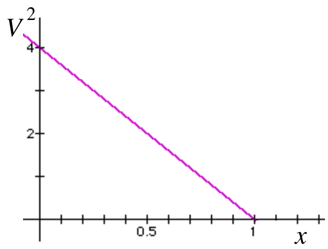
CINEMÁTICA:
MOVIMIENTO RECTILÍNEO,
CONCEPTOS BÁSICOS Y GRÁFICAS

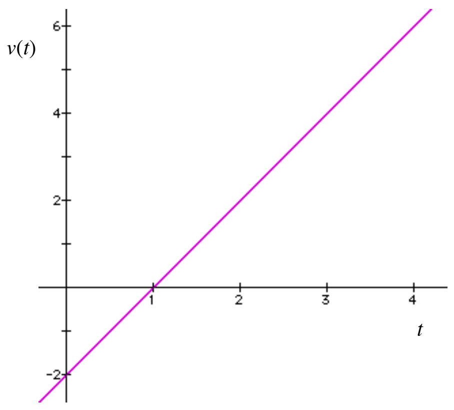
Dada la dependencia de la velocidad con la posición en un movimiento rectilíneo mostrada por la siguiente gráfica, determinar la dependencia con el tiempo de la aceleración, velocidad y posición del móvil, sabiendo que $x(0) = 0.75$ m.

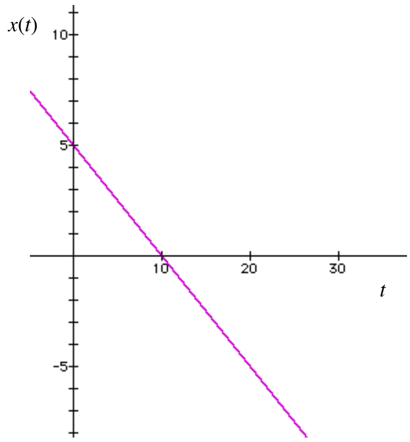


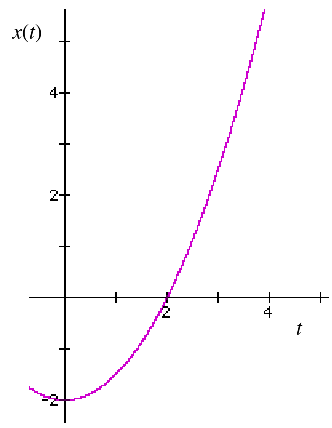
Solución: I.T.I. 95

Texto solución

Tres partículas describen movimientos unidimensionales estando representadas en las gráficas algunas de sus características. Determinar en cada caso: x_0, x, v_o, v, a y tipo de movimiento. Representar en cada caso $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$.



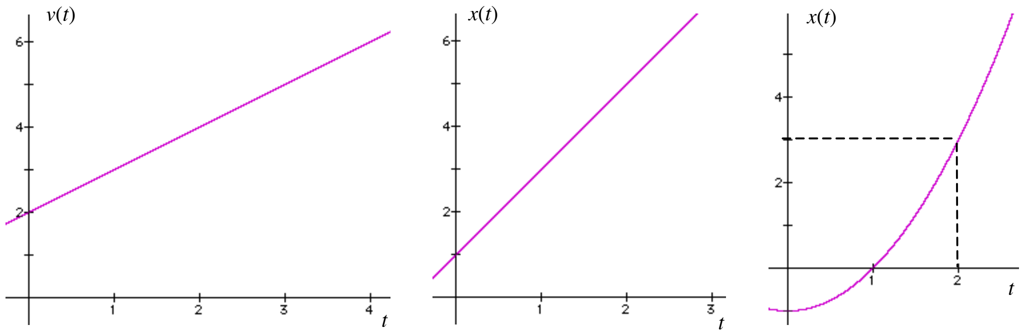




Solución: I.T.I. 93

Texto solución

Tres partículas describen movimientos unidimensionales estando representadas en las gráficas algunas de sus características. Determinar en cada caso: x_0, x, v_o, v y tipo de movimiento. Representar en cada caso $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$.



Solución: **I.T.I. 98, 05**

La primera gráfica representa un movimiento rect. unif. acelerado ya que la aceleración, representada por la pendiente, es constante. De la gráfica obtenemos que:

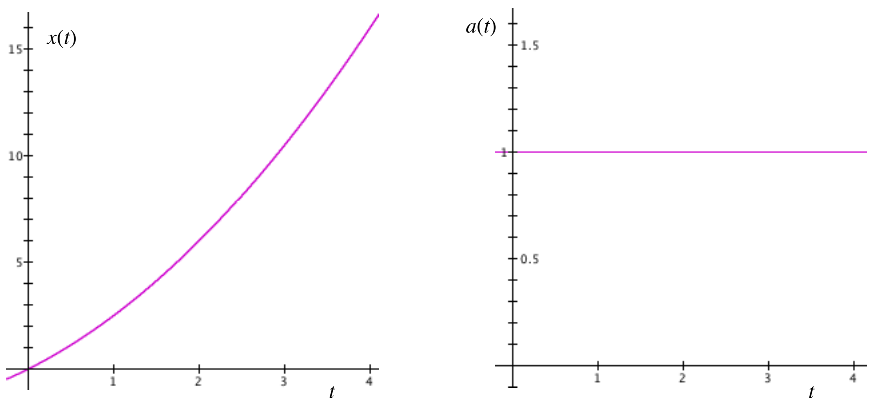
$$v(t) = 2 + t \quad \Rightarrow \quad v_0 = 2 \text{ m/s} \quad , \quad a = 1 \text{ m/s}^2$$

La ecuación para la posición con el tiempo será:

$$x(t) = x_0 + 2t + \frac{1}{2}t^2$$

donde la posición inicial x_0 nos es desconocida.

Las graficas serán (tomando $x_0 = 0$):

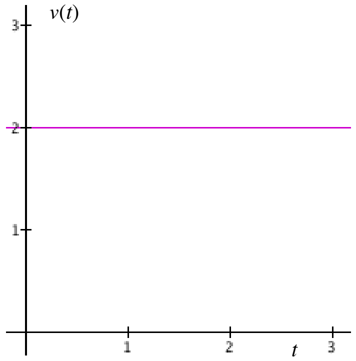


La segunda gráfica representa un movimiento rect. uniforme ya que la velocidad, representada por la pendiente, es constante. De la gráfica obtenemos que:

$$x(t) = 1 + 2t \quad \Rightarrow \quad x_0 = 1 \text{ m} \quad , \quad v_0 = 2 \text{ m/s}$$

La ecuación para la velocidad con el tiempo será: $v(t) = 2$

La gráfica será:



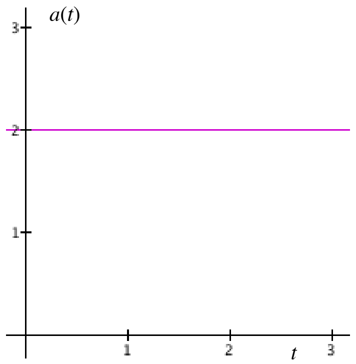
La tercera gráfica representa un movimiento rect. unif. acelerado ya que se trata de una parábola (polinomio de segundo grado en *t*). De la gráfica obtenemos que:

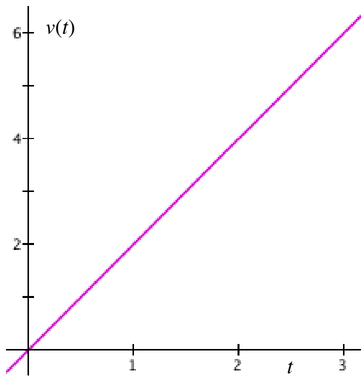
$$x(t) = -1 + t^2 \quad \Rightarrow \quad x_0 = -1 \text{ m} \quad , \quad v_0 = 0 \text{ m/s} \quad , \quad a = 2 \text{ m/s}^2$$

La ecuación para la velocidad con el tiempo será:

$$v(t) = 2t$$

Las graficas serán:





Un punto recorre la mitad del camino con la velocidad v_0. La parte restante la hace a una velocidad v_1 la mitad del tiempo, y a la velocidad v_2 el trayecto final. Determinar la velocidad media del punto durante el recorrido.

Solución: I.T.T. 97, 03

Si llamamos d a la longitud del camino el tiempo que invierte en recorrer la primera mitad será:

$$\Delta t_1 = \frac{d/2}{v_0}$$

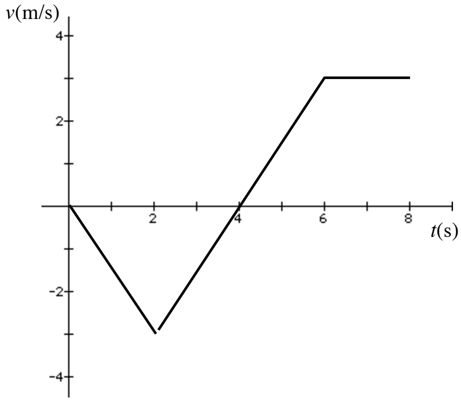
En la segunda mitad emplea un tiempo Δt_2 a velocidad v_1 y el mismo tiempo a velocidad v_2 con lo que tenemos que:

$$\frac{d}{2} = (v_1 + v_2)\Delta t_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta t_2 = \frac{d/2}{v_1 + v_2}$$

Aplicando la definición de velocidad media tenemos que:

$$v_m = \frac{d}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_2} = \boxed{\frac{2v_0(v_1 + v_2)}{2v_0 + v_1 + v_2}}$$

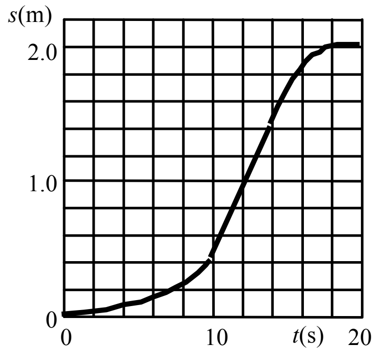
La gráfica de v frente a t muestra el movimiento rectilíneo de una partícula. Para $t = 0$ la partícula se encontraba en el origen. a) Trazar la gráfica de la aceleración en función del tiempo. b) Calcular la aceleración media en el intervalo de 2 a 8 segundos. c) Calcular la aceleración instantánea en $t = 4$s.



Solución: **I.T.I. 97**

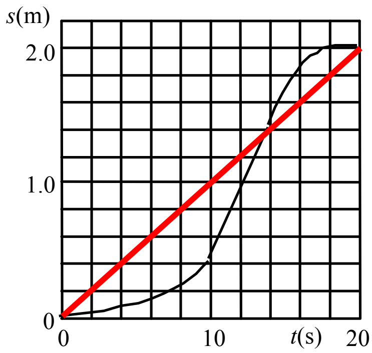
Texto solución

Un punto se mueve en línea recta en un mismo sentido. La figura muestra gráficamente la distancia s recorrida por él en función del tiempo t. Hallar con ayuda de la gráfica. a) la velocidad media del punto durante todo su desplazamiento, b) la velocidad máxima, c) el instante t_0 en el cual la velocidad instantánea es igual a la velocidad media durante los primeros t_0 segundos.



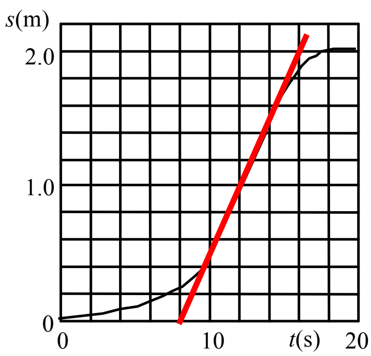
Solución: I.T.T. 97, 03

a) Aplicando la definición:



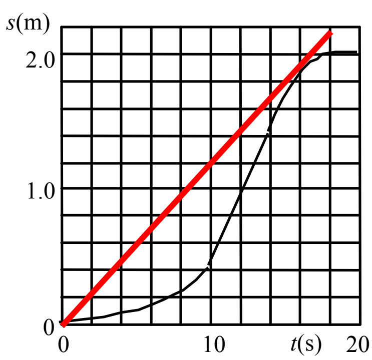
$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \boxed{0.1\ \text{m/s}}$$

b) Se corresponderá con la pendiente máxima en la gráfica, que se alcanza a los 12 s:



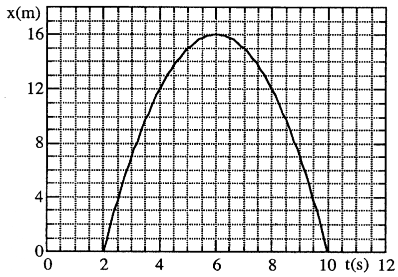
$$v = \frac{dx}{dt} = \boxed{0.25\ \text{m/s}}$$

c) Si la velocidad media entre 0 y t_0 es igual a la velocidad instantánea en t_0 eso quiere decir que la secante a la curva en dichos instantes debe tener una pendiente igual a la tangente a la curva en el instante t_0. Debemos buscar por lo tanto una tangente a la curva que pase por el origen de tiempos. De la siguiente gráfica se deduce que:



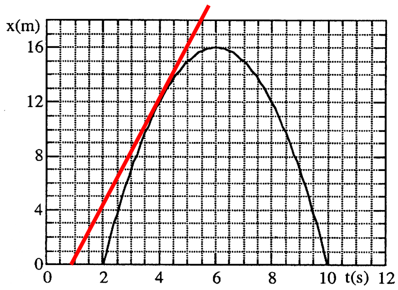
$$\boxed{t_0 = 16\ \text{s}}$$

Una partícula describe el movimiento unidimensional representado en la figura. Determinar gráficamente la velocidad instantánea para t = 4s. ¿En qué momento la velocidad instantánea se anula?. ¿Cuál es la velocidad media en el intervalo entre 2 y 10 segundos?. Si la gráfica representa una parábola determinar las ecuaciones del movimiento $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$ y representar gráficamente las dos últimas.



Solución: I.T.I. 01, 04, I.T.T. 01, 04

Para determinar gráficamente la velocidad instantánea en t = 4s trazamos una recta tangente a la gráfica en dicho tiempo:



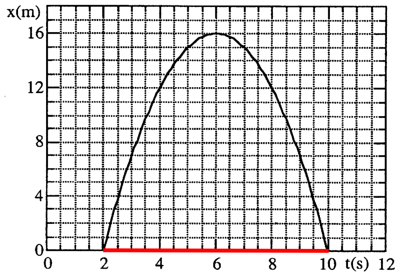
La pendiente de dicha tangente es el valor de la velocidad instantánea que nos piden:

$$v(4) = pendiente = \frac{(18-0)\,\mathrm{m}}{(5.5-1)\,\mathrm{s}} = \boxed{4\ \mathrm{m/s}}$$

Cuando la coordenada x alcanza un máximo la pendiente, que es la velocidad instantánea, se anula. Esto ocurre para

$$\boxed{v = 0 \text{ en } t = 6\ \mathrm{s}}$$

Para calcular la velocidad media en el intervalo entre 2 y 10 segundos, unimos los puntos de la curva correspondientes a dichos tiempos y calculamos la pendiente de la recta:



$$v_m = pendiente = \frac{(0-0)\,\mathrm{m}}{(10-2)\,\mathrm{s}} = \boxed{0\ \mathrm{m/s}}$$

Como el móvil ha vuelto a su posición inicial es lógico que la velocidad media resulte ser nula.

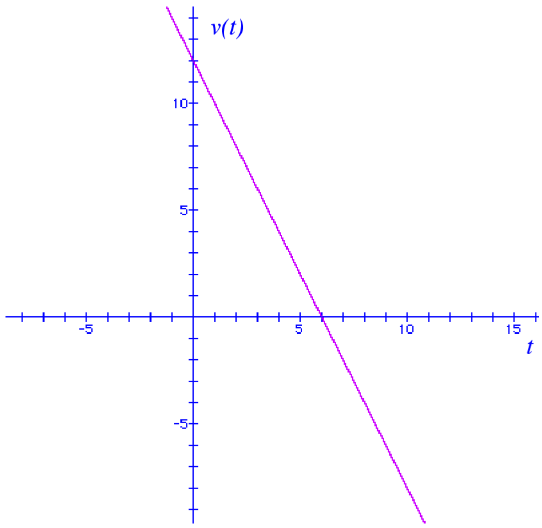
Nota: Algunos libros introducen el concepto de **rapidez** para referirse al módulo de la velocidad (cantidad siempre positiva). Si nos hubiesen preguntado por la **rapidez media** en el intervalo entre 2 y 10 segundos habría que haber hecho el cociente entre la distancia recorrida, 32m (el móvil sale del origen llega hasta x = 16m y vuelve) y el tiempo transcurrido, 8s, dando como resultado 4 m/s.

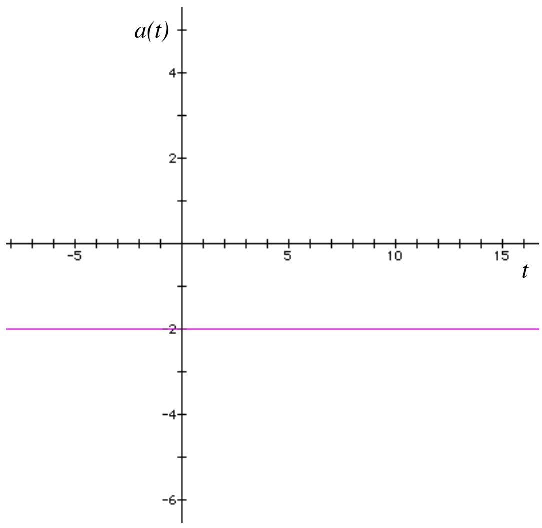
La parábola representada en la figura tendrá como ecuación: $x = c_1 t^2 + c_2 t + c_3$, donde las constantes c_1, c_2 y c_3 las podemos encontrar a partir de la gráfica utilizando algunos puntos:

$$\left.\begin{array}{l} x(2)=0 \\ x(6)=16 \\ x(10)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{x(t)=-t^2+12t-20}$$

Para la velocidad tendremos: $v(t)=\dfrac{dx}{dt}=\boxed{-2t+12}$

Para la aceleración: $a(t)=\dfrac{dv}{dt}=\boxed{-2}$





(Las unidades utilizadas en el problema son las del S.I.)

Un automóvil, partiendo de una velocidad inicial cero, se desplaza por un camino recto, primero con una aceleración de 5 m/s^2, luego con una velocidad uniforme, y finalmente reduciendo la velocidad con la misma aceleración se detiene. En todo el proceso invierte 25 s y su velocidad media fue de 72 km/h. ¿Durante cuánto tiempo el automóvil mantuvo constante su velocidad?

Solución: I.T.I. 97, I.T.T. 97, 03

Durante los procesos de aceleración y frenado invertirá el mismo tiempo Δt_1 ya que la aceleración es la misma pero de sentido contrario. Llamemos Δt_2 al tiempo invertido en el movimiento con velocidad constante. Los desplazamientos realizados en cada tramo serán:

Tramo acelerado: desplazamiento: $\Delta x_1 = \frac{1}{2} a \left(\Delta t_1\right)^2$, velocidad final: $v_1 = a \Delta t_1$

Tramo a velocidad cte.: desplazamiento: $\Delta x_2 = v_1 \Delta t_2 = a \Delta t_1 \Delta t_2$

Tramo decelerado: desplazamiento: $\Delta x_3 = v_1 \Delta t_1 - \frac{1}{2} a \left(\Delta t_1\right)^2 = \frac{1}{2} a \left(\Delta t_1\right)^2$

Tiempo total invertido: $\Delta t = 2\Delta t_1 + \Delta t_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta t_1 = \frac{\Delta t - \Delta t_2}{2}$

Distancia total recorrida: $d = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = a \Delta t_1 \left(\Delta t_1 + \Delta t_2\right) = \frac{a}{4}\left[\left(\Delta t\right)^2 - \left(\Delta t_2\right)^2\right]$

La velocidad media será:

$$v_m = \frac{d}{\Delta t} = \frac{a}{4} \frac{\left[\left(\Delta t\right)^2 - \left(\Delta t_2\right)^2\right]}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t_2 = \sqrt{\left(\Delta t\right)^2 - \left(\frac{4 v_m \Delta t}{a}\right)} = \boxed{15 \text{ s}}$$

Un automóvil parte del reposo con una aceleración de 4 m/s^2 durante 4 s. En los siguientes 10 s tiene un movimiento uniforme. Después se aplican los frenos y el auto desacelera a razón de 8 m/s^2 hasta que se detiene. a) Haga una gráfica de la velocidad en función del tiempo. b) Verifique que el área limitada por la curva de velocidad y el eje del tiempo sea una medida de la distancia total recorrida. El movimiento del auto es rectilíneo.

Solución: I.T.I. 96, 00

Texto solución

Se observa que una partícula en el instante $t = 0$ está en la coordenada de posición $x_0 = 5$ m y se mueve con una velocidad $v_0 = 20$ m/s. La partícula sufre una desaceleración constante (es decir una aceleración en la dirección opuesta a la velocidad). Si después de 10 s se observa que la partícula tiene una velocidad v = 2 m/s, ¿cuál es su aceleración?. ¿Cuál es la función de la posición?. ¿Cuánto tiempo habrá transcurrido antes de que la partícula regrese a x = 5 m?

Solución: I.T.T. 92, 96, 00

Texto solución

El maquinista de un tren de viajeros que lleva una velocidad de 30 m/s ve un tren de mercancías cuyo furgón de cola se encuentra 200 m delante en la misma vía. El tren de mercancías avanza en el mismo sentido que el de viajeros con una velocidad de 10 m/ s. El maquinista del tren de viajeros aplica inmediatamente los frenos, produciendo una deceleración constante de 1 m/s^2, mientras que el tren de mercancías continúa su marcha a velocidad constante. a) ¿Chocarán ambos trenes? b) En caso de producirse el choque ¿dónde tendrá lugar?

Solución: I.T.I. 93

Texto solución

Un automovilista viaja a 18 m/s cuando ve delante un venado en el camino a una distancia de 38 m. a) Si la desaceleración máxima del vehículo es de 4.5 m/s^2, ¿cuál es el tiempo de reacción máxima Δt del automovilista que le permitirá evitar golpear al venado?. b) Si este tiempo de reacción es de 0.30 s, ¿cuán rápido viajará cuando golpee al ciervo?

Solución: I.T.T. 92, 96, 00

Texto solución

Dos partículas A y B se mueven sobre una recta en el mismo sentido con movimiento uniformemente acelerado . Cuando $t = 0$ sus respectivas velocidades son 1 m/s y 3 m/s, sus aceleraciones respectivas son 2 m/s^2 y 1 m/s^2 y A está 1.5 m por delante de B. Calcular cuándo y dónde se encontrarán.

Solución: I.T.I. 96

Texto solución

En $t = 0$ un auto está detenido en un semáforo. Al encenderse la luz verde, el coche acelera a razón cte. hasta alcanzar 20 m/s, 8 s después de arrancar. El auto continua con velocidad cte. durante 40 m. Luego el conductor ve un semáforo en rojo y frena a ritmo cte. El auto para en el semáforo a 180 m de donde estaba en $t = 0$. Dibujar curvas *x-t, v-t, a-t* para el movimiento del coche.

Solución: I.T.I. 03, I.T.T. 04

Situemos el origen de coordenadas en el semáforo. Llamemos v_1 a la velocidad alcanzada al final del primer tramo cuando el cronómetro marca $t_1 = 8$ s. La aceleración en el primer tramo será:

$$a_1 = \frac{v_1 - 0}{t_1 - 0} = 2.5 \text{ m/s}^2$$

La posición del auto a lo largo de dicho primer tramo será:

$$x(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2$$

en concreto al final de dicho primer tramo el auto estará situado en:

$$x_1 = x(t_1) = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = 80 \text{ m}$$

En el segundo tramo se desplaza a velocidad constante durante un desplazamiento:

$$x_2 - x_1 = 40 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad x_2 = 120 \text{ m}$$

El tiempo invertido en dicho movimiento será:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{x_2 - x_1}{v_1} = 2 \text{ s} \quad \Rightarrow \quad t_2 = 10 \text{ s}$$

En el tercer tramo el auto frena a un ritmo constante parándose ($v_3 = 0$) en $x_3 = 180$ m, con lo que la aceleración a_3 la podemos obtener de:

$$v_3^2 = v_1^2 + 2a_3(x_3 - x_2) \quad \Rightarrow \quad a_3 = \frac{v_3^2 - v_1^2}{2(x_3 - x_2)} = -\frac{10}{3}\ \mathrm{m/s^2}$$

El tiempo que marca el cronómetro al detenerse el auto será:

$$t_3 - t_2 = \frac{v_3 - v_1}{a_3} = 6\ \mathrm{s} \quad \Rightarrow \quad t_3 = 16\ \mathrm{s}$$

Y la posición del auto a lo largo de dicho tramo vendrá dada por:

$$x(t) = x_2 + v_1(t - t_2) + \frac{1}{2}a_3(t - t_2)^2$$

Con todos estos datos podemos ya dibujar las curvas del movimiento del auto: