Capítulo 4
La cuarta noche

¡Me arrastras a toda clase de lugares! Un día es una cueva que no tiene salida, otro aterrizo en un bosque de unos en el que las setas son grandes como sillones, ¿y hoy? ¿Dónde estoy?
-Junto al mar. Ya lo ves.
Robert miró a su alrededor.
A lo largo y a lo ancho no había más que arena blanca, y detrás de un bote de remos, volcado, en el que se sentaba el diablo de los números, el rompiente. ¡Un rincón bastante abandonado!
-Has vuelto a olvidarte la calculadora.
-Oye -dijo Robert-, ¿cuántas veces tengo que decírtelo? Cuando me duermo no puedo traer conmigo todos mis trastos. ¿O es que tú sabes la noche anterior con qué vas a soñar?
-Naturalmente que no -respondió el anciano-. Pero, si sueñas conmigo, podrías soñar también con tu calculadora. ¡Pero no! Yo tengo que sacártelo todo por arte de magia. ¡Siempre yo! Y encima luego todavía me dicen: la calculadora me resulta demasiado blanda, o demasiado verde, o demasiado pastosa.
-Es mejor que nada -dijo Robert.
El diablo de los números alzó su bastón, y ante los ojos de Robert apareció una nueva calculadora. No era tan ranujienta como la anterior, pero a cambio era gigantesca: un mueble acolchado y pe-ludo, tan largo como una cama o un sofá. A un costado había una tablita con muchas teclas acolchadas, y el campo en el que se podían ver las luminosas cifras llenaba todo el respaldo del extraño aparato.
-Bueno, teclea uno entre tres -ordenó el anciano.

1 : 3

-dijo Robert, pulsando las teclas.

En la interminable ventanita apareció la solución, en letras verde claro:

0,333333333333333333

-¿Es que no termina nunca? -preguntó Robert.

-Sí -dijo el diablo de los números-. Termina donde termina la calculadora.

-¿Y luego qué?

-Luego sigue. Sólo que no puedes leerlo.

-Pero siempre sale lo mismo, un tres tras otro. ¡Es como un tobogán!

-En eso tienes razón.

-Bah -murmuró Robert-. ¡Es demasiado tonto! Para eso yo escribo simplemente un tercio. Así:

$$\frac{1}{3}$$

Y me quedo tan tranquilo.

-Muy bien -dijo el anciano-. Pero entonces tienes que calcular en quebrados, y creo que no puedes soportar los quebrados: «Si 1/3 de 33 panaderos hacen 89 trenzas en 2 1/2 horas, ¿cuántas trenzas harán 5 3/4 panaderos en 1 1/2 horas?».

-¡Por el amor de Dios, no! Me resulta demasiado Bockel. Prefiero la calculadora y los decimales, aunque no se acaben nunca. Sólo me gustaría saber de dónde salen todos esos treses.

-Es así: el primer tres que hay detrás de la coma son tres décimas. Luego viene el segundo tres, que hace tres centésimas; el tercero, tres milésimas, etc. Puedes sumarlo todo:

0,3
0,03
0,003
0,0003
0,00003
...

» ¿Comprendido? ¿Sí? Entonces intenta todo el tiempo multiplicar por tres: el primer tres, es decir las tres décimas, luego las tres centésimas, etc.

-No hay problema -dijo Robert-. Puedo hacerlo incluso de cabeza:

$$0{,}3 \times 3 = 0{,}9$$
$$0{,}03 \times 3 = 0{,}09$$
$$0{,}003 \times 3 = 0{,}009$$
$$0{,}0003 \times 3 = 0{,}0009$$

Bueno, etcétera.

-Bien. Y si sumas todos los nueves otra vez, ¿qué ocurre?

-¡Un momento! 0,9 más 0,09 son 0,99; más 0,009, 0,999. Cada vez más nueves. Parece seguir eternamente así.

-Parece. Pero, si lo piensas bien, verás que no es cierto. Si sumas los tres tercios, tendría que salir 1, ¿no? Porque un tercio por tres da un entero. Eso está claro. ¿Entonces?

-Ni idea -dijo Robert-. Falta algo. 0,999 es casi uno, pero no del todo.

-Eso es. Por eso, tienes que continuar con los nueves y no puedes parar nunca.

-¿Y cómo voy a hacer eso?

-¡No es problema para un diablo de los números!

El anciano rió maliciosamente, levantó su bastón, lo esgrimió en el aire, y en un abrir y cerrar de ojos todo el cielo se llenó de una larga, larguísima serpiente de nueves que ascendía más y más hacia lo alto.

-Basta -exclamó Robert-. ¡Se marea uno!

-Sólo chasquear los dedos, y habrán desaparecido. Pero sólo si admites que esta serpiente de nueves detrás del cero, si sigue y sigue creciendo, es exactamente igual a uno.

Mientras hablaba, la serpiente seguía creciendo. Lentamente, iba oscureciendo el cielo. Aunque Robert se estaba mareando, no quería ceder.

-¡Jamás! -dijo-. No importa cuánto sigas con tu serpiente, siempre faltará algo: el último nueve.

-¡No hay un último nueve! -gritó el diablo de los números. Robert ya no se encogía cuando al viejo le daba uno de sus ataques de furia. Sabía que siempre que ocurría se trataba de un punto interesante, de una cuestión a la que no era tan fácil responder.

Pero la interminable serpiente danzaba peligrosamente cerca de la nariz de Robert, y también se enredaba en torno al diablo de los números, tan apretada que ya no se le veía apenas.

-Está bien -dijo Robert-. Me rindo. Pero sólo si nos quitas de encima esta serpiente de números.

-Eso está mejor.

Trabajosamente, el anciano alzó su bastón, que ya estaba cubierto de nueves, murmuró en voz baja algo incomprensible... y el mundo estuvo libre de la culebra.


.

El diablo de los números levantó su bastón, lo agitó, y en un abrir y cerrar de ojos todo el cielo se llenó de una larga, larguísima serpiente de nueves.

-¡Uf! -exclamó Robert-. ¿Esto ocurre sólo con los treses y los nueves? ¿O también los otros números forman esas repugnantes serpientes?

-Hay tantas serpientes interminables como arena a la orilla del mar, querido. ¡Piensa cuántas habrá sólo entre 0,0 y 1,0!

Robert reflexionó, reconcentrado. Luego dijo:

-Infinitas. Una cantidad terrible. Tantas como entre el uno y el aburrimiento.

-No está mal. Muy bien -dijo el diablo de los números-. Pero ¿puedes demostrarlo?

-Claro que puedo.

-Estoy impaciente por verlo.

-Simplemente escribo un cero y una coma -dijo Robert-. Detrás de la coma escribo un uno: 0,1. Luego un dos. Etcétera. Si sigo así, todos los números que existen estarán detrás de la coma antes de haber llegado a 0,2.

-Todos los números enteros.

-Naturalmente. Todos los números enteros. Para cada número entre el uno y el infinito hay uno con un cero y una coma antes, y todos son más pequeños que uno.

-Fabuloso, Robert. Estoy orgulloso de ti. Estaba claro que se sentía muy contento. Pero, como no podía ser de otra manera, se le ocurrió una nueva idea.

-Pero algunas de tus cifras detrás de la coma se comportan de forma muy peculiar. ¿Quieres que te enseñe cómo?

-¡Claro! Siempre que no llenes toda la playa de esas asquerosas serpientes.
-Tranquilo. Tu gran calculadora lo hará. Sólo tienes que pulsar: siete entre once.
No hizo falta que se lo repitieran.

$$7 : 11 = 0{,}6363636363636\cdots$$

-¡Qué está pasando! -exclamó-. Siempre 63, y 63 y otra vez 63. Es probable que continúe así para siempre.
-Sin duda; pero esto aún no es nada. ¡Prueba con seis entre siete!
Robert tecleó:

$$6 : 7 = 0{,}857\,142857\,142857\cdots$$

-¡Siempre vuelven a aparecer las mismas cifras! -exclamó-: 857 142, y vuelta a empezar. ¡El número gira en círculos!
Sí, son unas criaturas fantásticas, los números. ¿Sabes?, en el fondo no hay números normales. Cada uno de ellos tiene sus propios rasgos, sus propios secretos. Nunca acaba uno de conocerlos. La serpiente de nueves tras el cero y la coma, por ejemplo, que no termina nunca y sin embargo es prácticamente lo mismo que un simple uno. Además, hay otros muchos que se portan de forma mucho más testaruda y se vuelven completamente locos detrás de su coma. Son los números irrazonables. Se llaman así porque no se atienen a las reglas del juego. Si te apetece y tienes aún un momento te enseñaré cómo lo hacen.
Cada vez que el diablo de los números era tan sospechosamente cortés, es que volvía a tener en la manga una terrible novedad. Robert había llegado a saberlo, pero sentía demasiada curiosidad como para renunciar.
Está bien -dijo.
-¿Recuerdas lo que pasaba con los saltos? ¿Lo que hacíamos con el dos y con el diez? Diez por diez por diez igual a mil, y para abreviar:

$$10^3 = 1000$$

Y lo mismo con el dos.
-Claro. Si hago saltar el dos, resulta:

$$2, 4, 8, 16, 32$$

etcétera, hasta el aburrimiento, como pasa siempre en tus jueguecitos.
-Entonces -dijo el anciano-, ¿dos elevado a cuatro?
-Dieciséis -exclamó Robert-. ¡Ya te lo he dicho!
-Impecable. Ahora haremos lo mismo, pero al revés. Saltaremos hacia atrás, por así decirlo. Yo digo dieciséis, y tú saltas uno hacia atrás.

-¡Ocho!

-¿Y si digo ocho?

-Cuatro -dijo Robert-. Es evidente.

-Ahora tienes que tomar nota de cómo se llama este truco. No se dice: saltar hacia atrás, se dice: sacar un rábano. Como cuando sacas una raíz del suelo.

»Entonces: el rábano de cien es diez, el rábano de diez mil es cien. ¿Y cuál es el rábano de veinticinco?

-Veinticinco -dijo Robert- es cinco por cinco.

Así que cinco es el rábano de veinticinco.

-Si sigues así, Robert, un día serás mi aprendiz de brujo. ¿Rábano de cuatro?

-El rábano de cuatro es dos.

-¿Rábano de 5929?

-¡Estás loco! -gritó Robert. Ahora era él quien perdía la compostura-. ¿Cómo quieres que la calcule? Tú mismo has dicho que calcular es cosa de idiotas. Con eso ya me atormentan en el colegio, no necesito soñarlo además.

-Mantén siempre la calma -dijo el diablo de los números-. Para esos pequeños problemas tenemos nuestra calculadora de bolsillo.

-Tiene gracia lo de calculadora de bolsillo -dijo Robert-. Esa cosa es tan grande como un sofá.

-En cualquier caso, tiene una tecla en la que pone:

$$\sqrt{}$$

»Seguro que enseguida te das cuenta de lo que significa.

-Rábano -exclamó Robert.

-Correcto. Así que prueba:

$$\sqrt{5929} =$$

Robert probó, y enseguida apareció la solución en el respaldo del sofá:

77

-Magnífico. ¡Pero ahora viene lo bueno! Pulsa v2, ¡pero agárrate bien!

Robert pulsó y leyó:

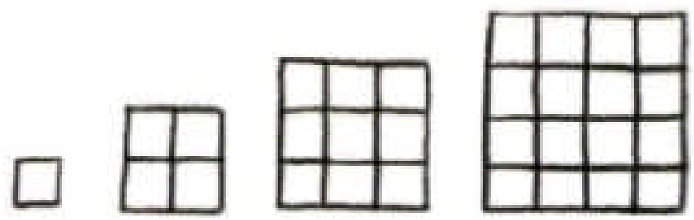
1,4 142 1356237309504880 1688724·

-Espantoso -dijo-. No tiene ningún sentido. Una auténtica ensalada de números. No me oriento en ella.

-Nadie se orienta en ella, mi querido Robert. De eso se trata. El rábano de dos es precisamente un número irrazonable.
-¿Y cómo voy a saber qué sigue detrás de las últimas tres cifras? Porque ya me sospecho que sigue siempre.
-Cierto. Pero, por desgracia, tampoco yo puedo ayudarte en eso. Sólo averiguarás las próximas cifras matándote a calcular hasta que tu calculadora se ponga en huelga.
-¡Qué absurdo! -dijo Robert, completamente enloquecido-. Y eso que ese monstruo parece tan sencillo cuando se escribe así:

$$\sqrt{2}$$

-Y lo es. Con un bastón puedes dibujar cómodamente v2 en la arena.
Trazó unas cuantas figuras en la arena con su bastón.
-Mira:



»Y ahora cuenta los casilleros. ¿Notas algo?
-Naturalmente. Son cifras que han saltado:

$$\begin{aligned} 1 \times 1 &= 1^2 = 1 \\ 2 \times 2 &= 2^2 = 4 \\ 3 \times 3 &= 3^2 = 9 \\ 4 \times 4 &= 4^2 = 16 \end{aligned}$$

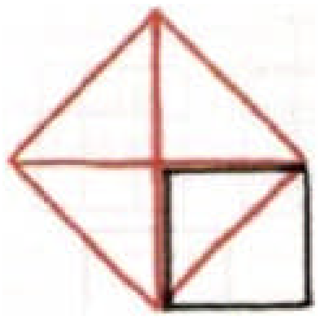
-Sí -dijo el diablo de los números-, y seguro que también ves cómo funcionan. Sólo tienes que contar cuántos casilleros tiene cada lado de un cuadrado, y tendrás la cifra por la que hay que saltar. Y viceversa. Si sabes cuántos casilleros hay en todo el cuadrado, digamos por ejemplo que 36, y sacas el rábano de ese número, volverás al número de casilleros que hay en un lado:

$$\sqrt{1} = 1,\ \sqrt{4} = 2,\ \sqrt{9} = 3,\ \sqrt{16} = 4$$

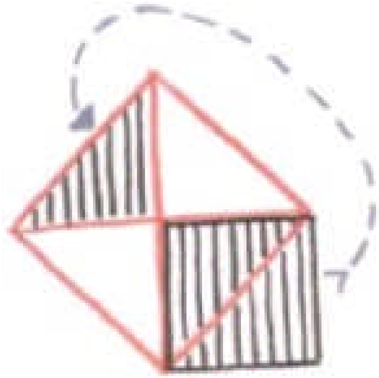
-O. K. -dijo Robert-, pero ¿qué tiene eso que ver con los números irrazonables?
-Mmmm. Los cuadrados se las traen, ¿sabes? ¡No confíes nunca en un cuadrado! Parecen buenos, pero pueden ser muy malvados. ¡Mira éste de aquí, por ejemplo!

Trazó en la arena un cuadrado vacío, totalmente normal. Luego sacó una regla roja del bolsillo y la puso en diagonal sobre él:

-Y si ahora cada lado mide uno de largo...
-¿Qué significa uno? ¿Un centímetro, un metro o qué?
-Eso da igual -dijo impaciente el diablo de los números-. Puedes escoger lo que quieras. Por mí llámalo cuing, o cuang, como quieras. Y ahora te pregunto: ¿cuánto mide la regla roja que hay dentro?
-¿Cómo voy a saberlo?
-Rábano de dos -gritó triunfante el anciano. Sonreía diabólicamente.
-¿Por qué? -Robert volvía a sentirse desborda-do.
-No te enfades -dijo el diablo de los números-. ¡Enseguida lo sabremos! Simplemente añadimos un cuadrado, así, torcido encima.
Sacó otras cinco reglas rojas y las dejó en la arena. Ahora, la figura tenía este aspecto:



-Ahora adivina el tamaño del cuadrado rojo, el inclinado.
-Ni idea.
-Exactamente el doble del tamaño del negro. Sólo tienes que desplazar la mitad inferior del negro a uno de los cuatro ángulos del rojo y verás por qué:



Parece uno de los juegos a los que jugábamos siempre cuando éramos pequeños, pensó Robert. Se dobla un papel que por dentro se ha pintado de negro y rojo. Los colores significan el cielo y el infierno, y al que al abrirlo le toca el rojo va al infierno.

-¿Admites, pues, que el rojo es el doble de grande que el negro?

-Lo admito -dijo Robert.

-Bien. Si el negro mide un cuang (nos hemos puesto de acuerdo en eso), podemos escribirlo así: 12; ¿cómo de grande tendrá que ser el rojo?

-El doble -dijo Robert.

-O sea dos cuangs -dijo el diablo de los números-. Y entonces ¿cuánto debe medir cada lado del cuadrado rojo? ¡Para eso tienes que saltar hacia atrás! ¡Extraer el rábano!

-Sí, sí, sí -dijo Robert. De pronto se dio cuenta-. ¡Rábano! -exclamó-. ¡Rábano de dos!

-Y volvemos a estar con nuestro número irrazonable, totalmente loco: 1,414213...

-Por favor, no sigas hablando -dijo Robert con rapidez-, o me volveré loco.

-No es para tanto -le tranquilizó el anciano-. No hace falta que calcules la cifra. Basta con que la dibujes en la arena, servirá. Pero no vayas a creer que estos números irrazonables aparecen con poca frecuencia. Al contrario. Hay tantos como arena junto al mar. Entre nosotros: son incluso más frecuentes que los que no lo son.

-Creo que hay infinitos de los normales. Tú mismo lo has dicho. ¡Lo dices continuamente!

-Y también es cierto. ¡Palabra de honor! Pero, como te he dicho, aún hay más, muchos más, de irrazonables.

-¿Más que qué? ¿Más que infinitos?

-Exactamente.

-Ahora estás yendo demasiado lejos -dijo Robert con mucha decisión-. Por ahí no paso. No hay más que infinitos. Eso es una chorrada con patatas fritas.

-¿Quieres que te lo demuestre? -preguntó el diablo de los números-. ¿Quieres que los conjure?

¿A todos los números irrazonables de una vez?

-¡Mejor no! Me bastó con la serpiente de nueves. Además: conjurar no quiere decir demostrar.
-¡Rayos y truenos! ¡Es cierto! Esta vez me has ganado.
En esta ocasión, el diablo de los números no parecía furioso. Frunció el ceño y pensó esforzadamente.

-Por hoy tengo bastante -dijo Robert-. Estoy cansadísimo -y se tumbó en la acolchada y peluda calculadora del tamaño de un sofá.

-Aun así -dijo al fin- quizá se me ocurra la prueba. Podría intentarlo. Pero sólo si insistes.
-No, gracias, por hoy tengo bastante. Estoy cansadísimo. Tengo que dormir, o mañana volveré a tener bronca en el colegio. Creo que me echaré un rato, si a ti no te importa. Este mueble tiene aspecto de ser muy cómodo.
Y se tumbó en la acolchada y peluda calculadora, grande como un sofá.
-Por mí -dijo el anciano-, duérmete. Durmiendo es como mejor se aprende.
Esta vez, el diablo de los números se alejó de puntillas, porque no quería despertar a Robert. Quizá no sea tan malo, pensó Robert antes de dormirse. En el fondo es incluso muy simpático.
Y, así, se quedó dormido, sin perturbaciones y sin soñar, hasta bien entrada la mañana. Se había olvidado por completo de que era sábado, y los sábados no hay clase.