



## Capítulo 8

### La octava noche

Robert estaba delante del todo, en la pizarra. En el primer banco se sentaban sus dos mejores amigos de clase: Albert, el futbolista, y Bettina, la de las trenzas. Como siempre, los dos estaban discutiendo. Esto es lo que me faltaba, pensó Robert. ¡Ahora sueño con el colegio!

Entonces se abrió la puerta, pero no fue el señor Bockel quien entró... fue el diablo de los números.

-Buenos días -dijo-. Según veo, ya estáis discutiendo otra vez. ¿De qué se trata?

-¡Bettina se ha sentado en mi sitio! -gritó Albert.

-Entonces simplemente cámbialo con ella.

-Pero es que no quiere -dijo Albert.

-Escríbelo en la pizarra, Robert -pidió el anciano.

-¿El qué?

-Escribe A para Albert y B para Bettina. Albert se sienta a la izquierda y Bettina a la derecha. Robert no veía por qué tenía que escribir eso, pero pensó: Si le gusta, por mí que no quede.

-Bueno, Bettina -dijo el diablo de los números-, ahora siéntate tú a la izquierda y Albert a la derecha.

¡Es curioso! Bettina no protestó. Se levantó como una niña buena e intercambió su sitio con Albert.



escribió Robert en la pizarra.

En ese momento se abrió la puerta y entró Charlie, con retraso, como siempre. Se sentó a la izquierda de Bettina.

CBA

escribió Robert.

Pero eso no le gustó a Bettina.

-¡Si hemos dicho a la izquierda -dijo-, que sea del todo a la izquierda!

-Está bien -bramó Charlie-. ¡Como quieras! Y ambos intercambiaron sus asientos:

BCA

Albert no se quedó conforme con eso.

-Pero yo prefiero sentarme con Bettina -gritó. Charlie fue tan bondadoso que se levantó sin más y le dejó su sitio a Albert.

BAC

Si esto sigue así, se dijo Robert, podemos olvidarnos de esta clase de Matemáticas. Pero siguió así, porque ahora era Albert el que quería sentar-se del todo a la izquierda.

-Pero entonces tenemos que levantarnos todos

-dijo Bettina-. No veo por qué, pero si no hay más remedio... ¡Ven, Charlie!

Y cuando volvieron a sentarse la cosa estaba así:

ABC

Naturalmente, no duró mucho.

-No aguanto un minuto más al lado de Charlie

-afirmó Bettina. Realmente rompía los nervios. Pero, como no paraba, los otros chicos tuvieron que ceder. Robert escribió:

CAB

-Y ahora basta -dijo.

-¿Tú crees? -preguntó el diablo de los números-. Esos tres aún no han ensayado todas las posibilidades. ¿Qué os parecería sentaros Albert a la izquierda, Charlie en el centro y Bettina a la derecha?

-Jamás! -gritó Bettina.

-No te pongas así, Bettina -dijo el anciano.

A regañadientes, los tres se levantaron y se sentaron así:

ACB

-¿Te das cuenta, Robert? ¡Eh, Robert, te estoy hablando! Seguro que a estos tres no se les

ocurre. Robert alzó la vista hacia la pizarra:



-Creo que hemos probado todas las posibilidades -dijo.

-Eso creo yo también -dijo el diablo de los números-, Pero no puede ser que en vuestra clase sólo seáis cuatro. Me temo que aún faltan unos cuantos.

Apenas lo había dicho cuando Doris abrió la puerta. Estaba sin aliento.

-¿Qué ocurre aquí? ¿No está el señor Bockel? ¿Quién es usted? -preguntó al diablo de los números.

-Sólo estoy aquí de manera excepcional -dijo el anciano-. Vuestro señor Bockel se ha tomado el día libre. Ha dicho que ya no podía más. Que vuestra clase es demasiado movida para él.

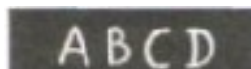
-Ya lo puede decir -replicó Doris-: están todos cambiados de sitio. ¿Desde cuándo es ése tu sitio, Charlie? ¡Ahí me siento yo!

-Entonces propón un orden para sentarse, Doris -dijo el diablo de los números.

-Yo seguiría simplemente el orden alfabético -dijo ella-. A de Albert, B de Bettina, C de Charlie, etc. Eso sería lo más sencillo.

-Como quieras. Intentémoslo.

Robert anotó en la pizarra:



Pero los demás no estaban en absoluto de acuerdo con el orden propuesto por Doris. En la clase andaba suelto el Diablo. Bettina era la peor. Mordía y arañaba cuando alguien no quería ceder su sitio. Todo el mundo empujaba y se daba codazos. Pero, con el tiempo, ese loco juego empezó a gustarles a los cuatro. El cambio se producía cada vez más deprisa, de tal modo que Robert no daba abasto en sus anotaciones. Por fin, la banda de los cuatro hubo ensayado todos los órdenes posibles y en la pizarra ponía:

ABCD	BACD	CABD	DABC
ABDC	BADC	CADB	DACB
ACBD	BCAD	CBAD	DBAC
ACDB	BCDA	CBDA	DBCA
ADBC	BDAC	CDAB	DCAB
ADCB	BDCA	CDBA	DCBA

Menos mal que hoy no han venido todos, pensó Robert, de lo contrario no acabaríamos nunca.

Entonces se abrió la puerta y Enzo, Felicitas, Gerardo, Heidi, Ivan, Jeannine y Karol se precipitaron a entrar.

-¡No! -gritó Robert-. ¡Por favor, no! ¡No os sentéis! Voy a volverme loco.

-Está bien -dijo el diablo de los números-, lo dejaremos aquí. Podéis iros a casa. No habrá clase en las próximas horas.

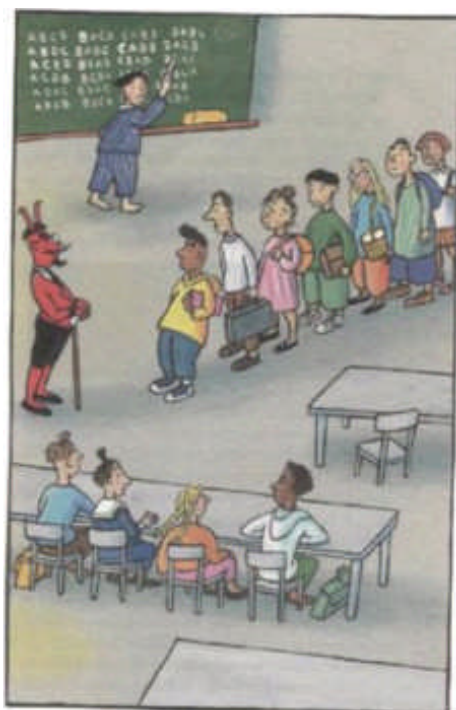
-¿Y yo? -preguntó Robert.

-Tú puedes quedarte un ratito más.

Los otros habían salido corriendo al patio. Robert miraba lo que ponía en la pizarra.

-Bien, ¿qué opinas? -preguntó el diablo de los números.

-No sé. Sólo hay una cosa clara: que son cada vez más. Cada vez más posibilidades de sentarse. Mientras sólo había dos alumnos la cosa aún funcionaba. Dos alumnos, dos posibilidades. Tres alumnos, seis posibilidades. Con cuatro ya son... un momento...: veinticuatro.



«No. ¡No, por favor! ¡No os sentéis o me volveré loco!», gritó Robert. «Bien, dejémoslo. Podéis ir os a casa», dijo el diablo de los números.

-¿Y si sólo hubiera uno?

-¡Qué tontería! Entonces, naturalmente, sólo habría una posibilidad.

-Prueba a multiplicar -dijo el anciano.

Algunas Posibilidades

1	1
2	$1 \times 2 = 2$
3	$1 \times 2 \times 3 = 6$
4	$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$

-Ajá -exclamó Robert-. Qué interesante.

-Si cada vez son más los que participan en el juego, se vuelve aburrido apuntarlos así.

También se puede hacer más corto. Se escribe el número de participantes y un signo de exclamación detrás:

$$4! = 24$$

»Se pronuncia así: ¡cuatro pum!

-Si no hubiéramos mandado a casa a Enzo, Fe-licitas, Gerardo, Heidi, Ivan, Jeannine y Karol, ¿qué crees que hubiera ocurrido?

-Una gigantesca confusión -dijo el diablo de los números-. Hubieran estado probando hasta

hartarse todas las posiciones posibles, y puedo asegurarte que hubiera sido algo endemoniada-mente largo. Contando a Albert, Bettina y Charlie hubieran sido once personas, y eso significa once pum! posibilidades de sentarse. ¿Tienes idea de cuántas posibilidades serían?

-Nadie podría calcular eso de cabeza. Pero en el colegio siempre tengo mi calculadora a mano. En secreto, claro, porque el señor Bockel no puede soportar que se trabaje con ella. Y Robert empezó a teclear:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11$$

-¡Once pum! -dijo- son exactamente 39.916.800. ¡Casi cuarenta millones!

-Ya ves, Robert, si hubiéramos tratado de hacerlo aún estaríamos aquí dentro de ochenta años. Hace mucho que tus compañeros de clase necesitarían una silla de ruedas, y tendríamos que con-tratar a once enfermeras para llevarlos de acá para allá. Pero con un poquito de Matemáticas la cosa va más rápido. Se me ocurre una cosa más. Mira por la ventana a ver si tus compañeros de clase aún están ahí.

-Creo que se habrán comprado rápidamente un helado, y ahora irán camino de casa.

-Supongo que se darán la mano al despedirse.

-Ni hablar. Como mucho dirán Adiós o Hasta luego.

-Lástima -dijo el diablo de los números-. Me gustaría saber qué ocurre si todo el mundo da la mano a todo el mundo.

-¡Para ya! Seguro que eso duraría eternamente. Es probable que haya un número gigantesco de apretones. ¡Puede que once pum! si es que son once personas.

-¡Error! -dijo el anciano.

Si son dos, reflexionó Robert, sólo se necesita un apretón de manos. Con tres...

-Mejor escríbelo en la pizarra.

Robert escribió:

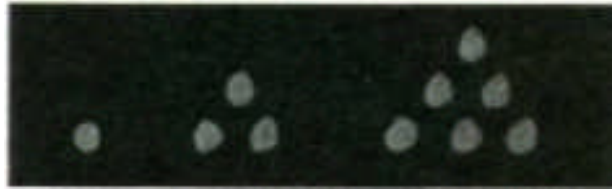
Personas: Apretones de manos:

A	—
AB	AB
ABC	AB AC BC
ABCD	AB AC AD BC BD CD

-Entonces, con dos es uno, con tres son tres, y con cuatro son ya seis apretones de manos.

-1, 3, 6... ¿no conocíamos eso?

Robert no conseguía acordarse. Entonces, el diablo de los números pintó unos cuantos puntos gruesos en la pizarra:



-¡Los cocos! -gritó Robert-. ¡Números triangulares!

-¿Y cómo siguen?

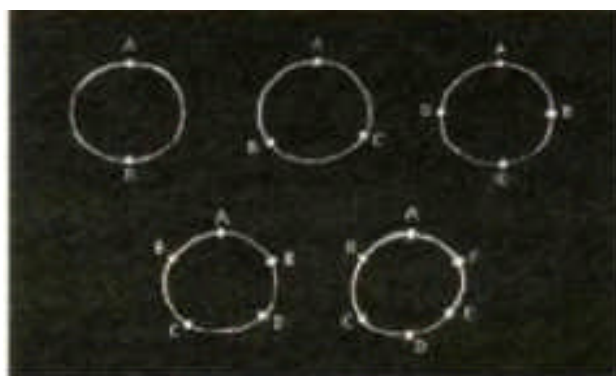
-Ya lo sabes:

$$\begin{array}{rcl}
 1 + 2 & = & 3 \\
 3 + 3 & = & 6 \\
 6 + 4 & = & 10 \\
 10 + 5 & = & 15 \\
 15 + 6 & = & 21 \\
 21 + 7 & = & 28 \\
 28 + 8 & = & 36 \\
 36 + 9 & = & 45 \\
 45 + 10 & = & 
 \end{array}$$

-Son exactamente 55 apretones de manos.

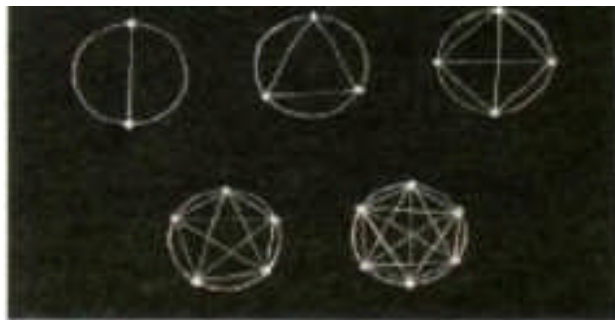
-Eso aún se puede calcular -dijo Robert.

-Si no quieres pasar tanto tiempo calculando, también puedes hacerlo de otra forma. Dibujas unos círculos en la pizarra, así:



»Luego, pones una letra más en cada nuevo círculo: A para Albert, B para Bettina, C para Charlie, etcétera.

»Luego unes las letras con líneas:



»No tiene mal aspecto, ¿verdad? Cada raya significa un apretón de manos. Puedes contarlas. -1, 3, 6, 15... Como antes -dijo Robert-. Sólo hay una cosa que no entiendo: ¿puedes explicar-me por qué contigo siempre cuadra todo?

Eso es precisamente lo demoníaco de las Matemáticas. Todo cuadra. Bueno, digamos mejor que casi todo. Porque ya sabes que los números de primera tienen sus pegas. Y también en lo demás hay que poner una atención enorme, porque de lo contrario es fácil caerse con todo el equipo. Pero, en líneas generales, en las Matemáticas la cosa discurre con bastante orden. Eso es lo que cierta gen-te odia de ellas. Pero yo no puedo soportar a los desordenados y a los chapuceros, y a ellos les pasa al revés, no soportan los números. A propósito, mira por la ventana: ¡el patio de vuestro colegio es una auténtica pocilga! Robert tuvo que admitirlo, porque en el patio había latas de coca-cola vacías, tebeos rotos y envoltorios de bocadillo por todas partes.

-Si tres de vosotros cogierais una escoba, dentro de media hora vuestro patio tendría mucho mejor aspecto.

-¿Y quiénes serían esos tres? -preguntó Robert.

-Albert, Bettina y Charlie, por ejemplo. O Doris, Enzo y Felicitas. Además, también tenemos a Gerardo, Heidi, Ivan, Jeannine y Karol.

-Pero tú dices que sólo se necesitan tres.

-Sí -objetó el diablo de los números-, pero ¿qué tres?

-Se les puede combinar a voluntad -dijo Robert.

-Sin duda. Pero ¿y si no estuvieran todos? ¿Si sólo tuviéramos a tres: Albert, Bettina y Charlie?

-Entonces tendrían que hacerlo ellos.

-¡Bien, escríbelo!

Robert escribió:

ABC

-Y si entonces llega Doris, ¿qué hacemos? Vuelve a haber varias posibilidades.



Robert reflexionó. Luego escribió en la pizarra:

ABC ABD ACD BCD

-Cuatro posibilidades -dijo.

-Pero casualmente Enzo pasa por allí. ¿Por qué no va a echar una mano? Ahora tenemos cinco candidatos. Prueba.

Pero Robert no quiso.

-Mejor dime qué va a salir -dijo desmoraliza-do.

-Está bien. Con tres personas sólo podemos formar un grupo de tres. Con cuatro personas ya hay cuatro grupos distintos, y con cinco hay diez. Te lo escribiré:

Personas	Grupos
3	ABC
4	ABC ABD ACD BCD
5	ABC ABD ABE ACD ACE ADE BCD BCE BDE

»Hay otra cosa rara en esta lista. La he ordena-do conforme al alfabeto, como ves. ¿Y cuántos grupos empiezan por Albert? Diez. ¿Cuántos por Bettina? Cuatro. Y por Charlie no empieza más que uno. En este juego aparecen una y otra vez las mismas cifras:

1, 4, 10...

»¿Adivinas cómo sigue? Quiero decir, si ahora añadimos unos cuantos más, digamos que Felicitas, Gerardo, Heidi, etc. ¿Cuántos grupos de tres saldrían?

-Ni idea -dijo Robert.

-¿Te acuerdas todavía de cómo discurremos el asunto de los apretones de manos, cuando todo el mundo se despedía de todo el mundo?

-Eso fue muy fácil, con ayuda de los números triangulares:

1, 3, 6, 10, 15, 21...

»Pero no sirve para nuestras cuadrillas de limpieza, que trabajan de tres en tres.

-No. Pero ¿qué pasa si sumas los dos primeros números triangulares?

-Sale cuatro.

-¿Y si añades el siguiente?

-Diez.

-¿Y otro más?

- $10 + 10 = 20$ .

-Ahí lo tienes.

-¿Y tengo que seguir calculando hasta llegar al decimoprimeros? Esa no es tu forma de hacer las cosas. -No te preocupes. También se puede hacer sin calcular, sin probar, sin ABCDEFGHIJK.

-¿Cómo?

-Con nuestro viejo triángulo numérico -dijo el anciano.

-¿Vas a pintarlo en la pizarra?

-No. No estoy pensando semejante cosa. Me resultaría demasiado aburrido. Pero tengo mi bastón a mano.

Tocó la pizarra con su vara, y ahí estaba el triángulo, en todo su esplendor y a cuatro colores.

-Más cómodo imposible -dijo el viejo diablo de los números-. Al estrechar las manos, simplemente cuentas los cubos verdes de arriba abajo: con dos personas un apretón de manos, con tres personas tres, con once personas 55.

»Para nuestra cuadrilla de limpieza necesitas los cubos rojos. Vuelves a contar de arriba abajo. Empiezas con tres personas, con ellas no hay más que una posibilidad. Si puedes elegir cuatro personas dispones de cuatro combinaciones, con cinco personas ya son diez. ¿Y qué pasa cuando están los once alumnos?

-Entonces son 165 -respondió Robert-. Es realmente sencillo. Este triángulo numérico es casi tan bueno como una calculadora. Pero ¿para qué sirven los cubos amarillos ?

-Oh -dijo el anciano-, ya sabes que yo no me doy fácilmente por satisfecho. Nosotros, los diablos de los números, siempre lo llevamos todo hasta el extremo. ¿Qué harás si las tres personas que tienes no son suficientes para el trabajo? Tendrás que coger cuatro. Y la fila amarilla te dirá cuántas posibilidades hay, por ejemplo, para elegir un cuarteto a partir de ocho personas.

-Setenta -dijo Robert, porque había entendido muy bien lo fácil que era sacar la respuesta del triángulo.

-Exacto -dijo el diablo de los números-. Por no hablar de los cubos azules.

-Probablemente sean los grupos de ocho. Si sólo dispongo de ocho personas, no tengo que pensar mucho. Sólo hay una posibilidad. Pero con diez candidatos ya puedo formar 45 grupos distintos. Etcétera, etcétera.

-Veo que lo has comprendido.

-Ahora sólo quisiera saber qué aspecto tiene el patio -dijo Robert.

Miró por la ventana, y he aquí que el patio estaba impecable como nunca.

-Sólo me pregunto qué tres llevarán ahora la escoba.

-En cualquier caso no eres uno de ellos, mi querido Robert -dijo el diablo de los números.

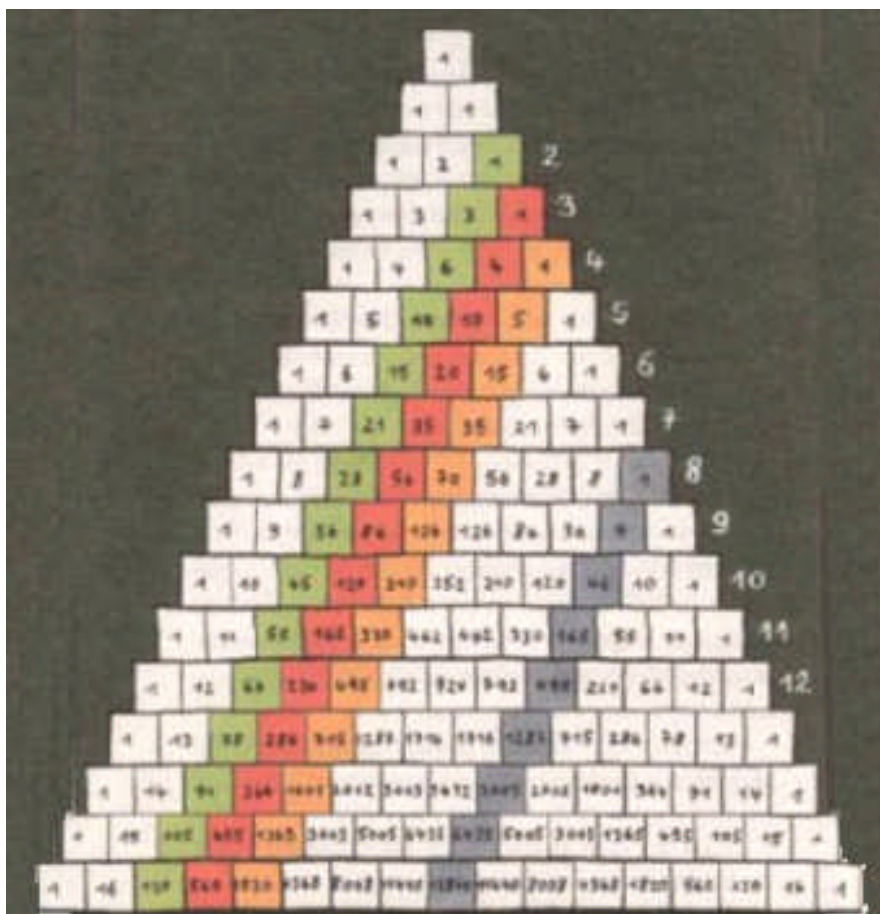
-¡Cómo voy a barrer el patio del colegio si tengo que pasarme toda la noche peleando con números y cubos!

-Admite -dijo el anciano- que te has divertido haciéndolo.

-¿Y ahora? ¿Volverás pronto?

-Antes me tomaré unas vacaciones -dijo el diablo de los números-. Entre tanto, puedes entretenerme con el señor Bockel.

Eso era algo que a Robert le apetecía bastante poco, pero ¿qué remedio le quedaba? A la mañana siguiente tenía que volver al colegio. Cuando llegó al aula, Albert, Bettina y los otros estaban ya sentados en sus sitios. Nadie estaba deseando cambiar su sitio con los otros.



-Ahí viene nuestro genio de las Matemáticas -exclamó Charlie.

-El bueno de Robert estudia incluso en sueños -le pinchó Bettina.

-¿Creéis que le va a servir de algo? -preguntó Doris.

-Yo creo que no -gritó Karol-. De todos modos el señor Bockel no le soporta.

-Y viceversa -repuso Robert-. ¡Por mí que no vuelva!

Antes de que llegara el señor Bockel, Robert echó una rápida mirada por la ventana.

Como siempre, pensó al ver el patio. ¡Un verdadero montón de basura! Uno no puede fiarse de las cosas que sueña. Solamente de los números. En ellos sí se puede confiar.

Luego entró el inevitable señor Bockel, con su maletín lleno de trenzas.

