TITULO

DINAMICA DE LA PARTICULA – MOVIMIENTO CIRCULAR.

AUTORES

Santiago Prieto, Maximiliano Rodríguez, Ismael Silveira.

INTRODUCCIÓN

El trabajo consistía en el análisis de un sistema cuyo movimiento relacionaba las leyes de Newton con Movimiento Circular, primero con datos conocidos, y luego haciendo variar algunas condiciones. Nuestro objetivo principal era establecer relaciones entre las modificaciones, de manera que el sistema se mantuviera describiendo el movimiento antes mencionado.

DINÁMICA DE UNA PARTÍCULA

CINEMÁTICA Y DINÁMICA

Por nuestra experiencia diaria sabemos que el movimiento de un cuerpo es un resultado directo de sus interacciones con otros cuerpos que lo rodean. Las interacciones se describen convenientemente por un concepto matemático denominado fuerza. El estudio de la dinámica es básicamente el análisis de la relación entre la fuerza y los cambios en el movimiento de un cuerpo.
Por tanto, nos limitaremos a la observación de una sola partícula, reduciendo sus interacciones con el resto del universo a un solo término que hemos ya llamado fuerza.

DEFINICIONES

Velocidad

La velocidad promedio entre A y B está definida por la ecuación 1

$$\langle v \rangle \equiv \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (1)$$

Donde Δx es el desplazamiento de la partícula y Δt es el tiempo transcurrido. Por consiguiente la velocidad promedio durante un cierto intervalo de tiempo es igual al desplazamiento promedio por unidad de tiempo.

Aceleración

En general, la velocidad de un cuerpo es una función del tiempo. Si la velocidad permanece constante, se dice que el movimiento es uniforme... La aceleración promedio entre A y B está definida por

$$\langle a \rangle \equiv \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (2)$$

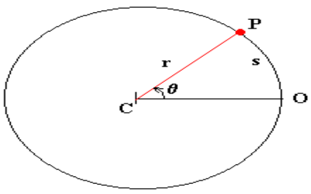
Donde Δv es el cambio en la velocidad y, como antes, Δt es el tiempo transcurrido. Luego la aceleración promedio durante un cierto intervalo de tiempo es el cambio en la velocidad por unidad de tiempo durante el intervalo de tiempo.

MOVIMIENTO CIRCULAR

Se define movimiento circular como aquél cuya trayectoria es una circunferencia. Una vez situado el origen O (representando el eje de giro a partir del cual se realiza el movimiento) de ángulos describimos el movimiento circular mediante las siguientes magnitudes.

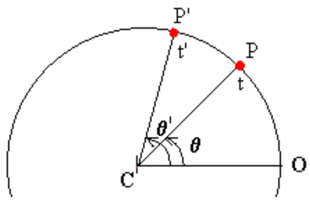
Posición angular (Θ)

En el instante t el móvil se encuentra en el punto P. Su posición angular viene dada por el ángulo Θ, que hace el punto P, el centro de la circunferencia C y el origen de ángulos O.
El ángulo Θ, es el cociente entre la longitud del arco s y el radio de la circunferencia r, Θ=s/r



Velocidad angular (ω)

En el instante t' el móvil se encontrará en la posición P' dada por el ángulo Θ'. El móvil se habrá desplazado ΔΘ=Θ'-Θ en el intervalo de tiempo Δt=t'-t comprendido entre t y t'.

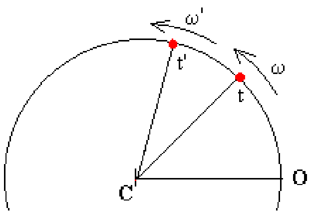


Se denomina velocidad angular media al cociente entre el desplazamiento y el tiempo.

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \qquad (3)$$

Aceleración angular (α)

Si en el instante t la velocidad angular del móvil es ω y en el instante t' la velocidad angular del móvil es ω'. La velocidad angular del móvil ha cambiado Δω=ω'-ω en el intervalo de tiempo Δt=t'-t comprendido entre t y t'.

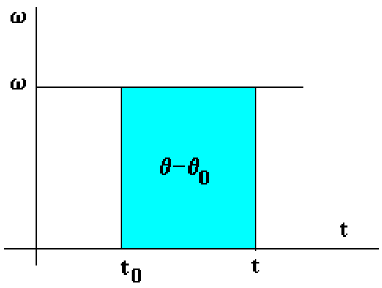


Se denomina aceleración angular media al cociente entre el cambio de velocidad angular y el intervalo de tiempo que tarda en efectuar dicho cambio.

$$\langle \alpha \rangle = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \qquad (4)$$

Movimiento circular uniforme

Un movimiento circular uniforme es aquél cuya velocidad angular ω es constante, por tanto, la aceleración angular es cero. La posición angular Θ del móvil en el instante t lo podemos calcular integrando $\Theta-\Theta_0=\omega\ (t-t_0)$ o gráficamente, en la representación de ω en función de t.



Habitualmente, el instante inicial t_0 se toma como cero

$$\alpha = 0$$

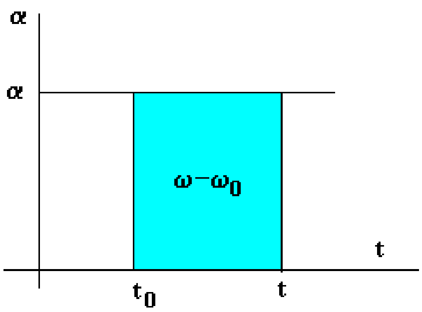
$$\omega = \text{cte}$$

$$\theta = \theta_0 + \omega t$$

Movimiento circular uniformemente acelerado

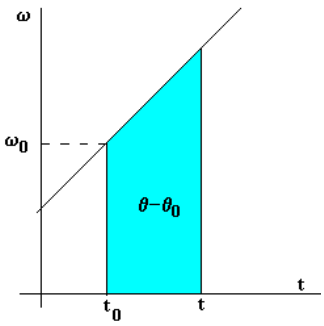
Un movimiento circular uniformemente acelerado es aquél cuya aceleración α es constante.
Dada la aceleración angular podemos obtener el cambio de velocidad angular $\omega-\omega_0$ entre los instantes t_0 y t, mediante integración, o gráficamente.

$$\omega - \omega_0 = \alpha(t - t_0) \qquad (5)$$



Dada la velocidad angular ω en función del tiempo, obtenemos el desplazamiento $\Theta-\Theta_0$ del móvil entre los instantes t_0 y t, gráficamente, o integrando

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 (t - t_0) + \tfrac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2 \qquad (6)$$



Habitualmente, el instante inicial t_0 se toma como cero.

$\alpha = \text{cte}$

$\omega = \omega_0 + \alpha t$

$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

Despejando el tiempo t en la segunda ecuación y sustituyéndola en la tercera, relacionamos la velocidad angular ω con el desplazamiento $\theta-\theta_0$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \qquad (7)$$

LEYES DE NEWTON

Ley de inercia (primera ley de Newton)

Consideremos ahora la ley de inercia, la cual establece que una partícula libre se mueve siempre con velocidad constante. Esto es, una partícula libre se mueve en línea recta con una velocidad constante o se encuentra en reposo.

Una consecuencia inmediata de la ley de inercia es que un observador inercial reconoce que una partícula no es libre cuando observa que la velocidad de la partícula deja de permanecer constante.

Definición de fuerza (Segunda ley de Newton)

Desarrollaremos nuestro concepto de fuerza definiéndolo operacionalmente.

La fuerza es una magnitud vectorial, la cual tiene la misma dirección y sentido que la aceleración.

Podemos entonces resumir todos los experimentos y definiciones en una ecuación, la ecuación fundamental de la mecánica clásica:

$$\sum F = ma \qquad (8)$$

En esta ecuación sumatoria de fuezas es la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, **m** es la masa del cuerpo y **a** la aceleración vectorial del mismo. En la mayoría de los casos a estudiar $\sum F = F_{neta}$

3ª Ley de Newton

Las fuerzas que actúan sobre un cuerpo resultan de otros cuerpos que conforman su entorno. Toda fuerza parte, por lo tanto, de la interacción mutua de 2 cuerpos.

Experimentalmente se observa que cuando un primer cuerpo, ejerce una fuerza sobre un segundo, este ejerce una fuerza sobre el primero de igual modulo y dirección, pero sentidos opuestos, una fuerza aislada es por lo tanto algo imposible.

Por consiguiente existen fuerzas de acción y reacción, las cuales permiten enunciar la tercera ley de Newton: a cada acción corresponde una reacción igual y opuesta.

Interacciones y fuerzas

El estudio de la dinámica clásica es imprescindible para comprender los conceptos fundamentales de fuerza, energía, trabajo, etc., que luego deberemos utilizar correctamente para describir y comprender los fenómenos humanos. No olvidemos que la mecánica estudia estos conceptos con independencia de la naturaleza de las interacciones que causan los procesos

Equilibrio y reposo

Una partícula se encuentra en reposo con relación a un observador inercial cuando su velocidad, medida por este observador, es cero. Una partícula se encuentra en equilibrio con respecto a un observador inercial cuando su aceleración es cero (a=0). Luego, de la ec., llegamos a la conclusión de que F=0; esto es, una partícula se encuentra en equilibrio cuando la resultante de todas las fuerzas actuantes es cero.

- Para resolver el ejemplo que se nos presentó debimos introducir definiciones de fuerzas particulares que nos ayudaron a facilitar su análisis.

FUERZA CENTRÍPETA

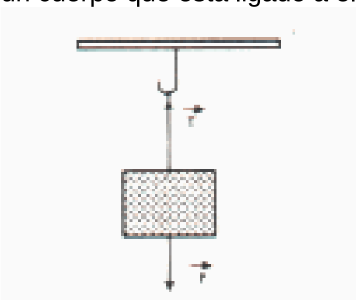
La aceleración, dirigida el centro del círculo, que tiene una partícula con movimiento circular uniforme ha de ser producida por una fuerza dirigida también hacia el centro. Como la magnitud de la aceleración normal es igual a v^2 / R, y su dirección es hacia su centro, la magnitud de la fuerza normal sobre una partícula de masa m es

$$F = ma_{\perp} = m\frac{v^2}{R} \qquad (9)$$

La fuerza que aparece en el movimiento se denomina a veces fuerza centrípeta. El término no es un afortunado, puesto que parece implicar que esta fuerza es de alguna manera diferente de las demás fuerzas ordinarias, o que el movimiento circular genera de algún modo una fuerza adicional; nada de este es correcto. El término de centrípeta se refiere al efecto de la fuerza, es decir, al hecho de que ocasionan un movimiento circular en el cual cambia la dirección de la velocidad, pero no su magnitud.

FUERZA DE TENSIÓN

Es la fuerza ejercida por una cuerda, considerada de masa despreciable e inextensible sobre un cuerpo que esta ligado a ella.



Ejercicio 12 – Practico 4 (HRK Cap. 6 Ej. 52)

Una bola de 1.34 Kg está unida a una varilla vertical rígida por medio de dos cordones sin masa, cada uno de 1.70 m de longitud. Los cordones están unidos a la varilla con una separación entre sí de 1.7 m. El sistema está girando con respecto al eje de la varilla, quedando ambos cordones tirantes y formando un triángulo equilátero con la varilla, como se muestra en la figura. La tensión en el cordón superior es de 35.0 N.
a) Halle la tensión en el cordón inferior.
b) Calcule la fuerza neta sobre la bola en el instante mostrado en la figura.
c) ¿Cuál es la velocidad de la bola?

RESOLUCION DEL PROBLEMA

Primero establecimos un sistema de referencia que nos permitió definir sentidos y direcciones de los movimientos sucedidos en el sistema, dividiéndolos en coordenadas verticales y horizontales. Después definimos un ángulo θ constante, a partir del triángulo equilátero que formaba el sistema. Luego observamos que el movimiento en la dirección vertical era nulo, ya que la altura de la bola se mantenía constante, de lo que se obtiene la siguiente ecuación:

$T_1 sen\theta - T_2 sen\theta - mg = 0$, por lo que, despejando, calculamos:

$$\boxed{T_2 = \frac{T_1 sen\theta - mg}{sen\theta}}.$$

En la dirección horizontal del sistema actuaban las fuerzas que transformaban al movimiento en un movimiento circular, es decir, que las componentes horizontales de las tensiones superior e inferior sumadas determinaban la FUERZA CENTRÍPETA $(F_{cp} = m.a_{cp})$. De ese razonamiento surge:

$T_1 \cos\theta + T_2 \cos\theta = ma_{cp}$, entonces: $a_{cp} = \dfrac{T_1 \cos\theta + T_2 \cos\theta}{m}$

A su vez, sabíamos del curso que $a_{cp} = \dfrac{v^2}{R}$, y si igualamos ambas ecuaciones:

$\dfrac{T_1 \cos\theta + T_2 \cos\theta}{m} = \dfrac{v^2}{R}$, entonces, si despejamos la velocidad: $\boxed{v = \sqrt{\dfrac{T_1 \cos\theta + T_2 \cos\theta}{m}.R}}$.

Para calcular la Fuerza Neta en el sistema tuvimos en cuenta el mismo razonamiento que en la parte anterior, ya que la fuerza que mantiene girando un sistema con movimiento circular actúa como fuerza centrípeta. Ya habíamos calculado la aceleración, entonces, la fuerza neta es igual a la fuerza centrípeta. Y se deduce la ecuación:

$F_N = \dfrac{m.(T_1 \cos\theta + T_2 \cos\theta)}{m}$ y cancelando $\boxed{F_N = T_1 \cos\theta + T_2 \cos\theta}$

Conclusiones

- Las tensiones se adaptan al estado del movimiento del sistema y son directamente proporcionales entre sí
- La velocidad se adapta a la variación de las tensiones y de la masa
- La tensión superior es directamente proporcional a la masa
- Existen valores para los cuales las ecuaciones son coherentes matemáticamente, mas no físicamente

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. http://www.biopsychology.org/apuntes/mecanica/mecanica1.htm
2. Resnick Tomo 1
3. http://newton.cnice.mec.es/4eso/mcu/mcu32.htm?2&1
4. www.monografias.com
5. http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinematica/circular/circular.htm