CINEMÁTICA II - Movimiento Rectilíneo y Parabólico

> MOVIMIENTOS RECTILÍNEOS

A) MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

El **movimiento rectilíneo uniforme (MRU)**, es el movimiento rectilíneo más simple. Este transcurre a velocidad constante, la velocidad no varía con el paso del tiempo, por lo tanto en ningún caso hay aceleración. La ecuación fundamental de este movimiento rectilíneo es la siguiente:

$$x = x_o + vt$$

- x = posición (m)
- x_o = posición inicial (m)
- v = velocidad (m/s)
- t = tiempo (s)

La **velocidad** se considera **positiva** cuando el cuerpo se va alejando del observador (sistema de referencia) y se considera **negativa** cuando el cuerpo se va acercando al observador (sistema de referencia).

Fig1-T4: Velocidad positiva / Velocidad negativa

* En la figura anterior interpretamos:

- **CASO AMBULANCIA 1:** Cuando la ambulancia se aleja del observador, la velocidad es positiva.

- **CASO AMBULANCIA 2:** Cuando la ambulancia se acerca al observador, la velocidad es negativa.

EJEMPLO: Un vehículo que sale de A Coruña tarda en llegar a Santiago 1 hora, si la distancia entre las dos localidades es de 80 km. Calcula la velocidad del vehículo.

1) Identificamos el Movimiento: Es un MRU, ya que en ningún caso se produce la aceleración.

2) Planteamiento del Problema: Realizamos un dibujo, escribimos los datos, y la fórmula del MRU:

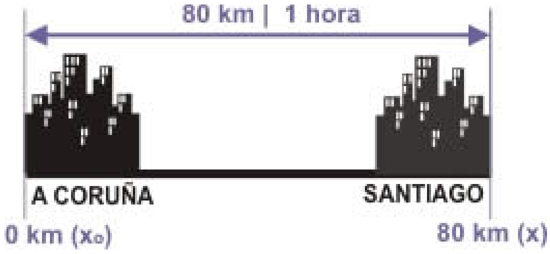


Fig2-T4: Dibujo del problema

$$\text{Fórmula MRU: } x = x_o + vt$$

3) Resolución del Problema: Substituimos en la fórmula los datos, y calculamos la velocidad:

$$80 = 0 + v \cdot 1$$

$$v = 80 \text{ km/h}$$

4) Expresión Vectorial del Resultado: La velocidad es una magnitud vectorial, por lo que tiene módulo, dirección y sentido:

$$v = 80\ \hat{i} \text{ km/h}$$

B) MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (MRUA)

El **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)**, es un movimiento que se realiza a una aceleración constante, en la que aumenta o disminuye la velocidad con el paso del tiempo. Las dos ecuaciones que describen este movimiento son:

- **ECUACIÓN DE VELOCIDAD**

$$v = vo + at$$

- **ECUACIÓN DE POSICIÓN**

$$x = xo + vot + 1/2\ at^2$$

- a = aceleración (m/s^2)
- x = posición (m)
- xo = posición inicial (m)
- v = velocidad (m/s)
- vo = velocidad inicial (m/s)
- t = tiempo (s)

C) CAÍDA LIBRE / LANZAMIENTO VERTICAL

Tanto la "**caída libre**" como el "**lanzamiento vertical**" son casos particulares del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Para no tener nunca problemas con los signos, vamos a considerar siempre el suelo como Sistema de Referencia. En estos ejercicios es muy práctico realizar un dibujo. Las dos fórmulas que describen estos movimientos son:

- **ECUACIÓN DE VELOCIDAD**

$$v = \pm vo - gt$$

- **ECUACIÓN DE POSICIÓN**

$$y = yo \pm vot - 1/2\ gt^2$$

- g = aceleración de la gravedad (m/s^2)
- y = posición (m)
- yo = posición inicial (m)
- v = velocidad (m/s)
- vo = velocidad inicial (m/s)
- t = tiempo (s)

- **CASOS PARTICULARES**

  - **LANZAMOS UN OBJETO CARA ARRIBA:** Consideramos la velocidad inicial (Vo) positiva, ya que va hacia arriba. (+ĵ)

  - **CAÍDA DE UN OBJETO:** La velocidad inicial es nula.

  - **LANZAMOS UN OBJETO DESDE UNA ALTURA HACIA ABAJO:** La velocidad inicial (Vo), es negativa, ya que el objeto va hacia abajo. (-ĵ)

- **CONSIDERACIONES**

  - Si establecemos el suelo como sistema de referencia, la aceleración de la gravedad es siempre negativa. **($\hat{g}$ = -9,81ĵ m/s^2)**

  - Cuando lanzamos un objeto hacia arriba, por la acción de la gravedad llega un momento en el que el objeto cambia de sentido, y cae hacia el suelo, en ese momento la velocidad final (V) es igual a cero **(V = 0).**

  - Cuando cae un objeto hacia el suelo, en el momento que choca contra él la velocidad nunca es cero **(V ≠ 0)**

  - La altura máxima **(Ymax)**, es la máxima altura alcanzada por el objeto al ascender.

- **REPRESENTACIÓN E INTERPRETACIÓN DEL MOVIMIENTO**

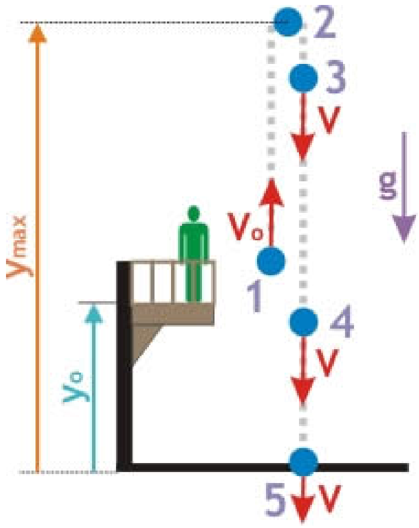


Fig3-T4: Representación del movimiento

La figura anterior es una representación de un lanzamiento vertical. Vamos a analizar paso a paso la figura:

Primero consideramos como sistema de referencia el suelo. En la ilustración se ve a un individuo, subido en un balcón, que lanza una pelota verticalmente hacia arriba, con una velocidad inicial (Vo). La velocidad inicial se considera positiva ya que es hacia arriba. La pelota cuando llega al punto 2, deja de subir y comienza a descender. En ese punto (2), la velocidad final (V), es igual a cero (V = 0), esta altura alcanzada por la pelota hasta el punto 2 , es la altura máxima (Ymax). A partir del punto 2, la velocidad de la pelota es siempre negativa ya que la pelota se va acercando al sistema de referencia (el suelo). En el punto 5, cuando la pelota choca contra el suelo, la velocidad en ningún caso es cero (V ≠ 0).

NOTA: El camino seguido por la pelota al ascender y posteriormente descender, tiene que ser el mismo, en la ilustración aparecen dos, uno de subida y otro de bajada para facilitar la interpretación.

EJEMPLO: Lanzamos verticalmente un cuerpo hacia arriba desde una altura de 50 m, y observamos que tarda en llegar al suelo 15 s. Calcula:

- a) Velocidad con la cuál se lanzó
- a) Altura alcanzada

1.- Realizamos un dibujo y planteamos el problema (Tomamos como referencia la figura 3)

$$v = vo - gt$$

$$y = yo + vot - 1/2\ gt^2$$

2.- Resolvemos el apartado a)

- Para resolver este apartado, utilizaremos la fórmula:

$$y = yo \pm vot - 1/2\ gt^2$$

- Substituimos por los datos:

$$0 = 50 + vo \cdot 15 - (1/2 \cdot 9,81 \cdot 152)$$

$$vo = 70,24\ m/s$$

3.- Resolvemos el apartado b)

- Para saber la altura máxima alcanzada, tenemos que saber el tiempo en el momento de alcanzar dicha altura, para ello, hacemos lo siguiente:

$$v = vo - gt$$

$$0 = 70{,}24 - 9{,}81 \cdot t$$

$$t = 7{,}16\ s$$

- Ahora que ya tenemos el tiempo, podemos calcular la altura máxima alcanzada:

$$\mathbf{ymax} = yo \pm vot - 1/2\ gt^2$$

$$\mathbf{ymax} = 50 + 70{,}24 \cdot 7{,}16 - (1/2 \cdot 9{,}81 \cdot 7{,}162)$$

$$\mathbf{ymax} = 300{,}89\ m$$

> MOVIMIENTOS DE TRAYECTORIA PARABÓLICA

A) LANZAMIENTO HORIZONTAL

Este movimiento lo realiza un objeto que es lanzado en dirección horizontal con una velocidad inicial **(Vo)**, y debido a la gravedad **(g)**, la trayectoria es una parábola. Entonces el lanzamiento horizontal esta compuesto por MRU (horizontal) + caída libre. A continuación aparece una figura que describe un lanzamiento horizontal:

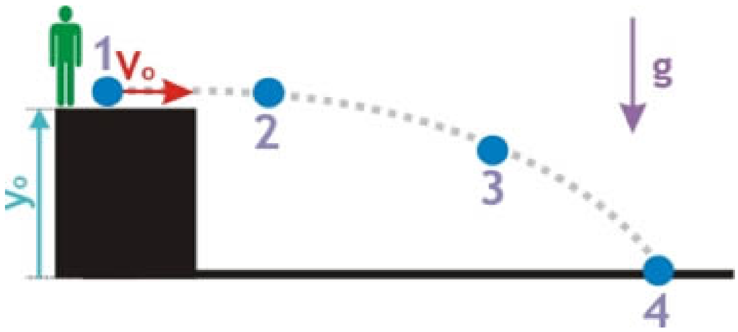


Fig4-T4: Representación de un lanzamiento horizontal

CINEMÁTICA II - Movimiento Rectilíneo y Parabólico

Las ecuaciones que describen este movimiento son una combinación de las ecuaciones del MRU, y de la caída libre, y son las siguientes:

- **ECUACIÓN DE VELOCIDAD**

$$v = vx\hat{i} + vy\hat{j}$$

Avance (X): $vx = vo$

Caída (Y): $vy = - gt$

- **ECUACIÓN DE POSICIÓN**

$$r = x\hat{i} + y\hat{j}$$

Avance (X): $x = vot$

Caída (Y): $y = yo - 1/2\ gt^2$

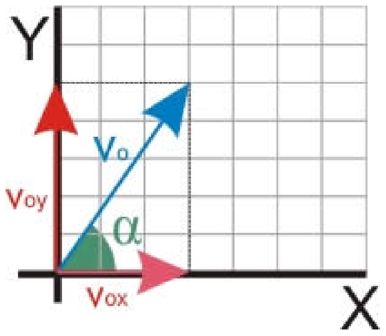
  - g = aceleración de la gravedad (m/s^2)
  - y = posición y (m)
  - yo = posición inicial y (m)
  - x = posición x (m)
  - v = velocidad (m/s)
  - vo = velocidad inicial (m/s)
  - vy = velocidad y (m/s)
  - vx = velocidad x (m/s)
  - t = tiempo (s)
  - r = posición vectorial x,y (m)
  - v = velocidad vectorial x,y (m/s

- **CONSIDERACIONES**

  - Si establecemos algún punto del suelo como sistema de referencia, la aceleración de la gravedad es siempre negativa. (**$\hat{g} = -9{,}81\hat{j}\ m/s^2$**)
  - Cuando cae el objeto hacia el suelo, en el momento que choca contra él la velocidad nunca es cero. (**$V \neq 0$**)
  - **Xmax**, es el alcance máximo. En el alcance máximo la altura (Y) es igual a cero.

B) MOVIMIENTO PARABÓLICO COMPLETO

Tal como indica su nombre se trata de un movimiento parabólico, en el que la velocidad inicial **(Vo)** forma un ángulo con el suelo. Por lo tanto la velocidad inicial **(Vo),** tiene dos componentes:



$$v_o = v_{ox}\hat{i} + v_{oy}\hat{j}$$

$$v_{ox} = |v_o| \bullet \cos \alpha$$

$$v_{oy} = |v_o| \bullet \text{sen}\ \alpha$$

Fig5-T4: Composición de la velocidad inicial (Vo)

A continuación aparece una representación de un movimiento parabólico completo, vamos a explicar paso a paso la figura:

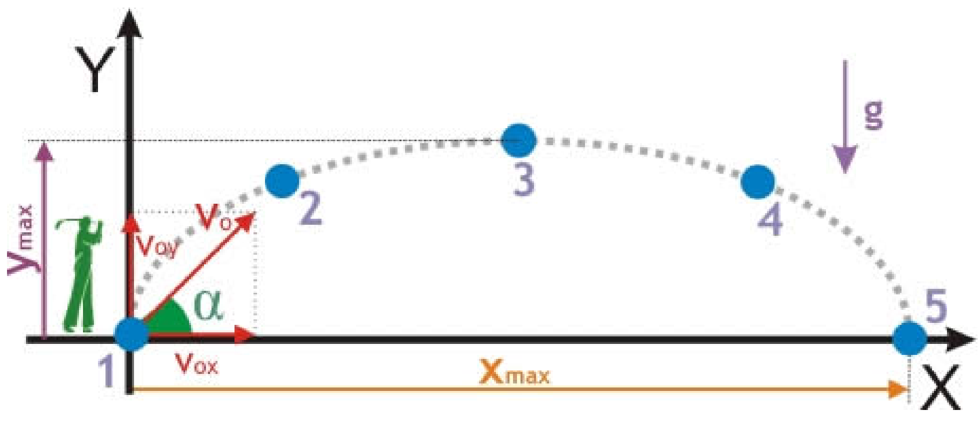


Fig6-T4: Representación de un movimiento parabólico completo

Primero establecemos como sistema de referencia el punto 1, en el que vemos a un jugador de golf golpeando la pelota azul, que realiza un movimiento parabólico hasta que choca contra el suelo. Esa pelota tiene una velocidad inicial (Vo), que la podemos descomponer como explicamos anteriormente. La altura máxima (Ymax), es la máxima altura alcanzada por la pelota, y Xmax es su alcance máximo. Las ecuaciones que describen este movimiento son las siguientes:

- **ECUACIÓN DE VELOCIDAD**

$$v = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$

$$\text{Alcance (X): } vx = vox$$

$$\text{Altura (Y): } vy = \pm voy - gt$$

- **ECUACIÓN DE POSICIÓN**

$$r = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$

$$\text{Alcance (X): } x = voxt$$

$$\text{Altura (Y): } y = yo \pm voyt - 1/2\ gt^2$$

- g = aceleración de la gravedad (m/s^2)
- y = posición y (m)
- yo = posición inicial y (m)
- x = posición x (m)
- v = velocidad (m/s)
- vo = velocidad inicial (m/s)
- vox = componente x velocidad inicial (m/s)
- voy = componente y velocidad inicial (m/s)
- t = tiempo (s)
- r = posición vectorial x,y (m)
- v = velocidad vectorial x,y (m/s)
- vy = componente y de la velocidad (m/s)
- vx = componente x de la velocidad (m/s)

- **CONSIDERACIONES**

  - Si establecemos algún punto del suelo como sistema de referencia, la aceleración de la gravedad es siempre negativa. (**$\hat{g} = -9{,}81\hat{\jmath}\ m/s^2$**)
  - En el punto de altura máxima del objeto, la componente de la velocidad **Vy** es igual a cero.
  - Cuando cae el objeto hacia el suelo, en el momento que choca contra él la velocidad nunca es cero (**$V \neq 0$**)
  - La altura máxima (**Ymax**), es la máxima altura alcanzada por el objeto al ascender.
  - **Xmax**, es el alcance máximo. En el alcance máximo la altura (Y) también es igual a cero.

CINEMÁTICA II - Movimiento Rectilíneo y Parabólico

EJEMPLO: Se dispara un proyectil a 200 m/s con un cañón inclinado 30º sobre la horizontal. Calcula el alcance máximo.

1.- Realizamos un dibujo y planteamos el problema (Tomamos como referencia la figura 6)

$v = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$	**$r = x\hat{i} + y\hat{j}$**
Alcance (X): $v_x = v_{ox}$	**Alcance (X): $x = v_{ox}t$**
Altura (Y): $v_y = \pm v_{oy} - gt$	**Altura (Y): $y = y_o \pm v_{oy}t - 1/2\ gt^2$**

2.- Descomponemos la velocidad inicial:

$$v_{ox} = v_o \cdot \cos 30^{\circ} = 200 \cdot 0{,}86 = 172 \text{ m/s}$$

$$v_{oy} = v_o \cdot \text{sen}\, 30^{\circ} = 200 \cdot 0{,}5 = 100 \text{ m/s}$$

3.- Resolvemos el problema

$$X_{max} = v_{ox} \cdot t = 172 \cdot t$$

- Nos falta el tiempo, que lo sacamos de:

$$y = y_o \pm v_{oy}t - 1/2\ gt^2$$

$$0 = 0 + 100 \cdot t - (1/2 \cdot 9{,}81 \cdot t^2)$$

$$t = 20{,}40 \text{ s}$$

- Entonces, ya podemos calcular el alcance máximo:

$$X_{max} = v_{ox} \cdot t = 172 \cdot 20{,}40$$

$$X_{max} = 3510{,}20 \text{ m}$$