Ejercicios resueltos

1.3-1 Calcula:

a) $\sqrt[3]{-64}$

b) $\sqrt[4]{256}$

c) $\sqrt[4]{-256}$

Solución

$a)\ \sqrt[3]{-64} = -4$ porque $(-4)^3 = -64$

$b)\ \sqrt[4]{256} = 4$ porque $(4)^4 = 256$

$c)\ \sqrt[4]{-256}$ no existe porque no hay ningún número a tal que $a^4 = -256$

1.3-2 Calcula:

a) $9^{1/2}$

b) $9^{-1/2}$

c) $64^{2/3}$

d) $64^{-2/3}$

Solución

$a)\ 9^{1/2} = \sqrt{9} = 3$

$b)\ 9^{-1/2} = \sqrt{9^{-1}} = \sqrt{\dfrac{1}{9}} = \dfrac{1}{3}$

$c)\ 64^{2/3} = \left(4^3\right)^{2/3} = 4^2 = 16$

$d)\ 64^{-2/3} = \left(4^3\right)^{-2/3} = 4^{-2} = \dfrac{1}{4^2} = \dfrac{1}{16}$

1.3-3 Calcula:

$$\sqrt{2a}+5\sqrt{2a}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x}$$

Solución

$$\sqrt{2a}+5\sqrt{2a}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x}=6\sqrt{2a}+2\sqrt[3]{x}$$

1.3-4 Reducir a radicales de índice común:

a) $3^{5/8}$ y $2^{3/2}$

b) $\sqrt[3]{2}, \sqrt[4]{2^5}, \sqrt[6]{2^5}$

Solución

a) $3^{5/8}=\sqrt[8]{3^5}$ y $2^{3/2}=\sqrt{2^3}=\sqrt[8]{2^{12}}$ puesto que el $\text{m.c.m.}(8,2)=8$

b) $\sqrt[3]{2}=\sqrt[12]{2^4}$, $\sqrt[4]{2^5}=\sqrt[12]{2^{15}}$, $\sqrt[6]{2^5}=\sqrt[12]{2^{10}}$ puesto que el $\text{m.c.m.}(3,4,6)=12$

1.3-5 Calcula:

$$\left(\sqrt[4]{2^6}\right)^4\cdot\left(\sqrt[3]{2^2}\right)^{-3}$$

Solución

$$\left(\sqrt[4]{2^6}\right)^4\cdot\left(\sqrt[3]{2^2}\right)^{-3}=2^6\cdot\frac{1}{\left(\sqrt[3]{2^2}\right)^3}=2^6\cdot\frac{1}{2^2}=2^4$$

1.3-6 Racionaliza las siguientes fracciones:

a) $\sqrt{\dfrac{7}{2}}$

b) $\dfrac{5}{\sqrt{13}-3}$

c) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

Solución

a) $\sqrt{\dfrac{7}{2}}=\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{7}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$

b) $\dfrac{5}{\sqrt{13}-3}=\dfrac{5\cdot\left(\sqrt{13}+3\right)}{\left(\sqrt{13}-3\right)\cdot\left(\sqrt{13}+3\right)}=\dfrac{5\cdot\left(\sqrt{13}+3\right)}{13-9}=\dfrac{5\sqrt{13}+15}{4}$

c) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}=\dfrac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}{3-2}=\dfrac{\left(3-2\sqrt{3}\sqrt{2}+2\right)}{1}=5-2\sqrt{3}\sqrt{2}$

1.3-7 Efectúa la siguiente operación racionalizando si es preciso los sumandos:

$$\frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}-\frac{1}{2\sqrt{3}}+\frac{3}{2-\sqrt{3}}$$

Solución

$$\frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=\frac{\left(2-\sqrt{3}\right)\cdot\left(1-\sqrt{3}\right)}{\left(1+\sqrt{3}\right)\cdot\left(1-\sqrt{3}\right)}=\frac{\left(2-2\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{3}\sqrt{3}\right)}{1-3}=\frac{5-3\sqrt{3}}{-2}=\frac{3\sqrt{3}-5}{2}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\frac{3}{2-\sqrt{3}}=\frac{3\cdot\left(2+\sqrt{3}\right)}{\left(2-\sqrt{3}\right)\cdot\left(2+\sqrt{3}\right)}=\frac{3\cdot\left(2+\sqrt{3}\right)}{4-3}=\frac{6+3\sqrt{3}}{1}=6+3\sqrt{3}$$

Por tanto, sumando todos estos sumandos tenemos:

$$\frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}-\frac{1}{2\sqrt{3}}+\frac{3}{2-\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}-5}{2}-\frac{\sqrt{3}}{6}+6+3\sqrt{3}=$$

$$=\frac{9\sqrt{3}-15}{6}-\frac{\sqrt{3}}{6}+\frac{36+18\sqrt{3}}{6}=\frac{21+26\sqrt{3}}{6}$$
