PROBLEMAS RESUELTOS MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

CAPITULO 4 FISICA TOMO 1

Cuarta y quinta edición

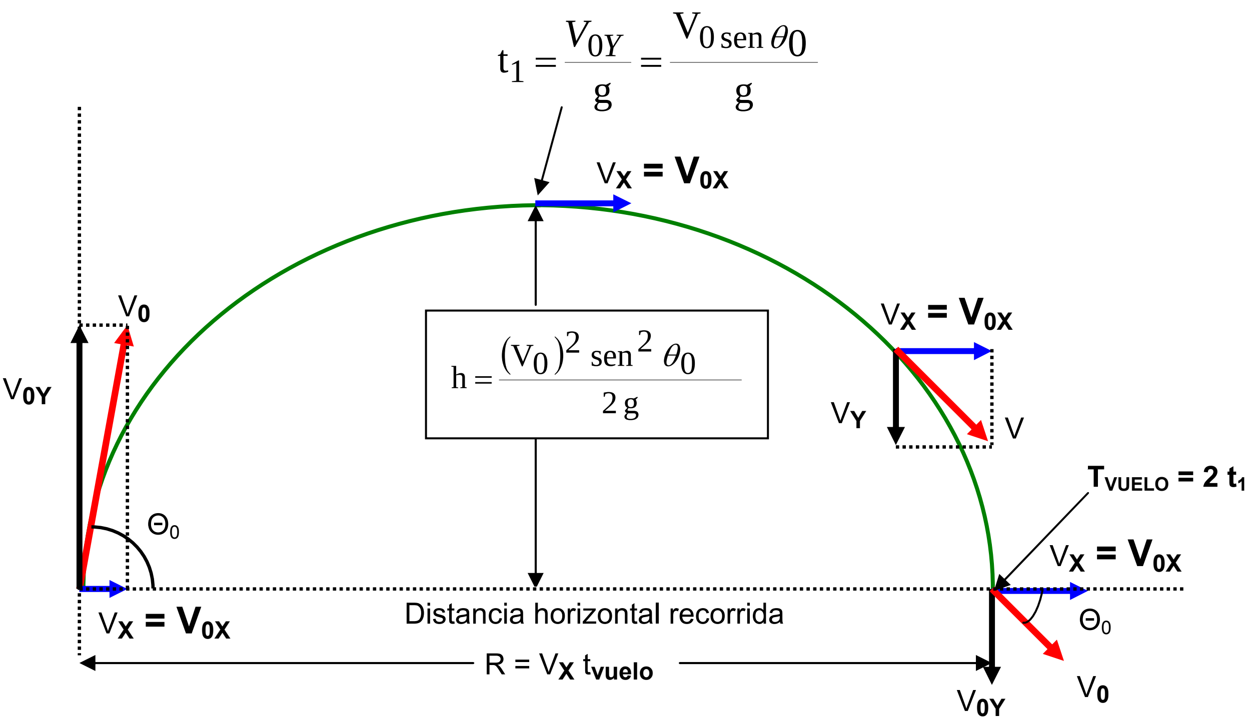
Raymond A. Serway

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

Erving Quintero Gil
Ing. Electromecánico
Bucaramanga – Colombia
2006

quintere@hotmail.com
quintere@gmail.com
quintere2006@yahoo.com

ALCANCE HORIZONTAL Y ALTURA MAXIMA DE UN PROYECTIL



Un proyectil disparado desde el origen en t = 0 con una velocidad inicial $\mathbf{V_0}$. La altura máxima del proyectil es h y su alcance horizontal es R. En el punto más alto de la trayectoria, la partícula tiene coordenadas (R/2, h).

Supóngase que un proyectil se lanza desde el origen en t = 0 con una componente V_Y positiva, hay dos puntos especiales que es interesante analizar:

El máximo que tiene coordenadas (R/2, h) y el punto que tiene coordenadas (R,0). La distancia **R** se conoce como alcance horizontal del proyectil y **h** es su altura máxima.

Se encuentra **h** y **R** en función de $\mathbf{V_0, \Theta, g}$.

Se puede determinar **h** al observar que en la altura máxima $\mathbf{V_Y = 0}$. En consecuencia, puede usarse la **ecuación 4.11** para determinar el tiempo $\mathbf{t_1}$ necesario para llegar a la altura máxima.

Ecuación 4.11 $\mathbf{V_Y = V_{Y0} - g\ t}$

$\mathbf{V_Y = V_0\ \text{sen}\ \Theta_0 - g\ t}$

Despejando el tiempo

$\mathbf{V_Y + g\ t = V_0\ \text{sen}\ \Theta_0}$

$g\ t = V_0\ \text{sen}\ \Theta_0 - V_Y$ pero $V_Y = 0$

$g\ t = V_0\ \text{sen}\ \Theta_0$

$$t_1 = \frac{V_0\ \text{sen}\ \theta_0}{g}$$

Al sustituir esta expresión para t_1 en la **ecuación 4.13** y reemplazando **y** con **h,** se obtiene **h** en función de V_0, Θ.

Componente de posición vertical

$$Y = (V_{0Y})\,t_1 - \frac{1}{2} g\, t_1^2$$

pero: $t_1 = \dfrac{V_0 \ \operatorname{sen}\theta_0}{g}$ $\qquad t_1^2 = \left(\dfrac{V_0 \ \operatorname{sen}\theta_0}{g}\right)^2$ $\qquad$ **$V_{0Y} = V_0$ sen Θ_0** $\qquad$ **Y = h**

Reemplazando

$$Y = (V_{0Y})\,t_1 - \frac{1}{2} g\, t_1^2$$

$$h = (V_0 \ \operatorname{sen}\theta_0)\left(\frac{V_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}\right) - \frac{1}{2}\, g \left(\frac{V_0 \ \operatorname{sen}\theta_0}{g}\right)^2$$

$$h = (V_0 \ \operatorname{sen}\theta_0)\left(\frac{V_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}\right) - \frac{1}{2}\, g \ \frac{(V_0)^2 \ \operatorname{sen}^2\theta_0}{g^2}$$

$$h = (V_0 \ \operatorname{sen}\theta_0)\left(\frac{V_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}\right) - \frac{(V_0)^2 \ \operatorname{sen}^2\theta_0}{2\,g}$$

$$h = \left(\frac{(V_0)^2 \operatorname{sen}^2\theta_0}{g}\right) - \frac{(V_0)^2 \ \operatorname{sen}^2\theta_0}{2\,g}$$

$$h = \frac{2(V_0)^2 \operatorname{sen}^2\theta_0 - (V_0)^2 \operatorname{sen}^2\theta_0}{2g}$$

$$h = \frac{(V_0)^2 \operatorname{sen}^2\theta_0}{2g}$$

El alcance **R,** es la distancia horizontal recorrida en el doble de tiempo necesario para alcanzar la altura máxima, es decir, en el tiempo 2t.

$$Y = (V_{0Y})\,t_1 - \frac{1}{2} g\, t_1^2 \quad \text{pero: } Y = 0$$

$$0 = (V_{0Y})\,t_1 - \frac{1}{2} g\, t_1^2$$

$$(V_{0Y})\,t_1 = \frac{1}{2} g\, t_1^2 \quad \text{Cancelando } t_1$$

$$(V_{0Y}) = \frac{1}{2} g\, t_1 \quad \text{despejando } t_1$$

$t_1 = \dfrac{2 \ V_{0Y}}{g}$ pero: **$V_{0Y} = V_0$ sen Θ_0**

$$t_1 = \frac{2\ V_0 \text{ sen } \theta_0}{g}$$ Se le denomina tiempo de vuelo del proyectil

$$t_{VUELO} = \frac{2\ V_0 \text{ sen } \theta_0}{g}$$

El alcance **R,** es la distancia horizontal recorrida

$R = V_X\ t_{VUELO}$

Pero: $V_X = V_{0X} = V_0 \cos \Theta$ $$t_{VUELO} = \frac{2\ V_0 \text{ sen } \theta}{g}$$

$R = V_X\ t_{VUELO}$

$R = V_0 \cos \Theta\ t_{VUELO}$

$$R = V_0\ \cos\theta \left(\frac{2\ V_0 \text{ sen } \theta}{g} \right)$$

$$R = \frac{2\ \text{sen } \theta\ \cos\theta\, (V_0)^2}{g}$$

pero: **$2 \text{ sen } \Theta \cos \Theta = \text{sen } 2\ \Theta$**

$$R = \frac{\text{sen } 2\theta\ (V_0)^2}{g}$$

Ejemplo 4.5 Donde pone el ojo pone la bala. Pág. 81 del libro serway cuarta edición

En una conferencia demostrativa muy popular, un proyectil se dispara contra un blanco de tal manera que el primero sale del rifle al mismo tiempo que el blanco se deja caer en reposo, como muestra la figura 4.9. Se demostrara que si el rifle esta inicialmente dirigido hacia el blanco estacionario, aun así el proyectil hará diana.

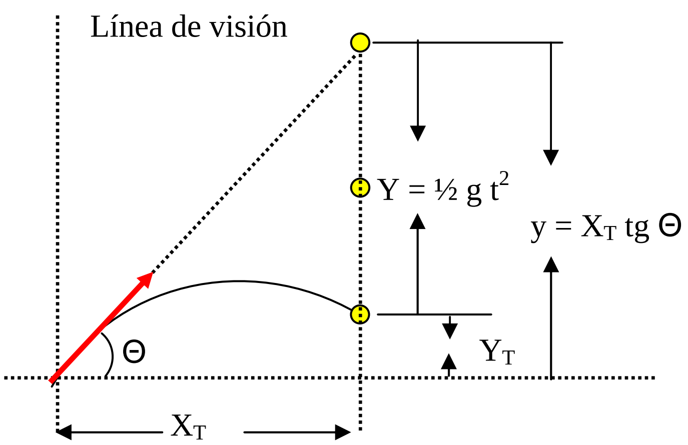


FIGURA 4.9

Razonamiento y solución

Se puede argumentar que el choque resultara bajo las condiciones establecidas observando que tanto el proyectil como el blanco experimentan la misma aceleración **$a_Y = - g$** tan pronto como se liberan. Primero observe en la figura 4.9 que la coordenada **y** inicial del blanco es **X_T tgΘ** y que disminuye a lo largo de una distancia **½ g t^2** en un tiempo **t.** En consecuencia, la coordenada **y** del blanco como una función del tiempo es, según la ecuación 4.14.

$$y = X_T \ \mathrm{tg}\,\theta$$

Ver figura 4.9

$$y = X_T \ \mathrm{tg}\,\theta = Y_T + Y$$ Pero **Y = ½ g t^2**

$$X_T \ \mathrm{tg}\,\theta = Y_T + \frac{1}{2} g\, t^2$$ Despejamos Y_T

$$X_T \ \mathrm{tg}\,\theta - \frac{1}{2} g \ y^2 = Y_T$$

Si después de esto se escriben las ecuaciones para **x** y **y** correspondientes a la trayectoria del proyectil a lo largo del tiempo, utilizando las ecuaciones 4.12 y 4.13 en forma simultanea, se obtiene

COMPONENTE DE POSICION HORIZONTAL

$X = v_X * t$

X = (v_0 cos Θ) t ECUACION 4.12

COMPONENTE DE POSICION VERTICAL

$$Y = \left(V_{0Y}\right) t - \frac{1}{2} \ g \ t^2$$

$$Y = V_0 \ \mathrm{sen}\,\theta \ t - \frac{1}{2} \ g \ t^2$$

$$Y_P = V_0 \ \mathrm{sen}\,\theta \ t - \frac{1}{2} \ g \ t^2$$

PERO: X_T = (v_0 cos Θ) t Despejamos t

$$t = \frac{X_T}{V_0 \ \cos\theta}$$

Reemplazando en la ecuación anterior

$$Y_P = V_0 \ \mathrm{sen}\,\theta \ t - \frac{1}{2} \ g \ t^2$$

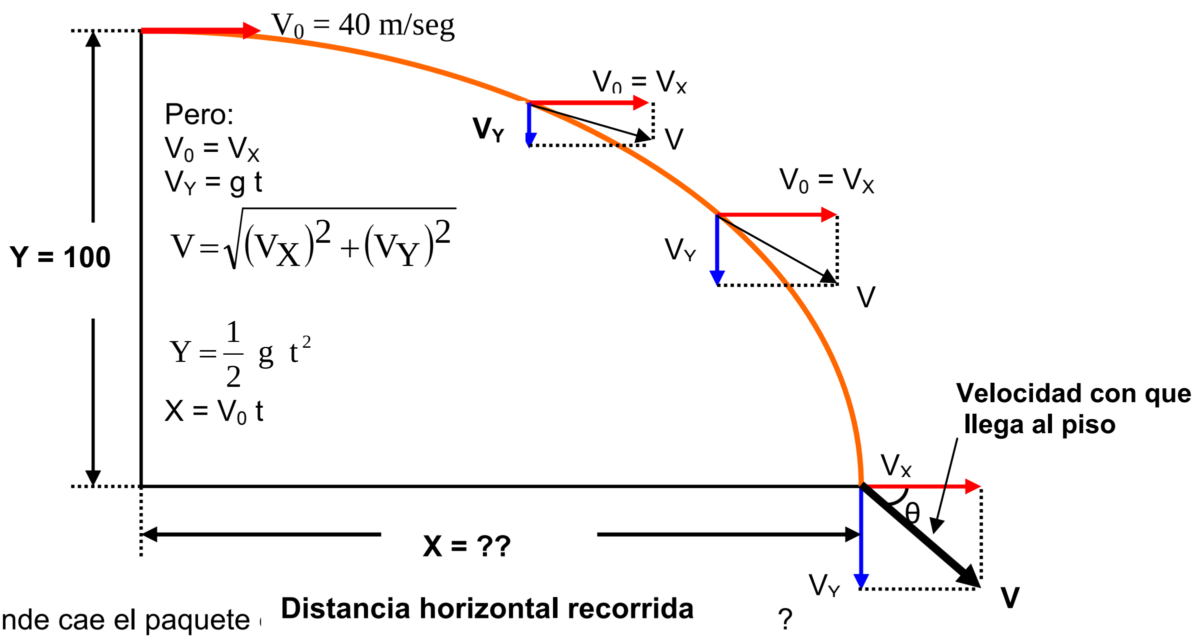
$$Y_P = V_0 \ \mathrm{sen}\,\theta \left(\frac{X_T}{V_0 \ \cos\theta}\right) - \frac{1}{2} \ g \ t^2$$ Cancelando **V_0**

$$Y_P = \mathrm{sen}\,\theta \left(\frac{X_T}{\cos\theta}\right) - \frac{1}{2} \ g \ t^2$$

$$Y_P = X_T \ \mathrm{tg}\,\theta - \frac{1}{2} \ g \ t^2$$ Asi pues, al comparar las dos ecuaciones anteriores se vera que cuando

$X_P = X_T$; $Y_P = Y_T$ Se produce un choque.

Ejemplo 4.7 Los exploradores extraviados. Pág. 82 del libro serway cuarta edición
Un avión de rescate en Alaska deja caer un paquete de provisiones a un grupo de exploradores extraviados, como se muestra en la fig. 4.11. Si el avión viaja horizontalmente a 40 m/seg. Y a una altura de 100 metros sobre el suelo. Donde cae el paquete en relación con el punto en que se soltó?



Donde cae el paquete

Se halla el t_{VUELO}

$$Y = \frac{1}{2} g\ t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2\ Y}{g} = t^2 \qquad \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$$

$$t_{vuelo} = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 100}{9{,}8}} = \sqrt{\frac{200}{9{,}8}} = \sqrt{20{,}4} = 4{,}51 \text{ seg.}$$

$$X = V_0 * t_{vuelo} = 40 \text{ m/seg} * 4{,}51 \text{ seg} = 180{,}4 \text{ metros}$$

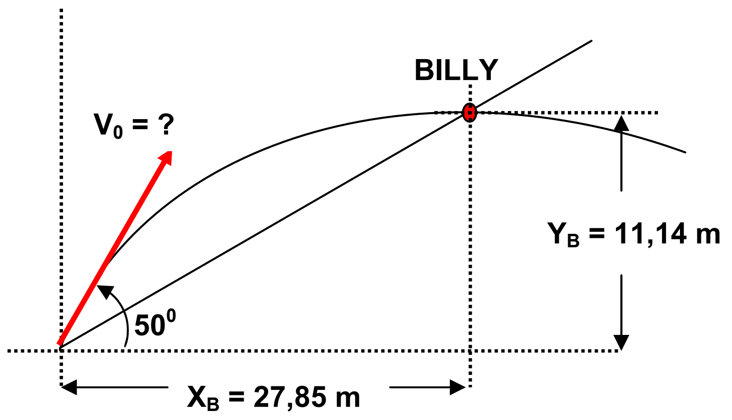
X = 180,4 metros

$V_Y = g * t_{VUELO}$
$V_Y = 9{,}8 * 4{,}51$
$V_Y = 44{,}19$ m/seg.

$V_X = V_0 = 40$ m/seg.

Seccion 4.3 Movimiento de proyectiles

Problema 4.10 Edición cuarta SERWAY
Jimmy esta en la parte inferior de la colina, mientras que Billy se encuentra 30 metros arriba de la misma. Jimmy de un sistema de coordenadas esta en el origen de un sistema de coordenadas x,y y la línea que sigue la pendiente de la colina esta dada por la ecuación Y = 0,4 X. Si Jimmy lanza una manzana a Billy con un ángulo de 50^0 respecto de la horizontal. Con que velocidad debe lanzar la manzana para que pueda llegar a Billy?



Datos del problema:
Distancia entre Jimmy y Billy = 30 metros.
$\Theta = 50^0$
Pendiente de la colina Y = 0,4 X.

$Y_B = 0,4\ X_B$

$$(Y_B)^2 = 0,16\,(X_B)^2$$

Pero:

$$(30)^2 = (X_B)^2 + (Y_B)^2$$

$$900 = (X_B)^2 + 0,16\,(X_B)^2$$

$$900 = 1,16\,(X_B)^2$$

$$X_B = \sqrt{\left(\frac{900}{1,16}\right)} = 27,85 \text{ metros}$$

X_B = 27,85 metros

pero:
$Y_B = 0,4\ X_B$
$Y_B = 0,4\ (27,85)$
$Y_B = 11,14$ metros

Alcance horizontal
$X = v_X * t$
$X = (v_0 \cos \Theta)\ t$ **(Ecuación 1)**

$$t = \frac{X}{V_0 \cos\theta}$$

Pero:

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$ **(Ecuación 2)**

Reemplazando la ecuación 1 en la ecuación 2.

$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * \left(\frac{X}{V_0 \cos\theta}\right) - \frac{g * \left(\frac{X}{V_O \cos\theta}\right)^2}{2}$$

$$Y = \frac{V_O \operatorname{sen}\theta}{V_0 \cos\theta} * (X) - \frac{g * (X)^2}{2 V_0^2 (\cos\theta)^2}$$

$$Y = \operatorname{tag}\theta * (X) - \frac{g * (X)^2}{2 V_0^2 (\cos\theta)^2}$$

Reemplazando
X = 27,85 metros
Y = 11,14 metros
Θ = 50^0

$$11{,}14 = \operatorname{tag} 50 * (27{,}85) - \frac{9{,}8 * (27{,}85)^2}{2 V_0^2 (\cos 50)^2}$$

$$11{,}14 = 33{,}19 - \frac{7756{,}22}{V_0^2 (0{,}8263)}$$

$$11 = 33{,}19 - \frac{9386{,}68}{V_0^2}$$

$$\frac{9386{,}68}{V_0^2} = 33{,}19 - 11$$

$$\frac{9386{,}68}{V_0^2} = 22{,}19 \qquad V_0^2 = \frac{9386{,}68}{22{,}19}$$

$$V_0 = \sqrt{\left(\frac{9386{,}68}{22{,}19}\right)} = 20{,}56 \text{ m/seg}$$

V_0 = 20,56 m/seg.

Problema 4.11 Edición cuarta SERWAY
En un bar local, un cliente hace deslizar un tarro vacío de cerveza sobre la barra para que vuelvan a llenarlo. El cantinero esta momentáneamente distraído y no ve el tarro, el cual cae de la barra y golpea el piso a 1,4 metros de la base de la misma.
Si la altura de la barra es 0,86 metros.
a) Con que velocidad abandono el tarro la barra?
b) Cual fue la dirección de la velocidad del tarro justo antes de chocar con el piso?

Se halla el t_{VUELO}

$$Y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2Y}{g} = t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2Y}{g}}$$

$$t_{vuelo} = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 0{,}86}{9{,}8}} = \sqrt{0{,}1755} = 0{,}4189 \quad seg.$$

a) Con que velocidad abandono el tarro la barra?

Datos: X = 1,4 metros t_{VUELO} = 0,4189 seg.

$$X = V_0 * t_{vuelo}$$

$$V_0 = \frac{X}{t_{vuelo}} = \frac{1{,}4}{0{,}4189} = 3{,}34 \ \frac{m}{seg}$$

V_0 = 3,34 m/seg.

b) Cual fue la dirección de la velocidad del tarro justo antes de chocar con el piso?

Datos: **$V_0 = V_X$ = 3,34 m/seg.   g = 9,8 m/seg^2** t_{VUELO} = 0,4189 seg.

$V_Y = g\ t_{VUELO}$ = **9,8 m/seg^2** * 0,4189 seg.

V_Y = 4,105 m/seg.

$V^2 = (V_X)^2 + (V_Y)^2$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(3{,}34)^2 + (4{,}105)^2} = \sqrt{11{,}155 + 16{,}851} = 5{,}29 \ m/seg$$

$$tg\,\theta = \frac{V_Y}{V_X} = \frac{-\ 4{,}105}{3{,}34} = -\ 1{,}229$$

θ = arc tg (- 1,229)

θ = - 50,86^0

Problema 4.13 Edición cuarta SERWAY

Una pelota se lanza horizontalmente desde la azotea de un edificio de 35 metros de altura. La pelota golpea el suelo en un punto a 80 metros de la base del edificio. Encuentre:

a) El tiempo que la pelota permanece en vuelo?
b) Su velocidad inicial?
c) Las componentes X y Y de la velocidad justo antes de que la pelota pegue en el suelo?

a) El tiempo que la pelota permanece en vuelo?

Se halla el t_{VUELO} Datos: Y = 35 metros   **g = 9,8 m/seg^2**

$$Y = \frac{1}{2}\ g\ t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2\,Y}{g} = t^2 \quad \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$$

$$t_{vuelo} = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 35}{9{,}8}} = \sqrt{\frac{70}{9{,}8}} = \sqrt{7{,}142} = 2{,}6726 \quad seg.$$

t_{VUELO} = 2,6726 seg.

b) Su velocidad inicial? $V_0 = V_X$

Datos: X = 80 metros t_{VUELO} = 2,6726 seg.

$$X = V_0 * t_{vuelo}$$

$$V_0 = \frac{X}{t_{vuelo}} = \frac{80}{2,6726} = 29,93 \frac{m}{seg}$$

V_0 = 29,93 m/seg.

c) Las componentes X y Y de la velocidad justo antes de que la pelota pegue en el suelo?

$V_0 = V_X$ = 29,93 m/seg. t_{VUELO} = 2,6726 seg.

$V_Y = g\ t_{VUELO}$ = **9,8 m/seg^2 * 2,6726** seg.

V_Y = - 26,19 m/seg. (El signo negativo por que va la pelota va cayendo.)

$V^2 = (V_X)^2 + (V_Y)^2$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(29,93)^2 + (-26,19)^2} = \sqrt{895,8049 + 685,9161} = \sqrt{1581.721}$$

V = 39,77 m/seg.

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{V_Y}{V_X} = \frac{-\ 26,19}{29,93} = -\ 0,875$$

θ = arc tg (- 0,875)

$\theta = -\ 41,18^0$

Problema 4.14 Edición cuarta SERWAY

Superman vuela al nivel de los árboles cuando ve que el elevador de la torre Eiffel empieza a desplomarse (el cable se rompe), su visión de rayos X le indica que Luisa Lane esta en el interior. Si Superman se encuentra a 1 km de distancia de la torre y el elevador cae desde una altura de 240 metros. Cuanto tarda Superman en salvar a Luisa y cual debe ser su velocidad promedio?

Se halla el t_{VUELO} Datos: Y = 240 metros **g = 9,8 m/seg^2**

$$Y = \frac{1}{2} g\ t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2\,Y}{g} = t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$$

$$t_{vuelo} = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 240}{9,8}} = \sqrt{\frac{480}{9,8}} = \sqrt{48,979} = 7 \quad seg.$$

t_{VUELO} = 7 seg.

Datos: X = 1 km = 1000 metros t_{VUELO} = 7 seg.

$$X = V_0 * t_{vuelo}$$

$$V_0 = \frac{X}{t_{vuelo}} = \frac{1000}{7} = 142,85 \ \frac{m}{seg}$$

$V_0 = V_X$ = 142,85 m/seg.

Problema 4.14a Edición cuarta SERWAY

Superman vuela al nivel de los árboles cuando ve que el elevador de la torre Eiffel empieza a desplomarse (el cable se rompe), su visión de rayos X le indica que Luisa Lane esta en el interior. Si Superman se encuentra a una distancia **d** de la torre y el elevador cae desde una altura **h**. Cuanto tarda Superman en salvar a Luisa y cual debe ser su velocidad promedio?

Se halla el t_{VUELO} Datos: altura vertical = **h** **g = 9,8 m/seg²** distancia horizontal **= d**

$$h = \frac{1}{2} g \ t^2 \ \Rightarrow \ 2h = g * t^2$$

$$\frac{2 \ h}{g} = t^2 \qquad \Rightarrow \ t = \sqrt{\frac{2 \ h}{g}}$$

$$t_{vuelo} = \sqrt{\frac{2 \ h}{g}}$$

$$d = V_0 * t_{vuelo}$$

$$V_0 = \frac{d}{t_{vuelo}} = \frac{d}{\sqrt{\frac{2 \ h}{g}}}$$

$$V_0 = \frac{d}{\sqrt{\frac{2 \ h}{g}}} = \frac{\sqrt{d^2}}{\sqrt{\frac{2 \ h}{g}}} = \sqrt{\frac{d^2}{\frac{2 \ h}{g}}} = \sqrt{\frac{g \ d^2}{2 \ h}} = d * \sqrt{\frac{g}{2 \ h}}$$

$$V_0 = d \ \sqrt{\frac{g}{2 \ h}}$$

Problema 4.15 Edición cuarta SERWAY

Un jugador de soccer patea una roca horizontalmente desde el borde de una plataforma de 40 metros de altura en dirección a una fosa de agua. Si el jugador escucha el sonido de contacto con el agua 3 seg. Después de patear la roca. Cual fue la velocidad inicial? . Suponga que la velocidad del sonido en el aire es 343 m/seg.

Se halla el t_{VUELO} Datos: Y = 40 metros **g = 9,8 m/seg²**

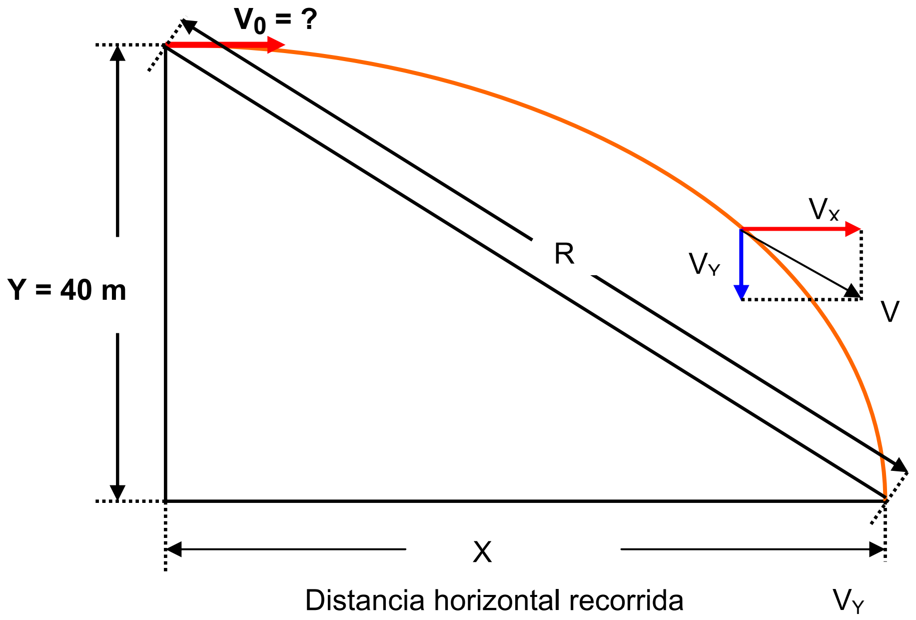
$$Y = \frac{1}{2} g \ t^2 \ \Rightarrow \ 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2 \ Y}{g} = t^2 \qquad \Rightarrow \ t = \sqrt{\frac{2 \ Y}{g}}$$

$$t_{vuelo} = \sqrt{\frac{2 \ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 40}{9,8}} = \sqrt{\frac{80}{9,8}} = \sqrt{8,1632} = 2,86 \quad seg.$$

t_{VUELO} = 2,86 seg.

3 seg – t_{VUELO} = 3 – 2,86 = 0,14 seg.



Se halla la distancia recorrida por la pelota
Datos: t = 0,14 seg. V_X = veloc. del sonido en el agua = 343 m/seg.

$$R = V_0 * t = 343 * 0,14 = 48,02 \text{ m}$$

$R^2 = (Y)^2 + (X)^2$

$(X)^2 = R^2 - (Y)^2$

$$X = \sqrt{(R)^2 - (Y)^2} = \sqrt{(48,02)^2 - (40)^2} = \sqrt{2305,92 - 1600} = \sqrt{705,92}$$

X= 26,56 m/seg.

Su velocidad inicial? $V_0 = V_X$
Datos: X = 26,56 metros t_{VUELO} = 2,86 seg.

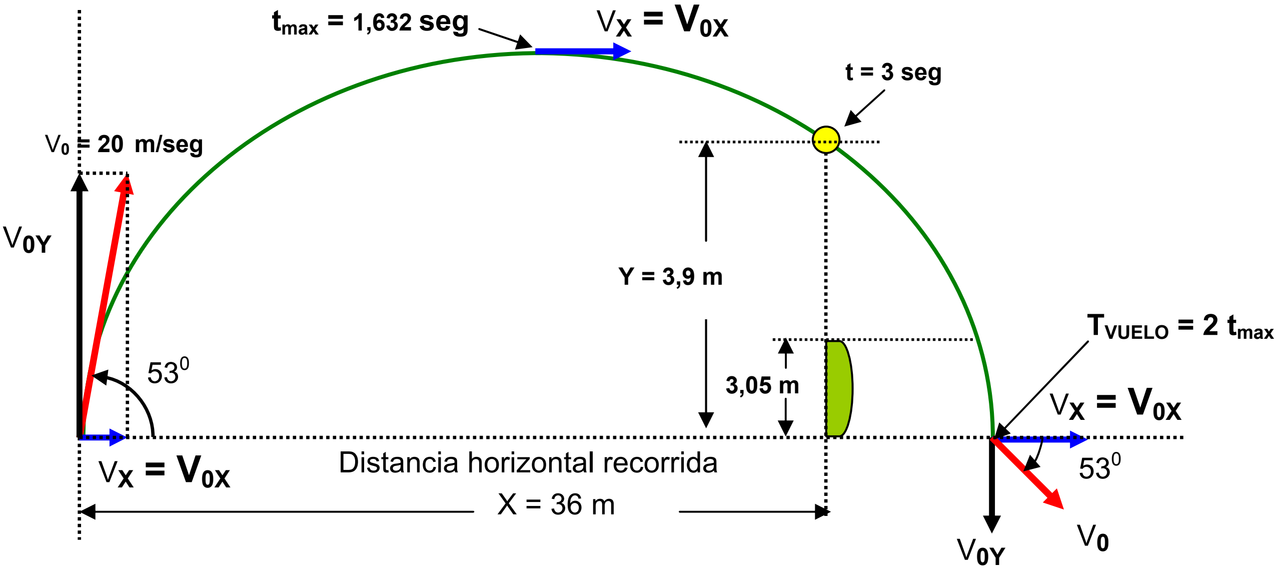
$$X = V_0 * t_{vuelo}$$

$$V_0 = \frac{X}{t_{vuelo}} = \frac{26,56}{2,86} = 9,28 \frac{m}{seg}$$

$V_0 = V_X$ = 9,28 m/seg.

Problema 4.17 Edición cuarta SERWAY
Un pateador de lugar debe patear un balón de fútbol desde un punto a 36 metros (casi 40 yardas) de la zona de gol y la bola debe librar los postes, que están a 3,05 metros de alto. Cuando se patea, el balón abandona el suelo con una velocidad de 20 m/seg y un ángulo de 53^0 respecto de la horizontal.

a) Por cuanta distancia el balón libra o no los postes.
b) El balón se aproxima a los postes mientras continua ascendiendo o cuando va descendiendo.



Datos $X = 36$ metros $\Theta = 53^0$ $V_0 = 20$ m/seg.

$V_{0Y} = V_0$ sen Θ
$V_{0Y} = 40$ sen 53
$V_{0Y} = 16$ m/seg.

Se halla el tiempo máximo, es decir el tiempo en que alcanza el punto mas alto de la trayectoria. Con esto se puede ubicar los postes.

$$t_{max} = \frac{V_{0Y}}{g} = \frac{16}{9{,}8} = 1{,}632 \text{ seg.}$$

Se halla el tiempo de vuelo del balón.
$t_{vuelo} = 2\ t_{max}$
$t_{vuelo} = 2 * 1{,}632$
$t_{vuelo} = 3{,}26$ seg.

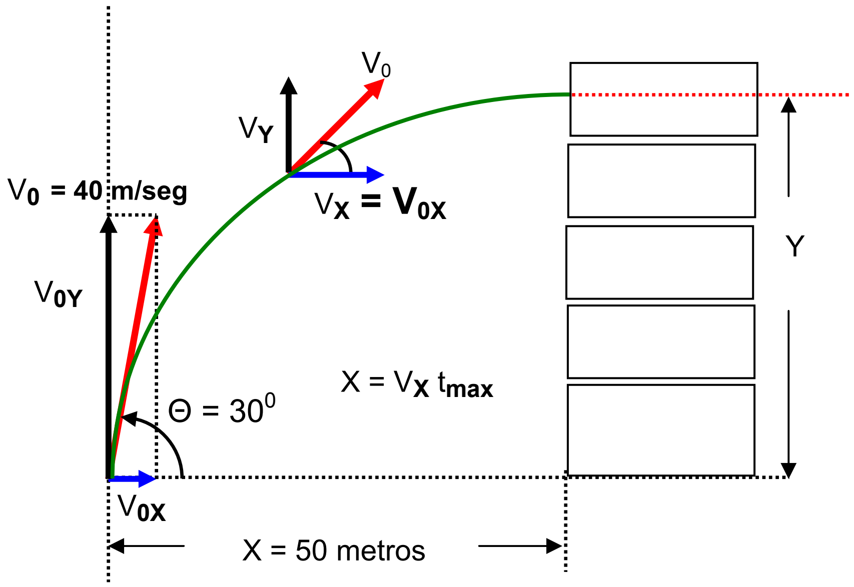
En la figura se puede observar la posición del poste. A los 3 seg. el balón va bajando.
Pero:

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2} = 16 * 3 - \frac{9{,}8 * 3^2}{2}$$

$$Y = 48 - 44{,}1$$

Y = 3,9 metros . la diferencia es 3,9 – 3,05 = 0,85 METROS

Problema 4.18 Edición cuarta SERWAY
Un bombero a 50 metros de un edificio en llamas dirige un chorro de agua de una manguera a un ángulo de 30^0 sobre la horizontal, como se muestra en la figura p4.18. Si la velocidad inicial de la corriente es 40 m/seg. A que altura el agua incide en el edificio?



Datos X = 50 metros $\Theta = 30^0$ V_0 = 40 m/seg.

PERO: X = (v_0 cos Θ) t **Despejamos t**

$$t = \frac{X}{V_0 \cos\theta}$$

$$t = \frac{X}{V_0 \cos\theta} = \frac{50}{40 \cos 30} = \frac{50}{34{,}64}$$

t = 1,443 seg.

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = 40 \operatorname{sen} 30 * 1{,}443 - \frac{9{,}8 * (1{,}443)^2}{2}$$

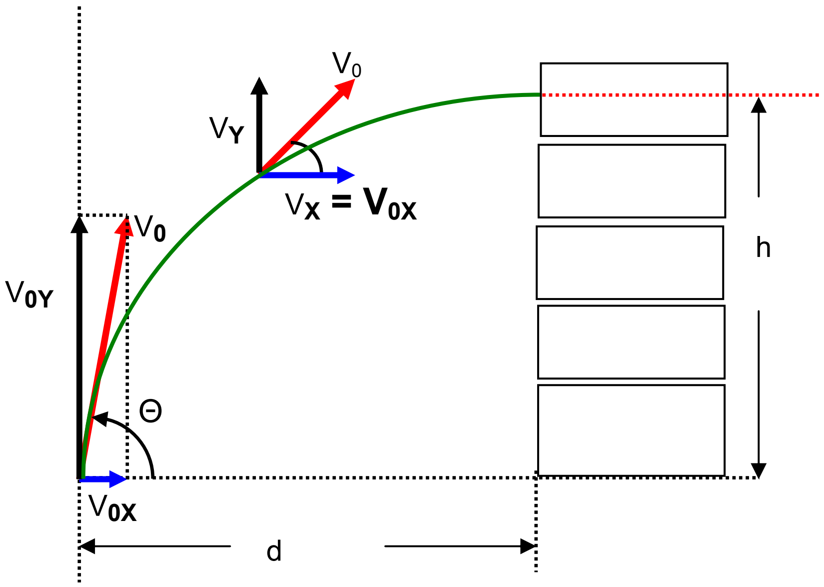
$$Y = 28{,}86 - \frac{20{,}4}{2}$$

$$Y = 28{,}86 - 10{,}2$$

Y = 18,66 metros

Problema 4.18 a Edición cuarta SERWAY

Un bombero a una distancia **d** metros de un edificio en llamas dirige un chorro de agua de una manguera a un ángulo de **Θ** sobre la horizontal, como se muestra en la figura p4.18. Si la velocidad inicial de la corriente es $\mathbf{V_0}$. A que altura el agua incide en el edificio?



PERO: d = (v_0 cos Θ) t **Despejamos t**

$$t = \frac{d}{V_0 \cos\theta}$$

$$h = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$h = V_O \operatorname{sen}\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$ reemplazando **t** en la ecuación

$$h = (V_0 \operatorname{sen}\theta)\left(\frac{d}{V_0 \cos\theta}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{d}{V_0 \cos\theta}\right)^2$$

$$h = (\operatorname{sen}\theta)\left(\frac{d}{\cos\theta}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{d}{V_0 \cos\theta}\right)^2$$

$$h = \operatorname{tg}\theta \; d - \frac{1}{2} g \left(\frac{d}{V_0 \cos\theta}\right)^2$$

$$h = \operatorname{tg}\theta \; d - \frac{g\, d^2}{2 (V_0)^2 \cos^2 \theta}$$

$$h = \frac{2 (V_0)^2 \cos^2\theta \; \operatorname{tg}\theta \; d - g\, d^2}{2 (V_0)^2 \cos^2 \theta}$$

$$h = \frac{2 (V_0)^2 \cos^2\theta \; \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} \; d - g\, d^2}{2 (V_0)^2 \cos^2 \theta}$$

$$h = \frac{(V_0)^2 \; 2 \cos\theta \operatorname{sen}\theta \; d - g\, d^2}{2 (V_0)^2 \cos^2 \theta}$$

pero: **2 sen Θ cos Θ = sen 2 Θ**

$$h = \frac{(V_0)^2 \ \text{sen}\, 2\theta \ \ d \ - \ g \ d^2}{2 (V_0)^2 \cos^2 \theta}$$

Problema 4.19 Edición cuarta SERWAY
Un astronauta sobre la luna dispara una pistola de manera que la bala abandona el cañon moviéndose inicialmente en una posición horizontal
a) Cual debe ser la velocidad de orificio si la bala va a recorrer por completo el derredor de la luna y alcanzara al astronauta en un punto 10 cm debajo de su altura inicial
b) Cuanto permanece la bala en vuelo? Suponga que la aceleración en caida libre sobre la luna es un sexto de la de la tierra.

Gravedad de la luna = 1/6 * 9,8 = 1,6333 m/seg^2 **(Aceleración de la luna)**

La realidad es que la bala describe un movimiento circular alrededor de la luna, para esto necesitamos el radio de la luna = 1,74 * 10^6 metros, los 10 cm no inciden sobre el calculo del radio de la luna. hallamos la velocidad

$$a_L = \frac{V^2}{r_L}$$

$$V^2 = a_L * r_L$$

$$V = \sqrt{a_L \ r_L} = \sqrt{1{,}6333 * 1{,}74 * 10^6} = \sqrt{2841999{,}999} = 1685{,}82 \ \frac{m}{seg}$$

b) Cuanto permanece la bala en vuelo?

$$V = 2 \pi r_L \ f = 2 \pi r_L \ \frac{1}{T}$$

Se despeja el periodo T

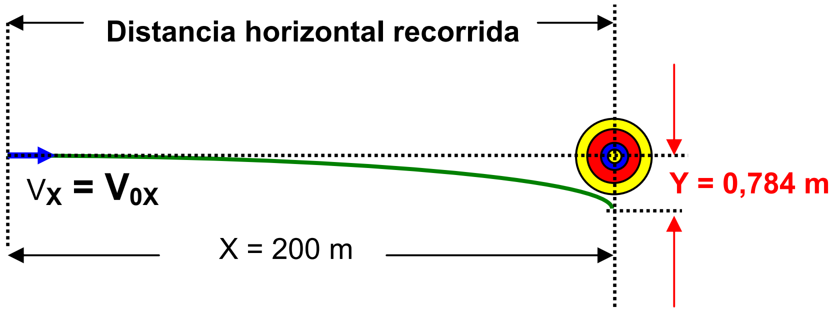
$$T = \frac{2 \ \pi r_L}{V} = \frac{2 * \pi * 1{,}74 * 10^6 \ m}{1685{,}82 \ \frac{m}{seg}} = 6485{,}11 \, seg$$

$$T = 6485{,}11 \, seg * \frac{1 \, hora}{3600 \, seg} = 1{,}8 \, horas$$

T = 1,8 horas

Problema 4.20 Edición cuarta SERWAY
Un rifle se dirige horizontalmente al centro de un gran blanco a 200 metros de distancia. La velocidad inicial de la bala es 500 m/seg.
a) Donde incide la bala en el blanco?
b) Para golpear en el centro del blanco, el cañon debe estar a un ángulo sobre la línea de visión. Determine el ángulo de elevación del cañon.

a) Donde incide la bala en el blanco?
Es evidente que al disparar horizontalmente, la bala describe un movimiento de tiro parabólico, ver la figura.



Datos:
Como el disparo es horizontal V_X = 500 m/seg X = 200 metros

Hallamos el tiempo de vuelo

$$X = V_X * t_{vuelo}$$

$$t_{vuelo} = \frac{X}{V_X} = \frac{200}{500} = 0,4 \ \text{seg}$$

Ahora se halla el desplazamiento vertical de la bala con respecto al centro.

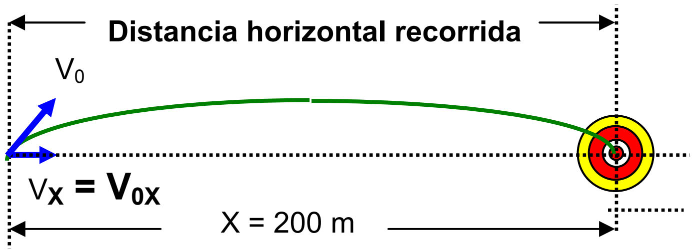
$Y = V_{OY} * t - \frac{g*t^2}{2}$ pero como el disparo es horizontal $V_{0Y} = 0$

$Y = \frac{g*t^2}{2}$ como el movimiento es hacia abajo se considera el valor de Y (+)

$$Y = \frac{g*t^2}{2} = \frac{9,8 * 0,4^2}{2} = 0,784 \ \text{m}$$

b) Para golpear en el centro del blanco, el cañón debe estar a un ángulo sobre la línea de visión. Determine el ángulo de elevación del cañón.

Observemos que el mismo disparo, pero ahora la velocidad inicial tiene un ángulo respecto de la horizontal, esto es para garantizar que el disparo llegue al blanco. Es decir V_0 = 500 m/seg.



$$X = \frac{\text{sen } 2\theta \ (V_0)^2}{g}$$

$$X \ g = \text{sen } 2\theta \ (V_0)^2$$

$$\text{sen } 2\theta = \frac{X \ g}{(V_0)^2} = \frac{200*9,8}{500^2} = \frac{1960}{250000} = 0,00784$$

sen 2Θ = 0,00784
arc sen 2Θ = arc sen 0,00784

2 Θ = 0,4492

$$\theta = \frac{0{,}4492}{2} = 0{,}224^0$$

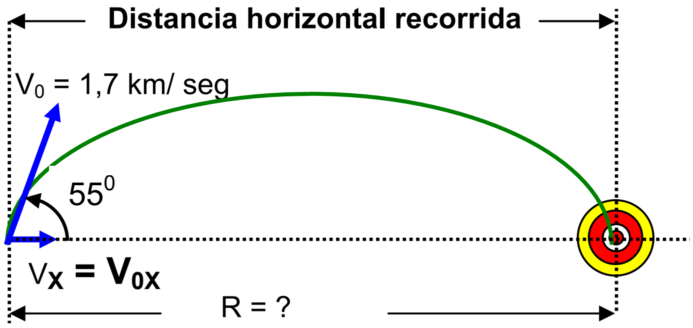
Θ = 0,224^0 respecto a la horizontal.

Problema 4.21 Edición cuarta SERWAY

Durante la primera guerra mundial los alemanes tenian un cañon llamado Big Bertha que se uso para bombardear paris. Los proyectiles tenian una velocidad inicial de 1,7 km/ seg. a una inclinacion de 55^0 con la horizontal. Para dar en el blanco, se hacian ajustes en relacion con la resistencia del aire y otros efectos. Si ignoramos esos efectos:

a) Cual era el alcance de los proyectiles

b) Cuanto permanecian en el aire?



a) Cual era el alcance de los proyectiles

Datos: V_0 = 1,7 km/seg Θ = 55^0

$$V_0 = 1{,}7 \frac{km}{seg} * \frac{1000\, m}{1\, km} = 1700 \frac{m}{seg}$$

$$R = \frac{\text{sen}\, 2\theta\ (V_0)^2}{g}$$

$$R = \frac{\text{sen}\, 2(55)\ (1700)^2}{9{,}8} = \frac{\text{sen}\, 110 * 2890000}{9{,}8} = \frac{2715711{,}674}{9{,}8} = 277113{,}43\, m$$

R = 277,113 km

$R = V_{0X}\ t_{vuelo}$ **pero: $V_{0X} = V_0 \cos \Theta$**

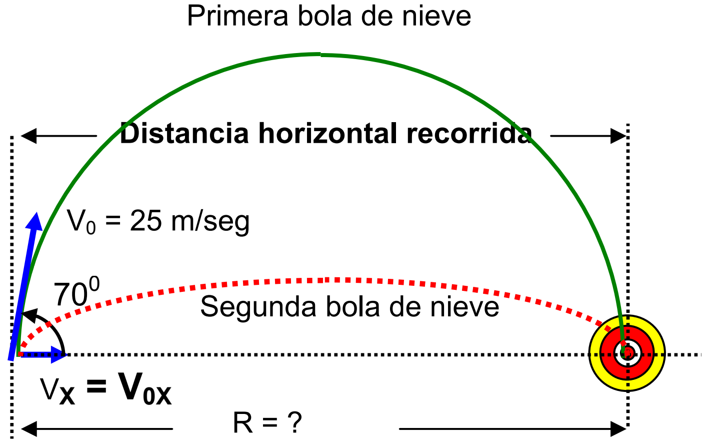
$R = V_0 \cos\theta\ \ t_{vuelo}$

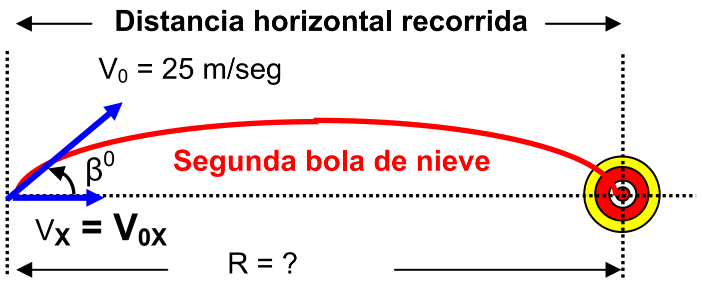
despejamos el tiempo de vuelo

$$t_{vuelo} = \frac{R}{V_0 \cos\theta} = \frac{277113{,}43}{1700 * \cos 55} = \frac{277113{,}43}{975{,}079} = 284{,}19\, seg$$

t_{vuelo} = 284,19 seg

Problema 4.22 Edición cuarta SERWAY
Una estrategia en las guerras con bolas de nieve es lanzarlas a un gran ángulo sobre el nivel del suelo. Mientras su oponente esta viendo esta primera bola de nieve, usted lanza una segunda bola a un ángulo menor lanzada en el momento necesario para que llegue a su oponente ya sea antes o al mismo tiempo que la primera. Suponga que ambas bolas de nieve se lanzan con una velocidad de 25 m/seg. La primera se lanza a un ángulo de 70^0 respecto de la horizontal.
a) A que ángulo debe lanzarse la segunda bola de nieve para llegar al mismo punto que la primera?
b) Cuantos segundos después debe lanzarse la segunda bola después de la primera para que llegue al blanco al mismo tiempo?





PRIMERA BOLA DE NIEVE
Se halla el tiempo de vuelo.
Datos $\Theta = 70^0$ $V_0 = 25$ m/seg.

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$ pero: $\mathbf{V_{0Y} = V_0 \text{ sen } \Theta}$

$$Y = V_O \text{ sen}\,\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$ pero Y = 0

$$0 = V_O \text{ sen}\,\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$V_O \text{ sen}\,\theta * t = \frac{g * t^2}{2}$$ Cancelando **t** a ambos lados de la igualdad.

$$V_O \text{ sen}\,\theta = \frac{g * t}{2}$$

$$2 V_0 \text{ sen}\,\theta = g\ t$$

$$t_{vuelo} = \frac{2\,V_0 \text{ sen }\theta}{g}$$

$$t_{vuelo} = \frac{2 * 25 \text{ sen } 70}{g} = \frac{50 \text{ sen } 70}{9,8} = \frac{46,984}{9,8} = 4,794 \text{ seg}$$

t_{vuelo} = 4,794 seg (de la primera bola de nieve.)

Con el tiempo de vuelo de la primera bola de nieve, se halla el alcance horizontal.

$R = V_{0X}\ t_{vuelo}$ **pero: $V_{0X} = V_0 \cos \Theta$**

$R = V_0 \cos\theta \ \ t_{vuelo}$

$R = 25 * \cos 70 * 4,794$

R = 41 metros

Ahora hallamos el tiempo de vuelo de la segunda bola de nieve en función del ángulo de disparo.

Datos: β = ángulo de disparo de la segunda bola de nieve V_0 = 25 m/seg. **R = 41 metros**

$$t_{vuelo\,2} = \frac{2\,V_0 \text{ sen }\beta}{g}$$

$$t_{vuelo\,2} = \frac{2\,V_0 \text{ sen }\beta}{g} = \frac{2 * 25 * \text{sen }\beta}{9,8} = \frac{50 \text{ sen }\beta}{9,8} = 5,1 \text{ sen }\beta$$

$t_{vuelo\,2}$ = 5,1 sen β (de la segunda bola de nieve.)

Con este dato procedemos a hallar el ángulo β de disparo de la segunda bola de nieve.

$R = V_{0X}\ t_{vuelo\,2}$ **pero: $V_{0X} = V_0 \cos \beta$**

$R = V_0 \cos\beta \ \ t_{vuelo\,2}$ **pero: $t_{vuelo\,2}$ = 5,1 sen β**

$R = V_0 \cos\beta \ * \ 5,1 \text{ sen }\beta$

$R = 25 * \cos\beta \ * \ 5,1 \text{ sen }\beta$

$R = 127,5 * \cos\beta \ * \text{sen }\beta$ **pero: R = 41**

$41 = 63,72 \ * (2 \cos\beta \ * \text{sen }\beta)$ **pero: 2 sen β cos β = sen 2 β**

$41 = 63,72 \ * (\text{ sen } 2\beta)$

$$\text{sen } 2\beta = \frac{41}{63,75} = 0,6431$$

sen 2 β = 0,6431

arc sen 2 β = arc sen 0,6431

2 β = 40^0

$$\beta = \frac{40}{2} = 20^0$$

β = 20^0

Con el calor del ángulo de disparo de la segunda bola de nieve, se halla el tiempo de vuelo

$t_{vuelo\ 2}$ = 5,1 sen β (de la segunda bola de nieve.)

$t_{vuelo\ 2}$ = 5,1 sen 20

$t_{vuelo\ 2}$ = 5,1 * 0,342

$t_{vuelo\ 2}$ = 1,744 seg (de la segunda bola de nieve.)

b) Cuantos segundos después debe lanzarse la segunda bola después de la primera para que llegue al blanco al mismo tiempo?

t_{vuelo} = 4,794 seg (de la primera bola de nieve.)

$t_{vuelo\ 2}$ = 1,744 seg (de la segunda bola de nieve.)

$\Delta t = t_{vuelo} - t_{vuelo\ 2}$

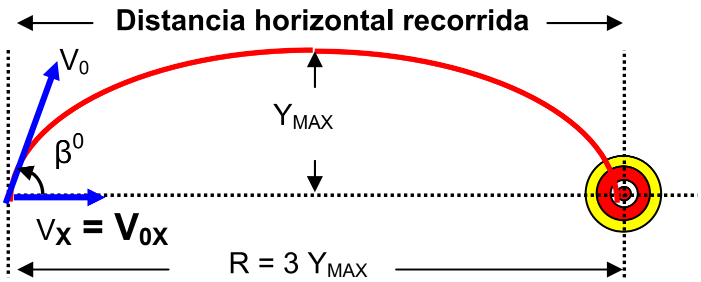
Δ t = 4,794 seg - 1,744 seg

Δ t = 3,05 seg.

Problema 4.23 Edición cuarta SERWAY

Un proyectil se dispara de tal manera que su alcance horizontal es igual a tres veces su máxima altura.

Cual es el ángulo de disparo?



$$Ymax = \frac{(V_{OY})^2}{2\ g}$$ Pero: $\mathbf{V_{0Y} = V_0\ sen\ \beta}$

$$Ymax = \frac{(V_O\ sen \beta)^2}{2\ g} = \frac{(V_0)^2\ sen^2\ \beta}{2\, g}$$

$$Ymax = \frac{(V_0)^2\ sen^2\ \beta}{2\, g}$$ **ECUACION 1**

$$R = \frac{sen\ 2\ \beta\ (V_0)^2}{g}$$ Pero: **2 sen β cos β = sen 2 β**

$$R = \frac{2\ sen\ \beta\ \cos \beta\ * (V_0)^2}{g}$$ Pero: **R = 3 Y_{MAX}**

$$3\ Y_{MAX} = \frac{2\ \text{sen}\ \beta\ \cos\beta * (V_0)^2}{g}$$

$$Y_{MAX} = \frac{2\ \text{sen}\ \beta\ \cos\beta * (V_0)^2}{3\,g}$$ **ECUACION 2**

Igualando las ecuaciones 1 y 2.

$$\text{Ymax} = \frac{(V_0)^2\ \text{sen}^2\ \beta}{2\,g}$$ **ECUACION 1**

$$Y_{MAX} = \frac{2\ \text{sen}\ \beta\ \cos\beta * (V_0)^2}{3\,g}$$ **ECUACION 2**

$$\frac{(V_0)^2\ \text{sen}^2\ \beta}{2\ g} = \frac{2\ \text{sen}\ \beta\ \cos\beta * (V_0)^2}{3\,g}$$ Cancelando a ambos lados de la ecuación

$$\frac{\text{sen}\ \beta}{2} = \frac{2\ \ \cos\beta}{3}$$

$$\frac{\text{sen}\ \beta}{\cos\beta} = \frac{2\ *\ 2}{3}$$

$$\text{tg}\ \beta = \frac{4}{3}$$

tg **β = 1,3333**

arc tg **β =** arc tg **1,3333**

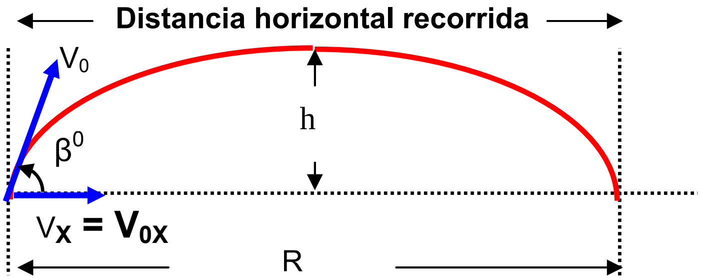
β = 53,13⁰

Problema 4.24 Edición cuarta SERWAY

Una pulga puede brincar una altura vertical **h.**

a) Cual es la máxima distancia horizontal que puede saltar.

b) Cual es el tiempo en el aire en ambos casos?



a) Cual es la máxima distancia horizontal que puede soltar.

El máxima alcance horizontal se logra cuando el ángulo es de β = 45^0

$$R = \frac{\operatorname{sen} 2 \ \beta \ (V_0)^2}{g}$$

$$R = \frac{\operatorname{sen} 2 * 45 \ (V_0)^2}{g} = \frac{\operatorname{sen} 90 \, (V_0)^2}{g} = \frac{(V_0)^2}{g}$$

$$R = \frac{(V_0)^2}{g}$$ **Ecuación 1**

$$h = \frac{(V_{OY})^2}{2 \ g}$$

$2 \ g \ h = (V_{0Y})^2$

$2 \ g \ h = (V_0 \operatorname{sen}\beta)^2$

$2 \ g \ h = (V_0)^2 \operatorname{sen}^2 \beta$

$2 \ g \ h = 0{,}5 * (V_0)^2$

$4 \ g \ h = (V_0)^2$ **Ecuación 2**

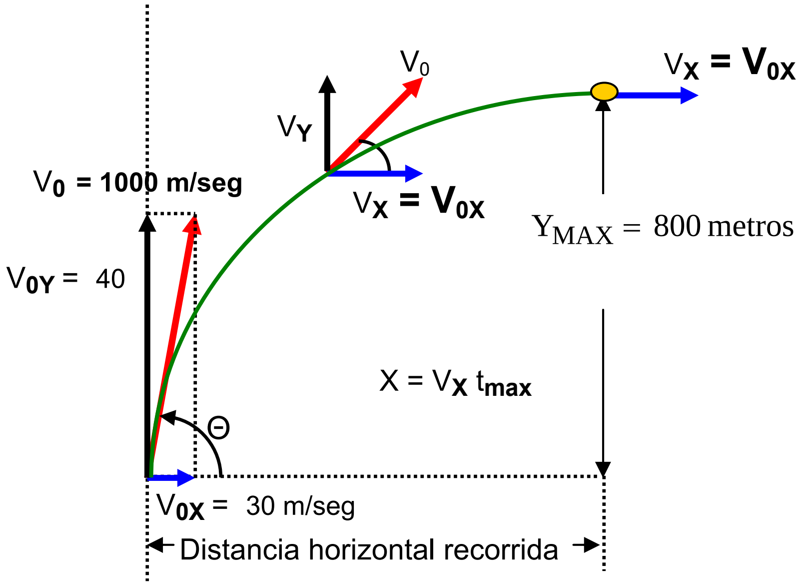
Reemplazando en la ecuación 1

$$R = \frac{(V_0)^2}{g} \qquad R = \frac{4 \ g \ h}{g}$$

$$R = 4 \ h$$

Problema 4.25 Edición cuarta SERWAY

Un cañón que tiene una velocidad de orificio de 1000 m/seg se usa para destruir un blanco en la cima de una montaña. El blanco se encuentra a 2000 metros del cañón horizontalmente y a 800 metros sobre el nivel del suelo. A que ángulo relativo al suelo, debe dispararse el cañón? Ignore la fricción del aire.



Datos del problema:
V_0 = 1000 m/seg.   X = 2000 metros

Alcance horizontal
$X = v_X * t$
$X = (v_0 \cos \Theta)\, t$

$$t = \frac{X}{V_0 \cos\theta} = \frac{2000}{1000 \cos\theta} = \frac{2}{\cos\theta}$$ **(Ecuación 1)**

Mientras el cuerpo vaya subiendo, (- ↑) la ecuación es negativa. $Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$

$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$ **(Ecuación 2)**

Reemplazando la ecuación 1 en la ecuación 2.

$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * \left(\frac{2}{\cos\theta}\right) - \frac{g * \left(\frac{2}{\cos\theta}\right)^2}{2}$$

$$Y = \frac{V_O \operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} * (2) - \frac{g * (2)^2}{(\cos\theta)^2} = \frac{2000 \operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} - \frac{9{,}8 * 4}{2(\cos\theta)^2}$$

$$800 = 2000 * \operatorname{tag}\theta - \frac{19{,}6}{(\cos\theta)^2}$$

$$2000 * \operatorname{tg}\theta = 800 + \frac{19{,}6}{(\cos\theta)^2}$$

pero:

$$\frac{1}{(\cos\theta)^2} = (\sec\theta)^2$$

$$2000 * \operatorname{tg}\theta = 800 + 19{,}6(\sec\theta)^2$$

pero: $(\sec\theta)^2 = (\operatorname{tg}\theta)^2 + 1$

$$2000 * \operatorname{tg}\theta = 800 + 19{,}6\left[(\operatorname{tg}\theta)^2 + 1\right]$$

$$2000 * \operatorname{tg}\theta = 800 + 19{,}6(\operatorname{tg}\alpha)^2 + 19{,}6$$

Ordenando la ecuación

$$19{,}6(\operatorname{tg}\theta)^2 - 2000 \operatorname{tg}\theta + 800 + 19{,}6 = 0$$

$$19{,}6(\operatorname{tg}\theta)^2 - 2000 \operatorname{tg}\theta + 819{,}6 = 0$$

pero: a = 19,6   b = - 2000   c = 818,6

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2000) \pm \sqrt{(-2000)^2 - 4 * 19{,}6 * (818{,}6)}}{2 * 19{,}6} = \frac{2000 \pm \sqrt{4000000 - 64178{,}24}}{39{,}2}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{2000 \pm \sqrt{3935821{,}76}}{39{,}2} = \frac{2000 \pm 1983{,}8905}{39{,}2}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{2000 + 1983{,}8905}{39{,}2} = 101{,}6298613$$

$$\text{tg } \beta = \frac{2000 - 1983{,}8905}{39{,}2} = 0{,}410956$$

tg Θ = 101,6298613 $\quad t = = \frac{2}{\cos\ \theta} = \frac{2}{\cos\ 89{,}43} = \frac{2}{9{,}94821 * 10^{-3}} = 201{,}04 \text{ seg}$

Θ = arc tg 101,6298613
Θ = 89,43^0

tg β = 0,410956 $\quad t = = \frac{2}{\cos\ \beta} = \frac{2}{\cos\ 22{,}34} = \frac{2}{0{,}9249} = 2{,}16 \text{ seg.}$

β = arc tg 0,410956
β = 22,34^0

Problema 4.26 Edición cuarta SERWAY
Se lanza una pelota desde la ventana del piso más alto de un edificio. Se da a la pelota una velocidad inicial de 8 m/seg. a un ángulo de 20^0 debajo de la horizontal. La pelota golpea el suelo 3 seg. después.
a) A que distancia horizontal a partir de la base del edificio la pelota golpea el suelo?
b) Encuentre la altura desde la cual se lanzo la pelota?
c) Cuanto tiempo tarda la pelota para alcanzar un punto 10 metros abajo del nivel de lanzamiento?

Datos: V_0 = 8 m/seg. Θ = 20^0 t_{vuelo} = 3 seg.
a) A que distancia horizontal a partir de la base del edificio la pelota golpea el suelo?

$X = v_X * t_{vuelo}$
$X = (v_0 \cos \Theta)\ t_{vuelo}$
X = (8 cos 20) * 3
X = 22,55 metros

Mientras el cuerpo vaya bajando, (+↑) la ecuación es positiva.

$$Y = V_O \ \text{sen}\theta * t + \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = 8 \ \text{sen } 20 * 3 + \frac{9{,}8 * 3^2}{2}$$

$$Y = 24 \ \text{sen } 20 + \frac{9{,}8 * 9}{2}$$

$$Y = 8{,}208 + 44{,}1$$

Y = 52,3 metros

c) Cuanto tiempo tarda la pelota para alcanzar un punto 10 metros abajo del nivel de lanzamiento?
Mientras el cuerpo vaya bajando, (+↑) la ecuación es positiva.

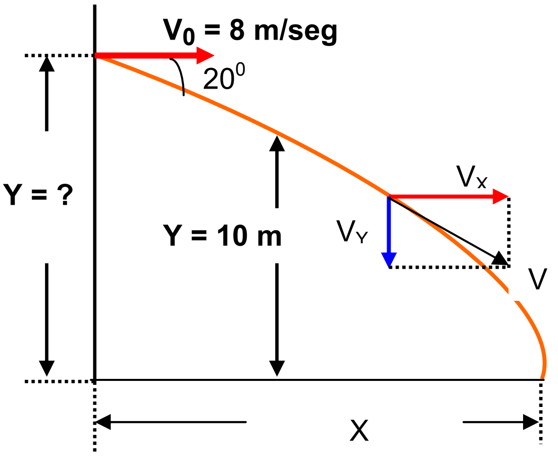
$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * t + \frac{g * t^2}{2}$$

$$10 = 8 \operatorname{sen} 20 * t + \frac{9,8 * t^2}{2}$$

$$10 = 2,736\, t + 4,9\, t^2$$

$4,9 t^2 + 2,736 t – 10 = 0$

a = 4,9   b = 2,736   c = -10



Distancia horizontal recorrida

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(2,736) \pm \sqrt{(2,736)^2 - 4 * 4,9 * (-10)}}{2 * 4,9} = \frac{-2,736 \pm \sqrt{7,4529 + 196}}{9,8}$$

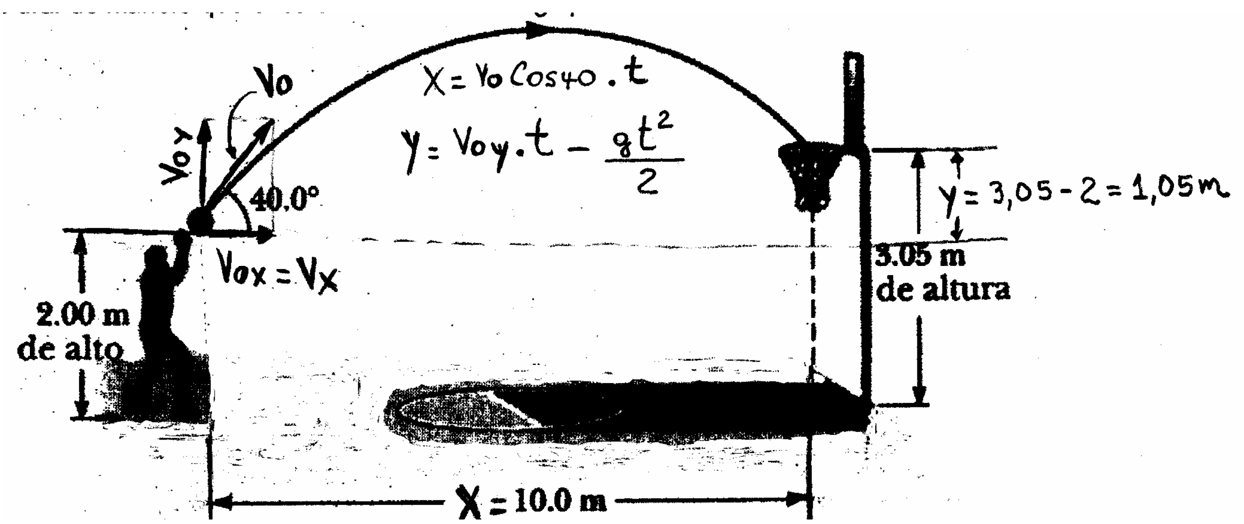
$$t = \frac{-2,736 \pm \sqrt{203,4529}}{9,8} \qquad t = \frac{-2,736 \pm 14,26}{9,8}$$

$$t_1 = \frac{-2,736 + 14,26}{9,8} = \frac{11,53}{9,8}$$

t = 1,17 seg.

Problema 4.58 Edición cuarta SERWAY

Un jugador de básquetbol de 2,0 metros de altura lanza un tiro a la canasta desde una distancia horizontal de 10 metros. Si tira a un ángulo de 40^0 con la horizontal, ¿Con que velocidad inicial debe tirar de manera que el balón entre al aro sin golpear el tablero?



Datos del problema:
Altura del lanzador 2,00 metros
Altura de la canasta 3,05 metros

X = 10 metros
Y = 3,05 – 2,0 = 1,05 METROS
$\Theta = 40^0$

Alcance horizontal
$X = v_X * t$
$X = (v_0 \cos \Theta)\, t$ (Ecuación 1)

$$t = \frac{X}{V_0 \cos\theta}$$

Pero:

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * t - \frac{g * t^2}{2} \quad \text{(Ecuación 2)}$$

Reemplazando la ecuación 1 en la ecuación 2.

$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * \left(\frac{X}{V_0 \cos\theta}\right) - \frac{g * \left(\frac{X}{V_O \cos\theta}\right)^2}{2}$$

$$Y = \frac{V_O \operatorname{sen}\theta}{V_0 \cos\theta} * (X) - \frac{g * (X)^2}{2\ V_0^2 (\cos\theta)^2}$$

$$Y = \operatorname{tag}\theta * (X) - \frac{g * (X)^2}{2\ V_0^2 (\cos\theta)^2}$$

Reemplazando
X = 10 metros
Y = 3,05 – 2,0 = 1,05 metros
$\Theta = 40^0$

$$1{,}05 = \operatorname{tag} 40 * (10) - \frac{10 * (10)^2}{2\ V_0^2 (\cos 40)^2}$$

$$1{,}05 = 8{,}39 - \frac{10\,00}{V_0^2 (1{,}1736)}$$

$$1{,}05 = 8{,}39 - \frac{852{,}07}{V_0^2}$$

$$\frac{852{,}07}{V_0^2} = 8{,}39 - 1{,}05$$

$$\frac{852{,}07}{V_0^2} = 7{,}34$$

$$V_0^2 = \frac{852{,}07}{7{,}34}$$

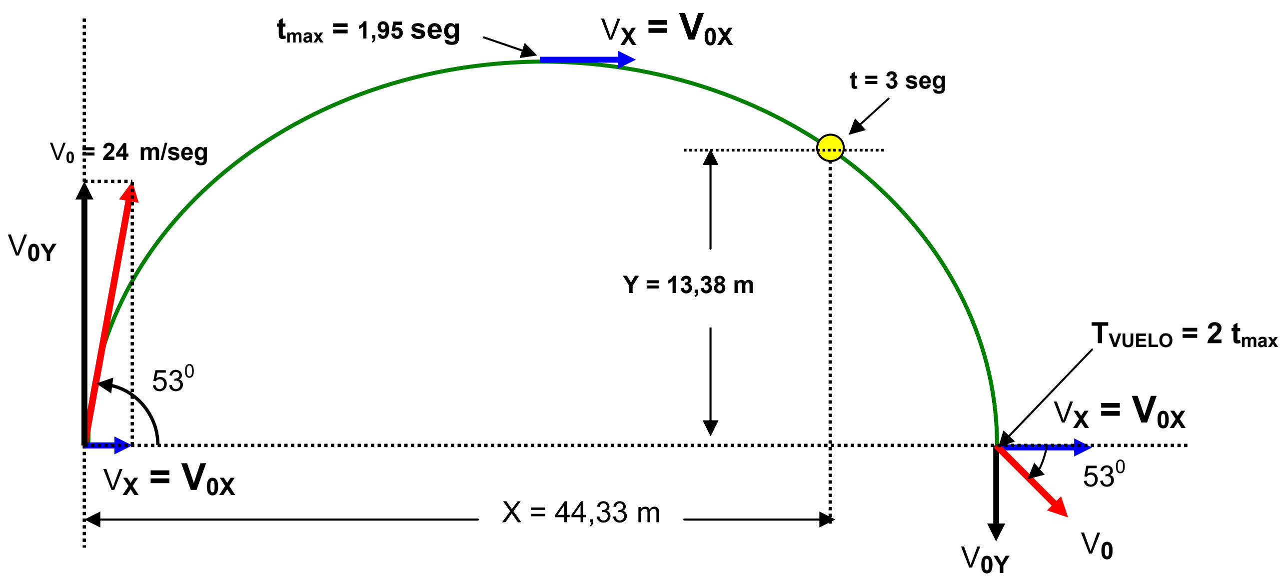
$$V_0 = \sqrt{\left(\frac{852{,}07}{7{,}34}\right)} = 10{,}77 \ \text{m/seg}$$

V_0 = 10,77 m/seg.

PROBLEMAS ADICIONALES SOBRE TIRO PARABOLICO

Problema 1 Un proyectil tiene una velocidad inicial de 24 m /seg que forma un ángulo de 53^0 por encima de la horizontal calcular:

a) La distancia horizontal a que se encuentra del punto de partida 3 seg después de ser disparado.
b) La distancia vertical por encima del punto de partida en el mismo instante
c) Las componentes horizontal y vertical de su velocidad en dicho momento



Datos $\Theta = 53^0$ V_0 = 24 m/seg.
Inicialmente se halla el tiempo máximo, para saber si los 3 seg están subiendo o bajando en la grafica.

$V_{0Y} = V_0 \text{ sen } \Theta$
V_{0Y} = 24 sen 53
V_{0Y} = 19,16 m/seg.

$$t_{max} = \frac{V_{0Y}}{g} = \frac{19{,}16}{9{,}8} = 1{,}95 \ \text{seg}$$

t_{max} = 1,95 seg significa que a los 3 seg. el proyectil esta bajando , ver grafica.

a) La distancia horizontal a que se encuentra del punto de partida 3 seg después de ser disparado.

$$V_{OX} = V_X = V_0 \cos\theta$$
$$V_{OX} = V_X = 24 \cos 53$$
$$V_{OX} = V_X = 14{,}44 \ \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

$$X = V_X * t \Rightarrow$$

X = 14,44 * 3

X = 44,33 m

b) La distancia vertical por encima del punto de partida en el mismo instante

En la figura se puede observar la posición del poste. A los 3 seg. el balón va bajando.

Pero:

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2} = 19{,}16 * 3 - \frac{9{,}8 * 3^2}{2}$$

$$Y = 57{,}48 - 44{,}1$$

Y = 13,38 metros

c) Las componentes horizontal y vertical de su velocidad en dicho momento

$$V_{OX} = V_X = 14{,}44 \frac{m}{seg}$$

$V_Y = V_0$ sen Θ – g t

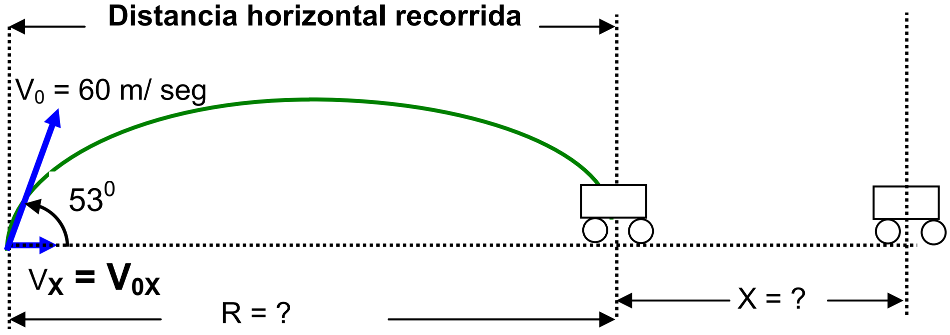
V_Y = 24 sen 53 – 9,8 * 3

V_Y = 19,16 – 29,4

V_Y = - 10,24 m/seg

Problema 2 Un mortero de trinchera dispara un proyectil con un ángulo de 53^0 por encima de la horizontal y una velocidad inicial V_0 = 60 m/seg.

Un tanque avanza directamente hacia el mortero, sobre un terreno horizontal, a la velocidad de 3 m/seg. Cual deberá ser la distancia desde el mortero al tanque en el instante en que el mortero es disparado para lograr hacer blanco.



$$V_{OX} = V_X = V_0 \cos\theta$$

$$V_{OX} = V_X = 60 \cos 53$$

$$V_{OX} = V_X = 36{,}1 \frac{m}{seg}$$

Se halla el alcance horizontal del mortero

$$R = \frac{\text{sen } 2\theta \, (V_0)^2}{g}$$

$$R = \frac{\text{sen } 2(53)\ (60)^2}{9{,}8} = \frac{\text{sen } 106 * 3600}{9{,}8} = \frac{3460{,}54}{9{,}8} = 353{,}11\,\text{m}$$

R = 353,11 km

Se halla el tiempo de vuelo del mortero

$$R = V_X * t_V \Rightarrow$$

$$t_V = \frac{R}{V_X} = \frac{353{,}11}{36{,}1} = 9{,}78 \text{ seg}$$

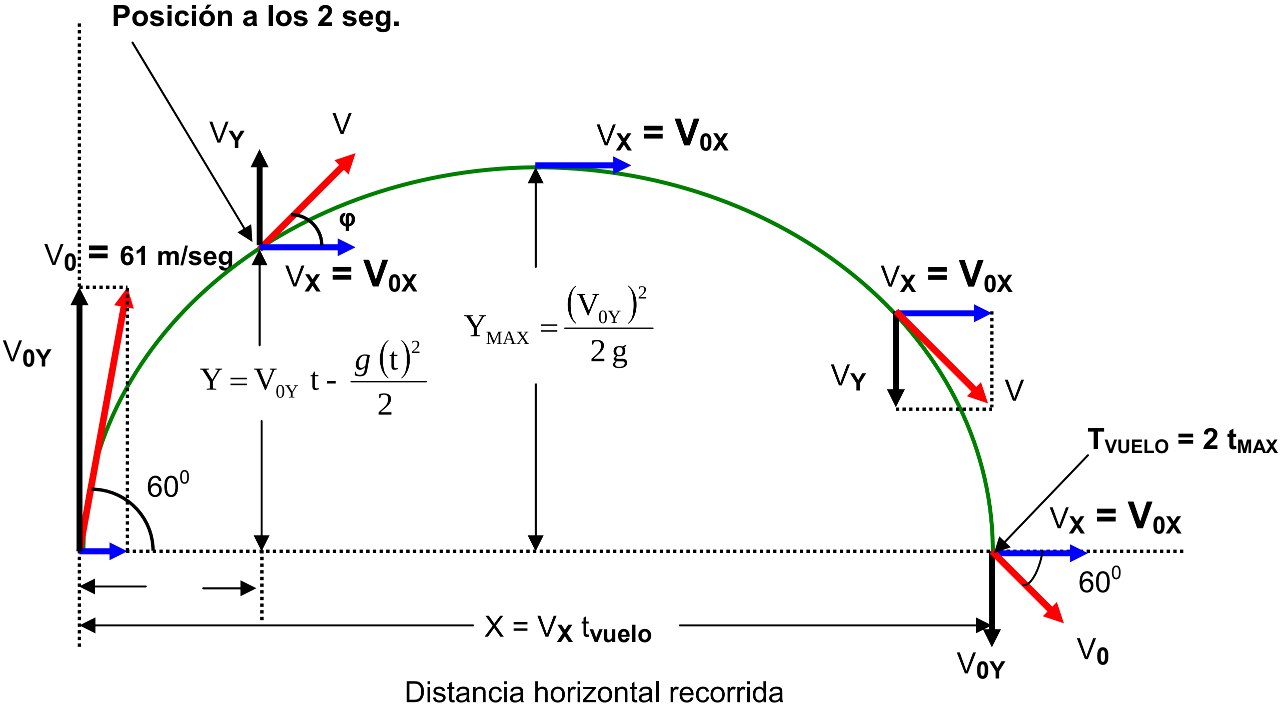
t_V = 9,78 seg

El tiempo de vuelo del mortero es el mismo tiempo que necesita el tanque para llegar al objetivo.

Se halla el desplazamiento del tanque

X = v * t
X = 3 * 9,78
X = 29,34 metros

PROBLEMA 3
Se lanza un proyectil con una velocidad de 61 m/seg. y un ángulo de 60^0 sobre la horizontal. Calcular:



Distancia horizontal recorrida

a) Cuanto vale la componente vertical de la velocidad inicial (V_{OY})
Datos del problema V_O = 61 m/seg. $\theta = 60^0$

$V_{OY} = V_O \text{ sen } \theta$
$V_{OY} = 61 \text{ sen } 60 = 61 (0{,}866)$
$V_{OY} = 52{,}82$ m/seg.

b) Cuanto vale la componente horizontal de la velocidad inicial (V_{OX})
Datos del problema $V_O = 61$ m/seg. $\theta = 60^0$
$V_{OX} = V_O \cos \theta$
$V_{OX} = 61 \cos 60 = 61 (0{,}5)$
$V_{OX} = 30{,}5$ m/seg.

c) Cual es la velocidad vertical al cabo de 2 seg.

$(- \uparrow)\ V_Y = V_{OY} - gt$ pero: $V_{OY} = 52{,}82$ m/seg.
$V_Y = 52{,}82$ m/seg. – 10 m/seg^2 * 2 seg.
$V_Y = 52{,}82$ m/seg. – 20 m/seg.
$V_Y = 32{,}82$ m/seg.

d) Cual es la velocidad horizontal al cabo de 2 seg.
La velocidad horizontal (V_X) al cabo de 2 seg. es la misma que $V_{OX} = 30{,}5$ m/seg. Es decir la velocidad en eje horizontal permanece constante a través de todo el recorrido.

$V_X = V_{OX} = 30{,}5$ m/seg.

e) Cual es la magnitud de la velocidad al cabo de 2 seg.
Pero: $V_X = V_{OX} = 30{,}5$ m/seg. $V_Y = 32{,}82$ m/seg.

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(30{,}5)^2 + (32{,}82)^2} = 44{,}8 \text{ m/seg}$$

V = 44,8 m/seg.

f) En que instante el proyectil alcanza el punto mas alto de su trayectoria.

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{52{,}82 \text{ m}/seg}{10 \text{ m}/\text{seg}^2} = 5{,}282 \text{ seg.}$$

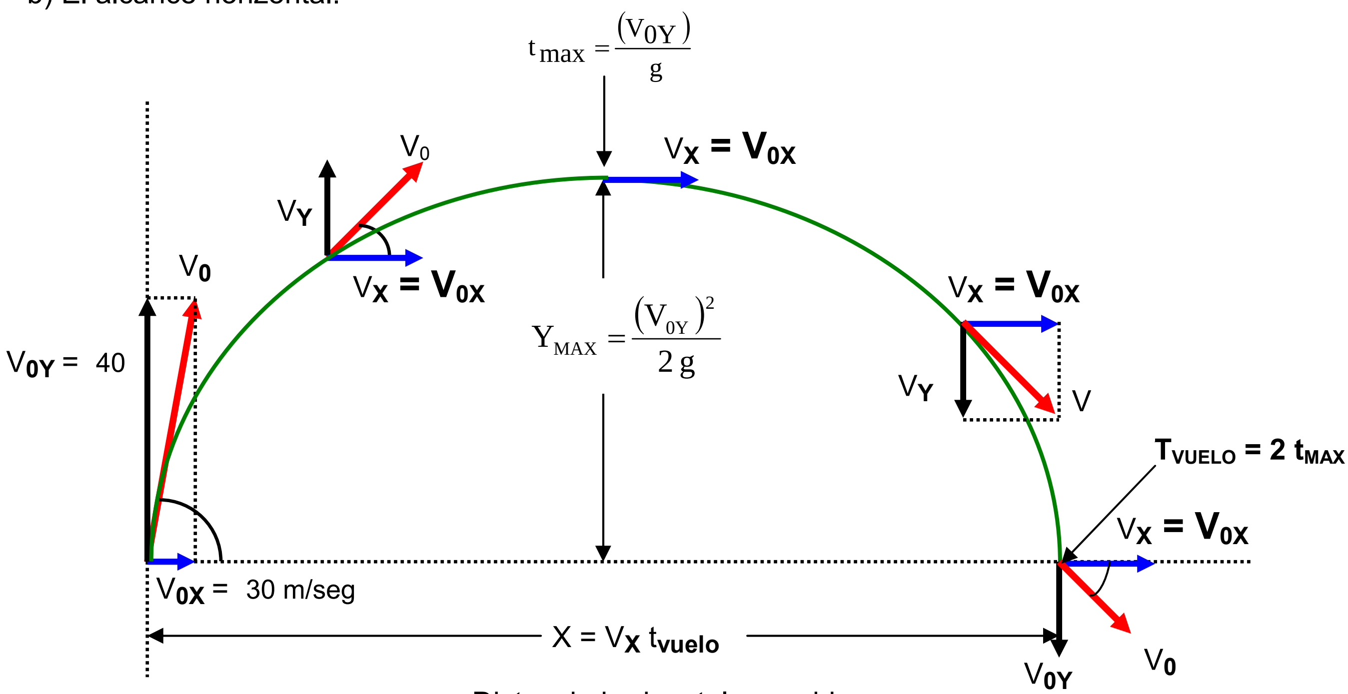
g) Cual es el alcance del proyectil (Distancia horizontal recorrida)
$X = V_X * t_{vuelo}$ pero: $t_{vuelo} = 2 * t_{max}$
$X = 30{,}5 * 10{,}564$ $t_{vuelo} = 2 * 5{,}282$ seg.
$X = 322{,}2$ metros $t_{vuelo} = 10{,}564$ seg.

h) Cual es la velocidad del proyectil al llegar al suelo
Es igual a la velocidad con que parte el proyectil.
$V_O = 61$ m/seg.

$V_X = V_{OX} = 30{,}5$ m/seg. Es decir la velocidad en eje horizontal permanece constante a través de todo el recorrido.

$V_{OY} = 52{,}82$ m/seg. $V_O = 61$ m/seg.

PROBLEMA 4
Se lanza un objeto con velocidad vertical de 40 m/seg. y horizontal de 30 m/seg.
a) Cual es la altura alcanzada.
b) El alcance horizontal.



Distancia horizontal recorrida

a) Cual es la altura alcanzada.

$$Ymax = \frac{(V_{OY})^2}{2\ g} = \frac{(40)^2}{2\ g} = \frac{1600\ m^2/seg^2}{2 * 10\ m/seg^2} = \frac{1600}{20} = 80\ \text{metros}$$

b) El alcance horizontal.

El tiempo para alcanzar el punto más alto.   Pero: V_{OY} = 40 m/seg.

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{40\ m/seg}{10\ m/seg^2} = 4\ \text{seg.}$$

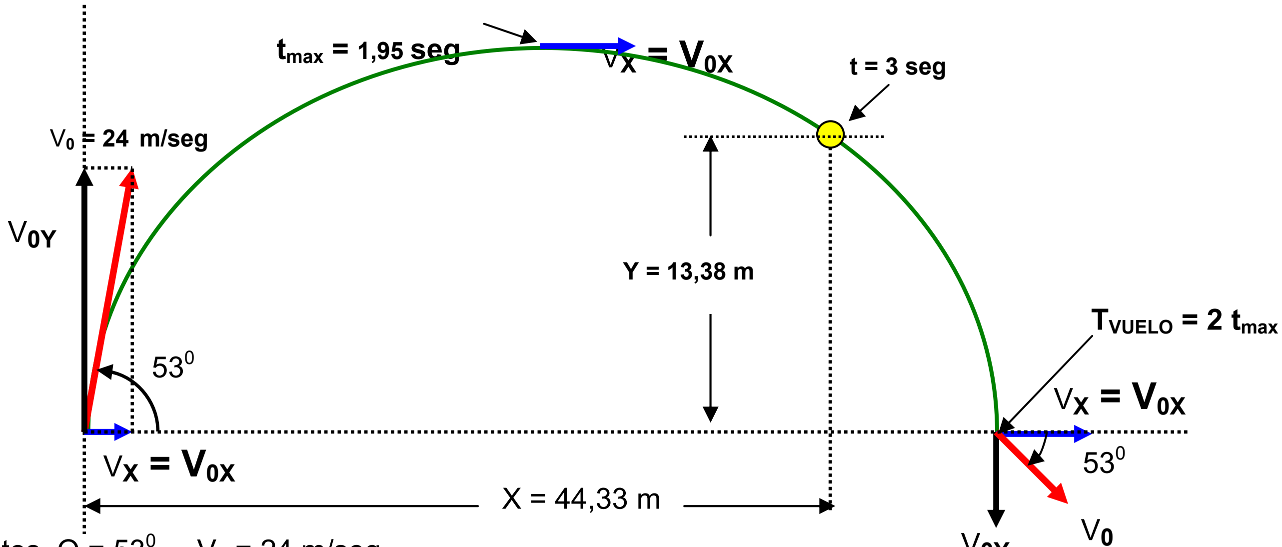
pero: $t_{vuelo} = 2 * t_{max}$

t_{vuelo} = 2 * 4 seg.

t_{vuelo} = 8 seg.

$X = V_X * t_{vuelo}$ pero: $V_X = V_{OX}$ = 30 m/seg.
X = 30 m/seg. * 8 seg.
X = 240 metros

Problema 5 Un proyectil tiene una velocidad inicial de 24 m /seg que forma un ángulo de 53^0 por encima de la horizontal calcular:
a) La distancia horizontal a que se encuentra del punto de partida 3 seg después de ser disparado.
b) La distancia vertical por encima del punto de partida en el mismo instante
c) Las componentes horizontal y vertical de su velocidad en dicho momento



Datos $\Theta = 53^0$ $V_0 = 24$ m/seg.

Inicialmente se halla el tiempo máximo, para saber si los 3 seg están subiendo o bajando en la grafica.

$V_{0Y} = V_0$ sen Θ

$V_{0Y} = 24$ sen 53

$V_{0Y} = 19,16$ m/seg.

$$t_{max} = \frac{V_{0Y}}{g} = \frac{19,16}{9,8} = 1,95 \text{ seg}$$

t_{max} = 1,95 seg significa que a los 3 seg. el proyectil esta bajando , ver grafica.

a) La distancia horizontal a que se encuentra del punto de partida 3 seg después de ser disparado.

$$V_{OX} = V_X = V_0 \cos\theta$$

$$V_{OX} = V_X = 24 \cos 53$$

$$V_{OX} = V_X = 14,44 \frac{m}{seg}$$

$$X = V_X * t \Rightarrow$$

X = 14,44 * 3

X = 44,33 m

b) La distancia vertical por encima del punto de partida en el mismo instante

En la figura se puede observar la posición del poste. A los 3 seg. el balón va bajando.

Pero:

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2} = 19,16 * 3 - \frac{9,8 * 3^2}{2}$$

$$Y = 57,48 - 44,1$$

Y = 13,38 metros

c) Las componentes horizontal y vertical de su velocidad en dicho momento

$$V_{OX} = V_X = 14,44 \frac{m}{seg}$$

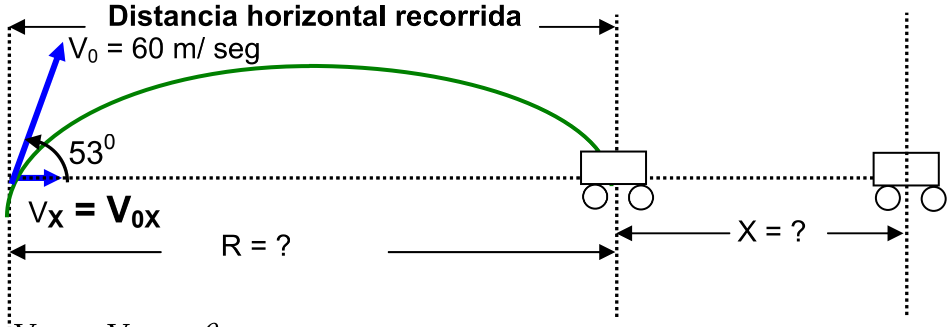
$V_Y = V_0$ sen Θ – g t

V_Y = 24 sen 53 – 9,8 * 3

V_Y = 19,16 – 29,4

V_Y = - 10,24 m/seg

Problema 6 Un mortero de trinchera dispara un proyectil con un ángulo de 53^0 por encima de la horizontal y una velocidad inicial V_0 = 60 m/seg.
Un tanque avanza directamente hacia el mortero, sobre un terreno horizontal, a la velocidad de 3 m/seg. Cual deberá ser la distancia desde el mortero al tanque en el instante en que el mortero es disparado para lograr hacer blanco.



$$V_{OX} = V_X = V_0 \cos\theta$$
$$V_{OX} = V_X = 60 \cos 53$$
$$V_{OX} = V_X = 36{,}1 \frac{m}{seg}$$

Se halla el alcance horizontal del mortero

$$R = \frac{\operatorname{sen} 2\theta \ (V_0)^2}{g}$$

$$R = \frac{\operatorname{sen} 2(53)\ (60)^2}{9{,}8} = \frac{\operatorname{sen} 106 * 3600}{9{,}8} = \frac{3460{,}54}{9{,}8} = 353{,}11\,m$$

R = 353,11 km
Se halla el tiempo de vuelo del mortero

$$R = V_X * t_V \Rightarrow$$

$$t_v = \frac{R}{V_X} = \frac{353{,}11}{36{,}1} = 9{,}78 \ seg$$

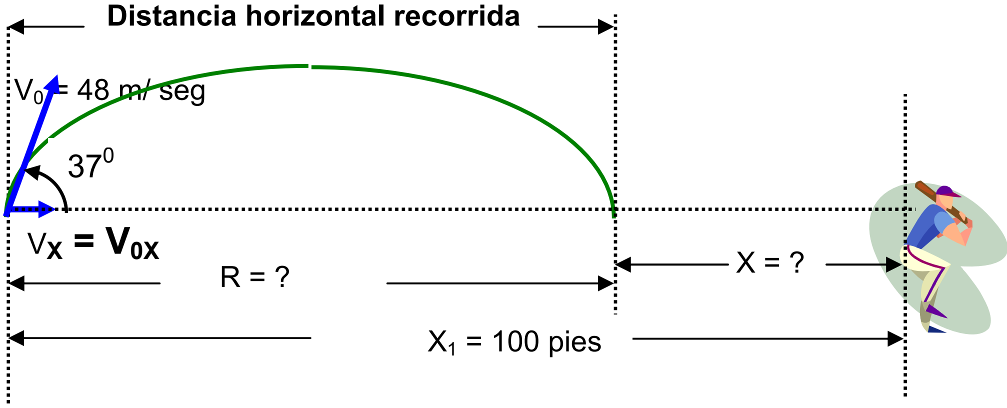
t_V = 9,78 seg
El tiempo de vuelo del mortero es el mismo tiempo que necesita el tanque para llegar al objetivo.

Se halla el desplazamiento del tanque
X = v * t

X = 3 * 9,78

X = 29,34 metros

Problema 7 Un jugador lanza una pelota formando un ángulo de 37^0 con la horizontal y con una velocidad inicial de 48 pies/seg. Un segundo jugador, que se encuentra a una distancia de 100 pies del primero en la dirección del lanzamiento inicia una carrera para encontrar la pelota, en el momento de ser lanzada. Con que velocidad ha de correr para coger la pelota



$$V_{OX} = V_X = V_0 \cos\theta$$

$$V_{OX} = V_X = 48 \cos 37$$

$$V_{OX} = V_X = 38{,}33 \ \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

Se halla el alcance horizontal de la pelota g = 32 pies/seg^2

$$R = \frac{\text{sen } 2\theta \ (V_0)^2}{g}$$

$$R = \frac{\text{sen } 2(37)\ 48^2}{32} = \frac{\text{sen } 74 * 2304}{32} = \frac{2214{,}74}{32} = 69{,}21 \ \text{pies}$$

R = 69,21 pies

Se halla el tiempo de vuelo de la pelota

$$R = V_X * t_V \ \Rightarrow$$

$$t_V = \frac{R}{V_X} = \frac{69{,}21}{38{,}33} = 1{,}8 \ \text{seg}$$

t_V = 1,8 seg

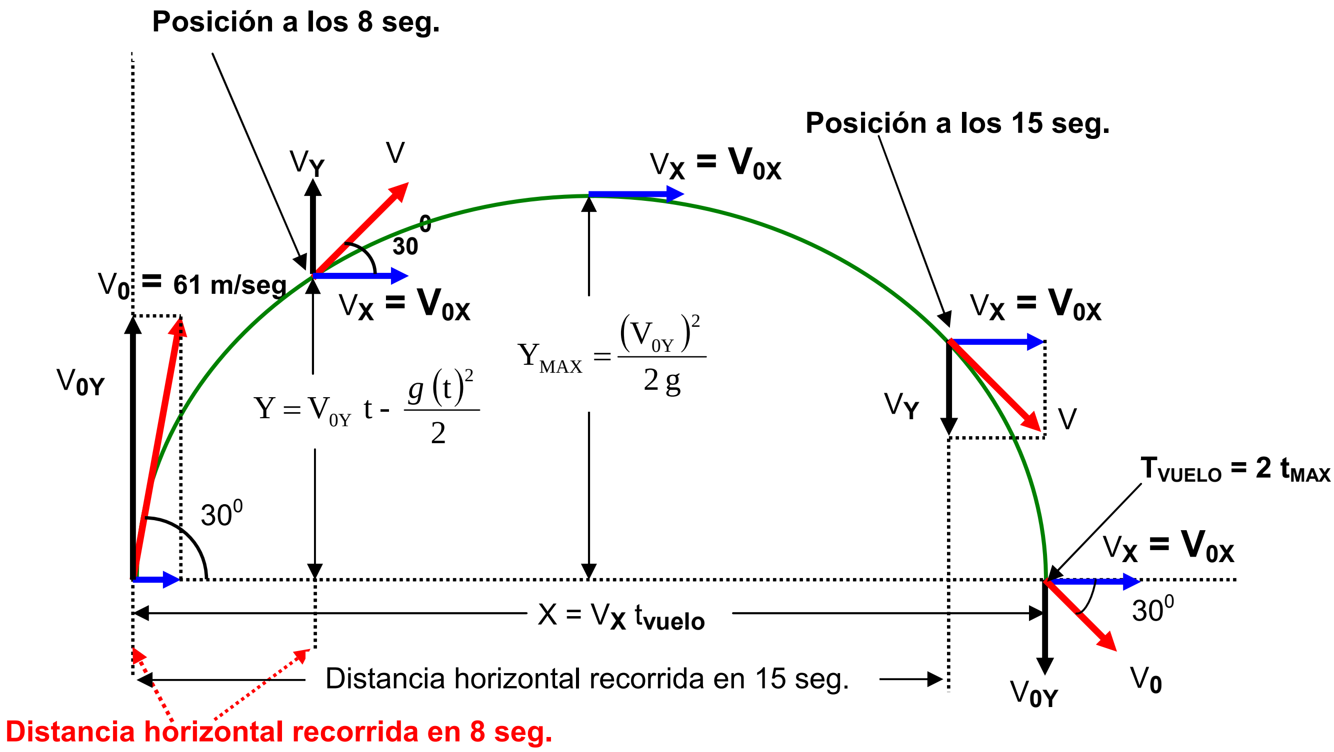
Para el segundo jugador, el tiempo de vuelo de la pelota es el mismo tiempo que el jugador necesita para llegar hasta la pelota.

X_1 = 100 pies R = 69,21 pies
X_1 = R + X
X = X_1 – R
X = 100 – 69,21

X = 30,79 pies

se halla la velocidad del jugador para atrapar la pelota

PROBLEMA 8 Una bala se dispara con un ángulo de tiro de 30^0 y una velocidad de 200 m/seg.
Calcular:
a) Altura alcanzada en 8 seg.
b) A los cuantos seg. regresa a la tierra.
c) Distancia horizontal recorrida en 15 seg.



a) Altura alcanzada en 8 seg.

Datos del problema $V_O = 200$ m/seg. $\theta = 30^0$

$V_{OY} = V_O \text{ sen } \theta$

$V_{OY} = 200 \text{ sen } 30$

$V_{OY} = 200 * (0,5)$

$\mathbf{V_{OY} = 100}$ **m/seg.**

Es necesario hallar el tiempo máximo (t_{max}), para determinar si a los 8 seg. del movimiento la bala va bajando o subiendo.

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{100 \ m/seg}{10 \ m/seg^2} = 10 \ \text{seg.}$$

El tiempo máximo es de 10 seg. (Ver la grafica) se puede decir que a los 8 seg. la bala esta subiendo.

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

pero t = 8 seg. g = 10 m/seg^2 V_{OY} = 100 m/seg.

$$Y = 100 * 8 - \frac{10 * (8)^2}{2} = 800 - \frac{10 * 64}{2} = 800 - 320$$

Y = 480 metros.

b) A los cuantos seg. regresa a la tierra.

$t_{vuelo} = 2 * t_{max}$

$t_{vuelo} = 2 * 10$ seg.

$\mathbf{t_{vuelo} = 20}$ **seg.**

c) Distancia horizontal recorrida en 15 seg.

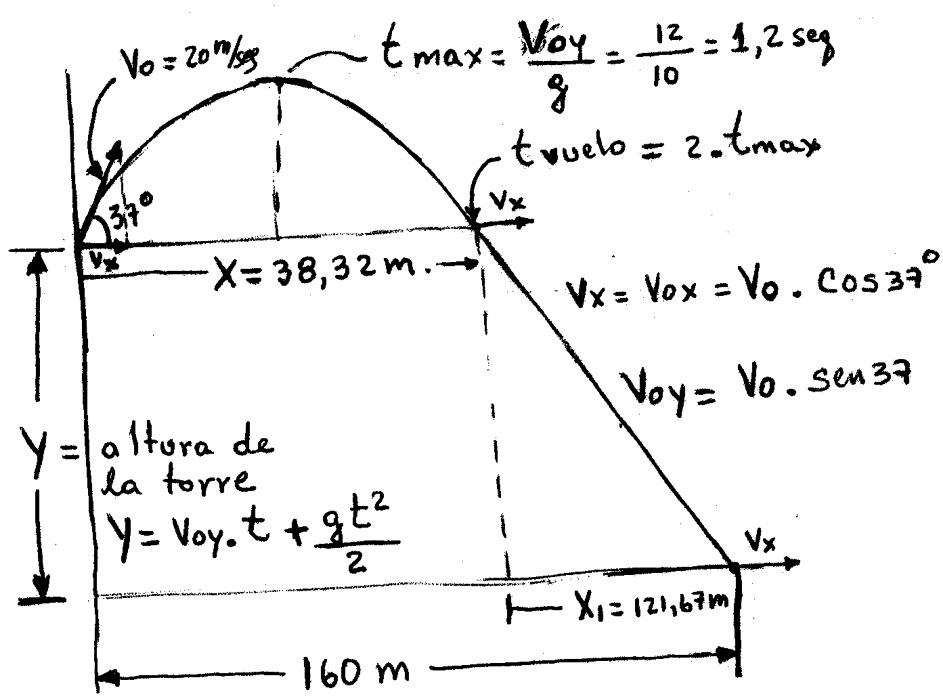
Datos del problema $V_O = 200$ m/seg. $\theta = 30^0$

$V_{OX} = V_O \cos \theta$

V_{OX} = 200 * cos 30
V_{OX} = 200 * (0,866)
V_{OX} = 173,2 m/seg.

X = V_X * t   pero: $V_X = V_{OX}$ = 173,2 m/seg.
X = 173,2 m/seg. * 15 seg.
X = 2598 metros
El alcance horizontal para 15 seg. es X = 2598 metros.

PROBLEMA 9
De arriba de una torre se lanza una piedra con una velocidad de 20 m/seg y un ángulo de 37^0 . La piedra alcanza el suelo a una distancia de 160 metros con respecto a la base de la torre. Cual es la altura de la torre.



Datos del problema V_O = 20 m/seg. $\theta = 37^0$
$V_{OY} = V_O$ sen θ
V_{OY} = 20 sen 37
V_{OY} = 20 * (0,6018)
V_{OY} = 12 m/seg.

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{12 \ m/seg}{10 \ m/seg^2} = 1{,}2 \ \ seg.$$

t_{vuelo} = 2 * t_{max}
t_{vuelo} = 2 * 1,2 seg.
t_{vuelo} = 2,4 seg.

Datos del problema V_O = 20 m/seg. $\theta = 37^0$
$V_{OX} = V_O$ cos θ
V_{OX} = 20 * cos 37
V_{OX} = 20 * (0,798)

$V_X = V_{OX} = 15,97$ m/seg.

$X = V_X * t_{vuelo}$ pero: $V_X = V_{OX} = 15,97$ m/seg. $t_{vuelo} = 2,4$ seg.
$X = 15,97$ m/seg. * 2,4 seg.
X = 38,32 metros. (Este es el alcance horizontal del tiro parabólico, ver grafica)

Pero:
$160 = X + X_1$
$X_1 = 160 - X$
$X_1 = 160 - 38,32$
X_1 = 121,67 metros (VER LA GRAFICA)

$X_1 = V_X * t$ Pero: $V_X = V_{OX} = 15,97$ m/seg.

$$t = \frac{X_1}{V_X} = \frac{121,67}{15,97} = 7,61 \text{seg.}$$

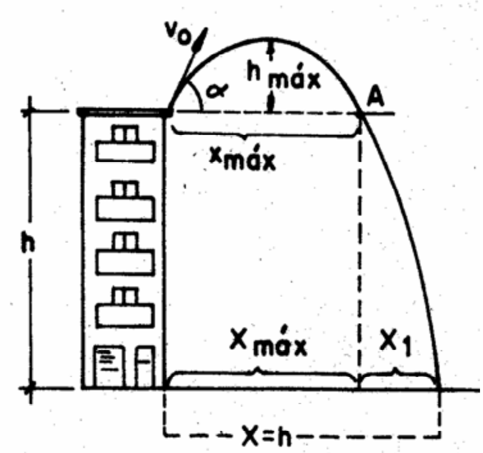
$$(+\downarrow) \quad Y = V_{OY} * t + \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_{OY} * t + \frac{g * t^2}{2} = 12 * (7,61) + \frac{10 * (7,61)^2}{2}$$

$$Y = 91,32 + 289,56 = 380 \text{ metros}$$

La altura de la torre es de 380 metros.

PROBLEMA 10
De lo alto de un edificio se lanza un proyectil con una inclinación de 40^0 por encima de la horizontal. Al cabo de 5 seg. el proyectil encuentra el plano horizontal que pasa por el pie del edificio, a una distancia de este pie igual a la altura del edificio. Calcular la velocidad inicial del proyectil y la altura del edificio. Se sabe que la máxima altura de trayectoria del proyectil respecto a la parte superior del edificio es de 10 metros.



Datos del problema:
$\theta = 40^0$
t = 5 seg. (para X = H) (Es decir el proyectil demora en el aire 5 seg.)
$h_{max} = 10$ metros.
$g = 10$ m/seg^2

Como tenemos el valor de h_{max} se puede hallar la V_{OY} (Velocidad inicial en el eje vertical).

$$Ymax = \frac{(V_{OY})^2}{2\ g} \Rightarrow$$

$$(V_{OY})^2 = 2 * g * Ymax$$

$$V_{OY} = \sqrt{2 * g * Ymax} = \sqrt{2 * 10 * 10} = 14{,}14\ m/seg$$

V_{0Y} = 14,14 m/seg.

$V_{OY} = V_O \operatorname{sen} \theta$

$$V_O = \frac{V_{OY}}{\operatorname{sen} 40} = \frac{14{,}14}{0{,}6427} = 22\ m/seg$$

V_0 = 22 m/seg.

Datos del problema V_O = 22 m/seg. $\theta = 40^0$

$V_{OX} = V_O \cos \theta$

V_{OX} = 22 * cos 40

V_{OX} = 22 * (0,766)

$V_X = V_{OX}$ = 16,85 m/seg.

Como $V_X = V_{OX}$ = 16,85 m/seg. es constante en todo el recorrido del proyectil, y el tiempo de vuelo del proyectil es de 5 seg. se halla el recorrido horizontal (X = h)

X = h = V_X * t

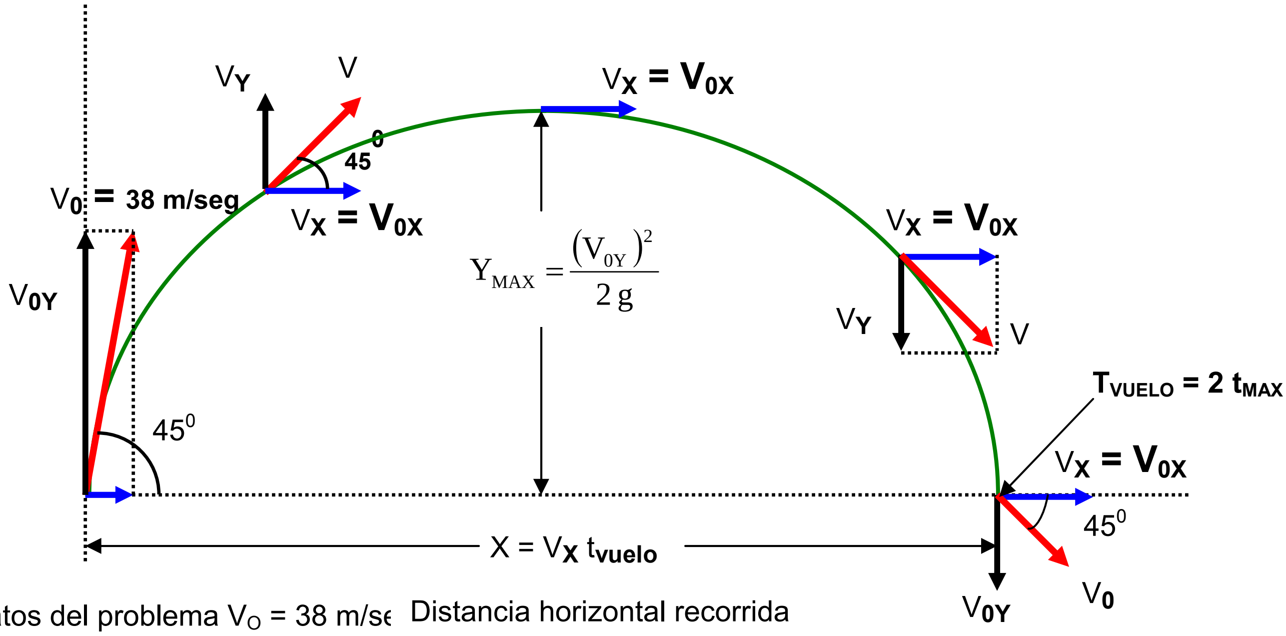
X = h = 16,85 * 5

X = h = 84,25 metros .

La altura del edificio (h) es de 84,25 metros.

PROBLEMA 11

Un jugador de béisbol golpea la pelota con un ángulo de 45^0 y le proporciona una velocidad de 38 m/seg. Cuanto tiempo tarda la pelota en llegar al suelo.



Datos del problema V_O = 38 m/se

$V_{OY} = V_O \text{ sen } \theta$
$V_{OY} = 38 \text{ sen } 45$
$V_{OY} = 38\ (0{,}7071)$
$V_{OY} = 26{,}87$ m/seg. Es la velocidad inicial en el eje Y, sirve para hallar el t_{max}

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{26{,}87 \ m/seg}{10 \ m/seg^2} = 2{,}687 \ \text{seg.}$$

Con el t_{max} hallamos el tiempo de vuelo
$t_{vuelo} = 2 * t_{max}$
$t_{vuelo} = 2 * 2{,}687$ seg.
$t_{vuelo} = 5{,}374$ seg.

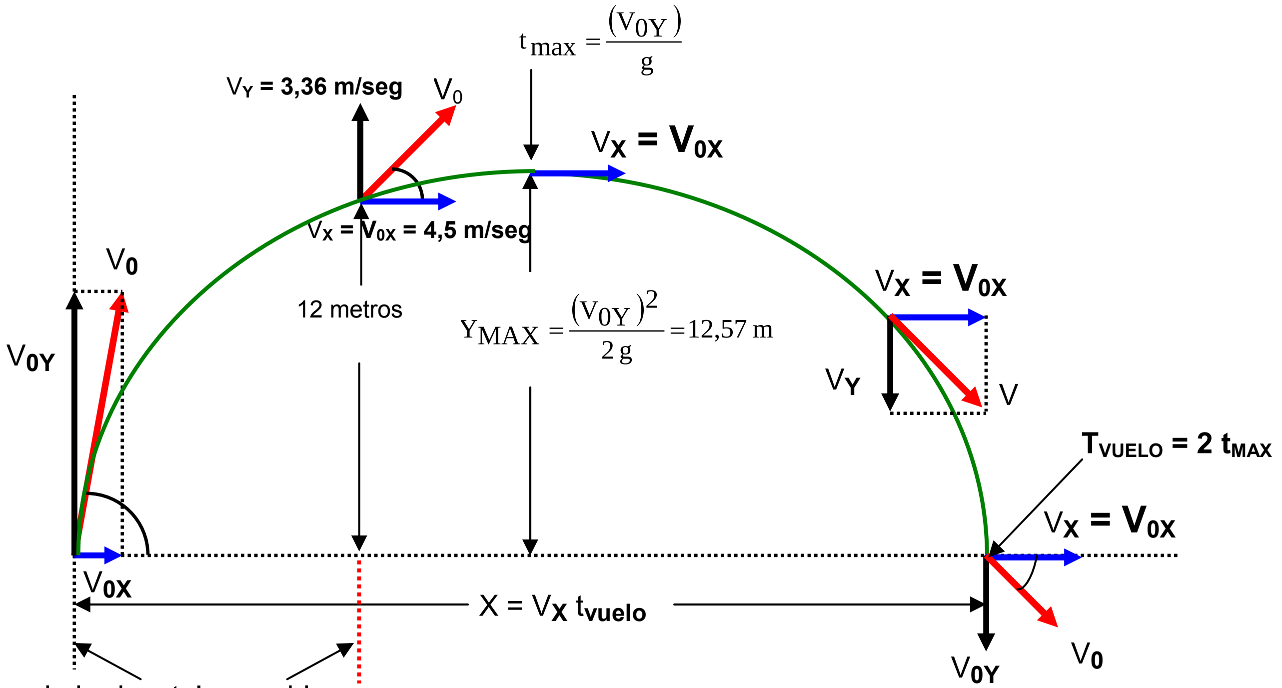
PROBLEMA 12
Se lanza una pelota al aire, cuando esta a 12 metros sobre el piso , las velocidades son: $V_X = V_{OX} = 4{,}5$ m/seg. $V_Y = 3{,}36$ m/seg.
Cual es la velocidad inicial de la pelota (V_O).
Que altura máxima alcanza la pelota.

$V_Y = V_{OY} - g\ t$
$V_Y + gt = V_{OY}$

$3{,}36 + 10t = V_{OY}$ (Ecuación 1)

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$12 = V_{OY} * t - \frac{10 * (t)^2}{2}$$



Distancia horizontal recorrida
cuando esta a 12 metros del piso.

$12 + 5t^2 = V_{OY} * t$

$\frac{12}{t} + 5t = V_{OY}$ **(Ecuación 2)**

Igualando ecuación 1 con ecuación 2

3,36 +10t = 12/t + 5t

$3{,}36 = \frac{12}{t} + 5t - 10t = \frac{12}{t} - 5t$

$3{,}36 = \frac{12 - 5t^2}{t}$

$3{,}36t = 12 - 5t^2$

$5t^2 + 3{,}36t - 12 = 0$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3{,}36 \pm \sqrt{3{,}36^2 - 4*5*(-12)}}{2*5} = \frac{-3{,}36 \pm \sqrt{11{,}28 + 240}}{10} = \frac{-3{,}36 \pm \sqrt{251{,}28}}{10}$$

$$t = \frac{-3{,}36 \pm 15{,}85}{10} \Rightarrow t = \frac{-3{,}36 + 15{,}85}{10} = \frac{12{,}4918}{10}$$

t = 1,25 seg.

Reemplazando el t = 1,25 seg. hallamos V_{OY}

3,36 +10t = V_{OY} (Ecuación 1)

3,36 + 10 *1,25 = V_{OY}

V_{OY} = 3,36 +12,5 = 15,86 m/seg

V_{OY} = 15,86 m/seg

La altura máxima es: $Ymax = \frac{(V_{OY})^2}{2\ g} = \frac{(15{,}86)^2}{2\ g} = \frac{251{,}539\ m^2/seg^2}{2 * 10\ m/seg^2} = \frac{251{,}539}{20} = 12{,}57$ metros

V_X = V_{OX} = 4,5 m/seg. Por que la velocidad en este sentido permanece constante a través de todo el recorrido.

$tg\ \theta = \frac{V_{OY}}{V_{OX}} = \frac{15{,}86}{4{,}5} = 3{,}524$

θ = arc tg 3,524

θ = 74,15^0

V_{OY} = V_O sen θ

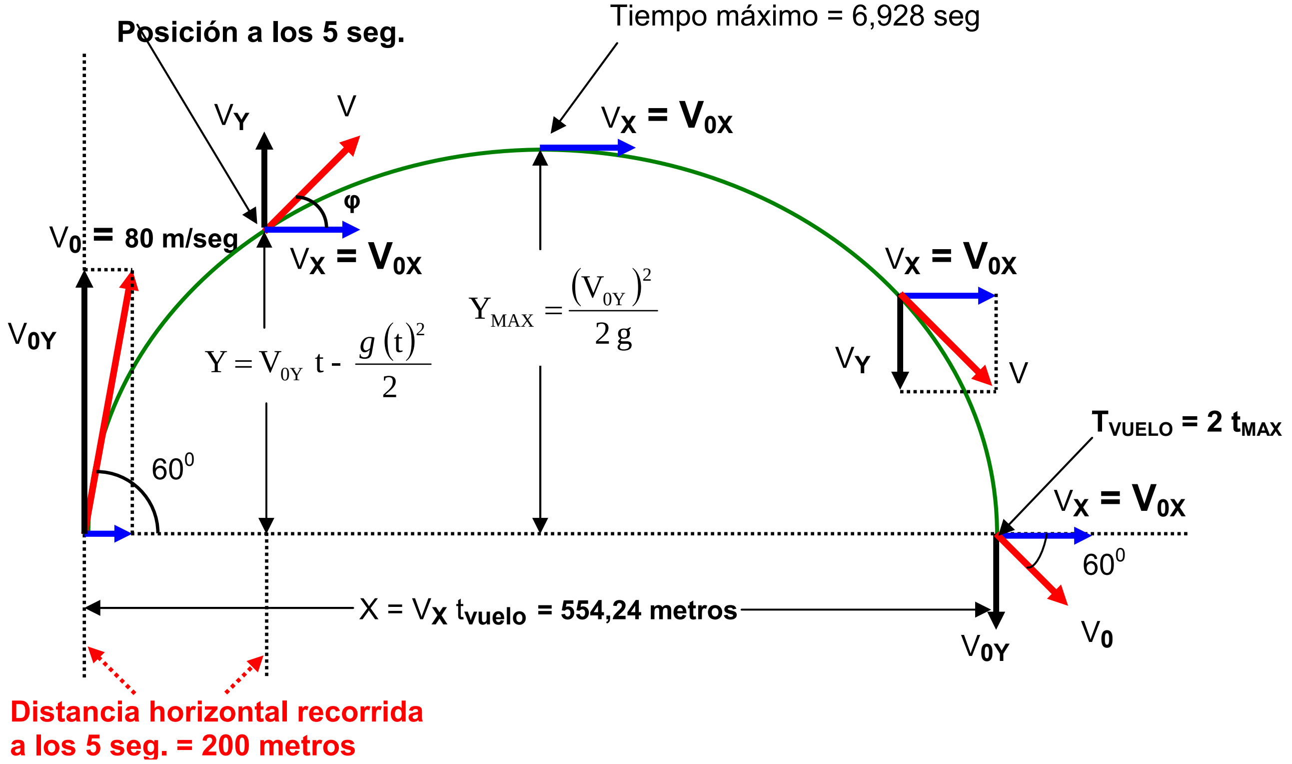
15,86 = V_O sen 74,15

$V_O = \frac{15{,}86}{sen\ 74{,}15} = \frac{15{,}86}{0{,}96198} = 16{,}48\ m/seg$

V_O = 16,48 m/seg (Velocidad inicial con que fue lanzada la pelota)

PROBLEMA 13
Se dispara un proyectil con rapidez inicial de 80 m/seg. hacia el este con un ángulo de elevación de 60^0

a) Calcular el tiempo de vuelo del proyectil.
b) Cual es el alcance máximo horizontal.
c) Cual es el desplazamiento vertical y horizontal al cabo de 5 seg.
d) Que magnitud y dirección tiene la velocidad del proyectil a los 5 seg.
e) En que instante de tiempo y a que altura la componente vertical de la velocidad se anula.



Datos del problema
V_o = 80 m/seg. $\theta = 60^0$
$V_{OY} = V_O \text{ sen } \theta$
V_{OY} = 80 sen 60
V_{OY} = 80 (0,866)
V_{OY} = 69,28 m/seg. Es la velocidad inicial en el eje Y, sirve para hallar el t_{max}

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{69,28\ m/seg}{10\ m/seg^2} = 6,928\ \ seg.$$

a) Calcular el tiempo de vuelo del proyectil.
Con el t_{max} hallamos el tiempo de vuelo
$t_{vuelo} = 2 * t_{max}$
t_{vuelo} = 2 * 6,928 seg.
t_{vuelo} = 13,856 seg.

b) Cual es el alcance máximo horizontal.
Datos del problema V_O = 80 m/seg. $\theta = 60^0$

$V_{OX} = V_O \cos\theta$
$V_{OX} = 80 * \cos 60$
$V_{OX} = 80 * (0,5)$
$V_X = V_{OX} = 40$ m/seg.

Como $V_X = V_{OX} = 40$ m/seg. es constante en todo el recorrido del proyectil.
$t_{vuelo} = 13{,}856$ seg.

$X = V_X * t_{vuelo} = 40 * 13{,}856 = 554{,}24$ metros.
X = 554,24 metros.

c) Cual es el desplazamiento vertical y horizontal al cabo de 5 seg.
Para el desplazamiento vertical es necesario evaluar si a los 5 seg., el movimiento del proyectil va bajando o subiendo.

Para determinar el signo de la ecuación, se compara el valor de $t_{max} = 6{,}928$ seg. **(Ver grafica)**
Esto nos indica que a los 5 seg. el proyectil va subiendo (- ↑) luego la ecuación es negativa

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2} = 69{,}28 * (5) - \frac{10 * (5)^2}{2}$$

Y = 346,4 – 125 = 221,4 metros

Y = 221,4 metros (Alcance vertical a los 5 seg.)

$X = V_X * t = 40 * 5 = 200$ metros
X = 200 metros (Alcance horizontal a los 5 seg.)

d) Que magnitud y dirección tiene la velocidad del proyectil a los 5 seg.
$V_Y = V_{OY} - gt$ pero: $V_{OY} = 69{,}28$ m/seg.

$V_Y = 69{,}28 - 10 * 5$
$V_Y = 19{,}28$ m/seg.

La velocidad horizontal (V_X) al cabo de 5 seg. es la misma que $Vo_X = 40$ m/seg. Por que la velocidad en este sentido permanece constante a través de todo el recorrido.

Para hallar la magnitud de la velocidad al cabo de 5 seg.
Pero: $V_X = V_{OX} = 40$ m/seg. $V_Y = 19{,}28$ m/seg.

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(40)^2 + (19{,}28)^2} = \sqrt{1600 + 371{,}71} = 44{,}4 \text{ m/seg}$$

V = 44,4 m/seg.

$$\text{tg}\,\beta = \frac{V_Y}{V_X} = \frac{19{,}28}{40} = 0{,}482$$

β = arc tg 0,482
β = 25,734^0

e) En que instante de tiempo y a que altura la componente vertical de la velocidad se anula.
La velocidad vertical se hace cero, cuando alcanza la máxima altura.

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{69{,}28\ m/seg}{10\ m/seg^2} = 6{,}928\ \ seg.$$

$$Ymax = \frac{(V_{OY})^2}{2\ g} = \frac{(69{,}28)^2}{2\ g} = \frac{4799{,}71\ m^2/seg^2}{2\ {*}10\ m/seg^2} = \frac{4799{,}71}{20} = 239{,}98\ \ metros$$

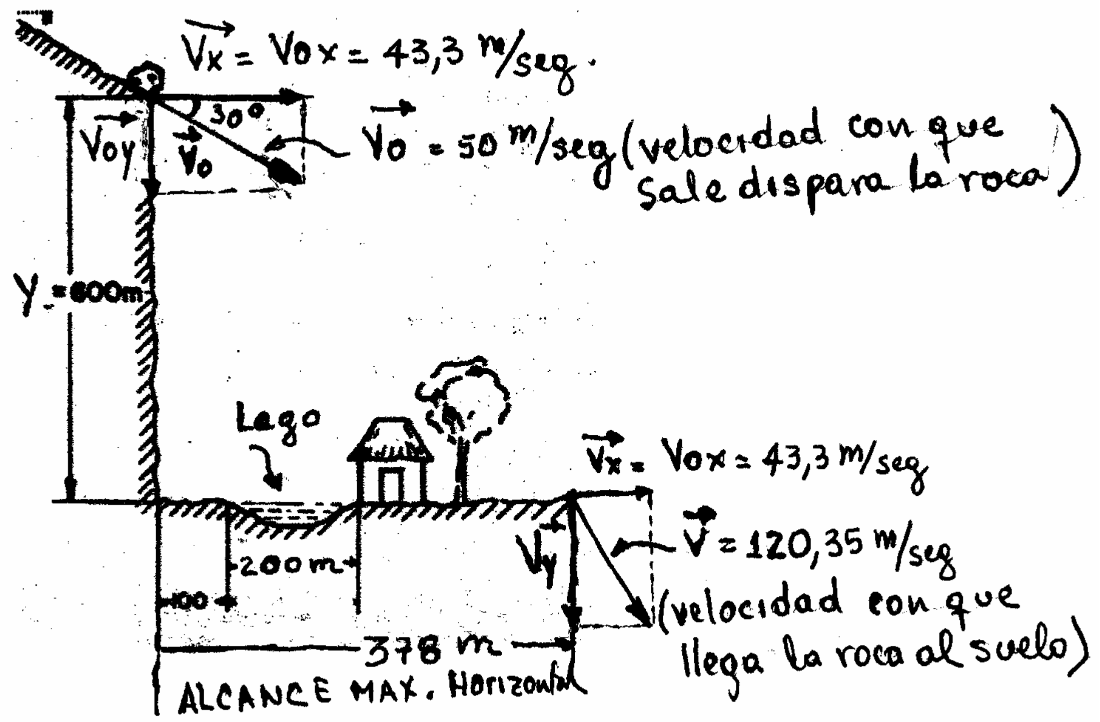
PROBLEMA 14

Una roca descansa sobre un barranco 600 metros por encima de una casa, tal como se muestra en la figura. En tal posición que si rodase, saldría disparada con una rapidez de 50 m/seg. Existe un lago de 200 metros de diámetro. Con uno de sus bordes a 100 metros del borde del barranco. La casa esta junto a la laguna en el otro borde.

a) Si la roca se desprendiera del barranco cuanto tiempo permanecería en el aire antes de caer al suelo?

b) Caerá la roca en la laguna

c) Hallar la rapidez de la roca al llegar al suelo y la rapidez horizontal en ese momento.



Datos del problema.

Y = 600 metros V_0 = 50 m/seg. $\theta = 30^0$

$V_{OY} = V_O \text{ sen } \theta$

$V_{OY} = 50 \text{ sen } 30$

$V_{OY} = 50\ (0{,}5)$

V_{OY} = 25 m/seg. Es la velocidad inicial en el eje Y, sirve para hallar el tiempo.

a) Si la roca se desprendiera del barranco cuanto tiempo permanecería en el aire antes de caer al suelo?

La ecuación para hallar Y es positiva por que la roca va bajando.

$$Y = V_{OY} * t + \frac{g * t^2}{2}$$

$$600 = 25 * t + \frac{10 * t^2}{2} = 25t + 5t^2$$

$5t^2 + 25t - 600 = 0$ (Simplificando la ecuación por 5)

$t^2 + 5t - 120 = 0$ pero a = 1   b = 5   c = -120

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(5) \pm \sqrt{5^2 - 4*1*(-120)}}{2*1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 480}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{505}}{2} = \frac{-5 \pm 22{,}4722}{2}$$

$$t = \frac{-5 + 22{,}4722}{2} = \frac{17{,}4722}{2} = 8{,}73 \text{ seg}$$

t = 8,73 seg

b) Caerá la roca en la laguna?

Datos del problema. Y = 600 metros V_0 = 50 m/seg. $\theta = 30^0$
El alcance máximo horizontal.
$V_{OX} = V_O \cos \theta$
$V_{OX} = 50 * \cos 30$

$V_{OX} = 50 * (0{,}866)$
$V_X = V_{OX}$ = 43,3 m/seg.

Como $V_X = V_{OX}$ = 43,3 m/seg. es constante en todo el recorrido del proyectil.
t_{vuelo} = 8,73 seg.

$X = V_X * t_{vuelo}$ = 43,3 * 8,73 = 378 metros.

X = 378 metros   Si observamos la grafica, la roca no cae dentro de la laguna.

c) Hallar la rapidez de la roca al llegar al suelo y la rapidez horizontal en ese momento.
Pero: $V_X = V_{OX}$ = 43,3 m/seg.

La ecuación para hallar V_Y es positiva por que la roca va bajando.
$V_Y = V_{OY} + gt$ pero: V_{OY} = 25 m/seg.

V_Y = 25 + 10 * 8,73

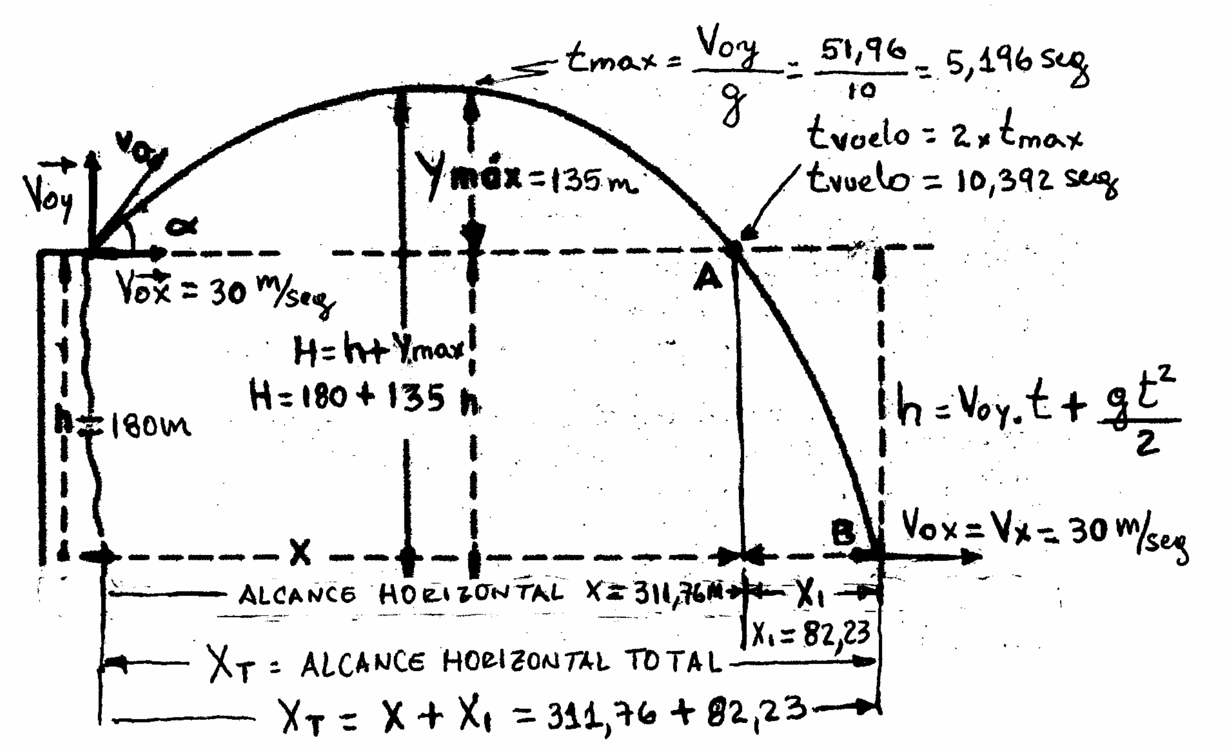
V_Y = 112,3 m/seg.

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(43{,}3)^2 + (112{,}3)^2} = \sqrt{1874{,}89 + 12611{,}29} = \sqrt{14486{,}18} \text{ m/seg}$$

V = 120,35 m/seg.   (Velocidad con que llega la roca al suelo)

Como **V_X = V_{OX} = 43,3 m/seg.** es constante en todo el recorrido del proyectil. Es la velocidad horizontal.

PROBLEMA 15
Se dispara un proyectil desde la cima de una montaña a 180 metros por encima del valle, tal como se indica en la figura. El modulo de su velocidad inicial es 60 m/seg a 60^0 respecto a la horizontal
a) Cual es la máxima altura respecto al valle
b) Donde caerá el proyectil



Datos del problema
V_0 = 60 m/seg.
h altura de la montaña = 180 metros
$\theta = 60^0$

a) Cual es la máxima altura respecto al valle (H) (ver grafica)

H = h + Y_{max} pero h = 180 metros

$V_{OY} = V_O \text{ sen } \theta$
V_{OY} = 60 sen 60
V_{OY} = 60 (0,866)
V_{OY} = 51,96 m/seg. Es la velocidad inicial en el eje Y, sirve para hallar el Y_{max}

Hallamos Y_{max}

$$Ymax = \frac{(V_{OY})^2}{2\ g} = \frac{(51{,}96)^2}{2\ g} = \frac{2700\ m^2/seg^2}{2 * 10\ m/seg^2} = \frac{2700}{20} = 135 \ \text{metros}$$

Y_{MAX} = 135 metros

H = h + Y_{max} pero h = 180 metros
H = 180 + 135 = 315 metros
H = 315 metros **(Altura respecto al valle)**

b) Donde caerá el proyectil (X_T) ?
Para hallar el alcance horizontal, es necesario calcular el tiempo de vuelo y la velocidad horizontal en el eje X.

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{51{,}96\ m/seg}{10\ m/seg^2} = 5{,}196 \ \text{seg.}$$

Con el t_{max} hallamos el tiempo de vuelo

$t_{vuelo} = 2 * t_{max}$

$t_{vuelo} = 2 * 5{,}196$ seg.

t_{vuelo} = 10,392 seg. (ver grafica)

El alcance máximo horizontal del tiro parabólico (X)
Datos del problema $V_O = 60$ m/seg. $\theta = 60^0$
$V_{OX} = V_O \cos \theta$
$V_{OX} = 60 * \cos 60$
$V_{OX} = 60 * (0{,}5)$

$V_X = V_{OX}$ = 30 m/seg.

$X = V_X * t_{vuelo} = 30 * 10{,}392 = 311.76$ metros. (ver grafica)
X = 311.76 metros.

La ecuación para hallar h = 180 metros es positiva por que la roca va bajando.

$$h = V_{OY} * t + \frac{g * t^2}{2}$$

$$180 = 51{,}96 * t + \frac{10 * t^2}{2} = 51{,}96t + 5t^2$$

$5t^2 + 51{,}96t - 180 = 0$ pero a = 5 b = 51,96 c = -180

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(51{,}96) \pm \sqrt{51{,}96^2 - 4*5*(-180)}}{2*5} = \frac{-51{,}96 \pm \sqrt{2699{,}84 + 3600}}{10}$$

$$t = \frac{-51{,}96 + \sqrt{6300}}{10} = \frac{-51{,}96 + 79{,}37}{10} = \frac{27{,}41}{10} = 2{,}741 \text{ seg.}$$

t = 2,741 seg. Es el tiempo que transcurre desde el punto A hasta el punto B. (ver grafica)

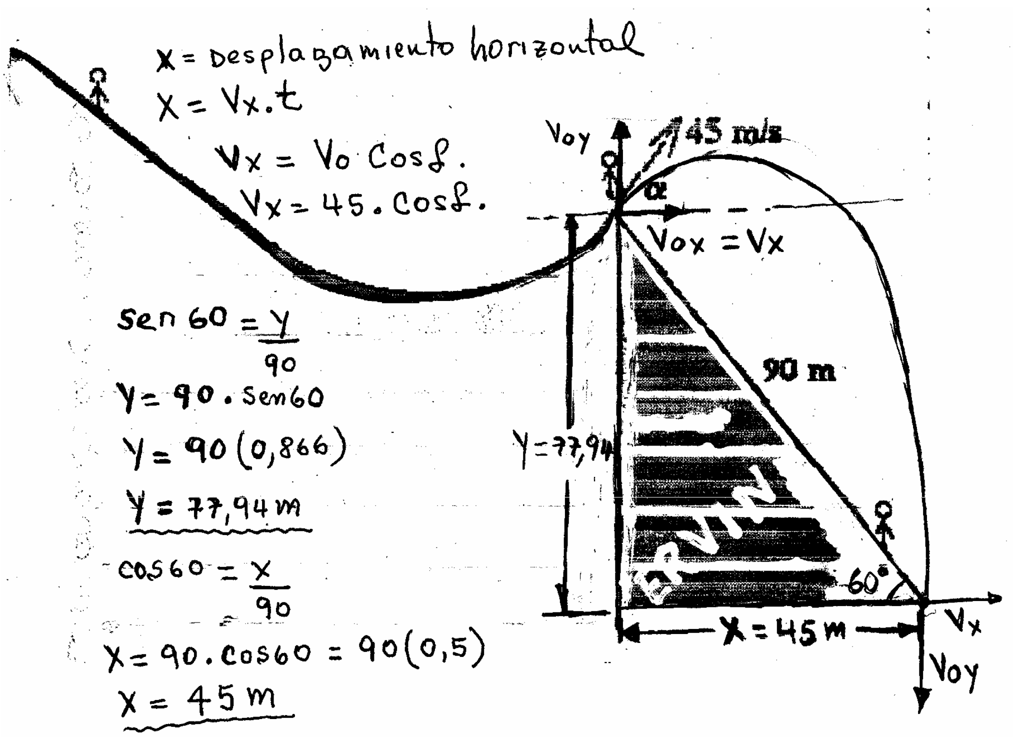
$X_1 = V_X * t = 30 * 2{,}741 = 82{,}23$ metros.
X_1 = 82,23 metros.

El desplazamiento total pero: X = 311.76 metros.
$X_T = X + X_1 = 311{,}76 + 82{,}23 = 394$ metros

X_T = 394 metros

PROBLEMA 16
Un patinador desciende por una pista helada, alcanza al finalizar la pista una velocidad de 45 m/seg. En una competición de salto, debería alcanzar 90 metros a lo largo de una pista inclinada 60^0 respecto a la horizontal.

Cual será el ángulo o los ángulos α que debe formar su vector velocidad con la horizontal?
Cuanto tiempo tardara en aterrizar?



Datos del problema:
V_0 = 45 m/seg.

X = ALCANCE HORIZONTAL

X = v_X * t pero X = 45 metros
X = (v_0 cos α) t

$$t = \frac{X}{V_0 \cos\alpha} = \frac{45}{45 \cos\alpha}$$

$$t = = \frac{1}{\cos\alpha}$$ **(Ecuación 1)**

Pero:

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_O \operatorname{sen}\alpha * t - \frac{g * t^2}{2}$$ **(Ecuación 2)**

Reemplazando la ecuación 1 en la ecuación 2.

$$Y = V_O \operatorname{sen}\alpha * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_O \operatorname{sen}\alpha * \left(\frac{1}{\cos\alpha}\right) - \frac{g * \left(\frac{1}{\cos\alpha}\right)^2}{2}$$

$$Y = \frac{V_O \operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} - \frac{g}{2\ (\cos\alpha)^2}$$

$$-77{,}94 = (45) * \text{tag}\,\alpha \;-\; \frac{10}{2\,(\cos\,\alpha)^2} = 45\,\text{tg}\alpha \;-\; \frac{5}{(\cos\,\alpha)^2}$$

pero:

$$\frac{1}{(\cos\,\alpha)^2} = (\sec\,\alpha)^2$$

$$-77{,}94 = 45\,\text{tg}\alpha \;-\; 5(\sec\,\alpha)^2$$

pero: $(\sec\,\alpha)^2 = (\text{tg}\,\alpha)^2 + 1$

$$-77{,}94 = 45\,\text{tg}\alpha \;-\; 5\left[(\text{tg}\,\alpha)^2 + 1\right]$$

$$-77{,}94 = 45\,\text{tg}\alpha \;-\; 5(\text{tg}\,\alpha)^2 \;-5$$

Ordenando la ecuación

$$5(\text{tg}\,\alpha)^2 \;-45\,\text{tg}\,\alpha + 5 - 77{,}94 = 0$$

$$5(\text{tg}\,\alpha)^2 \;-45\,\text{tg}\,\alpha - 72{,}94 = 0$$

pero: a = 5 b = - 45 c = -72,94

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{-\,b \pm \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a} = \frac{-(-45) \pm \sqrt{(-45)^2 - 4*5*(-72{,}94)}}{2*5} = \frac{45 \pm \sqrt{2025 + 1458{,}8}}{10}$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{45 \pm \sqrt{3483{,}8}}{10} = \frac{45 \pm 59{,}023}{10}$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{45 + 59{,}023}{10} = 10{,}4023$$

$$\text{tg}\,\beta = \frac{45 - 59{,}023}{10} = -1{,}4023$$

tg α = 10,4023

$$t = = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\cos\,84{,}5} = 10{,}43\ \text{seg.}$$

α = arc tg 10,4023

α = 84,5^0

tg β = - 1,4023

$$t = = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\cos\,-54{,}5} = 1{,}72\ \text{seg.}$$

β = arc tg - 1,4023

β = - 54,5^0

Problema 17

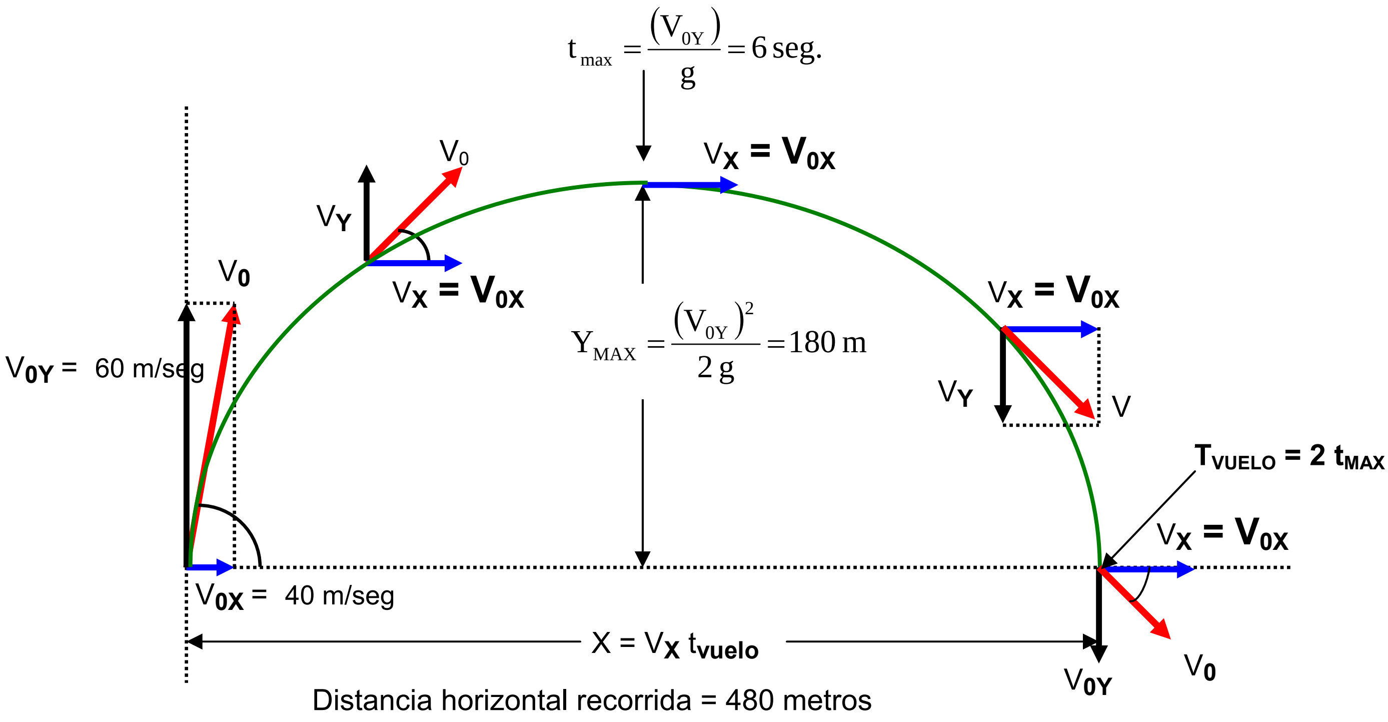
Se lanza un cuerpo desde el origen con velocidad horizontal de 40 m/s, y con una velocidad vertical hacia arriba de 60 m/s. Calcular la máxima altura y el alcance horizontal.

V_{0y} = 60 m/seg.

$V_{0X} = V_X =$ 40 m/seg.

$$Y_{max} = \frac{(V_{0Y})^2}{2\,g} = \frac{60^2}{2*10} = \frac{3600}{20} = 180 \text{ metros}$$

máxima altura 180 metros



$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{60}{10} = 6 \text{ seg.}$$

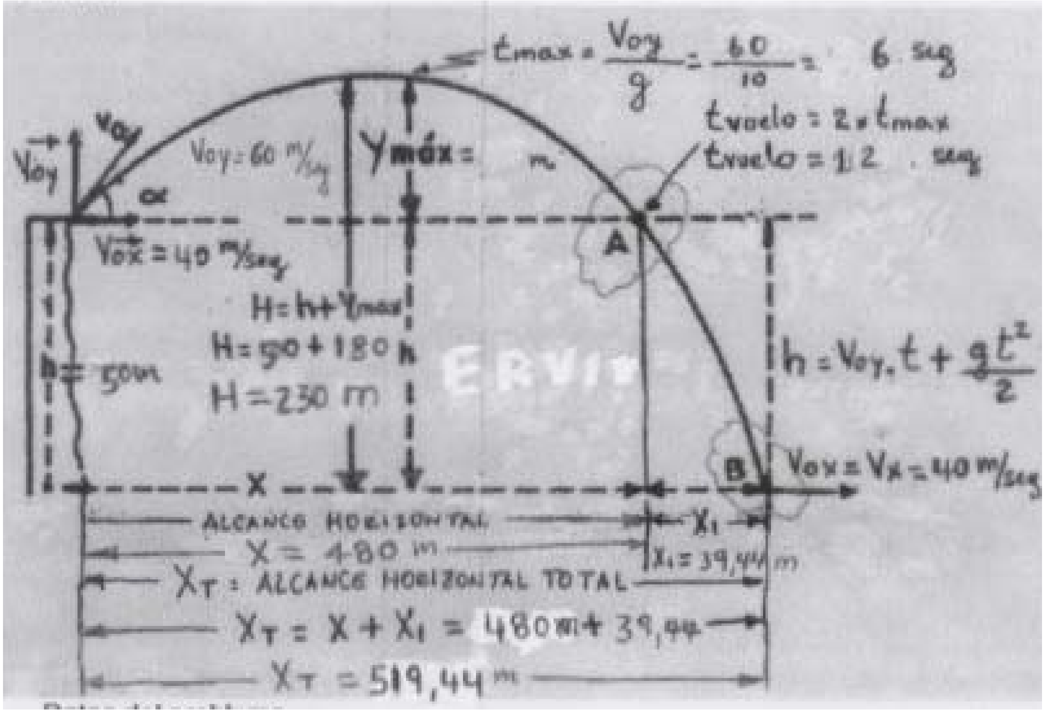
$t_{vuelo} = 2 * t_{max} = 2 * 6 = 12$ seg

$X = V_X * t_{vuelo} = 40$ m/seg. * 12 seg = 480 metros

X = El alcance horizontal es 480 metros.

==

Problema 18
Resolver el ejercicio anterior, tomando como lugar de lanzamiento la cima de una colina de 50 m de altura.



Calcular la máxima altura y el alcance horizontal.

Datos del problema
$V_{0X} = V_X =$ 40 m/seg.
$V_{0y} =$ 60 m/seg.
h altura de la colina = 50 metros

Cual es la máxima altura respecto al valle (H)
$H = h + Y_{max}$ pero h = 50 metros

V_{OY} = 60 m/seg. Es la velocidad inicial en el eje Y, sirve para hallar el Ymax

Hallamos Y_{max}

$$Ymax = \frac{(V_{OY})^2}{2\ g} = \frac{(60)^2}{2\ g} = \frac{3600\ m^2/seg^2}{2 * 10\ m/seg^2} = \frac{3600}{20} = 180\ \text{metros}$$

$H = h + Y_{max}$ = 50 + 180 = 230 metros
H = 230 metros MAXIMA ALTURA

Donde caerá el proyectil (X_T) ?

Para hallar el alcance horizontal, es necesario calcular el tiempo de vuelo y la velocidad horizontal en el eje X.

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{60\ m/seg}{10\ m/seg^2} = 6\ \text{seg.}$$

Con el t_{max} hallamos el tiempo de vuelo

$t_{vuelo} = 2 * t_{max}$

$t_{vuelo} = 2 * 6$ seg.

$t_{vuelo} = 12$ seg.

El alcance máximo horizontal del tiro parabólico (X)

Datos del problema $V_{0X} = V_X = 40$ m/seg. $V_{0y} = 60$ m/seg.

.

$X = V_X * t_{vuelo} = 40 * 12 = 480$ metros. **(ver grafica)**

X = 480 metros.

La ecuación para hallar h = 50 metros es positiva por que la roca va bajando.

$$h = V_{OY} * t + \frac{g * t^2}{2}$$

$$50 = 60 * t + \frac{10 * t^2}{2} = 60\,t + 5t^2$$

$5t^2 + 60\,t - 50 = 0$ pero a = 5 b = 60 c = - 50

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a} = \frac{-(60) \pm \sqrt{60^2 - 4 * 5 * (-50)}}{2 * 5} = \frac{-60 \pm \sqrt{3600 + 1000}}{10}$$

$$t = \frac{-60 + \sqrt{4600}}{10} = \frac{-51{,}96 + 61{,}82}{10} = \frac{9{,}86}{10} = 0{,}986 \text{ seg.}$$

t = 0,986 seg. Es el tiempo que transcurre desde el punto A hasta el punto B. **(ver grafica)**

$X_1 = V_X * t = 40 * 0{,}986 = 39{,}44$ metros.

X_1 = 39,44 metros.

ALCANCE HORIZONTAL TOTAL (X_T) pero: X = 480 metros.

$X_T = X + X_1 = 480 + 39{,}44 = 519{,}44$ metros

X_T = 519,44 metros MAXIMO ALCANCE HORIZONTAL

PROBLEMAS ADICIONALES SOBRE MOVIMIENTO DE UN CUERPO LANZADO HORIZONTALMENTE

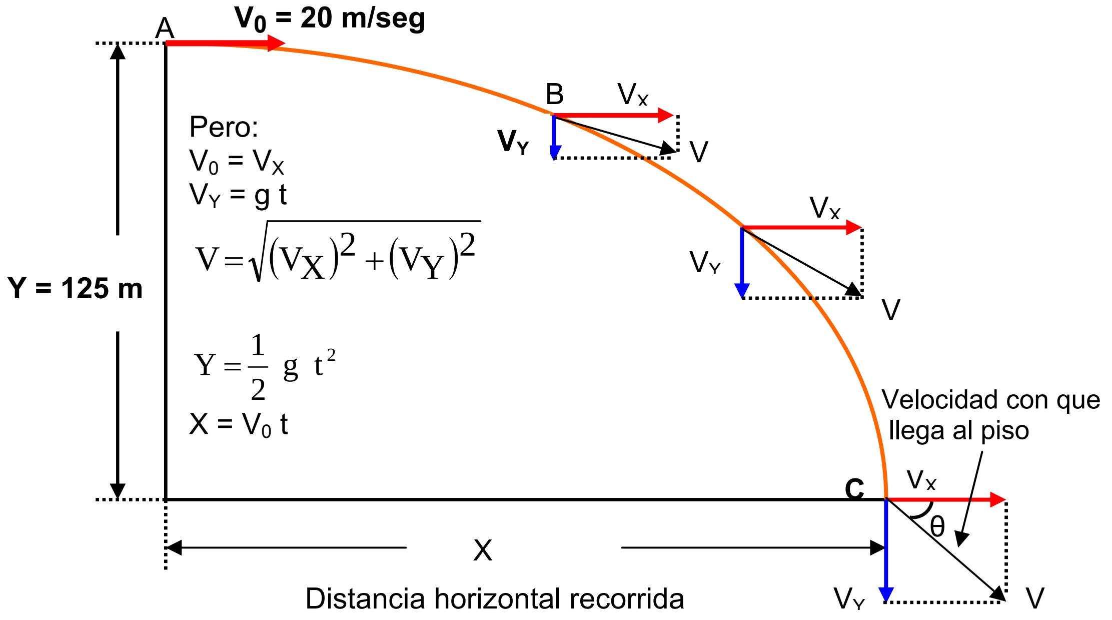
PROBLEMA 19

Desde la azotea de un edificio de 125 metros de altura se lanza un objeto horizontalmente con una velocidad de 20 m/seg. Calcular:

a) Tiempo empleado en caer. Rta. t = 5 seg.

b)Velocidad con que llega a la tierra. Rta V = 53,85 m/seg.

c) Distancia horizontal recorrida. Rta. X = 100 metros



$V_O = V_X = 20\ m/seg$

Y = 125 metros

a) Tiempo empleado en caer.

$$Y = \frac{1}{2} g\ t^2 \Rightarrow 2\ Y = g\ t^2$$

$$\frac{2\ Y}{g} = t^2 \quad \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 125}{10}} = \sqrt{\frac{250}{10}} = \sqrt{25} = 5\,seg.$$

t = 5 seg.

b) Velocidad con que llega a la tierra.

$$V_O = V_X = 20\ m/seg \qquad V_Y = g * t = 10\ m/seg^2 * 5\ seg = 50\ m/seg$$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(20)^2 + (50)^2} = \sqrt{400 + 2500} = \sqrt{2900} = 53{,}85\ m/seg$$

c) Distancia horizontal recorrida.

$X = V_X * t = 20\,m/seg * 5\ seg = 100\,metros$ **MAXIMO ALCANCE HORIZONTAL**

PROBLEMA 20

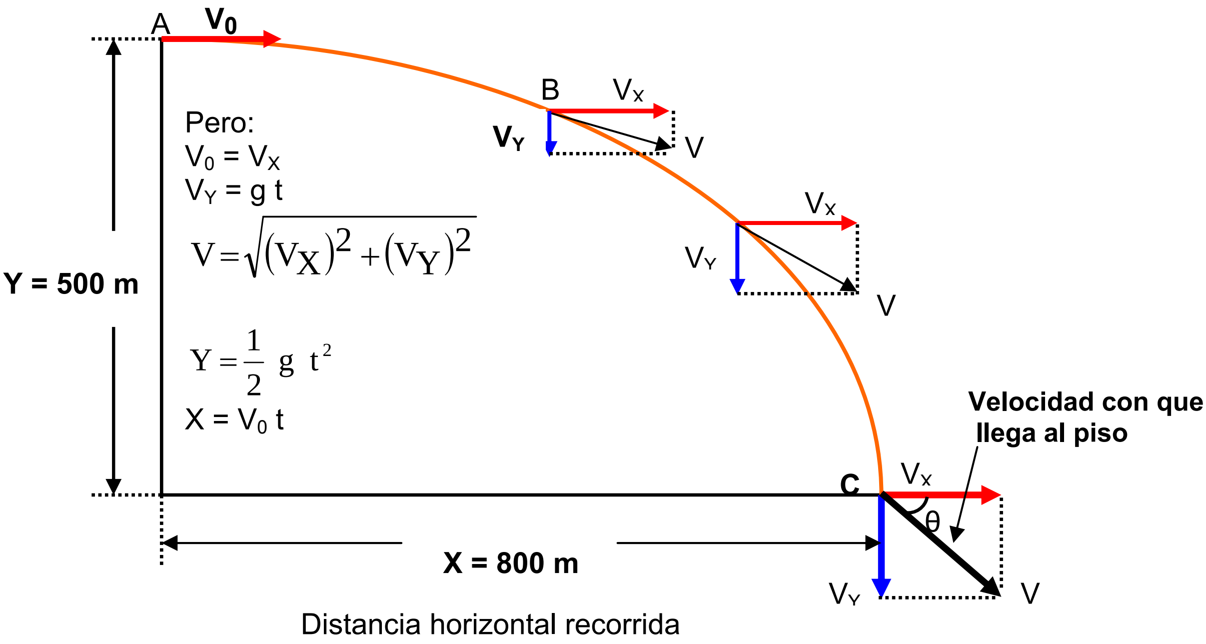
Un avión vuela horizontalmente a 500 m de altura y deja caer un objeto. Si hasta llegar a tierra el objeto recorre horizontalmente 800 m, hallar:

a) Con que velocidad vuela el avión. Rta. $V_X = 80$ m/seg.

b) Con qué velocidad choca el objeto. Rta. $V = 128$ m/seg.

c) Cuanto tiempo emplea en caer. Rta. $t = 10$ seg.

Y = 500 metros X = 800 metros



Cuanto tiempo emplea en caer.

$$Y = \frac{1}{2}\ g\ t^2 \Rightarrow 2\,Y = g\ t^2$$

$$\frac{2\,Y}{g} = t^2 \quad \Rightarrow \ t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2\ *\ 500}{10}} = \sqrt{\frac{1000}{10}} = \sqrt{100} = 10\,\text{seg.}$$

t = 10 seg. Tiempo empleado en caer.

a) Con que velocidad vuela el avión.

$$X = V_X\ *\ t \ \Rightarrow V_X = \frac{X}{t} = \frac{800}{10} = 80\ \text{m/seg}$$

$$V_O = V_X = 80\ \text{m/seg}$$

b) Con qué velocidad choca el objeto.

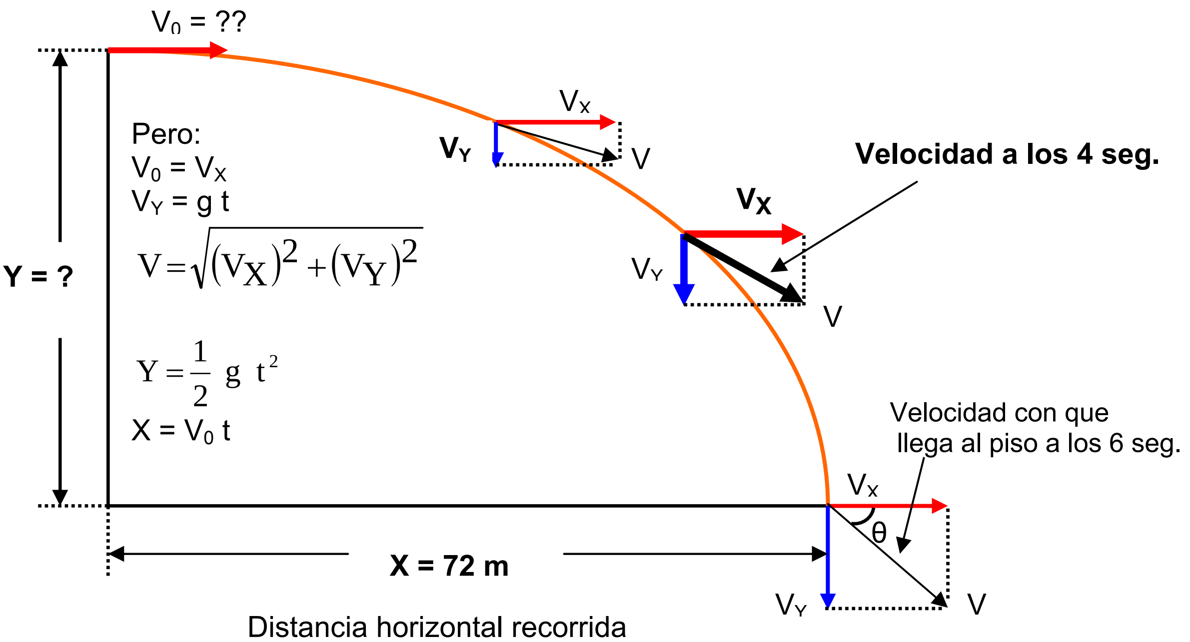
$$V_O = V_X = 80\ \text{m/seg} \qquad V_Y = g * t = 10\ \text{m/seg}^2 * 10\ \text{seg} = 100\ \text{m/seg}$$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(80)^2 + (100)^2} = \sqrt{6400 + 10000} = \sqrt{16400}$$

V = 128,06 m/seg.

PROBLEMA 21
Un objeto se lanza horizontalmente desde cierta altura. Si en llegar a tierra gasta 6 seg. y recorre horizontalmente 72 metros. Calcular:
a) Desde que altura se lanzo. Rta. Y = 180 metros
b) Cual es la velocidad horizontal Rta. $V_O = V_X = 12 \text{ m/seg}$
c) Que velocidad tiene a los 4 segundos. Rta. V = 41,76 m/seg.

t (vuelo) = 6 seg. X = 72 metros.



Distancia horizontal recorrida

a) Desde que altura se lanzo.
$$Y = \frac{1}{2}\, g\, t^2 = \frac{1}{2} * 10 * 6^2 = \frac{10 * 36}{2} = 180 \text{ metros}$$
Y = 180 metros

b) Cual es la velocidad horizontal
$$X = V_X * t \Rightarrow$$
$$V_X = \frac{X}{t} = \frac{72}{6} = 12 \text{ m/seg}$$
$$V_O = V_X = 12 \text{ m/seg}$$

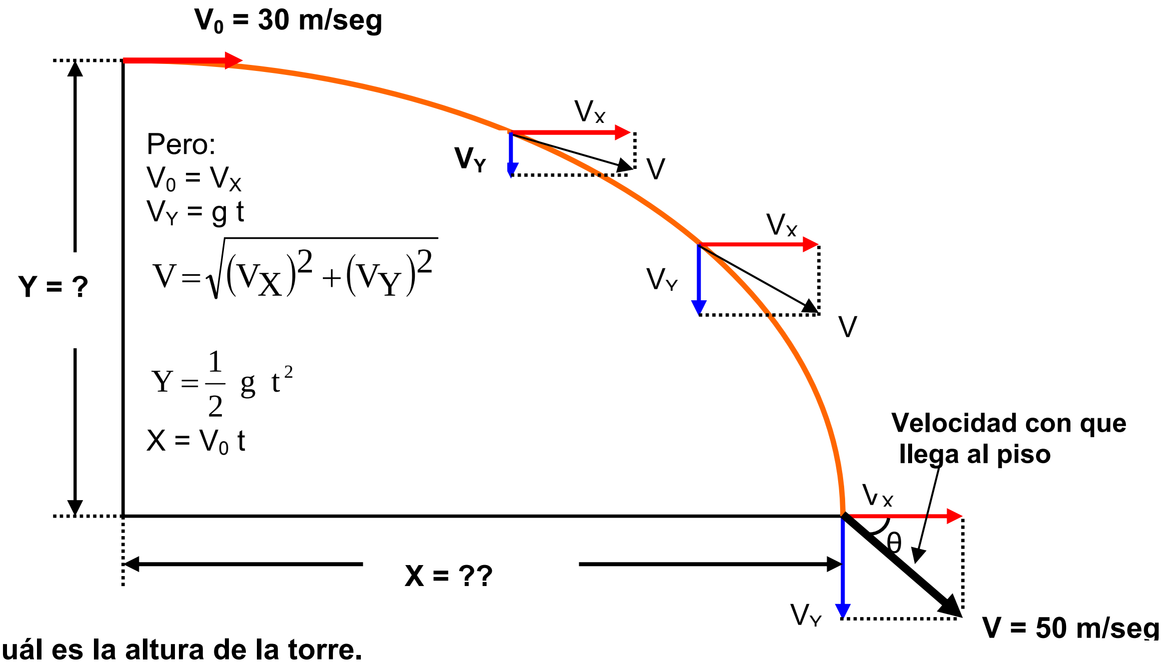
c) Que velocidad tiene a los 4 segundos.
$$V_O = V_X = 12 \text{ m/seg} \qquad V_Y = g * t = 10 \text{ m/seg}^2 * 4 \text{ seg} = 40 \text{ m/seg}$$
$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(12)^2 + (40)^2} = \sqrt{144 + 1600} = \sqrt{1744}$$

V = 41,76 m/seg.

PROBLEMA 22
De arriba de una torre se lanza horizontalmente una piedra, con velocidad de 30 m/seg. La piedra alcanza el suelo con velocidad de 50 m/seg.
a) Cuál es la altura de la torre. Rta. Y = 80 metros

b) Cuanto recorre horizontalmente la piedra. Rta. X = 120 metros

c) Escriba las ecuaciones cinemáticas del movimiento. Rta. X = 30 t; v_X = 30 ; y = $-5t^2$; v = -10 t.



a) Cuál es la altura de la torre.

$V_O = V_X = 30 \ \ m/seg$ V = 50 m/seg.

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} \Rightarrow V^2 = (V_X)^2 + (V_Y)^2$$

$$V^2 - (V_X)^2 = (V_Y)^2$$

$$V_Y = \sqrt{V^2 - (V_X)^2} = \sqrt{(50)^2 - (30)^2} = \sqrt{2500 - 900} = \sqrt{1600}$$

V_Y = 40 m/seg.

Pero

$V_Y = g * t$

Hallamos el tiempo

$$t = \frac{V_Y}{g} = \frac{40 \ \ m/seg}{10 \ \ m/seg^2} = 4 \ \ seg$$

$$Y = \frac{1}{2}\, g\, t^2 = \frac{1}{2} * 10 * 4^2 = \frac{10*16}{2} = 80 \ \ metros$$

Altura de la torre = 80 metros.

b) Cuanto recorre horizontalmente la piedra. Pero: $V_O = V_X = 30 \ \ m/seg$

$$X = V_X * t = 30 \ \ m/seg * 4\,seg = 120 \ \ metros$$

c) Escriba las ecuaciones cinemáticas del movimiento

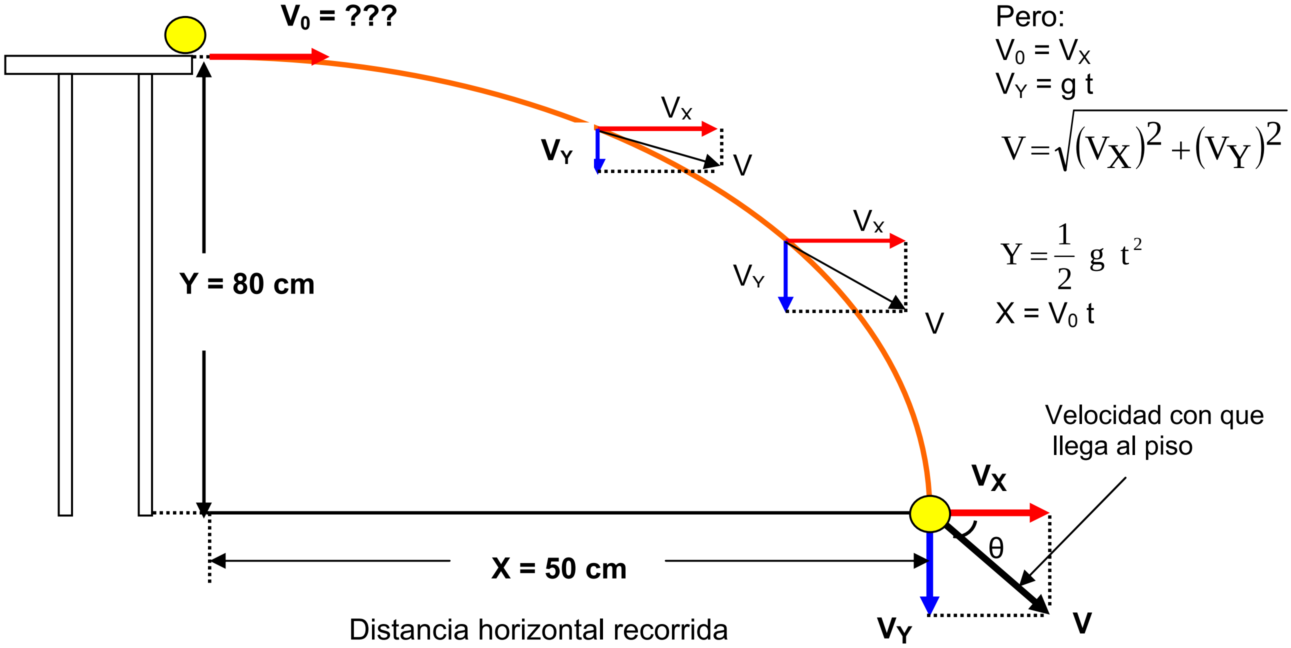
$$X = V_X * t \Rightarrow X = 30 \ t$$

$V_Y = g * t \rightarrow$ $V_Y = 10 \ t$

$$Y = \frac{1}{2}\, g\, t^2 = \frac{1}{2} * 10 * t^2 = 5\,t^2 \Rightarrow Y = 5\,t^2$$

PROBLEMA 23
Una persona empuja una pelota por una mesa de 80 cm de altura y cae a 50 cm del borde de la mesa, como se observa en la figura. **Con que velocidad horizontal salió la pelota.**

Datos del problema Y = 80 cm = 0,8 metros X = 50 cm = 0,5 metros



Pero:
$V_0 = V_X$
$V_Y = g\ t$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2}$$

$$Y = \frac{1}{2}\ g\ t^2$$

$X = V_0\ t$

Hallamos el tiempo de vuelo

$$Y = \frac{1}{2}\ g\ t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2\ Y}{g} = t^2 \qquad \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 0{,}8}{10}} = \sqrt{\frac{1{,}6}{10}} = \sqrt{0{,}16} = 0{,}4 \ \text{seg.}$$

t = 0,4 seg.

Hallamos la velocidad horizontal

$$X = V_X * t \Rightarrow$$

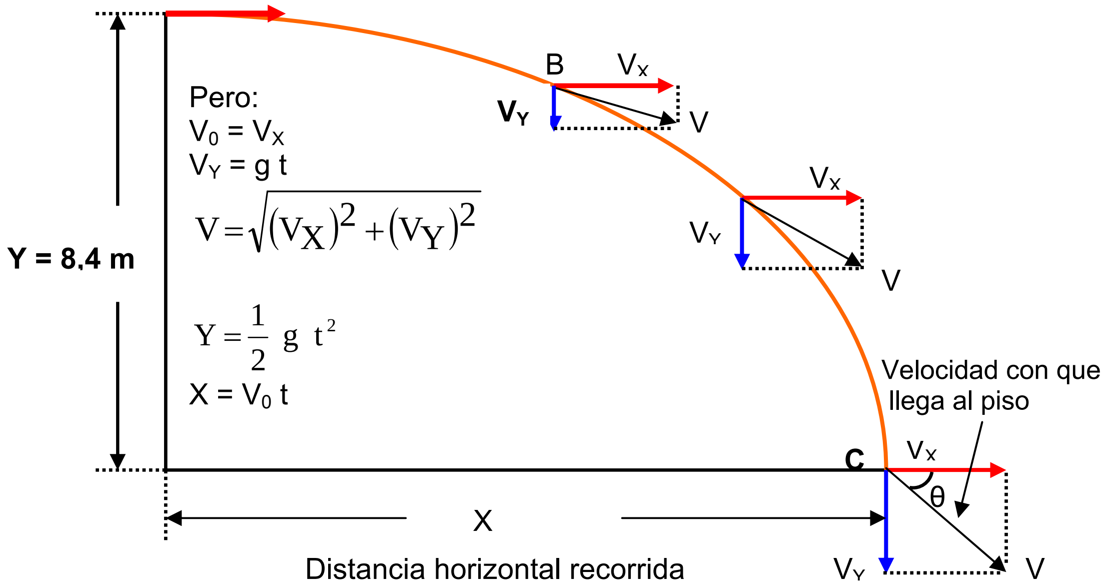
$$V_X = \frac{X}{t} = \frac{0{,}5}{0{,}4} = 1{,}25\ \text{m/seg}$$

$$V_O = V_X = 1{,}25\ \text{m/seg}$$

PROBLEMA 24
Un carpintero lanza un trozo de madera desde el techo de una casa que esta a 8,4 metros de altura, con una velocidad horizontal $V_O = V_X = 6{,}4\ \text{m/seg}$.
Cuanto tiempo tarda en llegar al suelo la madera.

Datos del problema
Y = 8,4 metros $\quad V_O = V_X = 6{,}4\ \text{m/seg}$

A **V_0 = 6,4 m/seg**



$$V_O = V_X = 20 \quad m/seg$$

Hallamos el tiempo de vuelo

$$Y = \frac{1}{2}\ g\ t^2 \quad \Rightarrow \quad 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2\ Y}{g} = t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$$

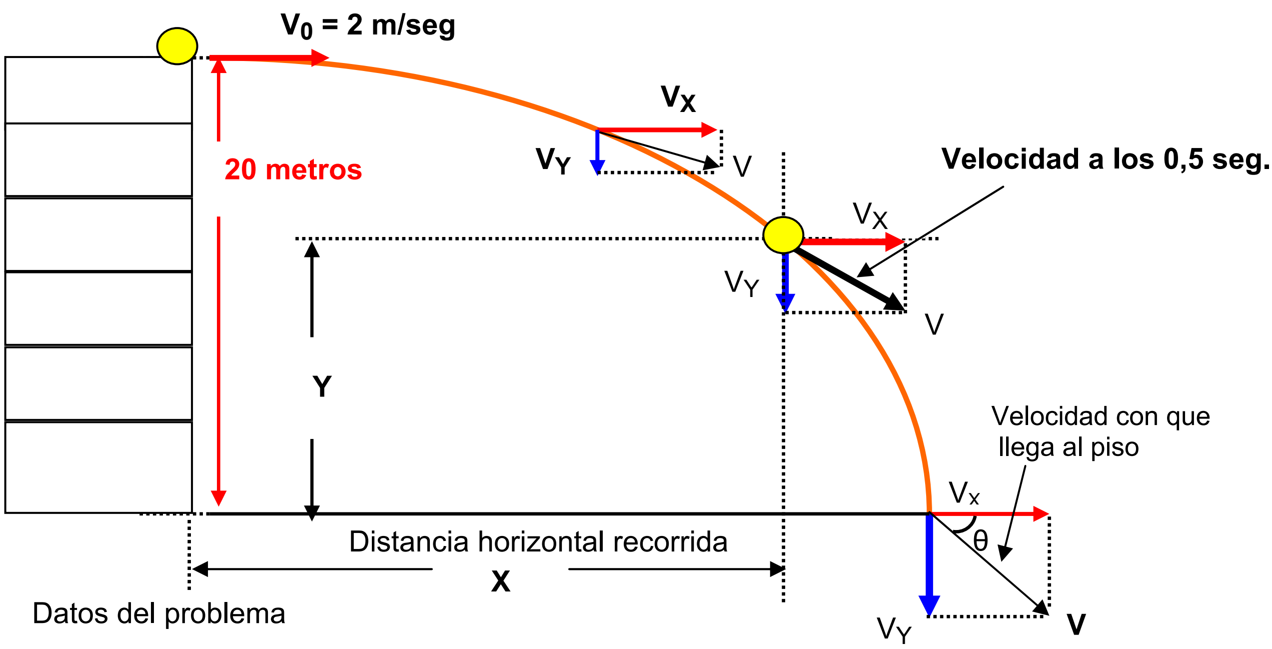
$$t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 8,4}{10}} = \sqrt{\frac{16,8}{10}} = \sqrt{1,68} = 1,29 \quad seg.$$

t = 1,29 seg.

PROBLEMA 25

Desde lo alto de un edificio de 20 metros de altura se lanza horizontalmente una pelota con una velocidad $V_O = V_X = 2 \quad m/seg$

Cual es la posición de la pelota 0,5 seg. después de ser lanzada.



Datos del problema

Y = 20 metros $V_O = V_X = 2 \ m/seg$

Hallamos la altura que lleva a los 0,5 seg. de vuelo.

$$Y = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} * 10 * 0{,}5^2 = \frac{10 * 0{,}25}{2} = 1{,}25 \text{ metros}$$

Y = 1,25 metros

Hallamos el desplazamiento en el eje X para o,5 seg.

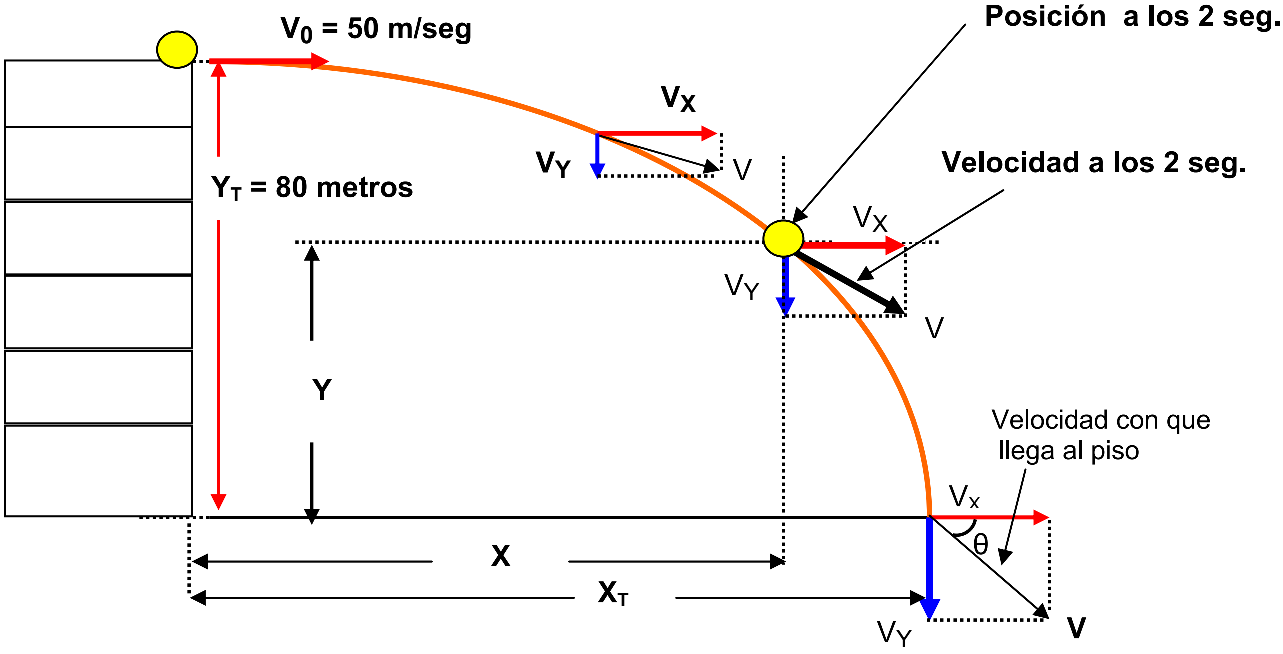
$$X = V_X * t = 2 \, m/seg * 0{,}5 \text{ seg} = 1 \text{ metros}$$

X = 1 metro

PROBLEMA 26

Desde lo alto de un acantilado de 80 metros sobre el nivel del mar, se dispara horizontalmente un proyectil con velocidad de 50 m/seg. Determinar:

a) La posición del proyectil 2 seg. Después del disparo.
b) La ecuacion de la trayectoria que describe el proyectil
c) La velocidad y la posición del proyectil al incidir en el agua.



Distancia horizontal recorrida

a) **2 seg. Después del disparo, la posición del proyectil es:**

$V_O = V_X = 50 \ m/seg$ t = 2 seg

$$X = V_X * t = 50 \, m/seg * 2 \text{ seg} = 100 \text{ metros}$$

X = 100 metros

Hallamos la altura que lleva a los 2 seg. de vuelo.

$$Y = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} * 9{,}8 * 2^2 = \frac{9{,}8 * 4}{2} = 19{,}6 \text{ metros}$$

Y = 19,6 metros

b) La ecuación de la trayectoria que describe el proyectil

$$X = V_X * t \Rightarrow t = \frac{X}{V_X} = \frac{X}{50}$$

$t = \frac{X}{50}$ **(Ecuacion 1)**

$Y = \frac{1}{2} g t^2$ **(Ecuacion 2)**

Reemplazando (Ecuacion 1) en la (Ecuacion 2)

$$Y = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g \left(\frac{X}{50}\right)^2 = \frac{1}{2} * 9,8 * \frac{X^2}{2500}$$

$$Y = 9,8 * \frac{X^2}{5000} = 0,00196 X^2$$

Y = 0,00196 X^2

a) La velocidad y la posición del proyectil al incidir en el agua. Y = 80 metros g = 10 m/seg^2

$$Y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2Y}{g} = t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 80}{10}} = \sqrt{\frac{160}{10}} = \sqrt{16} = 4 \text{ seg.}$$

La velocidad en el eje X, es igual en todos los puntos de la trayectoria $V_O = V_X = 50 \text{ m/seg}$

La velocidad en el eje Y, esta dada por: t = 4 seg. g = 10 m/seg^2

$V_Y = g * t$

$V_Y = 10 * 4 = 40$ m/seg.

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2}$$

$$V = \sqrt{(50)^2 + (40)^2} = \sqrt{2500 + 1600}$$

$$V = \sqrt{4100} = 64,03 \frac{m}{seg}$$

La posición al caer el proyectil al agua es:

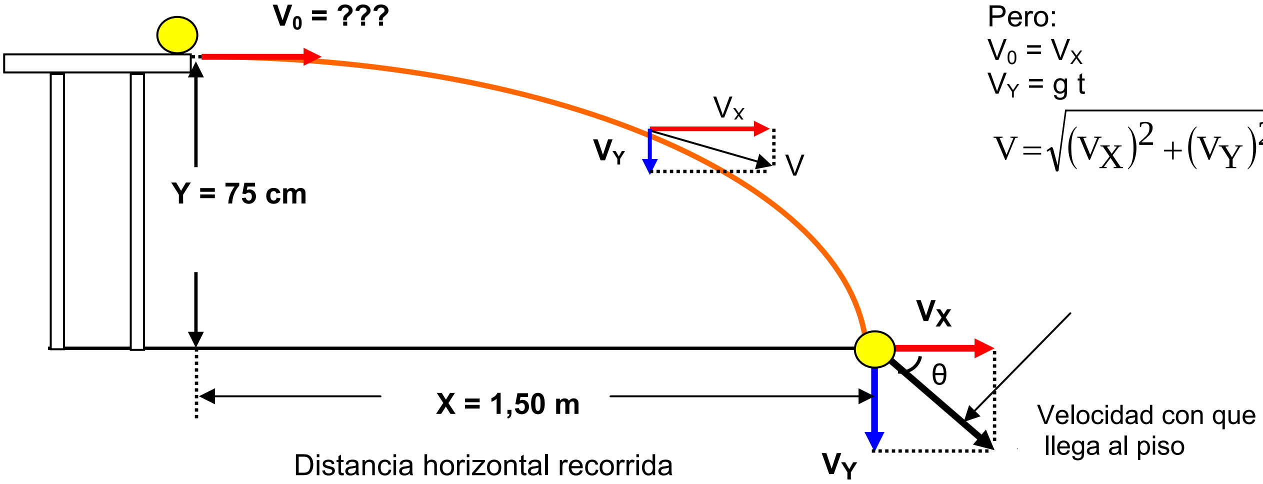
$X_T = V_X * t = 50 \text{ m/seg} * 4 \text{ seg} = 200 \text{ metros}$

X_T = 200 metros

Y_T = 80 metros.

Problema 27 Una bola que rueda sobre una mesa horizontal de 75 cm de altura cae tocando el suelo en un punto situado a una distancia horizontal de 1,5 metros del borde de la mesa.
Cual era la velocidad de la bola en el momento de abandonar la mesa?

Datos del problema Y = 75 cm = 0,75 metros X = 1,5 m



Pero:
$V_0 = V_X$
$V_Y = g\ t$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2}$$

Hallamos el tiempo de vuelo

$$Y = \frac{1}{2}\ g\ t^2 \quad \Rightarrow \quad 2Y = g * t^2 \qquad \frac{2\ Y}{g} = t^2 \qquad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 0{,}75}{9{,}8}} = \sqrt{\frac{1{,}5}{9{,}8}} = \sqrt{0{,}153} = 0{,}39 \ \text{seg.}$$

t = 0,39 seg.

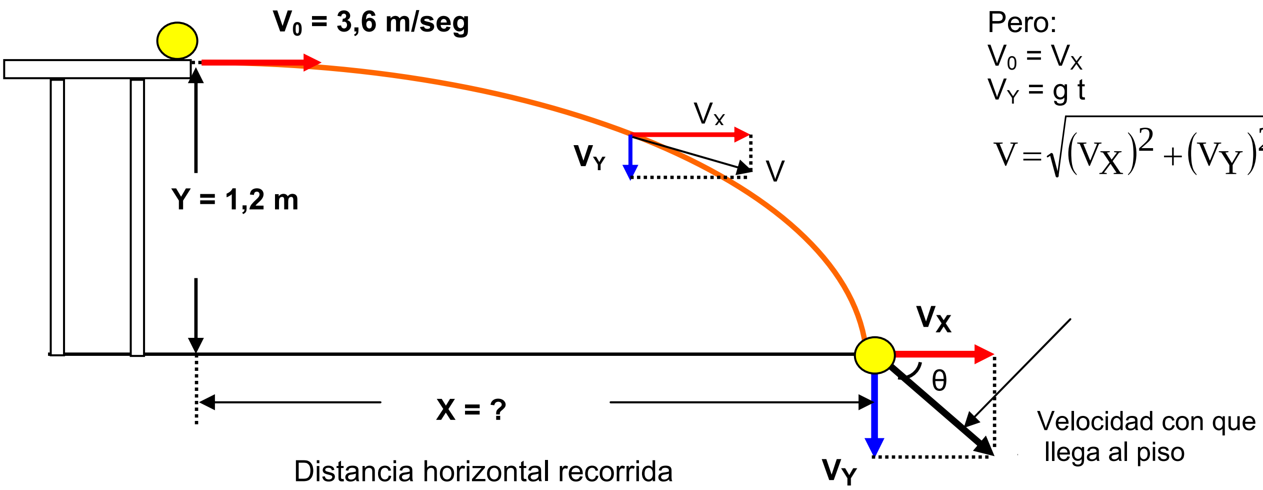
Hallamos la velocidad horizontal

$$X = V_X * t \ \Rightarrow$$

$$V_X = \frac{X}{t} = \frac{1{,}5}{0{,}39} = 3{,}84 \ \text{m/seg} \qquad V_O = V_X = 3{,}84 \ \text{m/seg}$$

Problema 28 Un bloque cae desde el tablero horizontal de una mesa de 1,2 metros de altura, sobre la cual se desliza con una velocidad de 3,6 m/seg.
a) La distancia horizontal desde la mesa al punto en el cual el bloque golpea el suelo?
b) Las componentes horizontal y vertical de su velocidad cuando llega a este.

Datos del problema Y = 1,2 m V_0 = 3,6 m/seg



Pero:
$V_0 = V_X$
$V_Y = g\ t$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2}$$

Hallamos el tiempo de vuelo

$$Y = \frac{1}{2} g\ t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2Y}{g} = t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 1{,}2}{9{,}8}} = \sqrt{\frac{2{,}4}{9{,}8}} = \sqrt{0{,}24} = 0{,}494\ \text{seg.}$$

t = 0,494 seg.

Hallamos la distancia horizontal

$$X = V_X * t \Rightarrow$$

X = 3,6 * 0,494

X = 1,78 metros

b) Las componentes horizontal y vertical de su velocidad cuando llega a este.

$$V_O = V_X = 3{,}6\ \ m/seg$$

$V_Y = g * t$

$V_Y = 9{,}8 * 0{,}494$

V_Y = 4,84 m/seg.

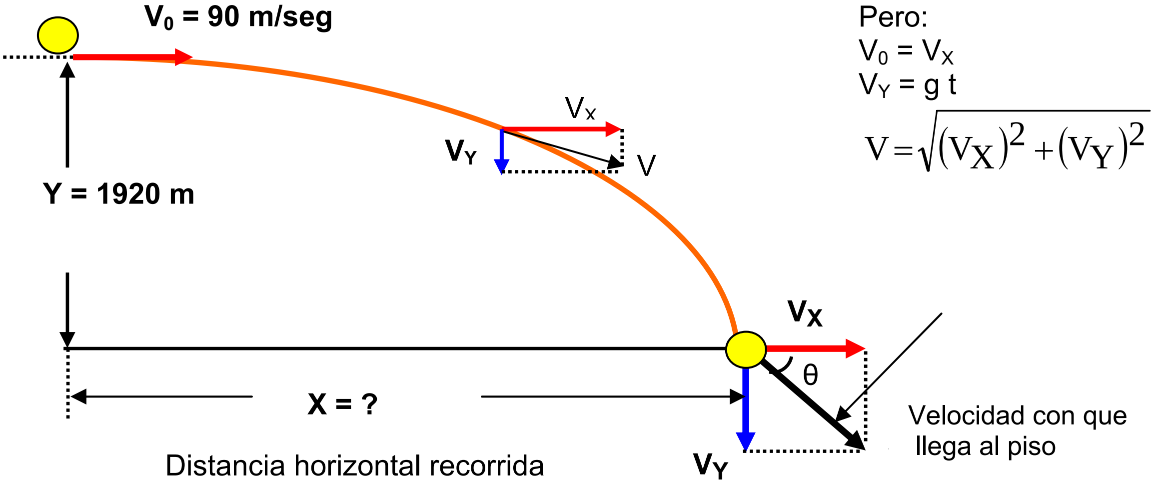
Problema 29 un bombardero que vuela horizontalmente a 90 m/seg. deja caer una bomba desde una altura de 1920 m.

a) Cuanto tarda la bomba en llegar a tierra?

b) Cuanto recorre horizontalmente?

c) Calcular las componentes horizontal y vertical de su velocidad cuando llega al suelo?

Datos del problema Y = 1,2 m V_0 = 3,6 m/seg



Pero:

$V_0 = V_X$

$V_Y = g\ t$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2}$$

Hallamos el tiempo de vuelo

$$Y = \frac{1}{2} g\ t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2Y}{g} = t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 1920}{9,8}} = \sqrt{\frac{3840}{9,8}} = \sqrt{391,83} = 19,79 \ \text{seg.}$$

t = 19,79 seg.

b) Cuanto recorre horizontalmente?

$X = V_X * t \Rightarrow$

X = 90 * 19,79

X = 1781,53 metros

b) Las componentes horizontal y vertical de su velocidad cuando llega a este.

$V_O = V_X = 90 \ m/seg$

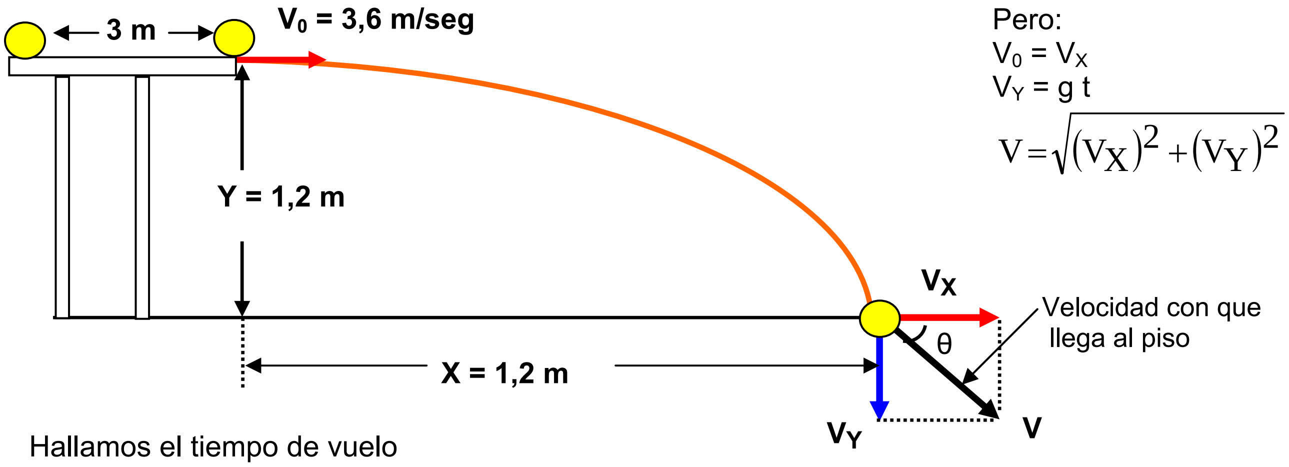
$V_Y = g * t$

$V_Y = 9,8 * 19,79$

V_Y = 193,94 m/seg.

Problema 30 Un bloque pasa por un punto, distante 3 metros del borde de una mesa, con una velocidad de 3,6 m/seg. Abandona la mesa que tiene 1,2 metros de altura y golpea el suelo en un punto situado a 1,2 metros del borde de la mesa. Cual es el coeficiente cinético de rozamiento entre el bloque y la mesa

Datos del problema Y = 1,2 m X = 1,2 m/seg



Pero:

$V_0 = V_X$

$V_Y = g\ t$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2}$$

Hallamos el tiempo de vuelo

$$Y = \frac{1}{2} g\ t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2\ Y}{g} = t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 1,2}{9,8}} = \sqrt{\frac{2,4}{9,8}} = \sqrt{0,244} = 0,49 \ \text{seg.}$$

t = 0,49 seg.

Con los datos del tiempo de vuelo y el alcance horizontal, se halla la velocidad horizontal con la cual el bloque sale de la mesa.

$X = V_X * t \Rightarrow$

$$V_X = \frac{X}{t} = \frac{1,2}{0,49} = 2,44 \ \mathrm{m/seg}$$

$$V_O = V_X = 2,44 \ \mathrm{m/seg}$$

Con la velocidad inicial del bloque y la velocidad final se puede hallar la aceleración del bloque en la mesa.
V_0 del bloque = 3,6 m/seg.
V_F del bloque = 2,44 m/seg.
d = 3 metros

$(V_F)^2 = (V_0)^2 - 2\ a\ d$ es negativo por que el bloque va perdiendo velocidad
$(2,44)^2 = (3,6)^2 - 2\ a\ 3$
$(5,95) = (12,96) - 6\ a$

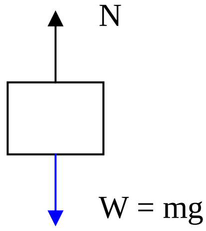
$6\ a = (12,96) - (5,95)$
$6\ a = 7,01$

$$a = \frac{7,01}{6} = 1,16 \ \mathrm{m/seg^2}$$

a = 1,16 m/seg^2

Ahora aplicando la segunda ley de Newton.
F = m * a

pero la única fuerza que se opone al movimiento es la fuerza de rozamiento
$F = F_R$
F = m * a
F_R = m * a
F_R = μ N



El movimiento del bloque es en el eje X.
En el eje Y no hay desplazamiento.
$\Sigma F_Y = 0$
N – m g = 0
N = m g

F_R = μ N
F_R = **μ** m g
F_R = m * a

$\cancel{m}$ *** a = μ** $\cancel{m}$ g

a = **μ * g**

$$\mu = \frac{a}{g} = \frac{1,16}{9,8} = 0,119$$

μ = 0,119