción electromagnética 554, 552
 — — — en un conductor inmóvil 557
 — — Seebeck 584
Ferromagnetismo 527, 528, 536
 —, teoría clásica del 541
Filtro de velocidades 523
Fluctuaciones 345, 346
Flujo magnético 560
 —, unidad de 561
 — térmico 591
Fonón 504
Fórmula de Einstein (para el movimiento browniano) 351
 — — Stokes
 — — Richardson—Deslenn 606
 — — Tsiolkovski 174
Fotoinización de un gas 618
Frecuencia 61, 158
Frente de onda 367
Fuerza 63
 — de Ampère 525
 — centrípeta 79
Fuerza coercitiva 540
 — de Coulomb 110
 — — empuje reactiva 173
 — — de Arquímedes 132
 — — equilibrio 68
 — — gravitación 99
 — — inercia 259
 — — interacción entre dipolos 113
 — — Lorentz 509, 554
 — — resistencia 131
 — — rozamiento 118
 — — sustentación 379
 — — tensión superficial 426
 — — elástica 67
 — — electromotriz (fem) 484
 — — de autoinducción 564
 — — — inducción 558
 — — del elemento galvánico 601
 — exterior 56, 168
 — generalizada de Lorentz 510

Fuerza interna 168
 — de la gravedad 70
 — — — presión normal 121
 —, medición de la 64
 — resultante
 — termoelectromotriz
Fuerzas centrales 267
Fuerzas conservativas 205, 209
 — covalentes 406
 — eléctricas 108
 — exteriores 483
 — magnéticas 493
 — moleculares 386, 389
 — no conservativas (disipativas) 206
 —, sistema equilibrado de 68
Fusión 448

Gas ideal 293
 — — degenerado 302
 — —, ecuación de estado 297
 — — electrónico 407, 574
Generador electrostático de Van-de-Graaf 471
Generador magnetohidrodinámico (MHD) 624
Gráfica de movimiento 31
 — — velocidad con movimiento uniformemente variado 57

Hidrodinámica magnética 622
Higrómetro de Lambert 439
Histeresis 539
Homogeneidad del espacio 27, 140
 — — — y conservación del momento de cantidad de movimiento 255
 — — tiempo 27, 140
 — — — y conservación de la energía 255
Huecos (según Frenkel) 418
Humedad absoluta del aire 439
 — relativa del aire 440

Imanación de la sustancia 531
 — remanente 540
Inducción del campo magnético 499
 — — —, unidad de 499
Inductancia del solenoide 564
 —, unidad de 564
Ingravidez 82, 83
Intensidad del campo 103
 — — — eléctrico 115, 462
 — — — exterior 485
 — — — inducido 558
 — — — magnético 506
 — — — sumario 485
 — — — eléctrico, unidad de 463
 — de corriente 468, 526
Interacción débil 255
 — electromagnética 107
 — fuerte 255
Ion 600
Ionización 610
 — por choque 614
Isoterma de un gas ideal 292
 — del vapor 436
Isótopos 289, 524
Isotropía del espacio 27, 141

Ley asociativa de composición de vectores 48

Ley clásica de composición de velocidades 45
 — — — — — en forma vectorial 54
 — — — — — conmutativa de composición de vectores 48
 — — — — — de Avogadro 303
 — — — — — Boyle—Mariotte 292
 — — — — — la conservación del momento de cantidad de movimiento 246, 252
 — — — — — de la cantidad de movimiento 169, 252
 — — — — — energía 180, 233
 — — — — — 252
 — — — — — las cargas eléctricas 103
 — — — — — en la mecánica newtoniana 212
 Coulomb 110, 111
 — — — — — Curie 535
 — — — — — Charles 314
 — — — — — Debye 482
 — — — — — la difusión 287
 — — — — — Dulong y Petit 589
 — — — — — Faraday, primera 600
 — — — — — segunda 600
 — — — — — Fourier 592
 — — — — — Gay-Lussac 316
 — — — — — gravitación de Newton 99
 — — — — — Hooke 46
 — — — — — inducción de Faraday 560
 — — — — — Joule—Lenz 491
 — — — — — Kepler, primera 249
 — — — — — —, segunda 249
 — — — — — —, tercera 102
 Ley de Maxwell de distribución de las moléculas por las velocidades 280
 — — — — — movimiento 29, 59
 — — — — — Ohm 488, 491, 576
 — — — — — para los electrolitos 598
 — — — — — primera de Newton (ley de la inercia) 39
 — — — — — relativista de composición de velocidades 145
 — — — — — la conservación de la masa 234
 — — — — — segunda de Newton (fundamental de dinámica) 73, 78, 153
 — — — — — tercera de Newton 67
 — — — — — de transformación para una cantidad de movimiento transversal 495
 — — — — — — fuerza transversal 495
 — — — — — $\frac{1}{2} \rho v^2$
 — — — — — Wiedemann—Franz 596
 Licuación de los gases, refrigerador de gases por expansión 457
 — — — — — gases 455
 Líquido compresible 34
 — — — — — difusión de un 421
 — — — — — estructura de un 417
 — — — — — ideal 385
 — — — — — incompresible 364
 — — — — — ordenación próxima 417
 — — — — — recalentado 451, 455
 — — — — — sobrecalentado 451
 — — — — — teoría de los huecos 418
 Longitud del recorrido libre de una molécula de gas 281
 — — — — — del segmento 44, 147

Masa 3
 — — — — — atómica relativa 305
 — — — — — en reposo (propia) 152, 221
 — — — — — medición de la masa 172
 — — — — — molar 305
 — — — — — molecular relativa 305
 Magnetón de Bohr 530
 Menisco 427
 Módulo de compresión volumétrica 387
 Momento cinético orbital 529
 — — — — — de cantidad de movimiento 245
 — — — — — — e isotropía del espacio 255
 — — — — — — ley de la conservación 246
 — — — — — —, unidad de 246
 — — — — — fuerza 243
 — — — — — —, unidad de 244
 — — — — — inercia 239
 — — — — — —, cuerpos de forma sencilla 241, 242, 243
 — — — — — —, unidad de 239
 — — — — — magnético 503
 — — — — — de un átomo 529
 — — — — — una carga en circulación 504
 — — — — — spin de un electrón 546
 Monocristal 395
 Motor de retropropulsión 377
 — — — — — térmico 352
 Movilidad de una carga 490
 Movilidad de una partícula 573
 Movimiento acelerado 56
 — — — — — browniano 281, 346
 — — — — — de rotación 26
 — — — — — — traslación 25
 — — — — — estacionario 363
 — — — — — inercial 39
 — — — — — mecánico 25
 — — — — — molecular 276
 — — — — — relativo, de traslación, compuesto 54
 — — — — — retardado 56
 — — — — — uniforme 31
 — — — — — uniformemente variado 56
 — — — — — variado 32
 Muones 147

Nube de electrones 604
 Número de Alfvén 623
 — — — — — Hartmann
 — — — — — Mach 370
 — — — — — Reynolds 131
 — — — — — Stuart 623
 — — — — — magnético 622

Onda de choque 368
 — — — — — frontal 272
 — — — — — perturbaciones elásticas 367
 — — — — — sonora en un gas 368
 — — — — — superficial (circular) 367
 Orden de largo alcance 399
 Ordenación próxima 416
 Oscilación armónica 95

Par termoeléctrico 585
 Paradoja de los gemelos 272
 Paramagnetismo 528, 535
 Parámetros termodinámicos de estado 329

Partícula localizada 187
 — —, energía cinética media 188
 — —, valor medio de la cantidad de movimiento 188
 Período 61
 — de rotación de una partícula 512
 516
 Permeabilidad magnética 499
 Peso 70
 Plasma 617
 — de descarga de gas 618
 — — — —, temperatura electrónica del 619
 — — — —, temperatura iónica del 619
 — en el campo magnético 622
 — isotérmica 619
 — superdensa 439
 Polarización de un dieléctrico 475
 Polarizabilidad de una molécula 388, 479
 — — deformación 478
 — — dipolar 480
 Policristal 397
 Polietileno 415
 Poliformismo 409
 Polímeros 414
 Positron 513
 Potencia instantánea 186, 244
 —, unidad de 186
 Potencial de cierre 606
 — del campo de una carga puntual 209, 459
 — — — — electrostático 208, 459
 — — — —, unidad de 209
 — — — — gravitatorio 210
 Potenciómetro 605
 Pozo de potencia 216, 588
 Presión 197
 — bajo la superficie curvada de un líquido 426
 — del vapor saturado 433
 — de un gas 292
 — — — — ideal 298
 — — — —, unidad de 292
 — — — — líquido frenado (total) 381
 Principio de autoestabilidad 521
 — — correspondencia 150
 — — crecimiento de la entropía 345
 — — equivalencia 287
 — — incertidumbre 162
 — — imposibilidad de Clausius 345
 — — — — Thomson 356
 — — la inercia 37-39
 — — invariancia de la velocidad de la luz 137
 — — la relatividad de Galileo 42
 — — — — Einstein 42, 137
 Principio de simetría del espacio-tiempo 255
 — — termodinámica, primero 231, 313
 — — — — segundo 345
 Probabilidad de disposición de las moléculas 307
 — termodinámica 336, 337
 — —, ligazón con la entropía 339
 Proceso térmico 223
 Protección electrostática 470
 Psicrómetro 441
 Pulverización catódica del metal 620

Punto de Curie 530
 — — Néel 561
 — — rocío 439
 — — material 26
 — triple 447
 Radio vector 47
 Reacción nuclear 226
 Recombinación de los iones 598, 610
 Recorrido medio cuadrático 349
 Red cristalina 398, 410
 Regla de Lenz 562
 — del paralelogramo 49
 — — polígono 48
 — — la mano izquierda 509
 Relojes, sincronización de los 137
 Rendimiento de un motor 355
 Resistencia de ondas 373
 — eléctrica 488
 Resistencia eléctrica del manantial de corriente 491
 — —, unidad de 488
 — — específica (resistividad) 488
 — — — —, dependencia de la temperatura 488
 — — — —, unidad de 489
 Resistor 488
 Rigidez 66
 Rozamiento de deslizamiento o cinemático 119, 123
 — — rodadora 119, 124
 — en reposo 119
 — externo 119
 — interno (viscosidad) 119, 126
 Salto de compresión 368
 Saturación magnética 544
 Sección eficaz de choque 283
 Semiconductor 373
 Separación de mezclas gaseosas 288
 Seudonúcleos 418
 Simultaneidad, sentido relativo 102
 Sincrofasotrón 518
 Sistema de referencia 28
 — cerrado de cuerpos 167, 232
 — — — — conservativo 211
 — de cuerpos aislados adiabáticamente 232
 — — referencia hsiocéntrico 41
 — inercial de referencia 40, 82
 — no inercial de referencia 83, 256
 Solenoide 507
 Sólidos amorfos 398, 424
 Solvato 598
 Spin del electrón 548
 Sublimación 430
 Susceptibilidad eléctrica 476
 — magnética 532
 — — de las sustancias ferromagnéticas 537
 Técnica criogénica 457
 Temperatura 296
 — absoluta 297
 —, cero absoluto 301
 — crítica 423
 — de Debye 506
 — — degeneración 302
 —, escala práctica internacional de 301

- Temperatura, medición de la 298
 Tensión 385
 — en un sector del circuito 484
 — superficial 426
 — tangencial 121
 Teorema de Steiner 241
 Teoría de gravitación de Einstein 268
 Termodinámica 231
 —, primer principio de 231, 313
 —, segundo principio, sentido estadístico 345
 Termoelectricidad 584
 Termoelectrones 603
 Termionización 618
 Termómetro de gas 298
 Tiempo de estado sedentario 419
 — — relajación 329, 493, 568
 — del recorrido libre de un electrón 578
 —, homogeneidad 27
 — propio 146
 Tobera 374
 — de Laval 377
 Trabajo 198
 —, al dilatarse un gas 312
 — — girar un cuerpo 244
 — de salida de un electrón 587
 — — una fuerza externa 228
 — elemental 184
 — expresado por el potencial 209
 —, gráfica del 199
 —, unidad de 186
 Transformación adiabática 232, 318
 — castroática 329
 — compensadora 345, 356
 — de Galileo 43
 — irreversible 332
 — isobárica 315
 — isócora 314
 — isotérmica 292, 317
 — reversible 330
 Transformaciones de Lorentz 144
 Transformaciones de fase de primer género 442
 — — — — segundo género
 Transmisión de calor 228
 Trayectoria 27
 Trilodo 606
 —, característica de rejilla de un 607
 Tubo de Pitot 382
 — — Pitot—Prandtl 382
 — — rayos catódicos 608
 Unidad astronómica de longitud 102
 Unidades básicas 85, 86
 — derivadas 86
 —, sistema de 84
 —, sistema internacional de 85
 Vapor no saturado (recalentado) 436
 — saturado, densidad del 432
 — —, presión del 433
 — sobresaturado (sobrefriado) 452
 Vastija de Dewar 233
 Vector 47
 — de desplazamiento 476
 — — imanación 531
 — — polarización 475
 — unitario 510
 —, valor absoluto (módulo) 48
 Velocidad 51, 52
 — angular 60, 238
 — —, ligazón con la lineal 238
 Velocidad angular, unidad de 60
 — cósmica primera, segunda 214
 — de escape 173
 — del movimiento uniformemente variado 60
 — de la luz 134, 143
 — — onda 367
 — del sonido en un gas 369
 — estacionaria 132
 — inicial 56
 — instantánea 35, 54
 — más probable de las moléculas 279
 — media 34
 — — cuadrática 290
 Viscosidad de los gases 422
 — — — — líquidos 127, 422
 Volumen molar 305