CPU Calle Mercado # 555 Teléfono 3 366191	**FACTORIZACIÓN**

Caso I: Factor Común	Ejemplos
Cómo Reconocer: Existe un factor común en todos los términos. Los números pueden factorizarse en este caso si existe máximo común divisor (MCD) entre ellos. **Cómo Factorizar:** Hallar el MCD, tomar las letras comunes con el menor exponente. Abrir paréntesis y dividir cada término entre el factor común (restando los exponentes).	• $ax+bx = x(a+b)$ • $ax^3-bx^2 = x^2(ax-b)$ • $2b^5-b^3 = b^3(2b^2-1)$ • $24ax+18bx = 6x(4a+3b)$ $24-18\ \vert\ 2\Leftarrow$ $12-9\ \vert\ 2$ $6-9\ \vert\ 2$ MCD = 2 . 3 = 6 $3-9\ \vert\ 3\Leftarrow$ $1-3\ \vert\ 3$ 1
Caso I Especial **Cómo Reconocer:** El factor común es un conjunto entre paréntesis. **Cómo Factorizar:** Tomar el paréntesis común y dividir cada término entre el común	• $2x(a+1)-3y(a+1) = (a+1)(2x-3y)$ • $a(m-2)-m+2$ $a(m-2)-(m-2) = (m-2)(a-1)$ • $x(a-b)+a-b$ $x(a-b)+(a-b) = (a-b)(x+1)$
Caso II: Factor común por agrupación **Cómo Reconocer:** Son cuatro términos, a veces son seis u ocho términos **Cómo Factorizar:** Formar dos grupos y factorizar cada grupo como el caso I y luego el resultado factorizar como el caso I especial.	• $ax+bx-ay-by = (ax+bx)-(ay+by)$ $= x(a+b) - y(a+b)$ $= (a+b)(x-y)$ • $ax^2-x+ax-1 = (ax^2-x)+(ax-1)$ $= x(ax-1) +(ax-1)$ $= (ax-1)(x+1)$
Caso III: Trinomio cuadrado perfecto **Cómo Reconocer:** Siempre son tres términos. El primero y el tercero siempre son positivos y tienen raíz cuadrada. **Cómo Factorizar:** Sacar raíz cuadrada del primero, signo del segundo y raíz cuadrada del tercero. Asociar entre paréntesis y elevar al cuadrado.	• $a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$ • $x^2-2xy+y^2 = (x-y)^2$ • $4x^2-12xy+9y^2 = (2x-3y)^2$ prueba: $\mathbf{2}(2x)(3y) =12xy$ • $\frac{x^2}{4}-5xy^3+25y^6=\left(\frac{x}{2}-5y^3\right)^2$ prueba : $2\left(\frac{x}{2}\right)(5y^3)=5xy^3$
Caso III Especial **Cómo Reconocer:** Son tres términos con paréntesis. El primero y el tercero siempre son positivos y tienen raíz cuadrada. **Cómo Factorizar:** Sacar raíz cuadrada del primero, signo del segundo y raíz cuadrada del tercero. Asociar entre corchetes y elevar al cuadrado.	$(a+1)^2+2(a+1)(2a-3)+(2a-3)^2$ $[(a+1)+(2a-3)]^2$ $[a+1 + 2 a-3]^2$ $[3a-2]^2$
Caso IV: Diferencia de cuadrados **Cómo Reconocer:** Siempre son dos términos que tienen raíz cuadrada, siempre es una resta **Cómo Factorizar:** Abrir dos pares de paréntesis: uno con menos (-) y el otro con más (+). Sacar raíz cuadrada del primero y del segundo. Repetir lo mismo en los dos paréntesis.	• $a^2 - b^2 = (a - b) (a + b)$ • $4x^2 - 9y^2 = (2x + 3y) (2x - 3y)$ • $\frac{x^2}{25}-\frac{16}{y^6}=\left(\frac{x}{5}-\frac{4}{y^3}\right)\left(\frac{x}{5}+\frac{4}{y^3}\right)$
Caso IV Especial **Cómo Reconocer:** Uno o los dos términos son conjuntos entre paréntesis y que tienen raíz cuadrada, el signo afuera de los parentesis es menos (-) **Cómo Factorizar:** Abrir dos pares de corchetes, uno con menos [-] y el otro con más [+]. Sacar raíz cuadrada de los dos términos. Repetir lo mismo en los dos corchetes. Eliminar paréntesis y reducir términos semejantes.	• $(a+b)^2 - c^2 = [(a+b)+c][(a+b)-c] = [a+b+c][a+b-c]$ • $49(x -1)^2 - 9(3 - x)^2$ $[7(x-1) - 3(3 -x)] [7(x-1) + 3(3 -x)]$ $[7x - 7 - 9 + 3x] [7x - 7 + 9 - 3x]$ $[10x - 16] [4x + 2]$

Combinación Caso III y IV	Ejemplos
Cómo Reconocer: Son cuatro términos, tres de ellos tienen raíz cuadrada. A veces son seis términos, cuatro de los cuales tienen raíz cuadrada. **Cómo Factorizar:** Cuando son cuatro términos formar un trinomio cuadrado perfecto entre paréntesis y factorizar por el caso III, el resultado factorizar por el caso IV Especial Cuando son seis términos formar dos trinomios cuadrado perfecto y factorizar por el caso III, el resultado factorizar por el caso IV Especial	• $a^2 + 2ab + b^2 - c^2 = (a^2 + 2ab + b^2) - c^2$ $(a + b)^2 - c^2$ $[(a + b) - c]\ [(a + b) + c]$ $[a + b - c]\ [a + b + c]$ • $a^2 - x^2 - 2xy - y^2 = a^2 - (x^2 + 2xy + y^2)$ $= a^2 - (x+y)^2$ $= [a - (x+y)][a + (x+y)]$ $= [a - x - y]\ [a + x + y]$ • $a^2 + 2ab + b^2 - x^2 + 2xy - y^2$ $(a^2 + 2ab + b^2) - (x^2 - 2xy + y^2)$ $(a + b)^2 - (x - y)^2$ $[(a + b) - (x - y)][(a + b) + (x - y)]$ $[a + b - x + y][a + b + x - y]$
CasoV: Trinomio cuadrado por Adición y Sustracción **Cómo Reconocer:** Siempre son tres términos. El primero y tercero siempre son positivos, tienen raíz cuadrada y sus exponentes son múltiplos de cuatro (4, 8, 12, etc) **Cómo Factorizar:** Resolver como caso III y restar lo que le falta para ser un trinomio cuadrado perfecto. El resultado factorizar como el caso IV Especial.	• $x^4 + x^2y^2 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - x^2y^2$ $\underline{+\ x^2y^2}$ $\quad = [(x^2 + y^2) - xy]\ [(x^2 + y^2) + xy]$ $+2x^2y^2$ $\quad = [x^2 + y^2 - xy]\ [x^2 + y^2 + xy]$ $= [x^2 - xy + y^2]\ [x^2 + xy + y^2]$ • $25x^4 + 21x^2y^2 + 9y^4 = (5x^2 + 3y^2)^2 - 9x^2y^2$ $\underline{+\ 9x^2y^2}$ $\quad = [(5x^2 + 3y^2) - 3xy]\ [(5x^2 + 3y^2) + 3xy]$ $+\ 30x^2y^2$ $\quad = [5x^2 + 3y^2 - 3xy]\ [5x^2 + 3y^2 + 3xy]$ $= [5x^2 - 3xy + 3y^2]\ [5x^2 + 3xy + 3y^2]$
Caso V Especial **Cómo Reconocer:** Siempre son dos términos positivos que tienen raíz cuadrada y cuyos exponentes son múltiplos de cuatro (4, 8 12, etc) **Cómo Factorizar:** Sacar raíz cuadrada a ambos términos, asociar entre paréntesis y elevar al cuadrado, restar el doble del primero por el segundo y el resultado factorizar por el caso IV Especial	• $x^4 + 4y^4$ $(x^2 + 2y^2)^2 - 4x^2y^2$ $[(x^2 + 2y^2) - 2xy]\ [(x^2 + 2y^2) + 2xy]$ $[x^2 + 2y^2 - 2xy]\ [x^2 + 2y^2 + 2xy]$ $[x^2 - 2xy + 2y^2]\ [x^2 + 2xy + 2y^2]$ • $64x^4 + y^8$ $(8x^2 + y^4)^2 - 16x^2y^4$ $[(8x^2 + y^4) - 4xy^2]\ [(8x^2 + y^4) + 4xy^2]$ $[8x^2 + y^4 - 4xy^2]\ [8x^2 + y^4 + 4xy^2]$ $[8x^2 - 4xy^2 + y^4]\ [8x^2 + 4xy^2 + y^4]$
Caso VI: Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ **Cómo Reconocer:** Tiene la forma $x^2 + bx + c$ **Cómo Factorizar:** Abrir dos pares de paréntesis, colocar la raíz cuadrada del primero en cada paréntesis; en el primer paréntesis poner el signo del segundo término y en el segundo paréntesis poner la multiplicación de los signos de segundo y tercer término. Si los signos de los paréntesis son iguales, buscar dos números que sumados den el segundo y multiplicado den el tercer término. Si los signos de los paréntesis son opuestos, buscar dos números que restados den el segundo y multiplicados den el tercer término. El número mayor se anota en el primer paréntesis.	• $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$ • $x^2 - 7x + 6 = (x - 6)(x - 1)$ • $x^2 - 3x - 10 = (x - 5)(x + 2)$ • $x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4)$ **Caso VI Especial** • $x^4y^6 - 2x^2y^3 - 15 = (x^2y^3 - 5)(x^2y^3 + 3)$ • $x^2 + 7ax + 12a^2 = (x + 4a)(x + 3a)$ • $(5x)^2 + 4(5x) - 12 = (5x + 6)(5x - 2)$ • $-x^2 + 3x + 28 = -(x^2 - 3x - 28)$ $-(x - 7)(x + 4)$ $(7 - x)(x + 4)$

Caso VII: Trinomio de la Forma $ax^2 + bx + c$	Ejemplos
Cómo Reconocer: Tiene la forma $ax^2 + bx + c$ **Aspa Simple:** Descomponer el primer y tercer término en dos factores, multiplicar en diagonal y sumar sus resultados, si la suma da el segundo término, entonces poner cada fila entre paréntesis.	• $10x^2 - 9x + 2 = (5x - 2)(2x - 1)$ $\begin{array}{lcl} 5x & -2 & = -4x \\ 2x & -1 & = \underline{-5x} \\ & & \;\;\; -9x \end{array}$
Otro Método: Abrir dos pares de paréntesis. Colocar el coeficiente del primer término en cada paréntesis y en el denominador. Multiplicar el primer término con el tercero y proseguir como el caso VI, luego simplificar el denominador con los coeficientes de un paréntesis, si sobra algo en el denominador usarlo para simplificar con el otro paréntesis.	• $\overbrace{3x^2 + 5x + 2}^{x \qquad 6}$ $\dfrac{(\overset{1}{\cancel{3}}x + \overset{1}{\cancel{3}})(3x + 2)}{\underset{1}{\cancel{3}}} = (x + 3)(3x + 2)$ • $\overbrace{6x^2 - 7x - 3}^{18}$ $\dfrac{(\overset{2}{\cancel{6}}x - \overset{3}{\cancel{9}})(\overset{3}{\cancel{6}}x + \overset{1}{\cancel{2}})}{\underset{\cancel{2}_1}{\cancel{6}}} = (2x - 3)(3x + 1)$
Caso VIII: Cubo Perfecto de un Binomio **Cómo Reconocer:** Siempre son 4 términos, todos positivos o intercalados (+ , - , + , -) y el primer y cuarto término tienen raíz cúbica. **Cómo Factorizar:** Sacar raíz cúbica del primero, poner signo positivo, si todos son positivos, signo negativo, si son intercalados, sacar raíz cúbica del cuarto término, asociar entre paréntesis y elevar al cubo.	• $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$ • $X^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = (x - y)^3$ • $8 + 12a^2 + 6a^4 + a^6 = (2 + a^2)^3$ $prueba \begin{cases} 3(2)^2(a^2) = 12a^2 \\ 3(2)(a^2)^2 = 6a^4 \end{cases}$ • $125a^3 - 150a^2b + 60ab^2 - 8b^3 = (5a - 2b)^3$ $prueba \begin{cases} 3(5a)^2(2b) = 150a^2b \\ 3(5a)(2b)^2 = 60ab^2 \end{cases}$
Caso IX: Suma o Diferencia de Cubos **Cómo Reconocer:** Siempre son dos términos sumados o restados que tienen raíz cúbica **Cómo Factorizar:** <u>Cuando es una suma ($x^3 + y^3$):</u> Abrir dos pares de paréntesis, en el primer paréntesis sacar raíz cúbica del primero más (+) raíz cúbica del segundo, en el segundo paréntesis: el primero al cuadrado menos (-) el primero por el segundo más (+) el segundo al cuadrado. <u>Cuando es una resta ($x^3 - y^3$):</u> Abrir dos pares de paréntesis, en el primer paréntesis sacar raíz cúbica del primero menos (-) raíz cúbica del segundo, en el segundo paréntesis: el primero al cuadrado más (+) el primero por el segundo más (+) el segundo al cuadrado.	• $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ • $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ • $8x^3 - 125 = (2x - 5)[(2x)^2 + (2x)(5) + (5)^2]$ $= (2x - 5)(4x^2 + 10x + 25)$ **Caso IX Especial** • $x^3 + (x - 1)^3 = [x + (x - 1)][x^2 - x(x-1) + (x-1)^2]$ $= (x + x - 1)(x^2 - x^2 + x + x^2 - 2x + 1)$ $= (2x - 1)(x^2 - x + 1)$ • $(5x - 1)^3 - (2x + 3)^3$ $= [(5x - 1) - (2x + 3)][(5x - 1)^2 + (5x - 1)(2x + 3) + (2x + 3)^2]$ $= [5x - 1 - 2x - 3][25x^2 - 10x + 1 + 10x^2 + 15x - 2x - 3 + 4x^2 + 12x + 9]$ $= (3x - 4)(39x^2 + 15x + 7)$
Caso X: Suma o Diferencia de dos Potencias Iguales **Cómo Reconocer:** Siempre son dos términos sumados o restados que tienen raíz quinta, séptima u otra raíz impar. **Cómo Factorizar:** Abrir dos pares de paréntesis, en el primer paréntesis sacar raíz de ambos términos y en el segundo paréntesis poner un polinomio donde el primer término vaya decreciendo y el segundo término vaya creciendo. Si es una **suma**, el polinomio es de signos intercalados y si es una **resta**, el polinomio es de signos positivos.	• $x^5 + y^5 = (x + y)(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4)$ • $a^7 - b^7 = (a - b)(a^6 + a^5b + a^4b^2 + a^3b^3 + a^2b^4 + ab^5 + b^6)$ • $x^5 - 1 = (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ • $1 + x^7 = (1 + x)(1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + x^6)$ • $x^5 - 32 = (x - 2)(x^4 + x^3.2 + x^2.2^2 + x.2^3 + 2^4)$ $= (x - 2)(x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16)$