



## Capítulo 10

### La décima noche

Robert estaba sentado en su mochila, en medio de la nieve. El frío se le estaba metiendo en los huesos, y seguía nevando. No se veía una luz, una casa, un alma por ningún sitio. ¡Era una verdadera tormenta de nieve! Además, estaba oscuro. ¡Si la cosa seguía así, menuda noche! Sentía los dedos acorchados. No tenía ni idea de dónde estaba. ¿En el Polo Norte quizá?

Helado, Robert intentó con desesperación calentarse dándose palmadas. ¡No quería morir congelado! Pero al mismo tiempo un segundo Robert estaba sentado cómodamente en su sillón de mimbre y veía cómo el otro tiritaba. Así que uno puede soñar con uno mismo, pensó.



Y entonces los copos de nieve que el viento frío de afuera soplaba en el rostro al otro Robert se hicieron cada vez más grandes, y el primero, el verdadero Robert, que estaba sentado en el cálido sillón, vio que ninguno de esos copos de nieve era igual al otro. Todos esos grandes y suaves copos eran distintos. La mayoría tenía seis puntas o rayos. Y si se miraba con más atención se veía que el dibujo se repetía: estrellas de seis puntas dentro de una estrella de seis puntas, rayos que se ramificaban en rayos cada vez más pequeños, puntas que producían otras puntas.



Entonces un dedo le dio unos golpecitos en el hombro, y una voz conocida dijo:

-¿No son maravillosos esos copos?

Era el diablo de los números, que estaba sentado tras él.

-¿Dónde estoy? -preguntó Robert.

-Un momento, voy a encender la luz -respondió el anciano.

Estrellas de seis puntas dentro de una estrella de seis puntas, rayos que se ramifican en rayos cada vez más pequeños... « ¿No son maravillosos estos copos?»

De pronto se hizo una luz radiante, y Robert se dio cuenta de que estaba sentado en un cine, una sala pequeña y elegante con dos filas de sillones rojos.

-Un pase privado -dijo el diablo de los números-. ¡Sólo para ti!

-Ya pensaba que iba a morir congelado -exclamó Robert.

-No era más que una película. Toma, te he traído una cosa.

Esta vez no era una simple calculadora de bolsillo. La cosa no era ni verde ni viscosa, y no era tan grande como un sofá, sino gris plata, con una pequeña pantalla que se podía abrir.

-¡Un ordenador! -exclamó Robert.

-Sí -dijo el anciano-. Una especie de portátil. Todo lo que tecleas aparece inmediatamente en esa pared de ahí delante. Además, puedes pintar directamente con el ratón en la pantalla del cine. Si quieres podemos empezar.

-¡Pero, por favor, nada de tempestades de nieve! Mejor calcular un poquito que morirse de frío en el Polo Norte.

-¿Por qué no tecleas unos cuantos números de Bonatschi?

-¡Tú y tu Bonatschi! -dijo Robert-. ¿Es tu favorito o qué?

Tecleó, y en la pantalla del cine apareció la serie de Bonatschi:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89...

-Ahora prueba a dividirlos -dijo el viejo maestro-. Siempre por parejas sucesivas. El mayor dividido entre el menor.

-Bien -respondió Robert. Tecleó y tecleó, curioso por saber lo que leería en la gran pantalla:

$1:1 = 1$   
 $2:1 = 2$   
 $3:2 = 1,5$   
 $5:3 = 1,6666666666...$   
 $8:5 = 1,6$   
 $13:8 = 1,625$   
 $21:13 = 1,615384615...$   
 $34:21 = 1,619047619...$   
 $55:34 = 1,617647059...$   
 $89:55 = 1,618181818...$

» ¡Es una locura! -dijo Robert-. Otra vez esos números que nunca cesan. El 18 que se muerde la cola. Y algunos de los otros tienen un aspecto completamente irrazonable.

-Sí, pero aún hay otra cosa -le hizo notar el anciano. Robert reflexionó y dijo:

-Todos esos números varían arriba y abajo. El segundo es mayor que el primero, el tercero menor que el segundo, el cuarto otra vez un poquito mayor, y así sucesivamente. Siempre arriba y abajo. Pero, cuanto más dura esto, menos se alteran.

-Exactamente. Cuando coges Bonatschis cada vez más grandes, el péndulo oscila cada vez más hacia una cifra media, que es

1, 618 033 989...

»Pero no creas que éste es el final de la historia, porque lo que sale es un número irrazonable que nunca se termina. Te aproximas a él cada vez más, pero por más que calcules nunca lo alcanzarás del todo.

-Está bien -dijo Robert-. Los Bonatschi son así. Pero ¿por qué oscilan así en torno a esa cifra en particular?

-Eso -afirmó el anciano- no tiene nada de particular. Es lo que hacen todos.

-¿Qué quieres decir con todos?

-No tienen por qué ser los Bonatschi. Tomemos dos números apestosamente normales. Dime los dos primeros que se te ocurran.

-Diecisiete y once -dijo Robert.

-Bien. Ahora por favor súmalos.

-Puedo hacerlo de cabeza: 28.

-Magnífico. Te enseñaré en la pantalla cómo sigue:

$$\begin{aligned}
 11 + 17 &= 28 \\
 17 + 28 &= 45 \\
 28 + 45 &= 73 \\
 45 + 73 &= 118 \\
 73 + 118 &= 191 \\
 118 + 191 &= 309
 \end{aligned}$$

-Comprendido -dijo Robert-. ¿Y ahora qué?

-Haremos lo mismo que hemos hecho con los Bonatschi. Dividir. ¡Repartir! Prueba tranquilamente a hacerlo.

En la pantalla aparecieron las cifras que Robert tecleaba, y lo que resultó fue esto:

$$\begin{aligned}
 17:11 &= 1,545\,454\ldots \\
 28:17 &= 1,647\,058\ldots \\
 45:28 &= 1,607\,142\ldots \\
 73:45 &= 1,622\,222\ldots \\
 118:73 &= 1,616\,438\ldots \\
 191:118 &= 1,618\,644\ldots \\
 309:191 &= 1,617\,801\ldots
 \end{aligned}$$

-Exactamente la misma cifra absurda -exclamó Robert-. No lo entiendo. ¿Es que está dentro de todos los números? ¿Funciona esto de verdad siempre? ¿Empezando por dos números cualquiera? ¿Sin importar cuáles elija?

-Sin duda -dijo el viejo maestro-. Por otra parte, si te interesa, te enseñaré qué otra cosa es 1,618... En la pantalla apareció entonces algo espantoso:

$$1,618\ldots = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\ddots}}}}}$$

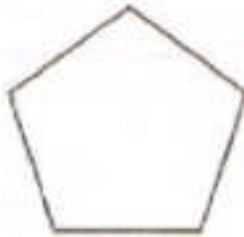
-¡Un quebrado! -gritó Robert-. ¡Un quebrado tan espantoso que a uno le duelen los ojos, y que nunca, nunca termina! Odio los quebrados. El señor Bockel los ama, nos asedia con ellos constantemente. Por favor, déjame en paz con ese monstruo.

-Que no cunda el pánico. No es más que un quebrado en cadena. Pero es fantástico que nuestro absurdo número 1,618... se pueda producir a partir de un montón de unos cada vez

más pequeños. Eso tienes que admitirlo.

-Todo lo que quieras, pero ahórrame los quebrados, especialmente aquellos que no tengan fin.

-Está bien, Robert. Sólo quería sorprenderte. Si el quebrado en cadena te molesta, haremos otra cosa. Ahora pintaré para ti un pentágono:



»Cada lado de este pentágono mide uno.

-¿Un qué? -preguntó enseguida Robert-. ¿Un metro, un centímetro o qué? ¿Quieres que lo mi-da después?

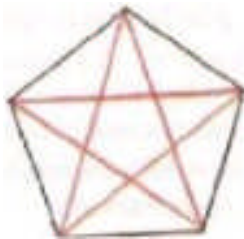
-Eso no tiene ninguna importancia.

El anciano volvía a estar ligeramente irritado.

-Digamos que cada lado del pentágono mide exactamente un cuang. ¿Podemos acordar eso entre nosotros, no? ¿De acuerdo?

-Bueno, por mí...

-Ahora pintaré una estrella roja dentro del pentágono:

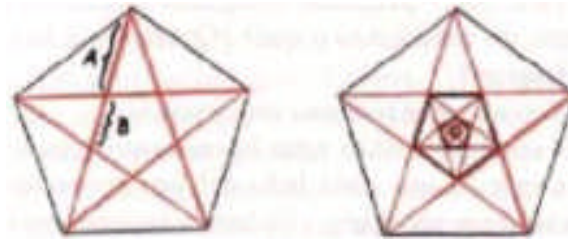


»La estrella está hecha de cinco rayas rojas. Por favor, elige una de ellas y te diré cuál es su longitud. Exactamente 1,618... cuangs, ni un poquito más ni un poquito menos.

-¡Es increíble! ¡Absoluta brujería!

Robert estaba impresionado. El diablo de los números sonrió halagado.

-Oh -dijo-, esto no es nada. Pon atención, ahora cogemos la estrella y medimos los dos trozos rojos que he señalado como A y B:



-A es un poquito más largo que B -constató Robert.

-Te diré cuánto más largo, para que no te rompas la cabeza. A mide exactamente 1,618... veces lo que mide B. Por lo demás, podríamos seguir así, ya sabes, hasta el aburrimiento, porque a nuestra estrella le pasa lo mismo que a los copos de nieve: dentro de la estrella roja hay un pentágono negro, dentro del pentágono negro una estrella roja, y así sucesivamente.

-¿Y siempre aparece ese enrevesado número irrazonable? -preguntó Robert.

-Tú lo has dicho. Si todavía no estás harto...

-No estoy en absoluto harto -aseguró Robert-. ¡Todo esto es bastante emocionante!

-Entonces trae tu portátil. Teclea esa enrevesada cifra, yo te la dictaré:

1,618 033 989...

»Bien. Ahora le restas 0,5:

1,618 033 989 - 0,5  
= 1,118 033 989

»Y lo duplicas. Es decir, multiplicas por 2:

1,118 033 989 × 2  
= 2,236 067 978

»Bien, y ahora saltas el resultado. Lo multiplicas por sí mismo. Para eso hay una tecla, la que pone x 2:

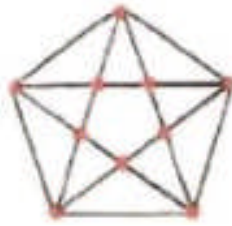
$2,236067978^2 = 5,000000000...$

-Cinco -gritó Robert-. ¡Pero no es posible! ¿Cómo es que sale cinco? ¿Exactamente cinco?

-Bueno -dijo complacido el diablo de los números-, de ese modo volvemos a tener nuestro pentágono y nuestra estrella roja de cinco puntas dentro.

-Es diabólico -dijo Robert.

-Ahora, haremos unos cuantos nudos en nuestra estrella. Haremos un nudo allá donde las líneas se corten o coincidan:



»Cuenta cuántos nudos han salido.

-Diez -dijo Robert.

-Y ahora cuenta por favor las superficies blancas.

Robert contó once.

-Ahora aún tenemos que contar el número de líneas. Todas las que unen entre sí dos nudos.

Eso llevó un ratito, porque Robert se hizo un

lío, pero por fin averiguó cuántas eran: 20 líneas.

-Exacto -dijo el anciano-. Y ahora voy a hacer un cálculo para ti:

$$10 + 11 - 20 = 1$$

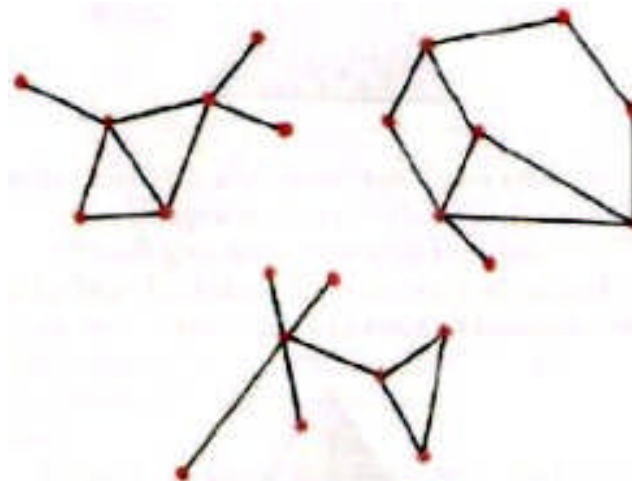
$$(N + S - L = 1)$$

»Si sumas los nudos y las superficies y les restas el número de líneas, sale uno.

-¿Y qué?

-Quizá pienses que eso solamente ocurre con nuestra estrella de cinco puntas. ¡No! La gracia está en que siempre sale uno, da igual la figura que cojas. Ya puede ser todo lo complicada e irregular que quiera. Inténtalo. Dibuja y verás.

Le dio el ordenador a Robert, y éste dibujo con el ratón en la pantalla del cine:



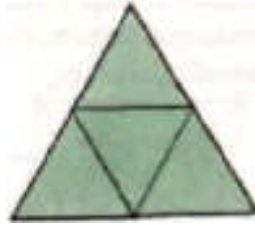
-No te molestes -dijo el anciano-. Ya he hecho la cuenta. La primera figura tiene siete nudos, dos superficies, ocho líneas. Sale  $7 + 2 - 8 = 1$ . La segunda figura  $8 + 3 - 10 = 1$ . La tercera  $8 + 1 - 8 = 1$ . ¡Siempre el mismo uno!



»Por otra parte, esto no sólo vale para figuras planas. También funciona con dados o con pirámides o con diamantes pulidos. Sólo que entonces no sale 1, sino 2.

-Me gustaría verlo.

-Esto que ves en la pantalla es una pirámide:

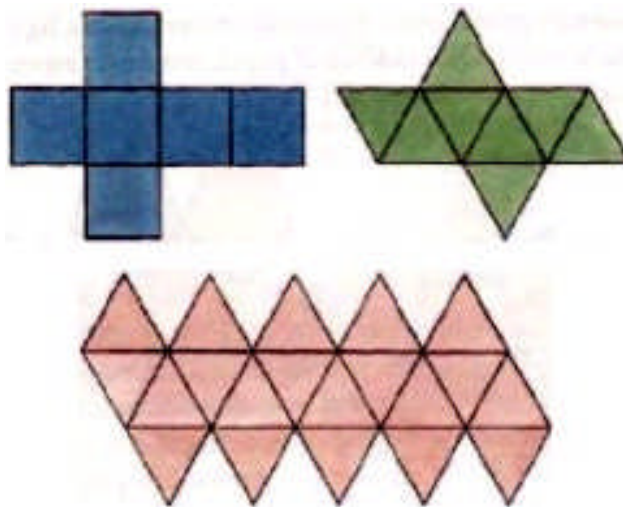


-Eso no es ni será nunca una pirámide -dijo Robert-. Eso no son más que triángulos.

-Sí, pero ¿qué pasa si los recortas y doblas? Enseguida apareció en la pantalla el resultado, sin necesidad de tijera ni cola:



-Y puedes hacer lo mismo con las siguientes figuras -dijo el anciano, y dibujó distintas estructuras en la pantalla:



¡Si no es más que eso!, pensó Robert. Ya he hecho figuras otras veces. Recortando y pegando la primera figura se hace un cubo. Pero ¿y las otras dos?

-Aquí están los objetos que salen: una especie de doble pirámide con una punta hacia arriba y otra hacia abajo y una cosa casi esférica hecha a base de veinte triángulos exactamente iguales:





»Incluso puedes construir una especie de bola a base de pentágonos. El pentágono es nuestra figura favorita. Dibujado en el papel, tiene este aspecto:



-No está mal -dijo Robert-. Quizá algún día me haga una cosa así.

-Ahora no, por favor. Ahora preferiría volver a nuestro juego con los nudos, líneas y superficies. Empecemos por el cubo, es el más sencillo:



Robert contó 8 nudos, 6 superficies, 12 líneas.

$-8 + 6 - 12 = 2$  -dijo.

-¡Siempre dos! Da igual lo torcido o complica-do que sea el objeto, siempre sale dos. Nudos más superficies menos líneas igual a dos. Regla de hierro. Sí, ardillita, eso es lo que ocurre con los cuerpos que puedes formar a base de papel. Pero también funciona con los brillantes de la sortija de tu madre. Probablemente incluso con los copos de nieve, lo que pasa es que siempre se funden antes de que termines de contar.

Mientras decía las últimas frases, la voz del anciano se había ido haciendo cada vez más débil, más algodonosa. El pequeño cine se había oscurecido, y en la pantalla empezó a nevar otra vez. Pero Robert no tuvo miedo. Sabía que estaba en un cálido cine, donde no se podía congelar aunque la vista se volviera cada vez más blanca.

Cuando despertó, se dio cuenta de que no se encontraba bajo un manto de nieve, sino bajo su grueso edredón blanco. No tenía nudos ni líneas negras, y tampoco una auténtica superficie, y des-de luego no era pentagonal. Y, naturalmente, también el hermoso ordenador plateado había desaparecido.

¿Qué pasaba con la enrevesada cifra? Uno coma seis, hasta ahí se acordaba, pero había

olvida-do el resto del infinito número.



*El que tenga paciencia y sepa manejar las tijeras y el pegamento, que intente construir modelos con las figuras triangulares, cuadradas y pentagonales de las páginas anteriores. Naturalmente, tendréis que añadirles unas lengüetas para poder pegar las figuras recortadas.*

*Si habéis terminado los cinco modelos y aún no os habéis cansado, hay un objeto especialmente refinado que podéis construir. Pero sólo si tenéis de verdad paciencia y sois muy precisos. Coged una hoja muy grande (por lo menos de 35 x 20 cm) de papel duro, pero que no sea cartón, y dibujad en ella con la mayor precisión posible la figura que está reproducida en la pág. 208: cada uno de los lados de los triángulos tiene que medir exactamente lo mismo que los otros. Podéis elegir la longitud que queráis, lo mejor son 3 o 4 cm (o un cuang). Luego, recortad la figura. Doblad hacia delante con la regla las líneas rojas y hacia atrás las azules. Luego, pegad el objeto: las lengüetas marcadas con A en el triángulo con las a, las B con las b, etcétera. ¿Qué sale? Una cosa completamente absurda formada por diez pequeñas pirámides, que podéis enroscar (¡pero con cuidado!) hacia delante o hacia atrás, y si lo hacéis os saldrá siempre un nuevo pentágono y una estrella de cinco puntas. Por lo demás, adivinad qué sale si contáis los nudos (o esquinas), las superficies y las líneas:*

$$N+S-L=?$$

